1 Definición de Matriz Inversa

Sea
$$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$$
. Si $n = 1 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{a_{00}}$, $a_{00} \neq 0$. Si $n \in \{2, 3, 4, 5, \ldots\} \Rightarrow$
$$A^{-1} = \frac{1}{\det\{A\}} \operatorname{adj}\{A\}$$
$$B^{-1} = \frac{1}{\det\{B\}} \operatorname{adj}\{B\}$$

2 Submatrices de una matriz

En la definición del determinante de una matriz se utilizarán las submatrices obtenidas cuando se eliminan una fila y una columna. Por comodidad, en este documento se describirán únicamente submatrices obtenidas eliminando la fila 0 y las columnas de la 0 a la n-1. Para una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, se denotará con A_{0j} a la submatriz obtenida eliminando la fila 0 y la columna j (para $j \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$). Por ejemplo, dada la matriz

$$A = \left[\begin{array}{ccc} 1.00 & 2.00 & 3.00 \\ 4.00 & 40.41 & 42.43 \\ 5.00 & 44.45 & 46.47 \end{array} \right]$$

Las submatrices A_{00} , A_{01} , y A_{02} son las siguientes:

$$A_{00} = \begin{bmatrix} 40.41 & 42.43 \\ 44.45 & 46.47 \end{bmatrix}$$

$$A_{01} = \begin{bmatrix} 4.00 & 42.43 \\ 5.00 & 46.47 \end{bmatrix}$$

$$A_{02} = \begin{bmatrix} 4.00 & 40.41 \\ 5.00 & 44.45 \end{bmatrix}$$

Para ver un programa de ejemplo, en el que se define una función que permite obtener los elementos de una submatriz eliminando la fila 0 y las columnas $0,1,\ldots,n-1$, véase la forma de utilizar la función

```
float** sub_matrix_(struct matriz *M,int colAElim)
{
    int i,j;
    float** R=(float**)malloc((M->m-1)*sizeof(float*));
    for(i=0;i < M->m-1;++i)
        R[i]=(float*)malloc((M->m-1)*sizeof(float));
    for(i=1;i < M->m;++i)
        for(j=0;j < M->n;++j){
        if(j<colAElim){
            R[i-1][j]=M->A[i][j];
        }
}
```

```
    if(j>colAElim){
        R[i-1][j-1]=M->A[i][j];
    }
    return R;
}
en el archivo
https://github.com/programacionestructurada/202110/
ProgEst02/00_07_Submatrices/Submatrices.c
```

3 Determinante de una matriz

Dada una matriz $A \in R^{n \times n}$ se define su determinante con la siguiente fórmula recursiva:

$$\det(A) = \begin{cases} a_{00} & \text{, si } n = 1\\ a_{00}(-1)^{0+0} \det(A_{00}) + a_{01}(-1)^{0+1} \det(A_{01}) + \cdots\\ + a_{0,n-1}(-1)^{0+n-1} \det(A_{0,n-1}) & \text{, si } n > 1 \end{cases}$$

Equivalentemente

$$\det(A) = \begin{cases} a_{00}, & \text{si } n = 1\\ \sum_{j=0}^{n-1} a_{0j} (-1)^{0+j} \det(A_{0j}), & \text{si } n > 1 \end{cases}$$