МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА

Институт радиоэлектроники и информационных технологий

Кафедра вычислительные системы и технологии

Лабораторная работа № 1
Решение нелинейного уравнения
Вариант №15

ОТЧЕТ

по лабораторной работе

по дисциплине

Вычислительная математика

РУКОВОДИТЕЛЬ:

_____ Суркова А.С.

СТУДЕНТ:

_____ Сапожников В.О.

19-ИВТ-3

Работа защищена «___» _____

С оценкой _____

Нижний Новгород 2021

Содержание

1. Цель

Закрепление знаний и умений по нахождению решений нелинейных уравнений различными способами.

2. Постановка задачи

Решить нелинейное уравнение с одним неизвестным с использованием четырех методов (метод биссекции, метод хорд, метод Ньютона, метод простой итерации). Задание по вариантам. Номер варианта – номер студента в списке группы. ε=0.001

Вариант 15:

$$x^3 + 0.1x^2 + 0.4x - 1.2 = 0$$

3. Теоретические сведения

3.1. Критерий остановки

Процесс нахождения оптимального решения чаще всего имеет итерационный характер, т.е. последовательность $\{x_0, x_1, \dots, x_n \rightarrow x\}$ стремится к точному решению при увеличении кол-ва итераций n.

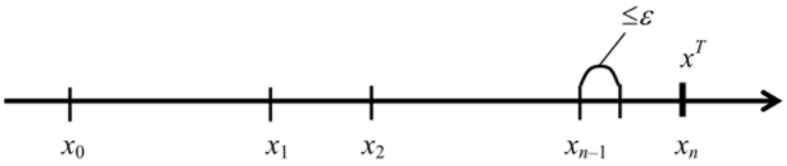


Рис. 1

Весьма важным элементом всех итерационных методов является критерий (правило) остановки итерационного процесса. Именно критерий определяет точность достижения решения, а соответственно и эффективность метода.

Наиболее распространённые критерии остановки:

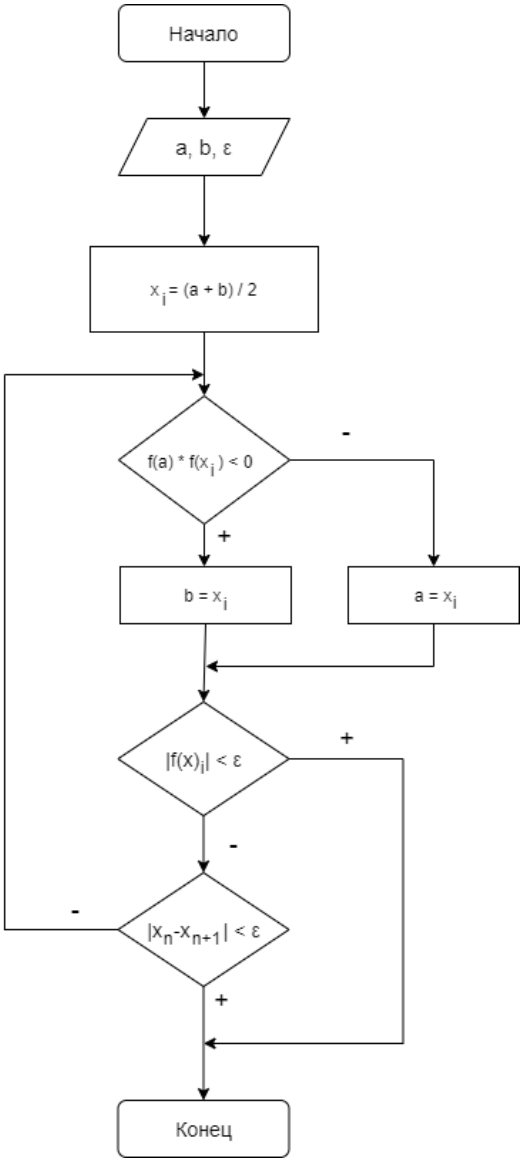
1. $f(x) = 0$ – найдено точное решение
2. $|f(x_n)| < \varepsilon$ – найдена заданная точность функции
3. $|f(x_n - x_{n+1})| < \varepsilon$ – значение двух последовательных приближений отличаются меньше, чем на ε

3.2. Метод биссекции

Пусть был выбран интервал изоляции $[a; b]$. Примем за первое приближение корня точку c, которая является серединой отрезка $[a; b]$. Далее будем действовать по следующему алгоритму:

1. Находим точку $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$;
2. Находим значение $f(x_i)$;
3. Если $f(a) * f(x_i) < 0$, то корень лежит на интервале $[a;\ x_i]$, иначе корень лежит на интервале $[x_i; b]$;
4. Если величина интервала меньше либо равна ε, либо разница двух последовательных приближений меньше либо равна ε, то найдено решение с точностью до ε иначе возвращаемся к п.1.

Итак, для вычисления одного из корней уравнения методом половинного деления достаточно знать интервал изоляции корня $[a; b]$ и точность вычисления ε.



3.3. Метод хорд

Этот метод отличается от метода бисекции тем, что очередное приближение берём не в середине отрезка, а в точке пересечения с осью X прямой, соединяющей точки $(a, f(a))$ и $(b, f(b))$.

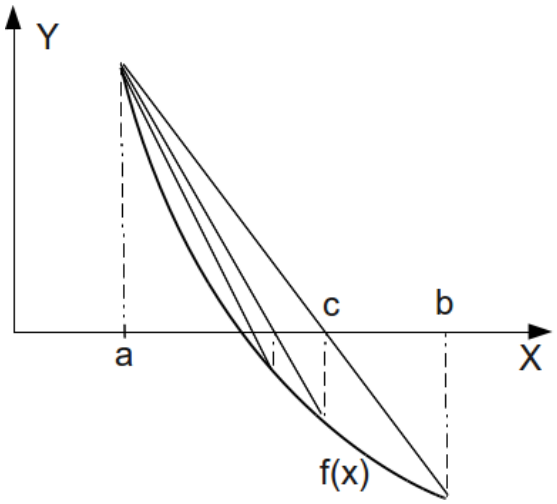
Запишем уравнение прямой, проходящей через точки с координатами точки $(a, f(a))$ и $(b, f(b))$:

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}, \quad y = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a)$$

Прямая, заданная уравнением, пересекает ось X при условии y = 0.

