

## Optikai lencsék fókusz távolságának meghatározása

### I. A gyakorlat célja:

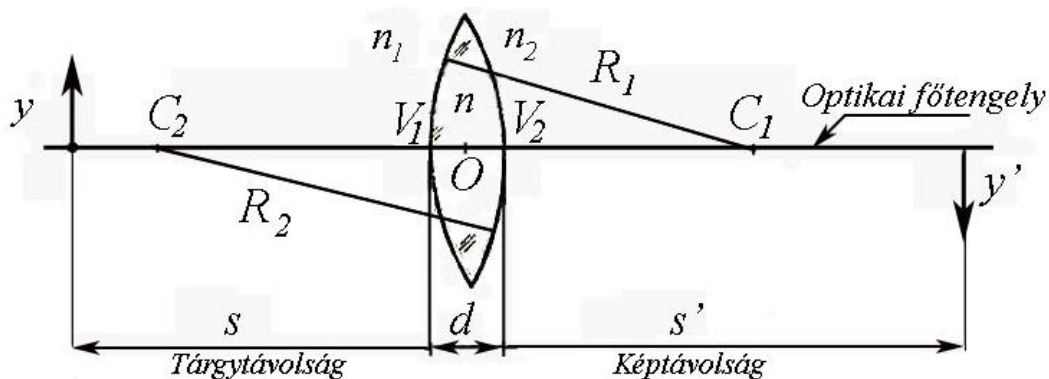
- Optikai lencsék képalkotásának tanulmányozása;
- Gyűjtő optikai vékonylencsék fókusz távolságának kísérleti meghatározása különböző módszerekkel.

### II. Általános alapismeretek az optikai vékonylencse képalkotásáról

A lencsék homogén összetételű, izotróp tulajdonságú, amorf anyagból készülnek. Az optikai lencsék a fény számára átlátszó üvegből készülnek, melynek elsődleges alapanyaga a szilíciumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ). Korona üveg esetében az alkáli fémoxid adalékanyagok az üveg törésmutatóját csökkentik ( $n = 1,52$ ), ezért a korona üveg kisebb diszperziós tulajdonságot mutat. A flint üveg ólomoxid ( $\text{PbO}_2$ ) adalékanyagot is tartalmaz, ezáltal az optikai törésmutatója nagy ( $n = 1,55 \dots 2,00$ ) nagyobb diszperziós tulajdonságot mutat.

Az optikai lencsét határoló törőfelületek alakjuk szerint lehetnek sík- és görbült felületek. Geometriai értelemben a görbült törőfelület középpontját jelölő  $C$  és a görbült törőfelület csúcspontját jelölő  $V$  betűt összekötő egyenes alkotja a lencse optikai főtengelyét (1. ábra). A lencse vastagságát jelentő  $d$  távolság függvényében, amelyet az optikai főtengely mentén mérnek, megkülönböztetünk vékony- és vastag optikai lencsét. Vékonylencséről beszélünk, amennyiben a lencse vastagsága elhanyagolható a görbületi sugarak  $R_1$  és  $R_2$  méretéhez viszonyítva,  $d \ll R$ . Vastaglencsék esetében a lencse vastagsága összemérhető a görbületi sugarak nagyságával,  $d \cong R$ .

A lencse optikai főtengelye átmegy a két törőfelület görbületi középpontján és ugyanakkor merőleges a törőfelületekre (1. ábra).



1. ábra. Kétszeresen domború vékonylencse fontosabb geometriai jellemzői

Az optikai vékonylencse vákuumban mért fókusz távolságát az alábbi összefüggéssel határozzuk meg:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

melyben  $R_1$  és  $R_2$  a törőfelületek görbületi sugarát jelölik, illetve  $n$  lencse optikai törésmutatójának értékét.

