

**Universidade Federal do Ceará – UFC**  
**Centro de Ciências – CC**  
**Mestrado e Doutorado em Ciências da Computação - MDCC**

Estruturas de Dados Avançadas

Exercício: Lista 10

**NOME:** Pedro Roger Magalhães Vasconcelos

**1)** Dados a ordem  $d = 3$  e a altura  $h = 4$

- Para o máximo número de chaves:

Cada página tem no máximo  $d$  chaves, logo cada página tem 3 chaves

Cada chave tem no máximo  $d+1$  filhos, ou seja 4 filhos

A árvore tem  $h+1$  níveis, logo 5 níveis

Então:

Nível 0 = 3 chaves e 1 página

Nível 1 = 12 chaves e 4 páginas

Nível 2 = 48 chaves e 16 páginas

Nível 3 = 192 chaves e 64 páginas

Nível 4 = 768 chaves e 256 páginas

Total = 1023 chaves e 341 páginas

- Para o número mínimo de chaves

Cada página tem  $(d/2)$  chaves no mínimo, logo cada página tem 1 chave

Cada chave tem no mínimo  $(d+1/2)$  filhos, ou seja 2 filhos

A árvore tem  $h+1$  níveis, logo 5 níveis

Então temos:

Nível 0 = 1 chaves e 1 página

Nível 1 = 2 chaves e 2 páginas

Nível 2 = 4 chaves e 2 páginas

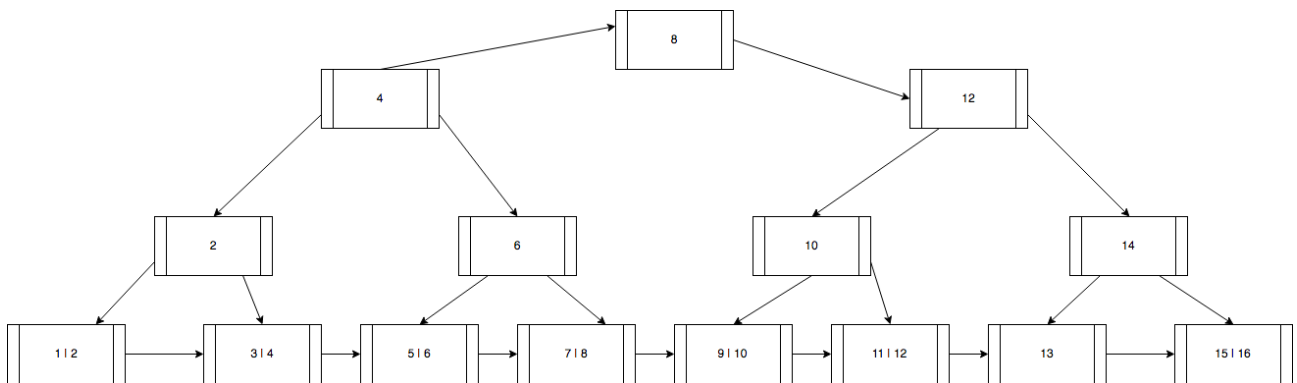
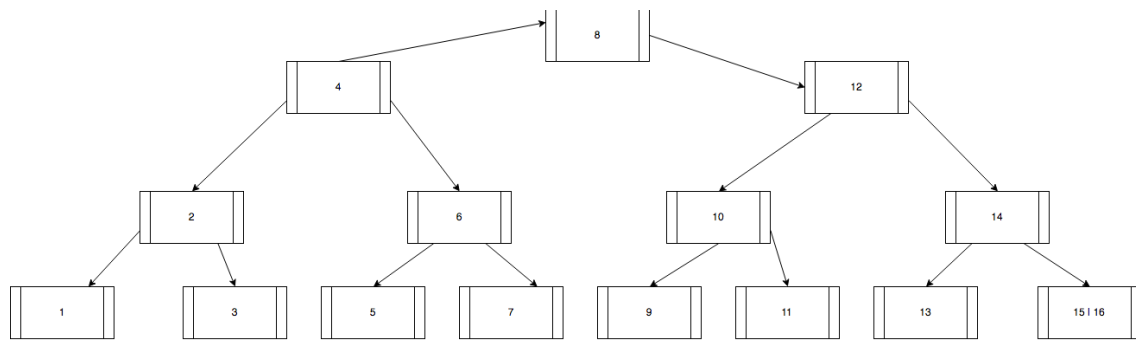
Nível 3 = 8 chaves e 8 páginas