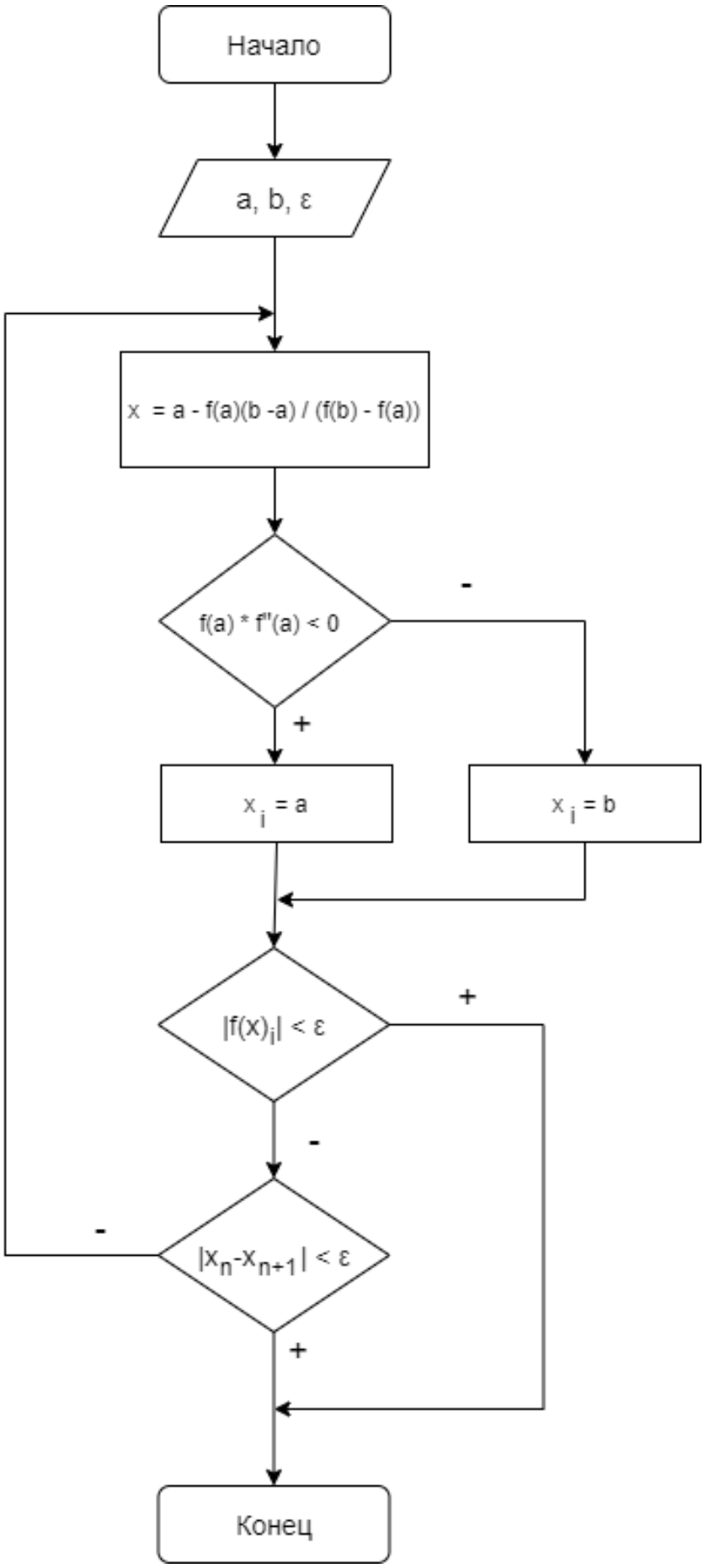
Найдём точку пересечения хорды с осью X:

$y = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a) + f(a)$, $x = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$ итак, $x_i = a - \frac{f(a)}{f(b)-f(a)}(b - a)$.



Далее необходимо вычислить значение функции в точке X_i. Это и будет приближённое значение корня уравнения.

Для вычисления одного из корней уравнения методом хорд достаточно знать интервал изоляции корня и точность вычисления ε.


Начало
a, b, ε
x = a - f(a)(b -a) / (f(b) - f(a))
f(a) * f''(a) < 0
-
+
x i = a
x i = b
|f(x)i| < ε
+
-
|xn-xn+1| < ε
-
+
Конец

3.4. Метод Ньютона

В одной из точек интервала [a; b], пусть это будет точка a, проведём касательную. Запишем уравнение этой прямой:

$$y = kx + m$$

Так как эта прямая является касательной, и она проходит через точку $(x_i, f(x_i))$, то $k = f'(x_i)$.

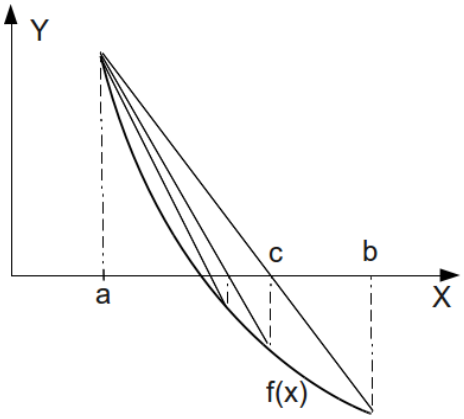
Следовательно,

$$y = f'(x)\,x + m,\ \ f(x_i) = f'(x_i)\,x_i + m,\ \ m = f(x_i) - x_i\,f'(x_i),$$

$$y = f'(x_i)\,x + f(x_i) - x_i\,f'(x_i),\ \ y = f'(x_i)(x - x_i) + f(x_i)$$

Найдём точку пересечения касательной с осью X:

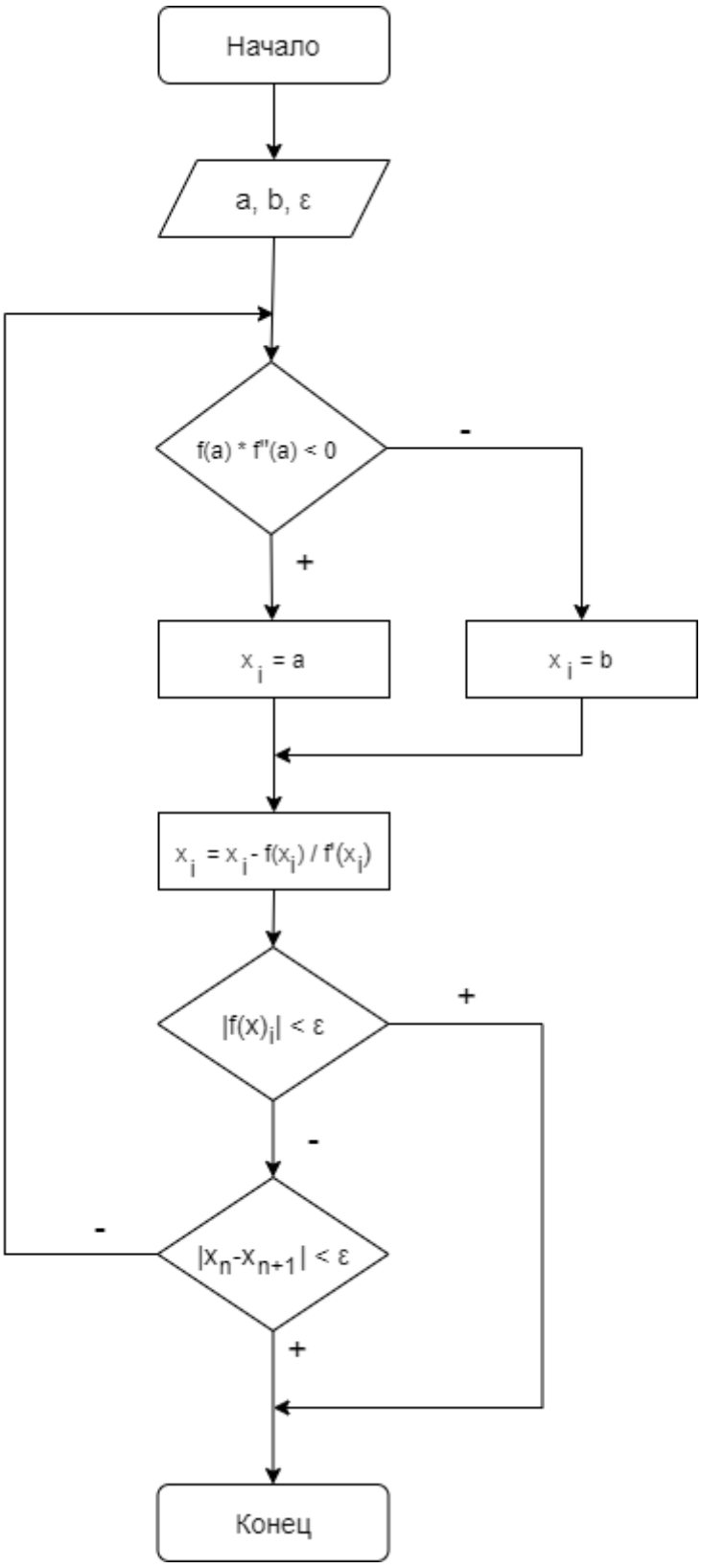
$$f'(x)(x - x_i) + f(x_i) = 0, \qquad x = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



Если $|f(x) < \varepsilon|$, то точность достигнута, и точка X — решение; иначе необходимо переменной с присвоить значение X и провести касательную через новую точку X_i; так продолжать до тех пор, пока $|f(x)|$ не станет меньше ε. Осталось решить вопрос, что выбрать в качестве точки начального приближения X_i.

В этой точке должны совпадать знаки функции и её второй производной. А так как нами было сделано допущение, что вторая и первая производные не меняют знак, то можно проверить условие $f(x)f''(x) > 0$ на обоих концах интервала, и в качестве начального приближения взять ту точку, где это условие выполняется.

Здесь, как и в предыдущих методах, для вычисления одного из корней уравнения достаточно знать интервал изоляции корня и точность вычисления ε.

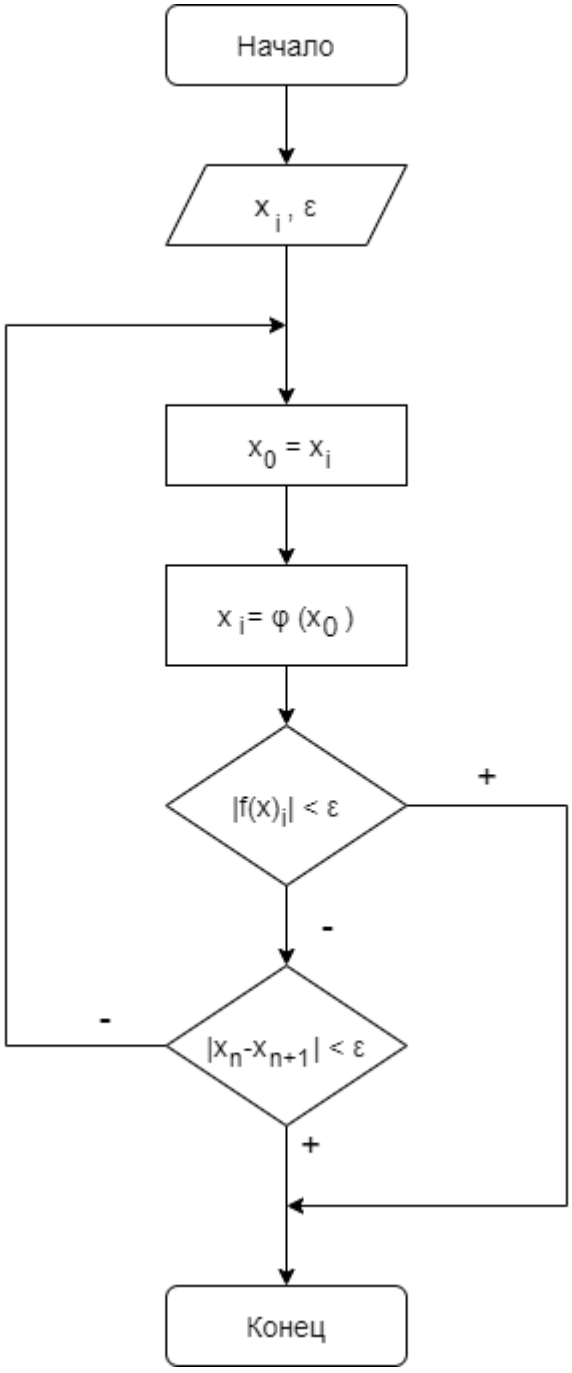

Начало
a, b, ε
f(a) * f''(a) < 0
-
+
x i = a
x i = b
x i = x i - f(x i) / f'(x i)
|f(x)i| < ε
+
-
|xn-xn+1| < ε
-
+
Конец

3.5. Метод простых итераций

Для решения уравнения этим методом необходимо записать уравнение в виде $x = \varphi(x)$, задать начальное приближение $x_0 \in [a; b]$ и организовать следующий итерационный вычислительный процесс: $x_i = c(x), i = 0, 1, 2, \dots, n$ сходится к решению X^*

Если неравенство $|\varphi'(x)| < 1$ выполняется на всём интервале [a; b], то последовательность $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ сходится к решению.

Уравнение можно привести к виду $x = \varphi(x)$ следующим образом. Умножить обе части уравнения $f(x) = 0$ на число β. К обеим частям уравнения $\beta f(x) = 0$ добавить число x. Получим $x = x + \beta f(x)$.



