МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА

Институт радиоэлектроники и информационных технологий

Кафедра вычислительные системы и технологии

Лабораторная работа № 7
Определение собственных векторов матрицы методом Крылова
Вариант №15

ОТЧЕТ

по лабораторной работе

по дисциплине

Вычислительная математика

РУКОВОДИТЕЛЬ:

________________ Суркова А.С.

СТУДЕНТ:

________________ Сапожников В.О.

19-ИВТ-3

Работа защищена «___» _____________

С оценкой _________________________

Нижний Новгород 2021

Содержание

1. Цель

Закрепление знаний и умений определения собственных числе и векторов матрицы методом Крылова.

2. Постановка задачи

Используя метод Крылова, найти собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные числа определить с четырьмя верными цифрами, а собственные векторы – с тремя десятичными знаками.

$$15. A = \begin{pmatrix} 0.5 & 1.2 & 2 & 1 \\ 1.2 & 2 & 0.5 & 1.2 \\ 2 & 0.5 & 1 & 0.5 \\ 1 & 1.2 & 0.5 & 1.6 \end{pmatrix}$$

3. Теоретические сведения

Пусть

$$D(\lambda) \equiv \det(\lambda \mathrm{E} - \mathrm{A}) = \lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \dots + p_n$$

- характеристический полином (с точность до знака) матрицы А. Согласно тождеству Гамильтона-Кели, матрица А обращает в нуль свой характеристический полином; поэтому

$$A^n + p_1 A^{n-1} + \dots + p_n E = 0.$$

Возьмем теперь произвольный ненулевой вектор

$$y^0 = \begin{bmatrix} y_1^{(0)} \\ . \\ . \\ . \\ y_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

Умножая обе части равенства справа на $y_n^{(0)}$, получим:

$$A^n + p_1 A^{n-1} y^{(0)} + \dots + p_n E = 0$$

Положим:

$$A^k y^{(0)} = y^{(k)} \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Тогда равенство приобретает вид:

$$y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + \dots + p_n y^{(0)} = 0$$

или

$$\begin{bmatrix} y_1^{(n-1)} & y_1^{(n-2)} & . & y_1^{(0)} \\ y_2^{(n-1)} & y_2^{(n-2)} & . & y_2^{(0)} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ y_n^{(n-1)} & y_n^{(n-2)} & . & y_n^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ . \\ . \\ . \\ p_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} y_1^{(n)} \\ y_2^{(n)} \\ . \\ . \\ . \\ y_n^{(n)} \end{bmatrix}$$

где

$$y^{(k)} = \begin{bmatrix} y_1^{(k)} \\ y_2^{(k)} \\ . \\ . \\ . \\ y_n^{(k)} \end{bmatrix} \qquad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

Следовательно, векторное равенство эквивалентно системе уравнений:

$$p_1 y_i^{(n-1)} + p_2 y_i^{(n-2)} + \dots + p_n y_i^{(0)} = -p_1 y_i^{(n-1)} \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

из которой, вообще говоря, можно определить неизвестный коэффициенты $p_1, p_2, \dots, p_n$.

Так как на основании формулы

$$y^{(k)} = Ay^{(k-1)} \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

то координаты $y_1^{(k)}, y_2^{(k)}, \dots, y_n^{(k)}$ вектора $y^{(k)}$ последовательно вычисляются по формулам:

$$\begin{cases} y_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_i^{(0)} \\ \dots \\ y_i^{(n)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_i^{(n-1)} \end{cases}$$

таким образом, определение коэффициентов p_j характеристического полинома методом А.Н Крылова сводится к решению линейной системы уравнений, коэффициенты которой вычисляются по формулам, причем координаты начального вектора

$$y^{(0)} = \begin{bmatrix} y_1^{(0)} \\ y_2^{(0)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