Nível 4 = 16 chaves e 16 páginas

Total = 31 chaves e 31 páginas

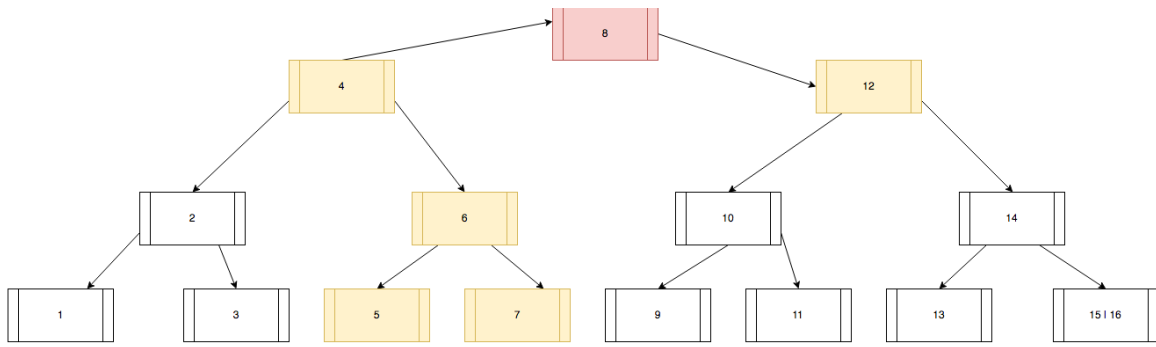
**2)**

Nas árvores B+ diferentemente das árvores B, as chaves com a informação a ser pesquisada estão todas nas folhas. Além disso as páginas folhas estão todas ligadas como se fosse uma lista.

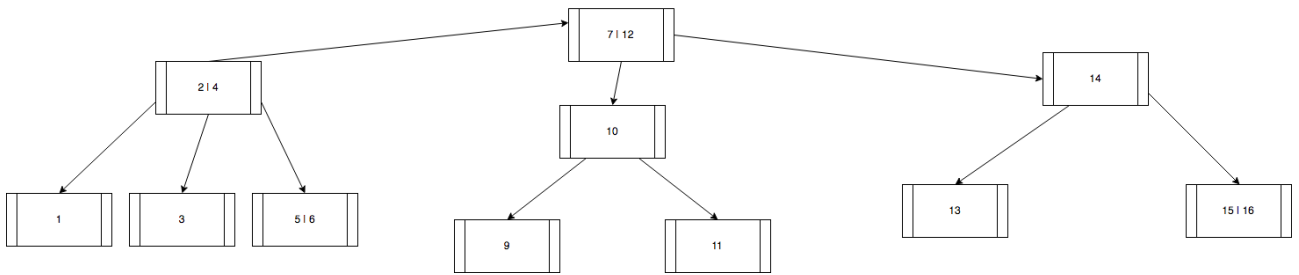


As principais vantagens das árvores B+ estão no fato de ser mais fácil controlar o acesso aos dados uma vez que é sabido que todas as informações estão nas folhas, além do que, devido a sua estrutura, ela permite também acesso sequencial aos dados, propriedade que pode ser importante dependendo da operação a ser feita, por exemplo, se for necessário imprimir as chaves de forma ordenada.

3)



Remove o 8



4)

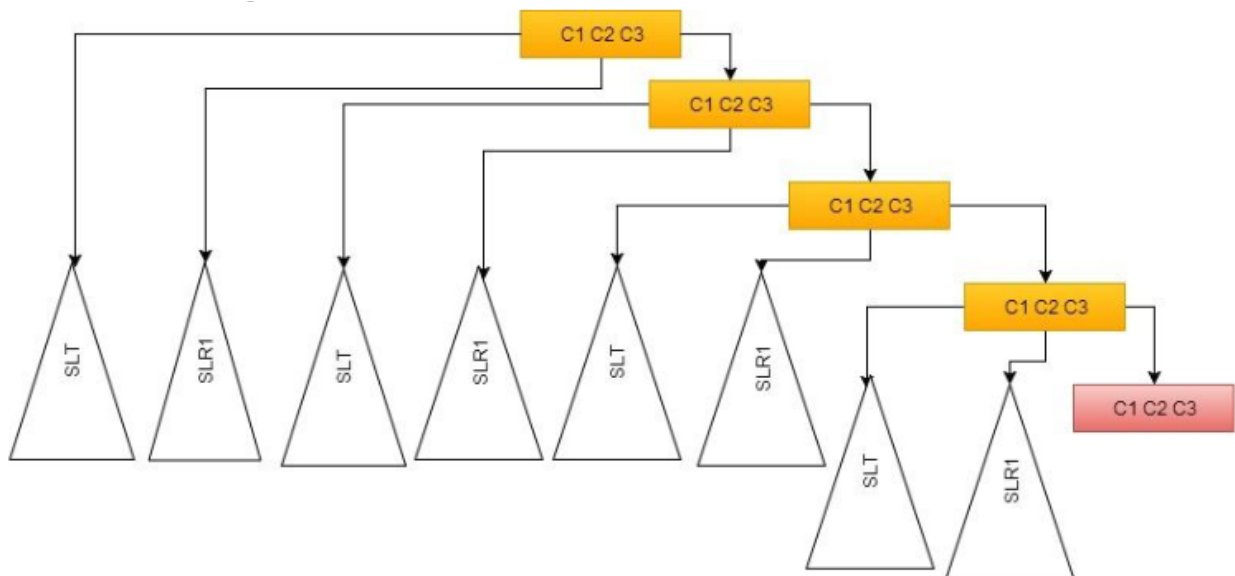
- a) Ela deve está cheia
- b) Todas as páginas tem o mínimo de chaves possível
- c) Porque ela não altera a altura da árvore e afeta um número menor ou igual de páginas que a concatenação
- d) Se a chave não é uma folha, ela já esteve numa folha, mas devido a sucessivas

