

**Young-modulusz meghatározása szilárd testek hosszanti alakváltozásának vizsgálatával.****1. A gyakorlat célja:**

- szilárd testek rugalmas alakváltozásának kísérleti tanulmányozása;
- vonalas szilárd testek nyújtási rugalmassági moduluszának kísérleti meghatározása

**2. A rugalmas alakváltozás elméleti alapjai**

A szilárd testekre ható külső erők különböző mértékű *alakváltozásokat* eredményeznek. Az alkalmazott *igénybevétel természete és nagysága függvényében* a testek alakváltozása jelenthet *megnyúlást, összenyomódást, csavarodást, elhajlást és nyíródást*.

Ha az alakváltozás elegendően kicsi, általában az *erőhatás megszűnése után* a testek igyekeznek visszanyerni eredeti alakjukat. Ez a jelenség azzal magyarázható, hogy az alakváltozás során az anyagban *belső rugalmas erők* keletkeznek. Ezek az erők a test eredeti alakjának visszaállításának irányában hatnak. A testeknek ilyen természetű viselkedését *rugalmas viselkedésnek*, a jelenséget *rugalmasságnak* nevezzük.

A testek rugalmas viselkedése az anyag felépítésében meghatározó szerepet betöltő *atomi kölcsönhatási erők* természetére vezethető vissza. A kölcsönhatásban levő atomok egyensúlyi állapotában a vonzó- és taszítóerők azonos értékűek és ellentétes irányításúak. A részecskék közti kölcsönhatási erők változnak a távolság függvényében. Ezért az anyagok nyújtásánál vonzási erők jelentkeznek, míg az összenyomást taszító jellegű erők fellépése kíséri.

Szilárd anyagok *rugalmas alakváltozásának* vizsgálata céljából ismerkedjünk meg a *lineáris megnyúlás* fogalmával.

**3. A kísérlet fizikai alapjai**

Kísérleti tapasztalat szerint a rugalmas szilárd testek viselkedését *Hooke-törvénye* írja le, amely érvényes a *rugalmas alakváltozás határán belül*.

Tekintsünk egyik végén rögzített,  $l_0$  hosszúságú,  $S_0$  keresztmetszetű huzalt, amelynek szabad végére egy változó nagyságú  $F$  nyújtó erő hat.

Hooke-törvény értelmében az anyagban létrehozott megnyúlás  $\Delta l$  értéke (hossz-változás) egyenesen arányos a kezdeti  $l_0$  hosszal és a ható  $F$  erővel, fordítottan arányos a ható erőre merőleges keresztmetszet  $S_0$  területével, valamint függ a nyújtott test anyagi minőségétől:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l_0}{S_0} \quad (1)$$

A kifejezésben szereplő  $E$  arányossági tényező a huzal anyagi minőségére jellemző állandó. Ezt az állandót az illető anyag *Young-féle nyújtási rugalmassági moduluszának* nevezzük. Az egyenlet tényezőinek átrendezése után írhatjuk, hogy:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S_0}, \quad (2)$$

amelyben  $\Delta l/l_0 = \lambda$  arányt *relatív lineáris megnyúlásnak*, az  $F/S_0 = \sigma$  arányt *rugalmas húzófeszültségnek* nevezzük. Ezekkel a jelölésekkel Hooke-féle törvényt az alábbi alakban is írhatjuk:

$$\lambda = \frac{\sigma}{E} \quad (3)$$

Az anyagok összenyomása esetén az  $F/S_0 = p$  arányt *nyomófeszültségnek*, vagy röviden *nyomásnak* nevezzük, ahol az  $F$  hatóerő merőleges az  $S_0$  felületre.

A terhelésnek alávetett anyag harántirányú méretváltozást is szenved:  $\Delta d/d_0$ . Húzáskor az anyag harántirányú méretcsökkenést, nyomáskor harántirányú méretnövekedést szenved. A harántirányú és hosszirányú relatív méretváltozás arányának jellemzésére használt  $\mu$  együtthatót Poisson-féle aránynak nevezzük:

$$\mu = \frac{-\frac{\Delta d}{d_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{-\Delta d}{d_0} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad (4)$$

Fémek esetén a Poisson-együttható értéke  $\mu \approx 0,3 \dots 0,4$  nagyságú.

A fenti kifejezések értelmében, kísérletileg mérhető mennyiségek segítségével meghatározhatjuk valamely vonalas szilárd test *rugalmassági-modulusát*:

$$E = \frac{1}{\frac{\Delta l}{l_0}} \cdot \frac{F}{S_0} = \frac{1}{\Delta l} \cdot \frac{l_0 \cdot F}{S_0} \quad (5)$$

Kísérleti körülményeink értelmében, első közelítésben állandónak tekintve a huzal  $S_0$  keresztmetszetének területét, a relatív megnyúlás és a külső feszítőerő mérése útján meghatározhatjuk a nyújtási rugalmassági modulusz értékét.