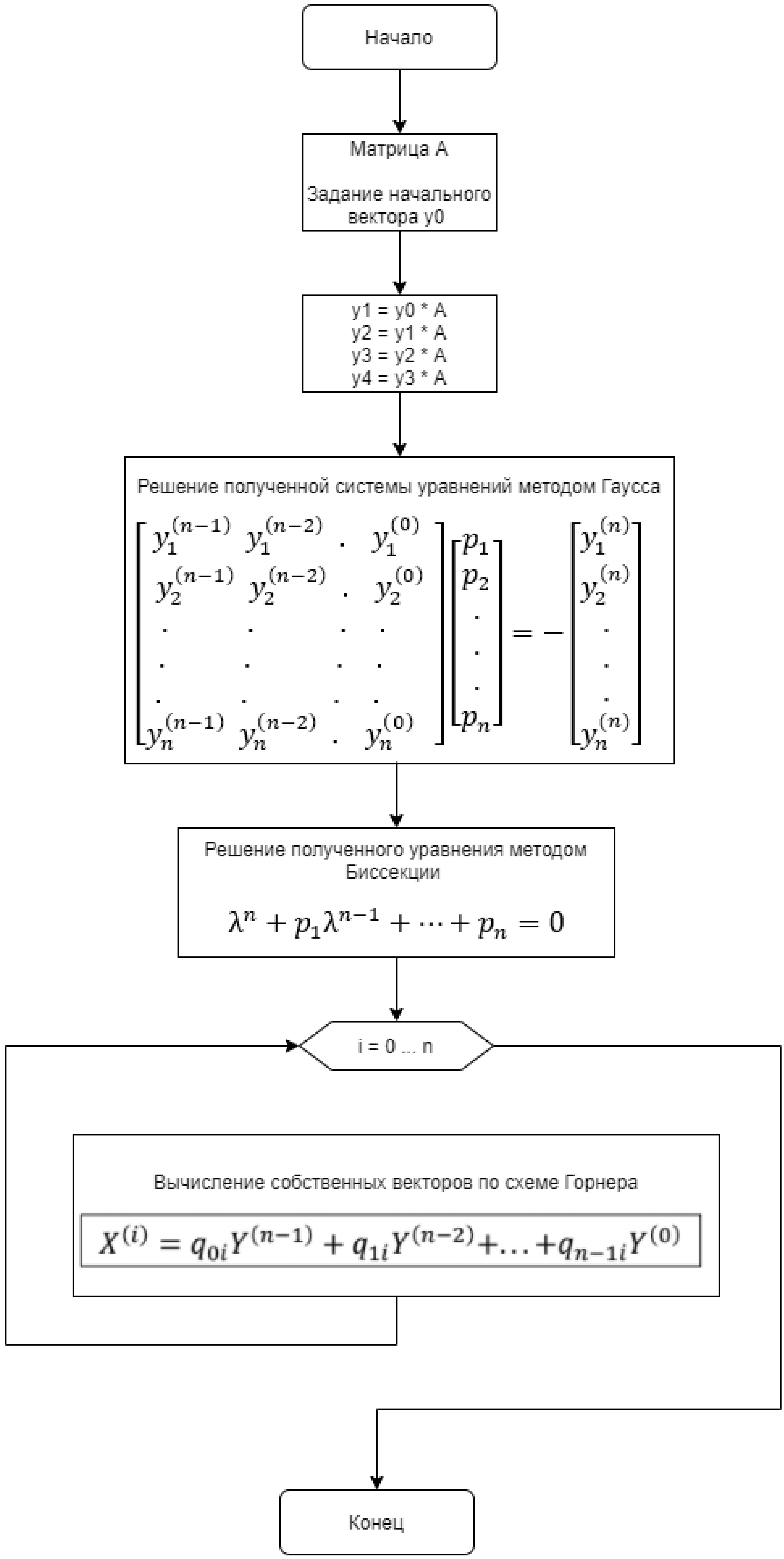
произвольны. Если система имеет единственное решение, то ее корни $p_1, p_2, \dots, p_n$ являются коэффициентами характеристического полинома. Это решение может быть найдено, например методом Гаусса. Если система не имеет единственного решения, то задача усложняется. В этом случае рекомендуется изменить начальный вектор.

Определение собственных векторов:

$$c_i \varphi_i(\lambda_i) x^{(i)} = y^{(n-1)} + q_{1,i} y^{(n-2)} + \dots + q_{n-1,i} y^{(0)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Таким образом, если $c_i \neq 0$, то полученная линейная комбинация векторов $y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y^{(0)}$ дает собственный вектор $x^{(i)}$ с точностью до числового множителя. Коэффициенты $q_{j,\ i}$ $(j = 1,2, \dots, n-1)$ могут быть легко определены по схеме *Горнера*

$$\begin{cases} q_{0i} = 1 \\ q_{ji} = \lambda_i q_{j-1,i} + p_j \end{cases}$$


Начало
Матрица А
Задание начального вектора y0
y1 = y0 * A
y2 = y1 * A
y3 = y2 * A
y4 = y3 * A
Решение полученной системы уравнений методом Гаусса
Решение полученного уравнения методом Биссекции
$\lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \dots + p_n = 0$
i = 0 ... n
Вычисление собственных векторов по схеме Горнера
$X^{(i)} = q_{0i}Y^{(n-1)} + q_{1i}Y^{(n-2)} + \ldots + q_{n-1i}Y^{(0)}$
Конец