inserções ela subiu de nível, nesse caso tanto o sucessor quanto o antecessor, de modo que o sucessor e o antecessor “imediato” destes jamais vai poder não de ser folha, pois o valor que estaria entre o sucessor imediato e o antecessor imediato será sempre encontrado antes de se chegar às folhas. Porém isso só vale se não houver valores repetidos na árvore, pois nesse caso a informação é falsa.

e) No pior caso a árvore terá sua altura aumentada. Isso ocorre quando a chave for inserida em um ramo cheio, ou seja, onde todas as páginas da raiz a folha estiverem cheias.

5)

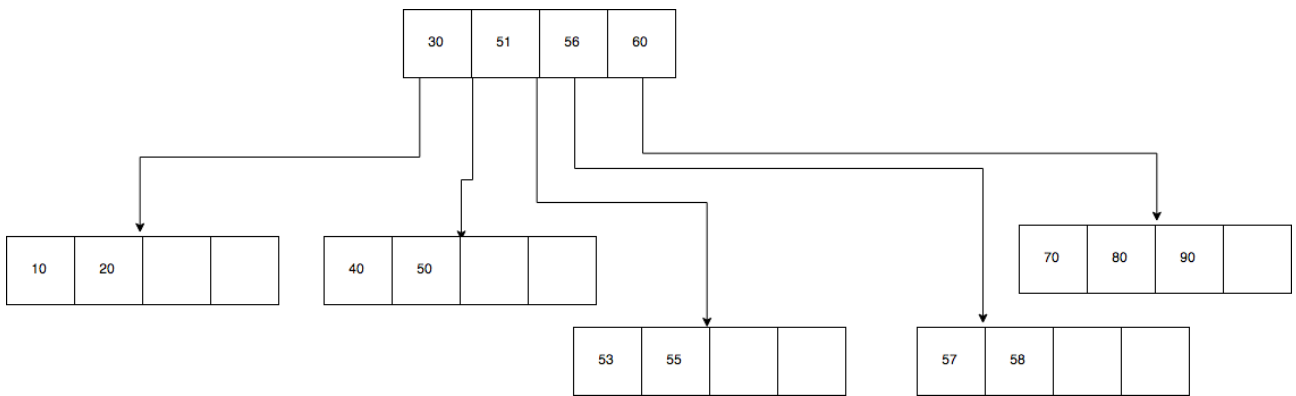
- a) Ambas tem a mesma complexidade assintótica, mas a operação de inserção tem uma complexidade de tempo real maior que a da busca, pois a busca é, de certa forma, uma parte da operação de inserção.
- b) A inserção de uma chave na página em vermelho provocará alterações em todas as páginas em amarelo e surgirá uma nova raiz