A lencsék törőfelületére érkező párhuzamos fénysugarakat a lencse *összetartó nyalábbá (konvergáló)*, vagy *széttartó nyalábbá (divergáló)* alakítja. Ezért megkülönböztetünk *gyűjtőlencsét (konvergens lencsék)* és *szórólencsét (divergens lencsék)*.

A konvergens lencsék sajátossága, hogy az optikai tengely mentén vastagabbak, míg a divergens lencsék közepén vékonyabbak és a széleken vastagabbak.

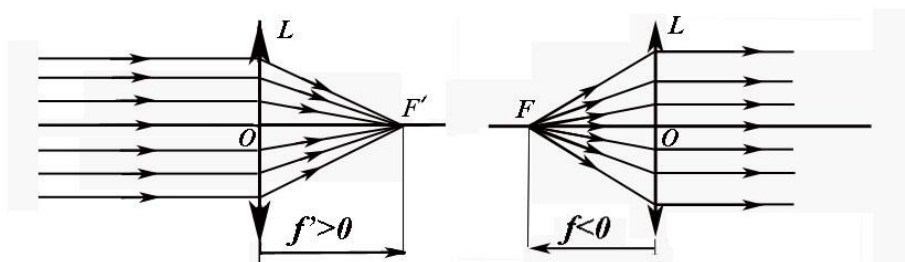
A gyűjtőlencsék esetében a törőfelületek lehetnek kétszeresen domború (*bikonvex*), sík-domború (*plan-konvex*), domborúan homorú (*meniszkusz konvergens*) felületek. Hasonló módon, a szórólencsék esetében megkülönböztetünk *kétszeresen homorú (bikonkáv)*, *sík-konkáv*, *meniszkusz-divergens (konvex-konkáv)* szórólencsét.

A műszaki optikában a lencse  $O$  középpontját tekintik a koordináta rendszer viszonyítási pontjának. Az  $O$  optikai középpont a lencse azon pontja, amelyen áthaladó fénysugarak irányváltozás nélkül folytatják útjukat. Általában az optikai főtengellyel párhuzamosan érkező, balról-jobbra haladó sugarak terjedési irányát tekintik pozitív irányban haladó fénysugaraknak.

A főtengellyel párhuzamosan érkező fénysugarak egy  $F'$  *képoldali fókuszpontban* gyűlnek össze (2. ábra).

Ha a párhuzamos fénysugarak ellenkező irányból, tehát jobbról-balra haladnak, az  $F$  *tárgyoldali fókuszpontban* gyűlnek össze. A fénysugarak által befutott út független a fény terjedési irányától, ezért, ha a fénysugarak az  $F$  tárgyoldali fókuszpontból indulnak, a gyűjtőlencsén való áthaladásuk után párhuzamos sugarak formájában távoznak.

Ha a lencse előtt és mögött a környezet azonos optikai tulajdonsággal rendelkezik, akkor a lencse *tárgyoldali* és *képoldali* fókusz távolsága *abszolút értékben* megegyezik,  $|f'| = |f|$ .



2. ábra. Gyűjtőlencse képoldali-, illetve tárgyoldali fókuszpontjának értelmezése

Egyezmény értelmében a gyakorlatban használt gyűjtőlencsék fókusz távolságát pozitívnak, szórólencsék fókusz távolságát negatívnak tekintik. A *műszaki optikában* a fókusz távolságok előjelét a lencse optikai  $O$  középpontjától a fókuszpontig mért  $f$  távolság algebrai előjelének figyelembevételével értelmezzük.