A szakirodalomban gyakran használt mennyiség a rugalmassági modulusz reciproka,  $k = 1/E$ , amelyet *rugalmassági együtthatónak* neveznek.

#### **4. A kísérleti mérés menete**

A lineáris megnyújtás jelenségének szemléltetésére alkalmas kísérleti elrendezést az 1. ábrán láthatjuk.

Egy állandó  $S_0$  keresztmetszetű, néhány méter hosszúságú és néhány tized milliméter átmérőjű fémhuzalt egy külső  $F$  erővel terhelünk és mérjük a terhelés okozta  $\Delta l$  megnyúlást.

Kísérletünk során a tanulmányozott huzal egyik végét rögzített helyzetű satuban fogjuk be, míg a huzal csigán átvett másik végét kezdetben addig terheljük, amíg a huzal könnyedén feszített állapotba kerül. Ehhez kis tömegű súlyokat használunk, amelyekkel a mérlegtányért terheljük és a csigán levő mutató helyzetére igazítjuk a skála nullpontját. Ezzel a beállítással a kezdeti feltételeket megválasztottuk és alaphelyzetnek tekintjük. Kísérletünkben a mérések eredménye nagyban függ a lineáris megnyúlás pontos mérésétől, mivel a megnyúlás néhány tized mm értékű. Ennek érdekében a megnyúlás pontosabb mérése céljából egy hosszú mutatóval ellátott csigás kijelzőt használunk.

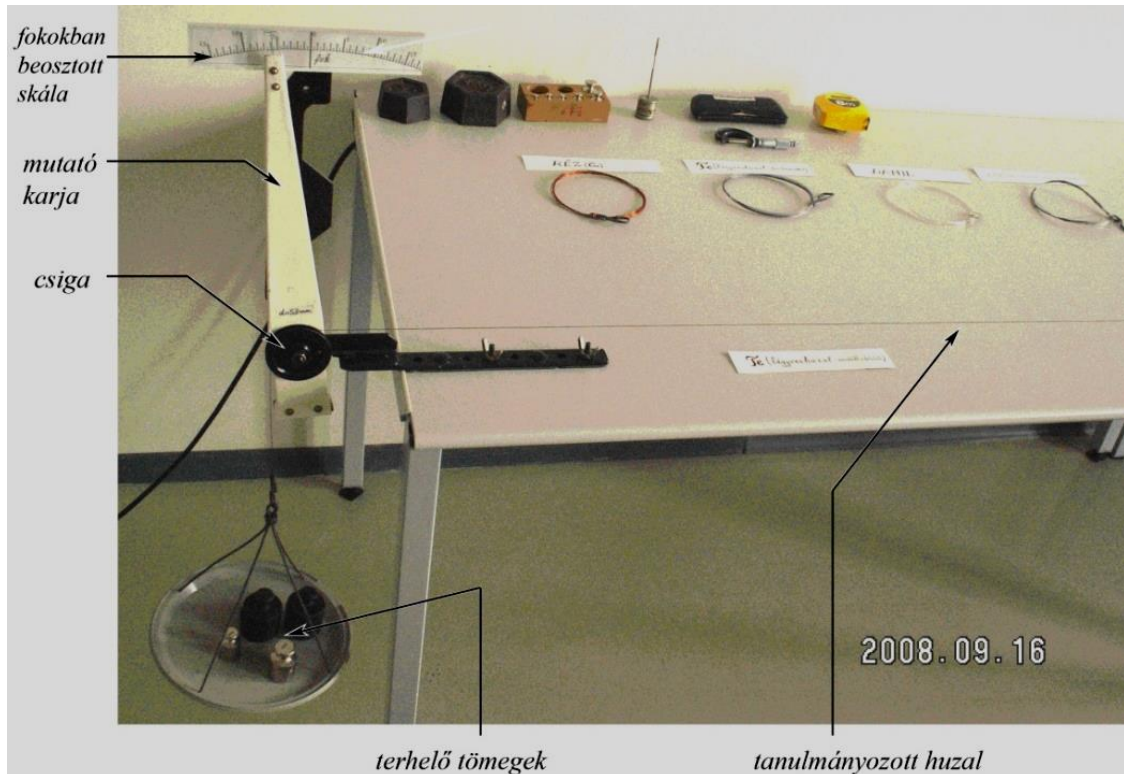
A huzalt a mérlegtányérra helyezett  $m$  tömeggel terheljük. Így a terhelő  $F$  erő nagyságát a súlyerő  $G = mg$  képviseli. A huzal rögzítési pontja és a csiga tengelye közti  $l_0$  hosszúságú rész  $\Delta l$  megnyúlása rágórból az  $r$  sugarú csiga

peremére, miközben a csiga  $\alpha$  szöggel elfordul. Az elfordulási szög  $\alpha$  értékét jelzi a mutató, amely egy fokbeosztású skála előtt mozdul el, így a szöget közvetlenül fokban olvashatjuk le.