4. Расчетные данные

Значения, полученные другим способом:

Собственные числа

λ1	4,50527
λ2	1,40817
λ3	-1,39636
λ4	0,582923

Собственные вектора

u1	(1.05279, 1.16478, 0.90948, 1)
u2	(-0.941398, 1.34812, -1.73635, 1)
u3	(-7.84415, 1.53217, 6.01838, 1)
u4	(-0.0453245, -0.800903, -0.0213372, 1)

Значения, полученные в ходе лабораторной работы:

Собственные числа

λ1	-1,3964
λ2	0,5830
λ3	1,4082
λ4	4,5053

Собственные вектора

v1	(3.8944, -0.7607, -2.9888, -0.4965) ≈ u3 / -0.4965
v2	(0.1415, 2.4994, 0.0668, -3.1212) ≈ u4 / -3.1212
v3	(1.3541, -1.9391, 2.4975, -1.4383) ≈ u2 / -1.4383
v4	(20.4822, 22.6613, 17.6940, 19.4552) ≈ u1 / 19.4552

5. Листинг разработанной программы

Main.java

```
import equation.FourthDegreePolynomial;

import equation_solution.BisectionSolution;
import equation_system.SystemOfEquations;
import equation_system.SystemOfFourEquations;
import equation_system_solution.GaussSolution;
import matrix.Matrix;
import matrix.Matrix4x4;

import java.util.List;

/**
 * Класс, содержащий точку входа в программу - метод main.
 * Язык: java
 *
 * Реализация седьмой лабораторной работы
 * по дисциплине: Вычислительная математика
 * Вариант №15
 *
 * Текст задания:
 *  Используя метод Крылова, найти собственные числа и собственные
 *  векторы матрицы. Собственные числа определить с четырьмя верными
 *  цифрами, а собственные векторы – с тремя десятичными знаками.
 *
 *   Исходная матрица:
 *   0.5  1.2   2    1
 *   1.2   2   0.5  1.2
 *    2   0.5   1   0.5
 *    1   1.2  0.5  1.6
 *
 * @release:     10.05.21
 * @last_update: 10.05.21
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 */
public class Main
{
    public static void main(String[] args)
    {
        double[] y0, y1, y2, y3, y4;

        //задаем вектор y0
        y0 = new double[]{0.0, 1.0, 0.0, 0.0};
```

```
//создаем объект матрица, передаем туда исходные данные
Matrix matrix2 = new Matrix4x4(new double[][]
        {{0.5, 1.2, 2.0, 1.0},
         {1.2, 2.0, 0.5, 1.2},
         {2.0, 0.5, 1.0, 0.5},
         {1.0, 1.2, 0.5, 1.6}});

System.out.println("Исходная матрица:");
System.out.println(matrix2);
System.out.println();



//вывод вектор y0
System.out.println("Вектор y0:");
printVector(y0);
System.out.println();

//вычсиление вектор y1 и его вывод
y1 = matrix2.multiplyByVector(y0);
System.out.println("Вектор y1:");
printVector(y1);
System.out.println();

//вычсиление вектор y2 и его вывод
y2 = matrix2.multiplyByVector(y1);
System.out.println("Вектор y2:");
printVector(y2);
System.out.println();

//вычсиление вектор y3 и его вывод
y3 = matrix2.multiplyByVector(y2);
System.out.println("Вектор y3:");
printVector(y3);
System.out.println();

//вычсиление вектор y4 и его вывод
y4 = matrix2.multiplyByVector(y3);
System.out.println("Вектор y4:");
printVector(y4);
System.out.println();



//Создание объекта - система уравнений, на основе полученных векторов
System.out.println("Полученная система уравнений:");
SystemOfEquations system = new SystemOfFourEquations(
        new double[][]{{y3[0], y2[0], y1[0], y0[0]},
        {y3[1], y2[1], y1[1], y0[1]},
        {y3[2], y2[2], y1[2], y0[2]},
```

```
        {y3[3], y2[3], y1[3], y0[3]}},

        new double[]{-y4[0], -y4[1], -y4[2], -y4[3]}
);
system.printSystem();
System.out.println();


//нахождение корней системы методом Гаусса
System.out.println("Решение системы уравнений при помощи метода Гаусса:");
double[] p = new GaussSolution().getSolution(system);
printVector(p);


//Создаем объект уравнение на основе полученных
//решений системы
System.out.println();
System.out.println("Полученное уравнение P(λ):");
FourthDegreePolynomial equation = new FourthDegreePolynomial();
equation.setCoefficients(p);
equation.printEquation();

//Получение собственных чисел - решений полученного уравнения
System.out.println();
System.out.println();
List<Double> res = new BisectionSolution().getSolution(equation);