4. Расчетные данные

Исходное уравнение:

$$x^3 + 0.1x^2 + 0.4x - 1.2 = 0$$

Сжимающее уравнение:

$$x = x - 0.1(x^3 + 0.1x^2 + 0.4x - 1.2)$$

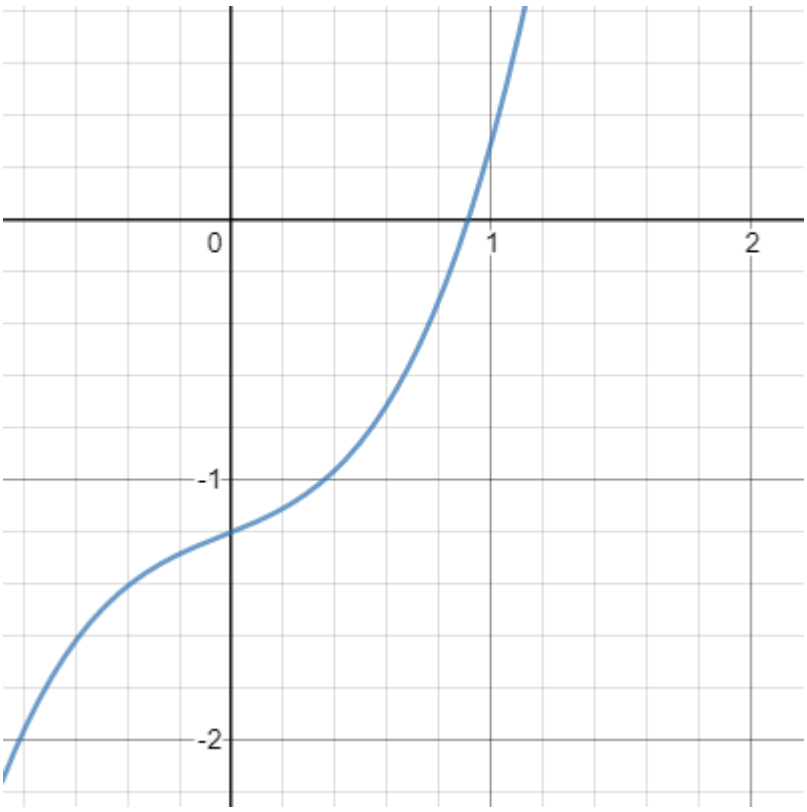


Рис.2 График функции

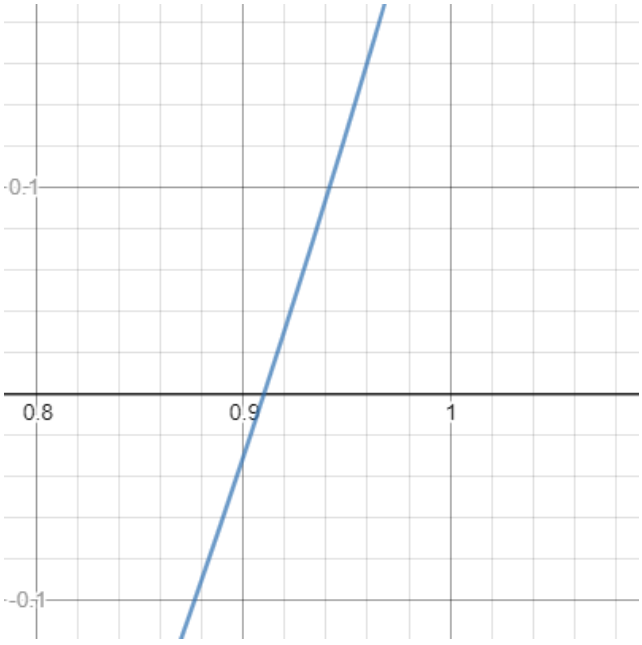


Рис.3 Увеличенное изображение пересечения графика с осью OX

Метод	Полученный X
Метод бисекции	0,91016
Метод хорд	0,90982
Метод Ньютона	0,90992
Метод простой итерации	0,91049

5. Листинг разработанной программы

Main.java

```
import equation.NoLinearThirdDegreeEquation;
import equation_solution_strategy.*;
import validator.ResponseValidator;
import validator.Validator;

import java.util.List;
import java.util.Scanner;

/**
 * Класс, содержащий точку входа в программу - метод  main.
 * Язык: java
 *
 * Реализация первой лабораторной работы по дисциплине: Вычислительная математика
 *
 * Текст задания:
 *  Решить нелинейное уравнение с одним неизвестным с использованием четырех
 *  методов (метод биссекции, метод хорд, метод Ньютона, метод простой итерации).
 *
 * Задание по вариантам.
 *  Номер варианта – номер студента в списке группы. ε=0.001
 *
 * @release: 27.02.21
 * @last_update: 27.02.21
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 */
public class Main
{
    //Константы для хранения последовательностей для
    //изменения цвета текста в консоли
    public static final String RESET = "\u001B[0m";
    public static final String RED = "\u001B[31m";
    public static final String PURPLE = "\u001B[35m";
    public static final String CYAN = "\u001B[36m";

    /**
     * Точка входа в программу
     * */
    public static void main(String[] args)
    {
        System.out.println("\t\t\t\tЛабораторная работа №1 <<" + PURPLE + "Решение
                                            нелинейного уравнения" + RESET + ">>");
```

```
//Создаем переменную для хранения ур-ия
//Открываем поток ввода
NoLinearThirdDegreeEquation equation = new NoLinearThirdDegreeEquation();
Scanner scanner = new Scanner(System.in);

System.out.println("Программа для решения нелинейных уравнений 3ей +
                                                              + степени.");
System.out.println("\tОбщий вид таких уравнений: ");
System.out.println("\t\ta*x^3 + b*x^2 + c*x + d = 0");
System.out.println();

System.out.print("Введите точность ответа (epsilon): ");
double epsilon = scanner.nextDouble();
System.out.println();

//Ввод коэффициентов уравнения
double[] coefficients = new double[4];
System.out.print("Введите коэффициент a: ");
coefficients[0] = scanner.nextDouble();
System.out.print("Введите коэффициент b: ");
coefficients[1] = scanner.nextDouble();
System.out.print("Введите коэффициент c: ");
coefficients[2] = scanner.nextDouble();
System.out.print("Введите коэффициент d: ");
coefficients[3] = scanner.nextDouble();
System.out.println();

//Запись введенных коэффициентов у равнение
equation.setCoefficients(coefficients);

//Создание ссылки на объект, реализующий интерфейс
//SolutionStrategy
SolutionStrategy strategy = null;

//Переменная для хранения результата ввода
String ch;

//Сброс потока ввода
ch = scanner.nextLine();

//Выбор стратегии решения
while (!ch.equals("q"))
{
    System.out.println("Выберите метод для решения уранвения:");
    System.out.println("\t1. Метод биссекций");
    System.out.println("\t2. Метод хорд");
    System.out.println("\t3. Метод Ньютона");
    System.out.println("\t4. Метод простых итераций");
```

```
System.out.println();
System.out.println("\tВведите q для выхода");
System.out.print("Ввод: ");
ch = scanner.nextLine();
System.out.println();

switch (ch)
{
    case ("1") -> strategy = new BisectionSolution();
    case ("2") -> strategy = new ChordSolution();
    case ("3") -> strategy = new NewtonSolution();
    case ("4") -> strategy = new SimpleIterationSolution();
    case ("q") -> {
                        System.out.println(RED +"Завершение работы..."+
                                                                + RESET);
                        System.exit(0);
                    }
    default    -> System.out.println(RED + "Неверный ввод!" + RESET);
}

//Создание объекта класса валидатор и установка
//значения для сравнения (эпсилон)
Validator validator = ResponseValidator.getInstance();
validator.setParameter(epsilon);

//Засекаем время до начала решения
double start = System.currentTimeMillis();

assert strategy != null;

//Засекаем время после конца решения
double end   = System.currentTimeMillis();
//Получаем список реше
List<Double> resultLst = strategy.getSolution(equation, validator);

System.out.print(CYAN+ "Значения функции при найденных ответах:\n" +
                                                                + RESET);
for (int i = 0; i < resultLst.size(); i++)
{
    System.out.printf("y" + (i + 1) + ": %.5f",
                              equation.getValueAtX(resultLst.get(i)));
    System.out.print("; ");
}
System.out.println();

//Выводим получившиеся ответы
System.out.print(RED + "Ответ: " + RESET);
for (int i = 0; i < resultLst.size(); i++)
```

```
            {
                System.out.printf("x" + (i + 1) + ": %.5f", resultLst.get(i));
                System.out.print("; ");
            }
            System.out.println();

            //Выводим затраченное время для данного решения
            System.out.println("Затраченное время: " + (end - start)/1000.0 + " +
                                                                        + секунд\n");
        }
    }
}
```

