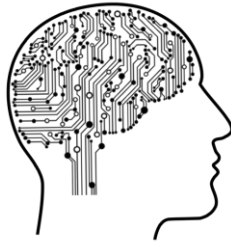


Podstawy logiki i teorii mnogości



Ćw. 7

opracował: dr inż. Jakub Długosz

Celem ćwiczenia jest zaznajomienie z funkcjami oraz mocami zbiorów.

Zadanie 1

Sprawdź, które z poniższych funkcji są surjekcjami (funkcjami „na”), iniekcjami (funkcjami „w”), które z nich są różnowartościowe (1-1) oraz jeśli jest to możliwe wyznacz funkcję odwrotną:

- a) $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$
 $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1$
- b) $g: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$
 $g(1) = 2, g(2) = 3, g(3) = 2$
- c) $h: \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \rightarrow \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$
 $h(a) = a + 1$
- d) $s: \mathbb{Z} \rightarrow \{0, 1, 2\}$
 $s(a) = a \% 3,$
 $a \% 3$ oznacza resztę z dzielenia liczby a przez 3.

Zadanie 2

Dla funkcji z **zad. 1** wyznacz:

- a) $f \circ g$
- b) $g \circ f$

Zadanie 3

Czy dla funkcji f i s z **zad. 1** możemy określić $f \circ s$?

Zadanie 4

Niech $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będą funkcjami określonymi następująco:

$f(x) = 5x + 9, g(x) = -3x^2$. Czym są:

- a) $f \circ g$
- b) $g \circ f$
- ?

Zadanie 5

Uzasadnij, że **zachodzą** bądź **nie zachodzą** następujące relacje:

- a) $\{5\} \sim \{12\}$
- b) $\{1, 2\} \sim \{5, 12\}$
- c) $\{-3, 4\} \sim \{5, 12\}$
- d) $\{5\} \sim \{5, 12\}$
- e) $\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \sim \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$
- f) $\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \sim \{1, 2, 3, 4\}$
- g) $\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \sim \mathbb{N}$
- h) $\{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\} \sim \mathbb{N}$

Zadanie 6

Podaj wartości:

- a) $\overline{\{1, 2\}}$ b) $\overline{\{1, 2\} \setminus \{2\}}$ c) $\overline{\{5, 12\}}$ d) $\overline{\{-4, 2\} \cup \{5, 12\}}$ e) $\overline{\emptyset}$

Zadanie 7

Czy między jakimiś zapisami podanymi w punktach a)–f) **możemy postawić znak równości (=)**? Jeśli tak, to wypisz wszystkie takie równości.

- a) $\overline{\mathbb{R}}$ b) $\overline{\mathbb{Z}}$ c) $\overline{\mathbb{N}}$ d) $\overline{\{1, 2, 3, \dots\}}$ e) \aleph_0 f) c

Zadanie 8

Podaj wartości:

- a) $\aleph_0 + 3$ b) $\aleph_0 + \aleph_0$ c) $3 \cdot \aleph_0$ d) $\aleph_0 \cdot \aleph_0$ e) \aleph_0^3
f) $4 \cdot \aleph_0^3 + 5 \cdot \aleph_0 + 3$

Zadanie 9

Niech m i n będą dwoma **liczbami kardynalnymi**. Co to znaczy, że:

- a) $m < n$ b) $m \leq n$?

Zadanie 10

Jak uzasadnić, że:

- a) $\overline{(2, 3)} = \overline{\mathbb{R}}$ b) $\overline{[2, 3]} = \overline{\mathbb{R}}$?

Uwaga: Zamiast oznaczenia $[2, 3]$ stosuje się też oznaczenie $\langle 2, 3 \rangle$.