System.out.println("Решения уравнения: ");
System.out.printf("λ1 = %.4f\n", res.get(0));
System.out.printf("λ2 = %.4f\n", res.get(1));
System.out.printf("λ3 = %.4f\n", res.get(2));
System.out.printf("λ4 = %.4f\n", res.get(3));
System.out.println();
System.out.println();


//На основе полученных собственных чисел
//векторов p и векторов y0-y4 чеез схему Горнера
System.out.println("Нахождение собсвтенных векторов:");
double[][] ownVectors = new double[4][4];
for (int k = 0; k < 4; k++)
{
    double[] q = new double[5];
    q[0] = 1.0;

    //объединяем все значения y0-y4 в один массив
    double[][] tempArr = new double[4][4];
    System.arraycopy(y0, 0, tempArr[0], 0, y0.length);
    System.arraycopy(y1, 0, tempArr[1], 0, y1.length);
```

```
    System.arraycopy(y2, 0, tempArr[2], 0, y2.length);
    System.arraycopy(y3, 0, tempArr[3], 0, y3.length);

    //вычисление значения qi
    for (int j = 1, i = 0; i < p.length; i++, j++)
    {
        q[j] = res.get(k) * q[j - 1] + p[i];
    }

    //умножаем вектор Y3 на q0
    for (int j = 0; j < y3.length; j++)
    {
        tempArr[3][j] *= q[0];
    }

    //умножаем вектор Y2 на q1
    for (int j = 0; j < y3.length; j++)
    {
        tempArr[2][j] *= q[1];
    }

    //умножаем вектор Y1 на q2
    for (int j = 0; j < y3.length; j++)
    {
        tempArr[1][j] *= q[2];
    }

    //умножаем вектор Y0 на q3
    for (int j = 0; j < y3.length; j++)
    {
        tempArr[0][j] *= q[3];
    }

    //Получаем собтсвенный вектор путем сложения
    //произвдеений qi на вектор Yj
    ownVectors[k][0] = tempArr[0][0] + tempArr[1][0] + tempArr[2][0]
                     + tempArr[3][0];
    ownVectors[k][1] = tempArr[0][1] + tempArr[1][1] + tempArr[2][1]
                     + tempArr[3][1];
    ownVectors[k][2] = tempArr[0][2] + tempArr[1][2] + tempArr[2][2]
                     + tempArr[3][2];
    ownVectors[k][3] = tempArr[0][3] + tempArr[1][3] + tempArr[2][3]
                     + tempArr[3][3];

    System.out.println("Собственный вектор V" + (k + 1) + ": ");
    printVector(ownVectors[k]);
    System.out.println();
}
```

```
    }

    /**
     * Вспомогательный метод для вывода вектора.
     *
     * @param vector - вектор, который необходимо вывести
     * */
    public static void printVector(double[] vector)
    {
        for (double v : vector)
        {
            if (v < 0.0)
            {
                System.out.printf("%.4f\n", v);
            }
            else
            {
                System.out.printf(" %.4f\n", v);
            }
        }
    }
}
```

equation/Equation.java

```
package equation;

import java.util.List;

/**
 * Интерфейс реализующий основные методы уравнений любого вида.
 *
 * Общий вид уравнения:
 *      a*x^n + b*x^(n-1) + c*x^(n-1) + ... + d*x^0 = 0
 *
 * Содержит 4 метода необходимых для данной лабораторной работы:
 *  - задание коэффициентов уравнения
 *  - получение значения функции в точке
 *  - получение интервалов монотонности
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see FourthDegreePolynomial
 * */
public interface Equation
{
    /**
     * Метод для задания коэффициентов
     *
     * @param coefficients - массив коэффициентов при членах уравнения.
```

```
     * */
    void setCoefficients(double[] coefficients);

    /**
     * Метод для получения значения уравнения в заданной точке.
     *
     * @param x - точка, в которой необходимо получить значение функции.
     * @return значение функции в данной точке
     * */
    double getValueAtX(double x);

    /**
     * Метод для получения списка интервалов, где функция меняет знак.
     *
     * @return список из чисел, которые составляют отрезки монотонности
     *         типа [i; i+1]
     * */
    List<List<Double>> getIntervals();

    /**
     * Метод вывода уравнения в консоль
     * */
    void printEquation();
}
```