### III. Gyűjtőlencse fókusz távolságának kísérleti meghatározása

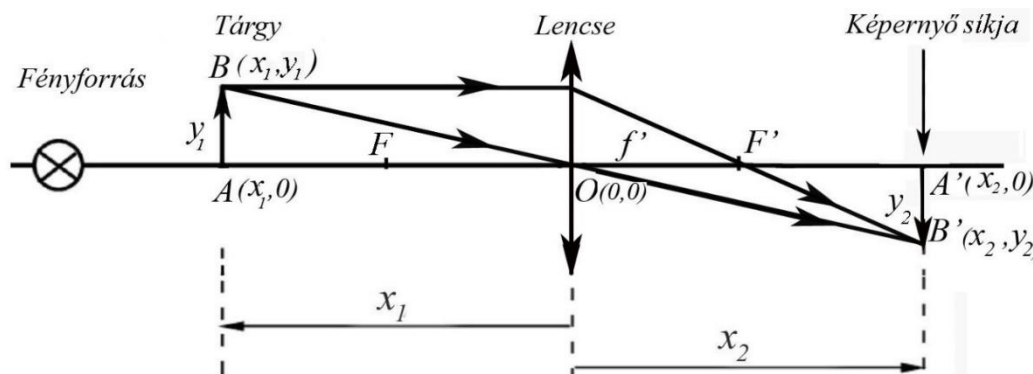
#### III.1. Közvetlen (direkt) mérési módszer szerint

A gyűjtőlencse fókusz távolságának gyors *becslése céljából* helyezzük a lencsét egy ernyő elé (a képernyő szerepét betöltheti egy papírlap), amelyre rávetítjük egy *távoli tárgy* éles képét. Ekkor a lencse és az ernyő közötti távolság *megközelítően megegyezik* a gyűjtőlencse fókusz távolságával.

A pontos mérések céljából szükséges a képalkotó *elemek optikai centrálása*, vagyis a kísérleti berendezés elemeinek közös optikai tengelyre való központosítása. A kísérleti méréshez az optikai padon elhelyezzük a fényforrást, amellyel megvilágítjuk a tárgyat, valamint a tanulmányozott gyűjtőlencsét és egy ernyőt a kép észlelése céljából. Figyeljünk arra, hogy a rendszer minden eleme legyen azonos vízszintes síkban, vagyis ugyanabban a magasságban.

A gyakorlati mérések során a lencse  $O$  optikai középpontját képzeletben helyezzük egy derékszögű  $Oxy$  koordináta-rendszer kezdőpontjába. Ezért a rajzlap síkjában a távolságokat az  $O$  kezdőponthoz viszonyítva mérjük és a távolságok kifejezésére a szokásos  $x$  és  $y$  koordináta jelöléseket használjuk (3. ábra).

Egy tetszőleges *tárgypont*, például  $B(x_1, y_1)$  pont koordinátáit a választott  $Ox$  abszcisszatengelyre, illetve az  $Oy$  ordinátatengelyre eső vetületpontok segítségével értelmezzük. Hasonló módon értelmezendő a *képpontok* koordinátái.



3. ábra. Optikai sugármenet a konvergens vékonylencse fókusz távolságának kísérleti meghatározásához

A vékonylencsék fókusz távolságának kísérleti meghatározása céljából közvetlen méréssel meghatározzuk az  $x_1$  tárgytávolságot és az  $x_2$  képtávolságot, majd alkalmazzuk a lencsék képalkotásának alapösszefüggését:

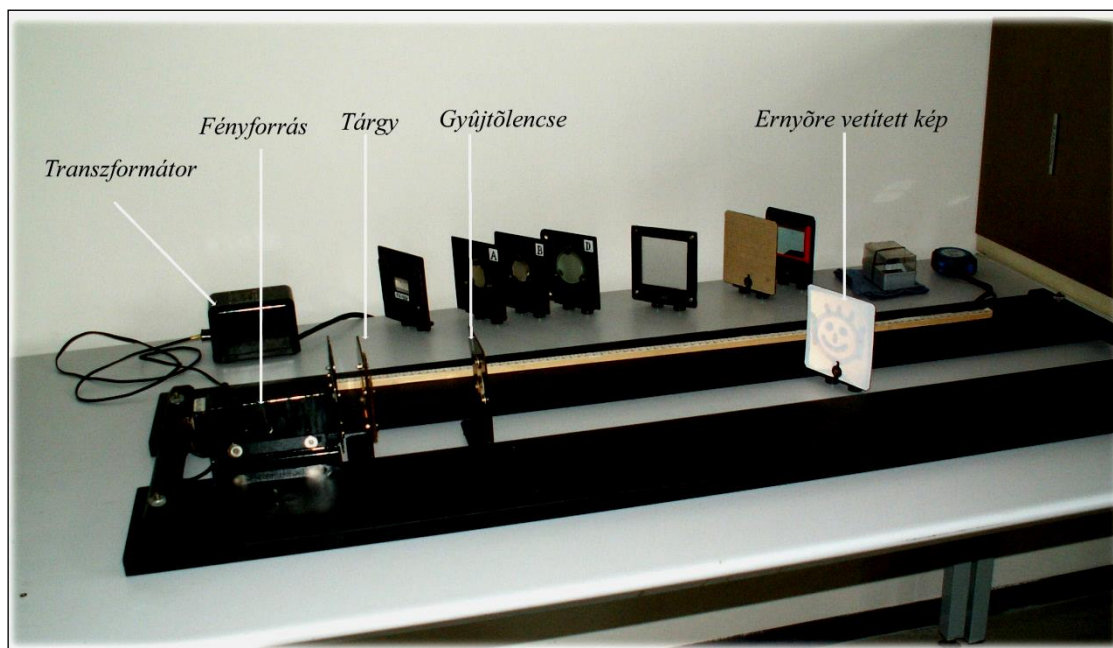
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$$

Ez a módszer lehetővé teszi a fókusz távolság kiszámítását közvetlenül a képalkotási egyenletben szereplő  $x_1$  és  $x_2$  távolságok mérésével. Rendre elhelyezzük az optikai elemeket a 3. ábrán feltüntetett sorrendben.

A tárgy helyzetét és a lencse helyzetét úgy választjuk meg, hogy az  $x_1$  tárgytávolság legyen nagyobb, mint a lencse  $f$  fókusz távolsága. Elmozdítjuk az ernyőt addig, amíg az ernyőn meg nem találjuk a tárgy éles rajzolatú képét. Szalagmérővel közvetlenül lemérhetjük az  $x_1$  tárgytávolságot és a hozzá tartozó  $x_2$  képtávolságot:

$$\begin{aligned} x_1 &< 0 \\ x_2 &> 0 \end{aligned}$$

Végezzünk ismételt méréseket! Az ismételt mérések azt jelentik, hogy változtatlanul hagyva a tárgy és a lencse helyzetét, tehát  $x_1$  változatlan értéke mellett legalább háromszor ismételjük meg a kép helyzetének pontos mérését. Az ismételt mérések eredményeit felhasználva kiszámítjuk az  $\overline{x_2}$  átlagértéket, amely a legvalószínűbb képtávolság.



4. ábra. A kísérleti méréshez használt eszközök fényképe

Ezt követően elmozdítjuk a lencsét, megváltoztatva ezzel a  $x_1$  tárgytávolságot. A fentiekben leírtaknak megfelelően ismét meghatározzuk  $x_2$  képtávolságokat és annak  $\overline{x_2}$  átlagértékét. A méréseket ismételjük meg legalább három különböző  $x_1$  tárgytávolság értékre.

Felhasználva az vékonylencsék alapösszefüggését, minden  $(x_1, \overline{x_2})$  értékpárossal kiszámítjuk a gyűjtőlencse  $f$  fókusz távolságát, majd meghatározzuk ennek  $\bar{f}$  átlagértékét. A mérési adatokat az 1.1. táblázatba foglaljuk.

1.1. Táblázat: Kísérleti mérések adattáblázata

Sor- szám	$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$\overline{x_2}$ (cm)	$f$ (cm)	$\bar{f}$ (cm)	$\Delta f$ (cm)	$\bar{\Delta f}$ (cm)	$\frac{\bar{\Delta f}}{\bar{f}} \cdot 100$ (%)
1.								
2.								
3.								