equation/Equation.java

```
package equation;

import java.util.List;

/**
 * Интерфейс, реализующий основные методы уравнений любого вида.
 *
 * Общий вид уравнения:
 *      a*x^n + b*x^(n-1) + c*x^(n-1) + ... + d*x^0 = 0
 *
 * Содержит 4 метода необходимых для данной лабораторной работы:
 *  - задание коэффициентов уравнения
 *  - получение значения функции в точке
 *  - получение значения первой производной в точке
 *  - получение значения второй производной в точке
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see NoLinearThirdDegreeEquation
 * */
public interface Equation
{
    /**
     * Метод для задания коэфициентов
     *
     * @param coefficients - массив коэфициентов при членах уравнения.
     * */
    void setCoefficients(double[] coefficients);

    /**
     * Метод для получения значения уравнения в заданной точке.
     *
     * @param x - точка, в которой необходимо получить значение функции.
     * @return значение функции в данной точке
```

```
     * */
    double getValueAtX(double x);

    /**
     * Метод для получения значения первой производной при заданном x.
     *
     * @param x - точка, в которой необходимо получить значение первой производной.
     * @return значение первой производной в данной точке
     * */
    double getFstDerivativeAtX(double x);

    /**
     * Метод для получения значения второй производной в при заданном x.
     *
     * @param x - точка, в которой необходимо получить значение второй производной.
     * @return значение второй производной в данной точке
     * */
    double getSecDerivativeAtX(double x);

    /**
     * Метод для получения списка интервалов монотонности.
     *
     * @return список из чисел, которые составляют отрезки монотонности
     *         типа [i; i+1]
     * */
    List<List<Double>> getIntervalsOfMonotony();
}
```

equation/NoLinearThirdDegreeEquation.java

```
package equation;

import java.util.*;

/**
 * Класс Нелинейных уравнений третьей степени.
 * Реализует интерфейс Equation
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see Equation
 * */
public class NoLinearThirdDegreeEquation implements Equation
{

    private double a;   //коэффициент при x^3
    private double b;   //коэффициент при x^2
    private double c;   //коэффициент при x^1
    private double d;   //коэффициент при x^0
```

```
/**
 * Метод для задания коэффициента при x^3.
 * Скрыт, т.к. используется в общем методе задания коэффициентов.
 *
 * @param a - значения коэффициента, которое необходимо установить.
 * */
private void setA(double a)
{
    this.a = a;
}

/**
 * Метод для задания коэффициента при x^2.
 * Скрыт, т.к. используется в общем методе задания коэффициентов.
 *
 * @param b - значения коэффициента, которое необходимо установить.
 * */
private void setB(double b)
{
    this.b = b;
}

/**
 * Метод для задания коэффициента при x^1.
 * Скрыт, т.к. используется в общем методе задания коэффициентов.
 *
 * @param c - значения коэффициента, которое необходимо установить.
 * */
private void setC(double c)
{
    this.c = c;
}

/**
 * Метод для задания коэффициента при x^0.
 * Скрыт, т.к. используется в общем методе задания коэффициентов.
 *
 * @param d - значения коэффициента, которое необходимо установить.
 * */
private void setD(double d)
{
    this.d = d;
}

/**
 * Метод для получения коэффициента при x^3.
 * */
```

```
private double getA()
{
    return a;
}

/**
 * Метод для получения коэффициента при x^2.
 * */
private double getB()
{
    return b;
}

/**
 * Метод для получения коэффициента при x^1.
 * */
private double getC()
{
    return c;
}

/**
 * Метод для получения коэффициента при x^0.
 * */
private double getD()
{
    return d;
}

/**
 * Общий метод для задания сразу всех коэффициентов уравнения.
 *
 * @param coefficients - массив коэффициентов, который необходимо установить
 * */
@Override
public void setCoefficients(double[] coefficients)
{
    setA(coefficients[0]);
    setB(coefficients[1]);
    setC(coefficients[2]);
    setD(coefficients[3]);
}

/**
 * Метод для получения значения функции в заданной точке
 *
 * @param x - точка, в которой необходимо получить значение функции
 * @return значение функции в заданной точке
```

```
 * */
@Override
public double getValueAtX(double x)
{
    return getA()*Math.pow(x, 3) + getB()*Math.pow(x, 2) + getC()*x + getD();
}

/**
 * Метод для получения значения первой производной при заданном x.
 *
 * @param x - точка, в которой необходимо получить значение первой производной
 * @return значение первой производной в заданной точке
 * */
public double getFstDerivativeAtX(double x)
{
    return 3*getA()*Math.pow(x,2) + 2.0*getB()*x + getC();
}

/**
 * Метод для получения значения первой производной при заданном x.
 *
 * @param x - точка, в которой необходимо получить значение второй производной
 * @return значение второй производной в заданной точке
 * */
public double getSecDerivativeAtX(double x)
{
    return 6.0*getA()*x + 2.0*getB();
}

/**
 * Метод для получения списка интервалов монотонности:
 *   1. Получение значений функции в промежутке от -100 до 100
 *   2. Выделение промежутков монотонности
 *
 * (Как альтернатива получения промежутка графическим способом)
 *
 * @return список интервалов монотонности.
 * */
public List<List<Double>> getIntervalsOfMonotony()
{
    List<Double> xList = new LinkedList<>();
    List<Double> yList = new LinkedList<>();

    //Задаем интервал иксов от -100 до 100
    for (double i = -100.0; i <= 100; i++)
    {
        xList.add(i);
    }
```

```
        //Получаем значения функции в каждой точке интервала
        //от -100 до 100
        for (Double aDouble : xList)
        {
            yList.add(getValueAtX(aDouble));
        }

        //В коллекцию, которая может содержать только уникальные элементы
        //вносим значения, при которых функция меняет знак
        Set<Double> uniqSet = new HashSet<>();
        for (int i = 0; i < yList.size() - 1; i++)
        {
            if (yList.get(i) * yList.get(i+1) < 0)
            {
                uniqSet.add(xList.get(i));
                uniqSet.add(xList.get(i+1));
            }
        }

        //Дублируем значения в промежуточный список и сортируем по возрастанию
        List<Double> newList = new LinkedList<>(uniqSet);
        Collections.sort(newList);

        //Попарно объединяем значения в интервалы
        List<List<Double>> cordList = new LinkedList<>();
        for (int i = 0; i < newList.size() - 1; i++)
        {
            List<Double> tempList = new LinkedList<>();
            if (Math.abs(newList.get(i) - newList.get(i + 1)) <= 1)
            {
                tempList.add(newList.get(i));
                tempList.add(newList.get(i + 1));
            }
            if (!tempList.isEmpty()) cordList.add(tempList);
        }
        return cordList;
    }

    /**
     * Конструктор без параметров
     * */
    public NoLinearThirdDegreeEquation()
    {
    }
}
```