equation/FourthDegreePolymonial.java

```
package equation;

import java.util.*;

/**
 * Класс уравнений четвертой степени.
 * Реализует интерфейс Equation
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see Equation
 * */
public class FourthDegreePolynomial implements Equation
{
    //переменная для хранения коэффициентов уравнения
    private final double[] coefficients = new double[4];

    /**
     * Метод для задания коэффициентов.
     *
     * @param coefficients - коэффициенты, которые необходимо задать
     * */
```

```
    @Override
    public void setCoefficients(double[] coefficients)
    {
        System.arraycopy(coefficients, 0, this.coefficients, 0, coefficients.length);
    }


    /**
     * Метод для получения значения функции в заданной точке
     *
     * @param x - точка, в которой необходимо получить значение функции
     * @return значение функции в заданной точке
     * */
    @Override
    public double getValueAtX(double x)
    {
        return Math.pow(x, 4) + coefficients[0]*Math.pow(x, 3) +
coefficients[1]*Math.pow(x, 2) +
                coefficients[2]*x + coefficients[3];
    }

    /**
     * Метод для получения интервалов смены знаков функции.
     *
     * @return список пар чисел - интервалов, в которых функция меняет знак.
     * */
    public List<List<Double>> getIntervals()
    {
        List<Double> xList = new LinkedList<>();
        List<Double> yList = new LinkedList<>();

        //Задаем интервал иксов от -100 до 100
        for (double i = -100.0; i <= 100; i++)
        {
            xList.add(i);
        }

        //Получаем значения функии в каждой точке интервала
        //от -100 до 100
        for (Double aDouble : xList)
        {
            yList.add(getValueAtX(aDouble));
        }

        //В коллекцию, которая может содержать только уникальные элементы
        //вносим значения при которых функция меняет знак
        List<Double> newList = new ArrayList<>();
        for (int i = 0; i < yList.size() - 1; i++)
```

```
        {
            if (yList.get(i) * yList.get(i+1) < 0)
            {
                newList.add(xList.get(i));
                newList.add(xList.get(i+1));
            }
        }

        //Сортировка по возрастанию
        Collections.sort(newList);

        //Записываем по парам полученные значения
        List<List<Double>> cordList = new ArrayList<>();
        for (int i = 0; i < newList.size(); i += 2)
        {
            List<Double> temp = new ArrayList<>();

            temp.add(newList.get(i));
            temp.add(newList.get(i + 1));

            cordList.add(temp);
        }

        return cordList;
    }

    /**
     * Конуструктор без параметров
     * */
    public FourthDegreePolynomial()
    {
    }

    /**
     * Метод для вывода уравнения в консоль.
     * */
    @Override
    public void printEquation()
    {
        System.out.printf("λ^4 %.4fλ^3 + %.4fλ^2 + %.4fλ %.4f = 0", coefficients[0],
                                 coefficients[1], coefficients[2], coefficients[3]);
    }
}
```

equation_solution/SolutionStrategy.java

```
package equation_solution;
import equation.Equation;

import java.util.List;

/**
 * Общий интерфейс всех стратегий решения.
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see BisectionSolution
 * */
public interface SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для вызова той или иной стратегии решения.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @return список значений, которые являются решениями данного
     *         ур-ия
     * */
    List<Double> getSolution(Equation equation);
}
```

equation_solution/BisectionSolution.java

```
package equation_solution;

import equation.Equation;

import java.util.LinkedList;
import java.util.List;

/**
 * Класс реализующий решение методом биссекций.
 * Реализует интерфейс SolutionStrategy
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class BisectionSolution implements SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для получения решений методом бисекции.
     *
     * @param equation  - ур-ие, которое необходимо решить
     * @return список значений, являющимися решениями данного уравнения.
```

```
 * */
@Override
public List<Double> getSolution(Equation equation)
{
    //список, в который будут заноится ответы
    List<Double> resList = new LinkedList<>();

    //Переменная для хранения значения Xi
    double xI;

    //Получение списка интервалов монотонности, которые содержат
    //решения
    List<List<Double>> intervals = equation.getIntervals();

    //Проход по каждому интервалу [a;b]
    for (List<Double> interval: intervals)
    {
        //Изначально задается такое значение, которое не пройдет условие валидатора
        xI = 0;

        //Пока не сработает условие валидатора
        //В предыдущее значение записываем текущее значение Xi
        //Получаем новое значение Xi = (a+b)/2
        while (!(Math.abs(equation.getValueAtX(xI)) < 0.001))
        {
            xI = ((interval.get(0)) + interval.get(1)) / 2.0;

            //Если значение функии при Xi и при X=a имеет разные знаки,
            //то меняем b из промежутка [a;b] на Xi
            //иначе меняем a на Xi
            if (equation.getValueAtX(xI) * equation.getValueAtX(interval.get(0)) < 0)
            {
                interval.set(1, xI);
            }
            else
            {
                interval.set(0, xI);
            }
        }

        //Записываем полученный ответ в результирующий список
        resList.add(xI);
    }
    return resList;
}

/**
 * Конструктор без параметров.
```

```
     * */
    public BisectionSolution()
    {
    }
}
```