Az ismételten végzett kísérleti mérések alapján meghatározott *fókusz távolság legvalószínűbb értékét* az alábbi kifejezéssel adjuk meg:

$$f = \bar{f} \pm \bar{\Delta f}$$

### III.2. Fókusz távolság meghatározása Bessel-módszer szerint

Az optikai padra elhelyezzük sorban a fényforrást, a megvilágított tárgyat, a vizsgált lencsét és az ernyőt, majd a rendszert optikailag központosítjuk. A tárgy és az ernyő közötti távolság legyen nagyobb, mint a lencse fókusz távolságának négyszeres értéke. Amennyiben  $l > 4 \cdot f$ , akkor megkereshető a lencse azon két helyzete, melyekre az ernyőn kicsinyített, illetve nagyított éles kép keletkezik (5. ábra). Amikor a lencse közelebb helyezkedik el a tárgyhöz nagyított a kép, amikor pedig közelebb helyezkedik el az ernyőhöz kicsinyített a kép.

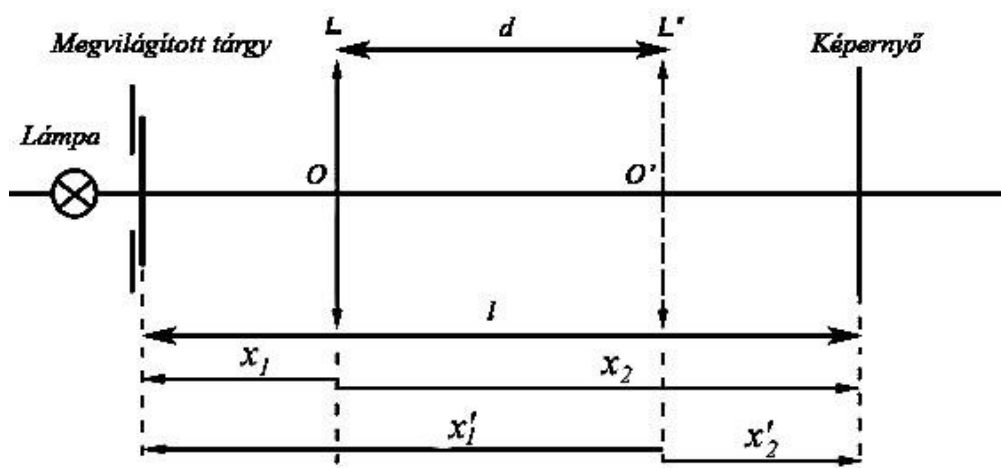
A lencse két helyzete közötti távolságot jelölje  $d$ . A tárgy és az ernyő közötti  $l$  távolság adott értékénél legalább háromszor megismételve meghatározzuk  $d$  értékét, majd kiszámítjuk  $\bar{d}$  átlagértéket. Az 1.5 összefüggéssel minden  $l$  és  $\bar{d}$  értékpárossal kiszámítjuk a fókusz távolságot, majd ezekből átlagot számítva meghatározzuk az  $\bar{f}$  átlagértéket.

Figyelembe véve az előbbieket következik, hogy:

$$\begin{cases} |x_1| + |x_2| = l \\ |x_2| - |x_1| = d \end{cases}$$

amelyeket behelyettesítve, a fókusz távolságra az alábbi kifejezést kapjuk:

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4 \cdot l}$$



5. ábra. Kísérleti elrendezés vázlata a fókusztafvolság meghatározáshoz Bessel-módszer szerint

1.2. Táblázat: Kísérleti mérések adattáblázata

Sorszám	$l$ (cm)	$d$ (cm)	$\bar{d}$ (cm)	$f$ (cm)	$\bar{f}$ (cm)	$\Delta f$ (cm)	$\bar{\Delta f}$ (cm)	$\frac{\bar{\Delta f}}{\bar{f}} \%$
1.								
2.								
3.								