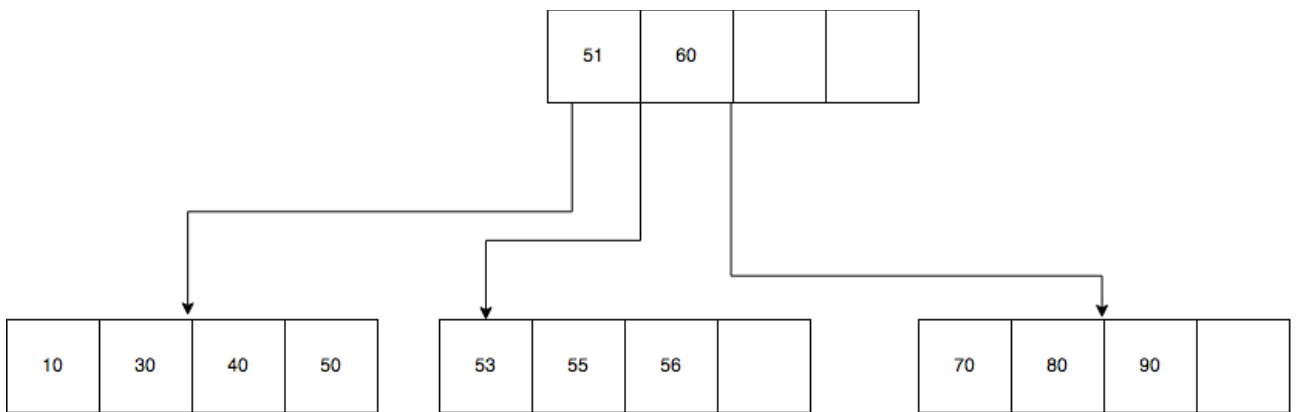
c) Sim.

6)

a)

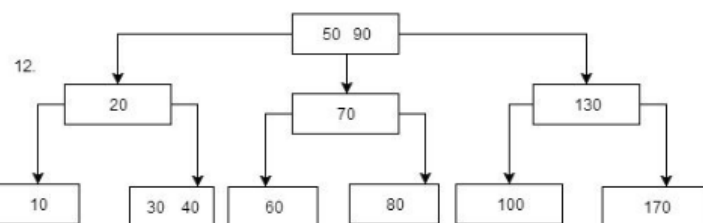
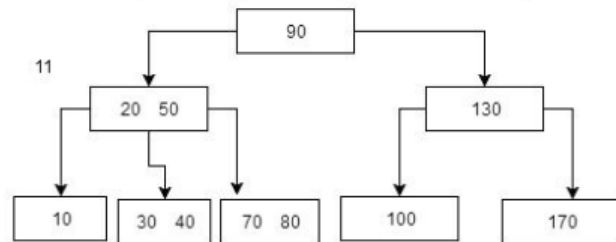
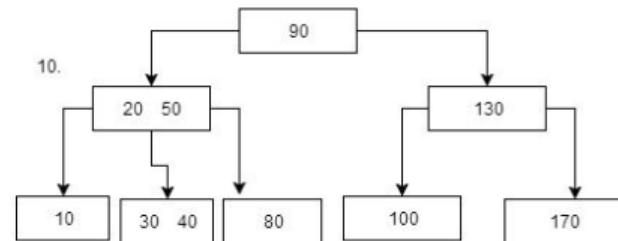
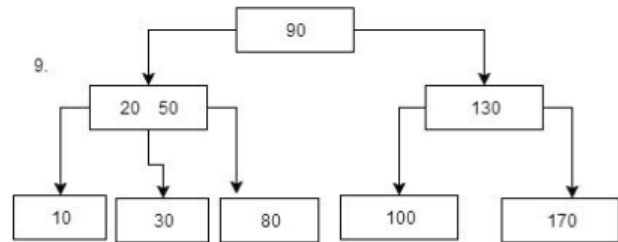
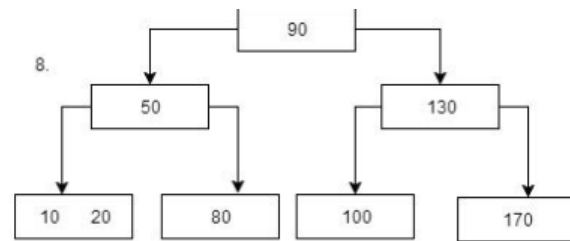
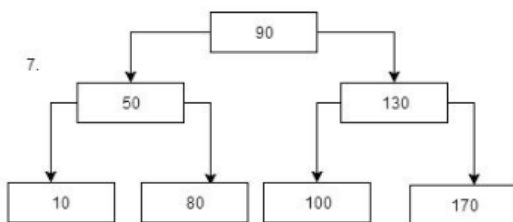
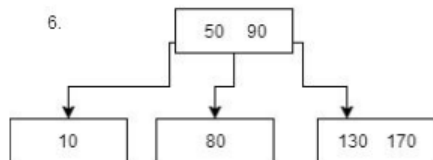
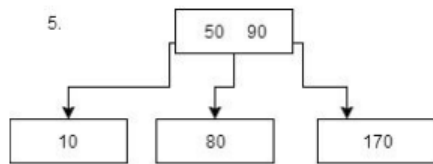
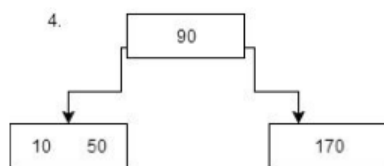
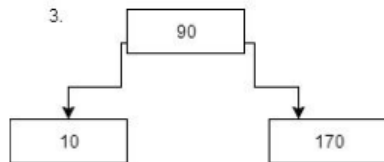
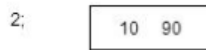


b)