equation_system/SystemOfEquations.java

```
package equation_system;

/**
 * Интерфейс системы уравнений.
 *
 * @see SystemOfFourEquations
 * */
public interface SystemOfEquations
{
    /**
     * Получение двумерного массива коэфициентов системы.
     *
     * @return двумерный массив коэфифицентов системы.
     * */
    double[][] getCoefficients();

    /**
     * Получение вектора B (вектор числе с правой стороны от '=')
     *
     * @return вектор B
     * */
    double[]   getVectorB();

    /**
     * Метод вывода системы уравненийи в консоль.
     * */
    void printSystem();
}
```

equation_system/SystemOfFourEquations.java

```
package equation_system;

/**
 * Система из 4ех уравнений
 *
 * @see SystemOfEquations
 * */
public class SystemOfFourEquations implements SystemOfEquations
{
```

```java
//Переменные для хранения коэффициентов и вектора B
private final double[][] coefficients;
private final double[]   vectorB ;

/**
 * Конструктор с параметрами.
 *
 * @param coefficients - массив коэффициентов
 * @param vectorB      - вектор B
 * */
public SystemOfFourEquations(double[][] coefficients, double[] vectorB)
{
    this.coefficients = coefficients;
    this.vectorB = vectorB;
}

/**
 * Метод получение двумерного массива коэффициентов
 * системы уравнений.
 *
 * @return двумерный массив коэффициентов системы уравнений
 * */
public double[][] getCoefficients()
{
    return coefficients;
}

/**
 * Метод получение вектора B системы уравнений.
 *
 * @return вектор B
 * */
public double[] getVectorB()
{
    return vectorB;
}

/**
 * Метод вывода системы уравнений в консоль.
 * */
public void printSystem()
{
    System.out.printf("%.4fp1 + %.4fp2 + %.4fp3 + %.4fp4 = %.4f\n", coefficients[0][0],
               coefficients[0][1], coefficients[0][2], coefficients[0][3], vectorB[0]);
    System.out.printf("%.4fp1 + %.4fp2 + %.4fp3 + %.4fp4 = %.4f\n", coefficients[1][0],
               coefficients[1][1], coefficients[1][2], coefficients[1][3], vectorB[1]);
    System.out.printf("%.4fp1 + %.4fp2 + %.4fp3 + %.4fp4 = %.4f\n", coefficients[2][0],
               coefficients[2][1], coefficients[2][2], coefficients[2][3], vectorB[2]);
```

```
        System.out.printf("%.4fp1 + %.4fp2 + %.4fp3 + %.4fp4 = %.4f\n", coefficients[3][0],
                    coefficients[3][1], coefficients[3][2], coefficients[3][3], vectorB[3]);
    }
}
```

equation_system_solution/SolutionStrategy.java

```
package equation_system_solution;

import equation_system.SystemOfEquations;

/**
 * Общий интерфейс всех стратегий решения.
 *
 * @author Vladislav Sapozhnikov 19-IVT-3
 * @see GaussSolution
 * */
public interface SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для вызова той или иной стратегии решения.
     *
     * @param system    - система, которую необходимо решить
     * @return список значений, являющимися решениями данной системы уравнений.
     * */
    double[] getSolution(SystemOfEquations system);
}
```