Mivel a kifejezésében csak a két lencsehelyzet közötti  $d$  távolság szerepel, a fókusztafvolság értékét nem befolyásolja a lencse esetleges nem tökéletes központosítása, vagy a lencse vastagsága. Ez a módszer alkalmazható vastag lencsénél és más összetett lencserendszerek esetében is, mivel a módszer kiküszöböli a központosításból eredő hibákat.

Az ismételt kísérleti mérések alapján meghatározott fókusztafvolság legvalószínűbb értékét az alábbi kifejezéssel adjuk meg:

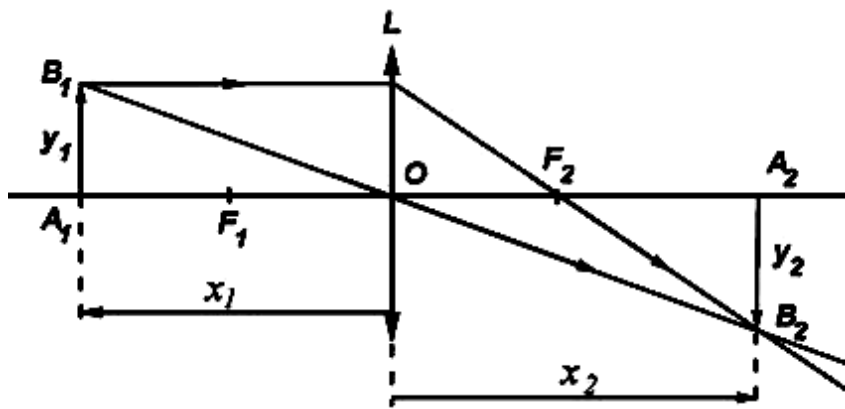
$$f = \bar{f} \pm \bar{\Delta f}$$

### III.3. 3.3. A fókusztafvolság meghatározása Abbémódszer szerint

Az optikai padra sorban elhelyezzük a fényforrást, a tárgyat, a lencsét és az ernyőt. Ellenőrizzük a rendszer optikai centrálását. Rögzítjük a lencsét egy adott helyzetben. Megmérjük a tárgy  $y_1$  vonalas kiterjedését.

Elhelyezzük a tárgyat  $x_1$  távolságra a lencsétől úgy, hogy az ne haladja meg sokkal a  $2f$  távolságot. Meghatározzuk a képtávolság  $x_2$  értékét, majd az ernyőn megmérjük a kép  $y_2$  vonalas kiterjedését. Megtartva a tárgy és a lencse

helyzeteit, legalább három ismételt méréssel meghatározzuk  $x_2$  és  $y_2$  értékeit és kiszámítjuk a képtávolság  $\bar{x}_2$  és a nagyítás  $\bar{y}_2$  átlagértékét.



6. ábra. Kísérleti elrendezés vázlata Abbé –módszer szerinti fókusztaávolság meghatározáshoz

Az 6. ábrán megfigyelhető, hogy a *vonalas nagyítás* értéke:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} = \beta \Rightarrow x_1 = \frac{x_2}{\beta}.$$

Behelyettesítve ezt a lencsék képpalkotási egyenletébe, majd rendezve a tagokat, a fókusztaávolságra az alábbi összefüggést kapjuk:

$$f = x_2 \cdot \frac{1}{1 - \beta}$$

Ezt követően megváltoztatjuk a lencse helyzetét és legalább háromszor elvégezzük a fent leírt méréseket. Minden  $\bar{x}_2$  és  $\bar{\beta}$  értékpárossal meghatározzuk a fókusztaávolságot, majd kiszámítjuk annak  $\bar{f}$  átlagértékét.