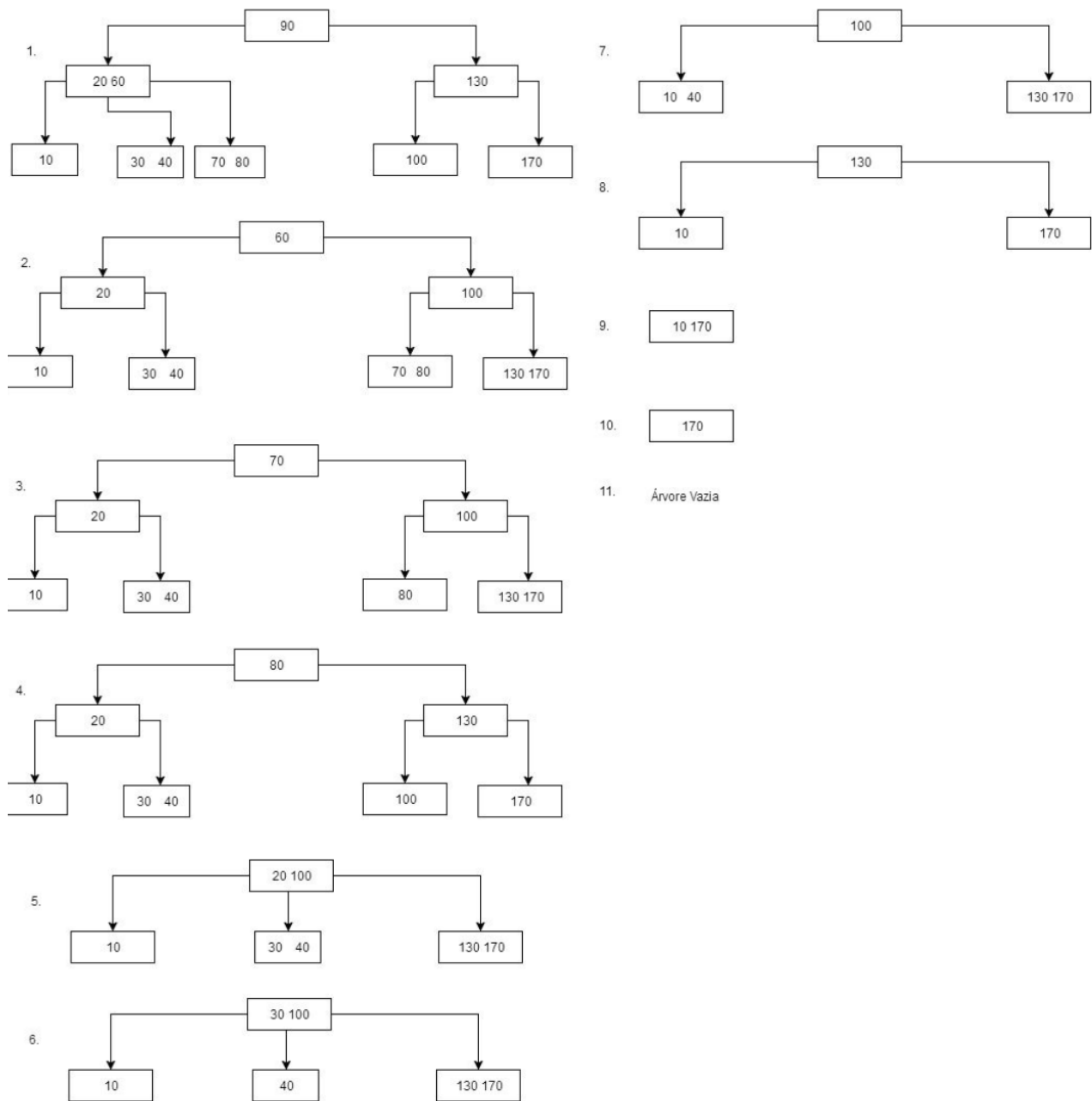
7)

Inserções:



7)

## Remoções



Houve redistribuição e concatenação no item: 2

Houve apenas redistribuição nos itens: 4,6 e 8

Houve apenas concatenação nos itens: 5 e 9

8)

A ordem da árvore tem de ser 4 para que a árvore do exemplo esteja estável