equation_system_solution/GaussSolution.java

```
package equation_system_solution;

import equation_system.SystemOfEquations;

/**
 * Класс, реализующий решение методом Гаусса.
 * ВНИМАНИЕ!!! Данный метод подходит только для
 * системы уравнений данного варианта!
 *
 * @see SolutionStrategy
 * */
public class GaussSolution implements SolutionStrategy
{
    /**
     * Метод для получения решения системы уравнений
     * методом Гаусса
     *
     * @param system - система уравнений
```

```
     * @return массив решений данной системы.
     * */
    @Override
    public double[] getSolution(SystemOfEquations system)
    {
        double[][] tempMatrix  = new double[4][4];
        double[]   tempVectorB = new double[4];
        double[] result        = new double[4];

        for (int i = 0; i < 4; i++)
        {
            System.arraycopy(system.getCoefficients()[i], 0, tempMatrix[i], 0,
system.getCoefficients()[i].length);
        }
        System.arraycopy(system.getVectorB(), 0, tempVectorB, 0,
system.getVectorB().length);

        //Умножим первую строку на (-1.144565):
        for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
        {
            tempMatrix[0][i] *= -1.145;
        }
        tempVectorB[0] *= -1.144565;

        //Добавим 2-ю строку к 1ой:
        for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
        {
            tempMatrix[0][i] += tempMatrix[1][i];
        }
        tempVectorB[0] += tempVectorB[1];
        //   0   1.178  0.627    1   | 1.933
        //   0   -0.63 -0.939 -0.719 | -6.103
        // 21.35  4.5   0.5      0   | -100.658
        // 25.238 5.77  1.2      0   | -112.596


        //Умножим 2-ю строку на -0,719485
        for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
        {
            tempMatrix[1][i] *= -0.719485;
        }
        tempVectorB[1] *= -0.719485;

        //Добавим 3-ю строку ко второй
        for (int i =0; i < tempMatrix.length; i++)
        {
            tempMatrix[1][i] += tempMatrix[2][i];
        }
```

```
tempVectorB[1] += tempVectorB[2];
//  0     1.78  0.627     1   |1.933
//  0    -0.63  -0.939 -0.719 |-6.103
// 21.35  4.5    0.5      0   | -100.658
// 25.238 5.77   1.2      0   | -112.596


//Умножим 3-ю строку на -1,182108
for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[2][i] *= -1.182108;
}
tempVectorB[2] *= -1.182108;

//Добавим 4-ю строку к 3-й
for (int i =0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[2][i] += tempMatrix[3][i];
}
tempVectorB[2] += tempVectorB[3];
//  0     1.78   0.627     1  |1.933
//  0    -0.63  -0.939 -0.719 |-6.103
//  0     0,451  0,609    0   | 6,393
// 25.238 5.77   1.2      0   | -112.596


//Умножим 1-ю строку на 0,534626
for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[0][i] *= 0.534626;
}
tempVectorB[0] *= 0.534626;

//Добавим 2-ю строку к 1-й
for (int i =0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[0][i] += tempMatrix[1][i];
}
tempVectorB[0] += tempVectorB[1];
//  0     1.78   0.627     1  |1.933
//  0    -0.63  -0.939 -0.719 |-6.103
//  0     0,451  0,609    0   | 6,393
// 25.238 5.77   1.2      0   | -112.596


//Умножим 2-ю строку на 0,715185
for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
{
```

```
    tempMatrix[1][i] *= 0.715185;
}
tempVectorB[1] *= 0.715185;

//Добавим 3-ю строку к 2-й
for (int i =0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[1][i] += tempMatrix[2][i];
}
tempVectorB[1] += tempVectorB[2];
//  0       0  -0.604  -0,185 |-5,07
//  0       0  -0.0626 -0,515 |2,028
//  0     0,451  0,609    0   | 6,393
// 25.238 5.77   1.2      0   | -112.596


//Умножим 1-ю строку на -0,103625
for (int i = 0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[0][i] *= -0.103625;
}
tempVectorB[0] *= -0.103625;

//Добавим 2-ю строку к 1-й
for (int i =0; i < tempMatrix.length; i++)
{
    tempMatrix[0][i] += tempMatrix[1][i];
}
tempVectorB[0] += tempVectorB[1];
//  0       0     0    0.495  |2.553
//  0       0  -0.0626 -0,515 |2,028
//  0     0,451  0,609    0   | 6,393
// 25.238 5.77   1.2      0   | -112.596

//x4 = 2.553/(-0.495)
result[3] = tempVectorB[0]/tempMatrix[0][3];

//x3 = [2.028 - (-0.515x4)]/0.451
result[2] = (tempVectorB[1] - (tempMatrix[1][3] * result[3])) / tempMatrix[1][2];

//x2 = [6.393 - (0.609x3)]/0.451
result[1] = (tempVectorB[2] - (tempMatrix[2][2] * result[2])) / tempMatrix[2][1];

//x1 = [-112.596-(5.77*x2 + 1.2x3)]/25.238
result[0] = (tempVectorB[3] - (tempMatrix[3][1]*result[1] +
             tempMatrix[3][2]*result[2]))/tempMatrix[3][0];

return result;
```

```
    }
}
```