Az *Abbé-módszernél* a lencse elhelyezése, illetve a lencse vastagsága nem befolyásolja a fókusztaávolságra kapott eredményt. Az adatokat az alábbi táblázatba foglaljuk össze:

1.3. Táblázat: Kísérleti mérések adattáblázata

Sorszá	$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$\bar{x}_2$ (cm)	$y_2$ (cm)	$\bar{y}_2$ (cm)	$\beta$	$f$ (cm)	$\bar{f}$ (cm)	$\Delta f$ (cm)	$\bar{\Delta f}$ (cm)	$\frac{\bar{\Delta f}}{\bar{f}} \%$

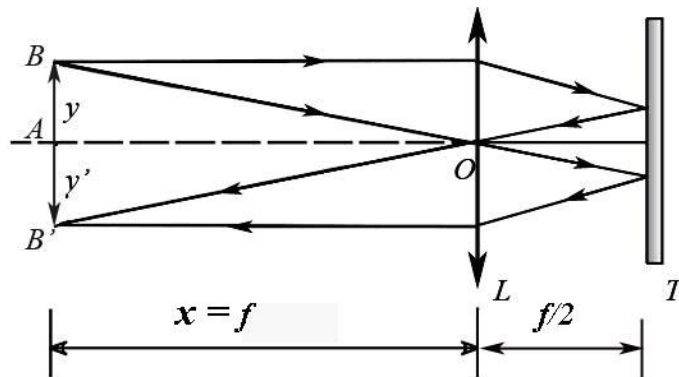
$$f = \bar{f} \pm \bar{\Delta f}$$

### III.4. Fókusztaávolság meghatározása autokollimációs módszer alkalmazásával

Az optikai lencse fókusztaávolságának kísérleti meghatározása céljából alkalmazzuk az *autokollimációs módszert*. Helyezzünk a fényforrás és a lencse



közé egy vonalas tárgyat. Jelölje a tárgy végpontjait  $A$  és  $B$ , illetve a tárgy magasságát  $y$ . A tárgy lehet egy átlátszó hordozólemezre filctollal rajzolt négyzetes háló, vagy kb.  $0,5\text{mm}$  átmérőjű környílás (ez egy tűhegy nagyságú lyuk, amelyet neveznek még diafragma nyílásnak is, 7. ábra). A tárgyat világítsuk meg egy jól párhuzamosított fény- nyalábbal.



7. ábra. Gyűjtőlencse fókusz távolságának kísérleti meghatározása autokollimációs módszer szerint

A fényforrás által megvilágított tárgyról érkező sugarakat előbb vetítsük a tanulmányozott  $L$  gyűjtőlencse segítségével egy képernyőre. A lencsét helyezzük a tárgytól  $x_1 = f$  távolságra. Ez esetben a tárgy bármely pontjából kiinduló sugarak a lencsén való áthaladás után párhuzamosak lesznek, ekkor nem keletkezik ernyőn felfogható éles kép.

Tegyünk a képernyő helyébe egy síktükröt,  $T$ , amely a tárgyról érkező fénysugarakat visszaveri. Az ellentétes irányban haladó sugarak a lencsén áthaladva képet állítanak elő. Mozgassuk a tükröt, közelítve, illetve távolítva a lencsétől, amíg a visszavert sugarak által meghatározott kép mérete egyre jobban megegyezik a tárgy méretével.

Szükség esetén a lencse helyzetét is változtassuk, hogy a kép síkja és annak mérete megegyező legyen a tárgy helyzetével és annak méretével. Mindez akkor valósul meg, amikor a lencse és a tárgy közti távolság éppen egyenlő a lencse fókusz távolságával és a lencse mögött elhelyezett fényvisszaverő tükör között a távolság egyenlő a lencse fókusz távolságának felével,  $f/2$ . Ismételjük meg a beállításokat, törekedve az éles rajzolatú kép megvalósítására határozzuk meg pontos mérésekkel a gyűjtőlencse fókusz távolságát.