validator/Validator.java

```
package validator;

/**
 * Интерфейс реализующий метод проверки
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see ResponseValidator
 * */
public interface Validator
{
    /**
     * Метод для проверки правильности значения
     *
     * @param prevValue    - предыдущее значение функции - f(Xn-1)
     * @param presentValue - текущее значение функции - f(Xn)
     * @return true - если найдено подходящее решение
     * */
    boolean isValid(double presentValue, double prevValue);

    /**
     * Метод задания параметра для сравнения.
     *
     * @param parameter - значение, с которым будет происходить сравнивание
     * */
    void setParameter(double parameter);
}
```

validator/ResponceValidator.java

```
package validator;

/**
 * Singleton класс реализующий интерфейс проверки Validator.
 * Проверяет решение на соответствие критериям остановки.
 *
 * WARNING!!!
 *    Критерий остановки: найдено точное значение f(Xn) = 0 не используется
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see Validator
 * */
public class ResponseValidator implements Validator
{

    private static ResponseValidator instance;   //поля для хранения ссылки на единственный
                                                 //экземпляр класса
```

```
private double epsilon;                         //поля для хранения значения с которым
                                                //будет проводится сравнение

/**
 * Проверка решение на соответствие критериям остановки:
 *  - Достигнута заданная точность |f(Xn)| < epsilon
 *  - Значение двух последних приближений отличается меньше, чем на epsilon
 *    |X(n-1) - X(n)| < epsilon
 *
 * @param prevValue    - предыдущее значение функции - f(Xn-1)
 * @param presentValue - текущее значение функции - f(Xn)
 * @return true - если найдено подходящее решение
 * */
@Override
public boolean isValid(double prevValue, double presentValue)
{
    if (Math.abs(prevValue - presentValue) < epsilon) return true;
    return Math.abs(presentValue) < epsilon;
}

/**
 * Метод для получения единственного экземпляра класса.
 * Нам достаточно лишь одного экземпляра класса ResponseValidator
 * для вызова методов проверки
 *
 * @return ссылку на один единственный экземпляр класса
 * */
public static ResponseValidator getInstance()
{
    if (instance == null)
    {
        instance = new ResponseValidator();
    }

    return instance;
}

/**
 * Метод для установки параметра сравнений.
 *
 * @param epsilon - значения для сравнений
 * */
@Override
public void setParameter(double epsilon)
{
    this.epsilon = epsilon;
}
```

```
    /**
     * Приватный конструктор запрещает создание объекта из вне.
     * */
    private ResponseValidator()
    {
    }
}
```

equation_solution_strategy/SolutionStrategy.java

```
package equation_solution_strategy;

import java.util.List;

/**
 * Общий интерфейс всех стратегий решения.
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see BisectionSolution
 * @see ChordSolution
 * @see NewtonSolution
 * @see SimpleIterationSolution
 * */
public interface SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для вызова той или иной стратегии решения.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @param validator - валидатор с заданным условием проверки
     * @return список значений, которые являются решениями данного
     *         ур-ия
     * */
    List<Double> getSolution(Equation equation, Validator validator);
}
```

equation_solution_strategy/BisectionSolution.java

```
package equation_solution_strategy;

/**
 * Класс, реализующий решение методом биссекций.
 * Реализует интерфейс SolutionStrategy
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class BisectionSolution implements SolutionStrategy
```

```
{
    /**
     * Метод для получения решений методом бисекции.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @param validator - валидатор, с заданным параметром проверки
     * @return список значений, являющимися решениями данного уравнения.
     * */
    @Override
    public List<Double> getSolution(Equation equation, Validator validator)
    {
        //список, в который будут заносится ответы
        List<Double> resList = new LinkedList<>();

        //Значение, для хранения X(i-1) - ответ полученный на пред. итерации
        //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
        double prevValue = (-Double.MAX_VALUE);

        //Переменная для хранения значения Xi
        double xI;

        //Получение списка интервалов монотонности, которые содержат
        //решения
        List<List<Double>> intervals = equation.getIntervalsOfMonotony();

        //Проход по каждому интервалу [a;b]
        for (List<Double> interval: intervals)
        {
            //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
            xI = Double.MAX_VALUE;

            //Пока не сработает условие валидатора
            //В предыдущее значение записываем текущее значение Xi
            //Получаем новое значение Xi = (a+b)/2
            while (!validator.isValid(equation.getValueAtX(prevValue),
                                                                quation.getValueAtX((xI))))
            {
                prevValue = xI;
                xI = ((interval.get(0)) + interval.get(1)) / 2.0;

                //Если значение функции при Xi и при X=a имеет разные знаки,
                //то меняем b из промежутка [a;b] на Xi
                //иначе меняем a на Xi
                if (equation.getValueAtX(xI) * equation.getValueAtX(interval.get(0)) < 0)
                {
                    interval.set(1, xI);
                }
                else
```

```
                {
                    interval.set(0, xI);
                }
            }

            //Записываем полученный ответ в результирующий список
            resList.add(xI);
        }
        return resList;
    }

    /**
     * Конструктор без параметров.
     * */
    public BisectionSolution()
    {
    }
}
```