A síkmértanból ismert összefüggést használva, amely értelmében a körív hossza arányos a középponti szöggel:

$$\Delta l = r \cdot \alpha, \quad (6)$$

ahol az  $\alpha$  az elfordulás radiánban, így  $1^\circ = \frac{\pi}{180} = \frac{3,14159}{180} = 0,01745 \text{ rad}$ .



1. Ábra A Young-modulusz meghatározásához használt kísérleti berendezés fényképe

Mérőszalaggal megmérjük a huzal  $l_0$  kezdeti hosszát, amely a satuba befogott résztől a csiga forgástengelyének középpontjáig terjed. Csavarmikrométerrel megmérjük a huzal  $d$  átmérőjét és a mérési adatokat táblázatban rögzítjük. A huzal szabad végén elhelyezett mérlegtányért előterheljük a huzal kiegyenesedéséig. Ezután fokozatosan növekvő súlyokkal terheljük, majd leolvassuk a mutató elfordulási szögét.

Minden tanulmányozott anyagra három különböző terhelésre megismételjük a mérést és a mérési adatokat táblázatba foglaljuk. A meghatározás pontosságának növelése céljából, a mért mennyiségek átlagértékét képezve kiszámítjuk a huzal  $E$  rugalmassági moduluszát.

**Megjegyzés:** Fokozatosan növelve terheljük a tanulmányozott huzalt, ügyelve arra, hogy ne haladjuk meg a vizsgált anyagra jellemző *rugalmas-plasztikus* alakváltozás határértékét, amelynél az illető anyagra jellemző  $\sigma_\alpha$  arányossági tényező változást mutat. Ebből a célból a terhelés alkalmazása után néhány perc elteltével eltávolítjuk a terhelést és ellenőrizzük, hogy a kezdeti értékek visszaálltak-e vagy sem. Utóbbi esetben a terhelés meghaladta a rugalmas viselkedés tartományát és a mérési adatokat kizárjuk a táblázatunkból.

1. Táblázat: Kísérleti mérési adatok táblázata (a mért adatok fehér, a számított adatok szürke háttérrel vannak megkülönböztetve)

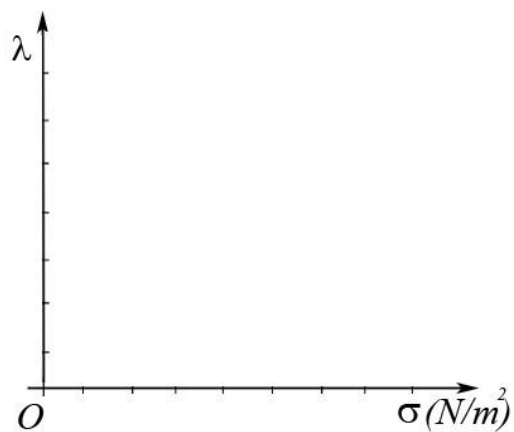
Huzal	$l_0$ (m)	$d$ (mm)	$S_0$ (mm <sup>2</sup> )	$m$ (kg)	$F$ (N)	$\sigma$ (N/m <sup>2</sup> )	$\alpha$ (fok)	$\Delta l$ (mm)	$\lambda$	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$E_{közép}$ (N/m <sup>2</sup> )
acél											
réz											
Kantál (72% Fe +22% Cr +6 % Al)											
damil											

2. Táblázat: A műszaki gyakorlatban használt néhány szilárd anyagra jellemző Young-modulusz, Poisson-arány, illetve a hang terjedési sebessége (szakirodalomban közölt értékek alapján)

Anyag	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$\mu$ (Poisson-szám)	Hangsebesség (m/s) $t = 18^\circ\text{C}$ -on
Alumínium (Al)	6,3-7,5	0,34	5200
Réz (Cu)	10-13	0,35	3700
Bronz (réz-ötvözet: Cu 90% + Sn 10% )	10,6	0,34	3600
Sárgaréz (réz-ötvözet: Cu 72% + Zn 25% + Pb 3%)	8-10	0,35	3200
Acél (vas-ötvözet)	20-22	0,29	5100
Öntvény-acél	7,5-13	0,26	3600
Konstantán (Cu 60%+Ni 40%)	16,6	--	4300
Ólom (Pb)	1,5-1,7	0,45	1300
Nikkel (Ni)	20-22	0,3	4900
Fa	0,4-1,8	--	3...4000
Üveg	5-8	0,2...0,3	5000

### 5. További feladatok

A kísérleti mérések alapján meghatározott húzó-feszültség  $\sigma$ , illetve relatív megnyúlás  $\lambda$ , felhasználásával ábrázoljuk a *mechanikai húzó-feszültség – megnyúlás*  $\lambda = f(\sigma)$  diagramját!



2. A mérési eredmények adataival szerkesztett ábra alapján vonjunk le következtetéseket a tapasztalati összefüggésre vonatkozóan.
3. Hasonlítsuk össze az általunk kísérletileg meghatározott  $E$  rugalmassági modulusz értékét a szakirodalomban közölt értékkel és értelmezzük az eredmények helyességét, valamint a mérések hibakorlátait.