matrix/Matrix.java

```
package matrix;

/**
 * Интерфейс матриц
 *
 * @see Matrix4x4
 * */
public interface Matrix
{
     /**
      * Умножение матрицы на вектор.
      *
      * @param vector - вектор, на который необходимо умножить матрицу
      * @return полученный вектор
      * */
     double[] multiplyByVector(double[] vector);
}
```

matrix/Matrix4x4.java

```
package matrix;

/**
 * Класс матриц размером 4x4
 *
 * @see Matrix
 * */
public class Matrix4x4 implements Matrix
{
    //поле для хранений значений матрицы
    private final double[][] matrix = new double[4][4];

    /**
     * Конструктор с параметрами.
     *
     * @param matrix - массив значений матрицы
     * */
    public Matrix4x4(double[][] matrix)
    {
        for (int i = 0; i < matrix.length; i++)
        {
            System.arraycopy(matrix[i], 0, this.matrix[i], 0, matrix[i].length);
        }
```

```java
    }

    /**
     * Умножение матрицы на вектор.
     *
     * @param vector - вектор, на который необходимо умножить матрицу
     * @return полученный вектор
     * */
    public double[] multiplyByVector(double[] vector)
    {
        double[] result = new double[vector.length];

        for (int i = 0; i < matrix.length; i++)
        {
            for (int j = 0; j < matrix[i].length; j++)
            {
                result[i] += matrix[i][j] * vector[j];
            }
        }
        return result;
    }

    /**
     * Перегруженный метод вывода матрицы в консоль.
     * */
    @Override
    public String toString()
    {
        return matrix[0][0] + " " + matrix[0][1] + " " + matrix[0][2] + " "
               + matrix[0][3] + "\n"
               + matrix[1][0] + " " + matrix[1][1] + " " + matrix[1][2] + " "
               + matrix[1][3] + "\n"
               + matrix[2][0] + " " + matrix[2][1] + " " + matrix[2][2] + " "
               + matrix[2][3] + "\n"
               + matrix[3][0] + " " + matrix[3][1] + " " + matrix[3][2] + " "
               + matrix[3][3] + "\n";
    }
}
```

6. Результаты работы программы

```
Лабораторная работа №7 <<Определение собственных чисел и собственных векторов матрицы методом Крылова»>>
Исходная матрица:
0.5 1.2 2.0 1.0
1.2 2.0 0.5 1.2
2.0 0.5 1.0 0.5
1.0 1.2 0.5 1.6


Вектор y0:
 0,0000
 1,0000
 0,0000
 0,0000

Вектор y1:
 1,2000
 2,0000
 0,5000
 1,2000

Вектор y2:
 5,2000
 7,1300
 4,5000
 5,7700

Вектор y3:
 25,9260
 29,6740
 21,3500
 25,2380

Вектор y4:
 116,5098
 131,4198
 100,6580
 112,5906

Полученная система уравнений:
25,9260p1 + 5,2000p2 + 1,2000p3 + 0,0000p4 = -116,5098
29,6740p1 + 7,1300p2 + 2,0000p3 + 1,0000p4 = -131,4198
21,3500p1 + 4,5000p2 + 0,5000p3 + 0,0000p4 = -100,6580
25,2380p1 + 5,7700p2 + 1,2000p3 + 0,0000p4 = -112,5906

Решение системы уравнений при помощи метода Гаусса:
-5,1000
 0,7200
 9,9740
-5,1640

Полученное уравнение P(λ):
λ^4 -5,1000λ^3 + 0,7200λ^2 + 9,9740λ -5,1640 = 0

Решения уравнения:
λ1 = -1,3964
λ2 = 0,5830
λ3 = 1,4082
λ4 = 4,5053
```

```
Нахождение собсвтенных векторов:
Собственный вектор V1:
 3,8944
-0,7607
-2,9880
-0,4965

Собственный вектор V2:
 0,1415
 2,4994
 0,0668
-3,1212

Собственный вектор V3:
 1,3541
-1,9391
 2,4975
-1,4383

Собственный вектор V4:
 20,4822
 22,6613
 17,6940
 19,4552
```

7. Вывод

В ходе данной работы были закреплены знания и умения по нахождение собственных чисел и собственных векторов методом Крылова.