equation_solution_strategy/ChordSolution.java

```
package equation_solution_strategy;

import equation.Equation;
import validator.Validator;

import java.util.LinkedList;
import java.util.List;

/**
 * Класс, реализующий решение методом хорд.
 * Реализует интерфейс SolutionStrategy
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class ChordSolution implements SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для получения решений методом хорд.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @param validator - валидатор, с заданным параметром проверки
     * @return список значений, являющимися решениями данного уравнения.
     * */
    @Override
    public List<Double> getSolution(Equation equation, Validator validator)
    {
```

```
//список, в который будут заносится ответы
List<Double> resList = new LinkedList<>();

//Значение, для хранения X(i-1) - ответ полученный на пред. итерации
//Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
double prevValue;

//Переменная для хранения значения Xi
double xI;

//Получение списка интервалов монотонности, которые содержат
//решения
List<List<Double>> intervals = equation.getIntervalsOfMonotony();

//Проход по каждому интервалу [a;b]
for (List<Double> interval: intervals)
{
    //Отдельно запоминаем изначальные границы интервала,
    //т.к. в самом списке они будут сужаться в ходе решения
    //и тогда программа может поменять статичную точку.
    double A = interval.get(0);
    double B = interval.get(1);

    //Конец a интервала [a;b] неподвижен
    if (equation.getValueAtX(A) * equation.getSecDerivativeAtX(B) > 0)
    {
        //Поскольку a не подвижен, то изменять будет b
        xI = interval.get(1);

        //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
        prevValue = (-Double.MAX_VALUE);

        //Пока не сработает условие валидатора
        //В предыдущее значение записываем текущее значение Xi
        //Получаем новое значение Xi+1 = xi - (f(xi)*(xi-a)/(f(xi)-f(a)))
        while (!validator.isValid(prevValue, equation.getValueAtX((xI)))) {
            prevValue = xI;
            xI = prevValue - ((equation.getValueAtX(prevValue) * (prevValue –
                 interval.get(0))) / (equation.getValueAtX(prevValue) -
                                      equation.getValueAtX(interval.get(0))));
        }
    }
    //Конец b интервала [a;b] неподвижен
    else
    {
        //Поскольку b не подвижен, то изменять будет a
        xI = interval.get(0);
```

```
                //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
                prevValue = (-Double.MAX_VALUE);

                //Пока не сработает условие валидатора
                //В предыдущее значение записываем текущее значение Xi
                //Получаем новое значение Xi+1 = xi - (f(xi)*(xi-b)/(f(xi)-f(b)))
                while (!validator.isValid(equation.getValueAtX(prevValue),
                                                    equation.getValueAtX((xI))))
                {
                    prevValue = xI;
                    xI = prevValue - ((equation.getValueAtX(prevValue) * (prevValue -
                         interval.get(1))) / (equation.getValueAtX(prevValue) -
                            equation.getValueAtX(interval.get(1))));
                }
            }

            //Записываем полученный ответ в результирующий список
            resList.add(xI);
        }
        return resList;
    }

    /**
     * Конструктор без параметров.
     * */
    public ChordSolution()
    {
    }
}
```

equation solution strategy/NewtonSolution.java

```
package equation_solution_strategy;

import equation.Equation;
import validator.Validator;

import java.util.LinkedList;
import java.util.List;

/**
 * Класс, реализующий решение методом Ньютона (касательных).
 * Реализует интерфейс SolutionStrategy
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class NewtonSolution implements SolutionStrategy
{
```

```
/**
 * Метод для получения решений методом Ньютона.
 *
 * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
 * @param validator - валидатор, с заданным параметром проверки
 * @return список значений, являющимися решениями данного уравнения.
 * */
@Override
public List<Double> getSolution(Equation equation, Validator validator)
{
    //список, в который будут заноится ответы
    List<Double> resList = new LinkedList<>();

    //Значение, для хранения X(i-1) - ответ полученный на пред. итерации
    //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
    double prevValue;

    //Переменная для хранения значения Xi
    double xI;

    //Получение списка интервалов монотонности, которые содержат
    //решения
    List<List<Double>> intervals = equation.getIntervalsOfMonotony();

    //Проход по каждому интервалу [a;b]
    for (List<Double> interval: intervals)
    {
        //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
        prevValue = 0;
        xI = interval.get(1) - 0.001;

        //Пока не сработает условие валидатора
        //В предыдущее значение записываем текущее значение Xi
        //Получаем новое значение Xi+1 = f(xi)/f'(xi)
        while (!validator.isValid(equation.getValueAtX(prevValue),
                                        equation.getValueAtX((xI))))
        {
            prevValue = xI;
            xI -= (equation.getValueAtX(prevValue)/
                   equation.getFstDerivativeAtX(prevValue));
        }

        //Записываем полученный ответ в результирующий список
        resList.add(xI);
    }
    return resList;
}
```

```
    /**
     * Конструктор без параметров.
     * */
    public NewtonSolution()
    {
    }
}
```

equation solution strategy/SimpleIterationSolution.java

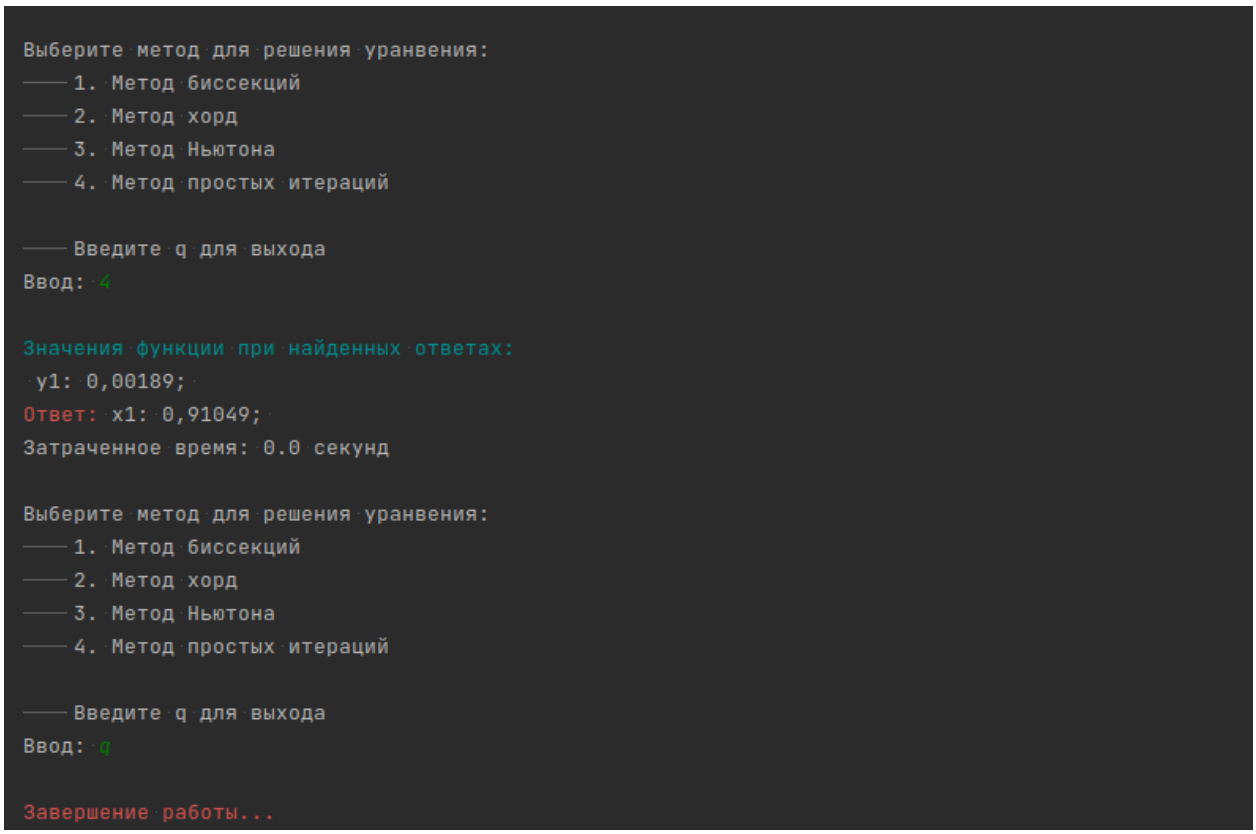
```
package equation_solution_strategy;

import equation.Equation;
import validator.Validator;

import java.util.LinkedList;
import java.util.List;

/**
 * Класс, реализующий решение методом Простой итерации.
 * Реализует интерфейс SolutionStrategy
 *
 * WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING!
 *    Подобранная функция: x - 0.1 * (x^3+0.1x^2+0.4x+1.2)
 *    подходит только для ур-ия Варианта 15
 * WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING! WARNING!
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class SimpleIterationSolution implements SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для получения решений методом хорд.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @param validator - валидатор, с заданным параметром проверки
     * @return список значений, являющимися решениями данного уравнения.
     * */
    @Override
    public List<Double> getSolution(Equation equation, Validator validator)
    {
        //список, в который будут заносится ответы
        List<Double> resList = new LinkedList<>();

        //Значение, для хранения X(i-1) - ответ полученный на пред. итерации
        //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
        double prevValue;
```

```
        //Переменная для хранения значения Xi
        double xI;

        //Получение списка интервалов монотонности, которые содержат
        //решения
        List<List<Double>> intervals = equation.getIntervalsOfMonotony();

        //Проход по каждому интервалу [a;b]
        for (List<Double> interval: intervals)
        {
            //Инициализируем x0 значением из промежутка [a;b]
            //в данном случае [0;1]
            //Math.random() возвращает числа от 0 до 1, что
            //соотвествует данному промежутку
            prevValue = (interval.get(0) + interval.get(1)) / Math.random();

            for (;;)
            {
                //Данная сжимающая функция подобрана только для варианта 15
                xI = prevValue - 0.1*(Math.pow(prevValue, 3) + 0.1*Math.pow(prevValue, 2) +
                                                                + 0.4*prevValue -1.2);

                //Проверка критерием остановки
                if (validator.isValid(equation.getValueAtX(prevValue),
                                      equation.getValueAtX((xI)))) break;
                prevValue = xI;
            }
            resList.add(xI);
        }
        return resList;
    }

    /**
     * Конструктор без параметров.
     * */
    public SimpleIterationSolution()
    {
    }
}
```

6. Результаты работы программы

```
———— ———— ———— ———— Лабораторная работа №1 <<Решение нелинейного уравнения>>
Программа для решения нелинейных уравнений 3ей степени.
———— Общий вид таких уравнений:
———— ———— a*x^3 + b*x^2 + c*x + d = 0

Введите точность ответа (epsilon): 0,001

Введите коэффициент a: 1,0
Введите коэффициент b: 0,1
Введите коэффициент c: 0,4
Введите коэффициент d: -1,2

Выберите метод для решения уравнения:
———— 1. Метод биссекций
———— 2. Метод хорд
———— 3. Метод Ньютона
———— 4. Метод простых итераций

———— Введите q для выхода
Ввод: 1

Значения функции при найденных ответах:
 y1: 0,00086;
Ответ: x1: 0,91016;
Затраченное время: 0.0 секунд
```

```
Выберите метод для решения уравнения:
———— 1. Метод биссекций
———— 2. Метод хорд
———— 3. Метод Ньютона
———— 4. Метод простых итераций

———— Введите q для выхода
Ввод: 2

Значения функции при найденных ответах:
 y1: -0,00018;
Ответ: x1: 0,90982;
Затраченное время: 0.0 секунд

Выберите метод для решения уравнения:
———— 1. Метод биссекций
———— 2. Метод хорд
———— 3. Метод Ньютона
———— 4. Метод простых итераций

———— Введите q для выхода
Ввод: 3

Значения функции при найденных ответах:
 y1: 0,00012;
Ответ: x1: 0,90992;
```


Выберите метод для решения уравнения:
1. Метод биссекций
2. Метод хорд
3. Метод Ньютона
4. Метод простых итераций
Введите q для выхода
Ввод: 4
Значения функции при найденных ответах:
y1: 0,00189;
Ответ: x1: 0,91049;
Затраченное время: 0.0 секунд
Выберите метод для решения уравнения:
1. Метод биссекций
2. Метод хорд
3. Метод Ньютона
4. Метод простых итераций
Введите q для выхода
Ввод: q
Завершение работы...

7. Вывод

Итерационные методы решения нелинейных уравнений удобно применять, когда удается выделить промежуток, на котором находится ровно один корень (значения функции на концах отрезка имеют разные знаки) и нас интересует его значение с некоторой заданной точностью ε.

В ходе данной лабораторной работы были рассмотрены четыре итерационных метода решений уравнений: метод бисекции, метод хорд, метод Ньютона и метод простых итераций.

Самым простым с точки зрения вычислений является метод бисекции, но приближение в данном метода происходит медленнее других способов.

Метод хорд работает быстрее метода бисекции, но его алгоритм осложняется условием выбора неподвижного конца.

Самым простым с точки зрения реализации алгоритма является метод Ньютона (метод касательных), и он же является самым быстрым.

Сложнейшим является метод простых итераций, т.к. для его работы необходимо вывести доп. уравнение $x = \varphi(x)$. От того насколько "качественным" окажется выведенное уравнение зависит точность полученного результат и кол-во итераций необходимых для его получения.