MIN1 TP2

Mathias Rivet
Lucas Fontana

30 janvier 2024

1 Calculs à effectuer à la main

1.1 Conversions

`277 = 0b100010101 = 0x115`
`0x4e = 0b01001110 = 78`
`0b11011001 = 217 = 0xd9`

1.2 Addition

`57 = 0b00111001 = 0x39`
`0xa3 = 0b10100011 = 163`

Décimal $\begin{array}{c} \\ +_{10} \\ \mathrm{C}=0 \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccc} 0 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 0 \end{array}$, hexadécimal $\begin{array}{c} \\ +_{16} \\ \mathrm{C}=0 \\ \\ \end{array} \begin{array}{cc} 3 & 9 \\ \mathrm{a} & 3 \\ 0 & 0 \\ \hline \mathrm{d} & \mathrm{c} \end{array}$, binaire $\begin{array}{c} \\ +_{2} \\ \mathrm{C}=0 \\ \\ \end{array} \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$

Les deux dernières retenues sont égales, $c_8 = c_7 = 0$. Les indicateurs valent $\mathrm{N} = 0$, $\mathrm{Z} = 0$ et $\mathrm{V} = 0$.
Opérande gauche : `0b00111001`
Opérande droite : `0b10100011`
Résultat apparent : `0b11011100`
Tous les flags C, N, Z et V sont à 0 ce qui veut dire que l'opération est correcte dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$.
Comme tous les flags sont nuls, les réponses ne changent pas sur 9 bits.

Mémo

— C est la dernière retenue sortante de l'addition, $\mathrm{C} = \bar{\mathrm{E}}$ (cf poly p35).
— N est égal au bit de poids fort du résultat apparent, dans les relatifs il indique si c'est un nombre négatif ou non.
— $\mathrm{Z} = 1$ si tout les bits du résultat apparent sont à 0.
— V vaut 1 si les deux dernières retenues sont de valeurs différentes, cela indique un overflow (cf poly p36).

1.3 Soustraction

`0xd = 0b1101 = 13`
`0x8 = 0b1000 = 8`
`0x7 = 0b0111 = 7`

0xd - 0x8 Décimal $\begin{array}{rcc} & 1 & 3 \\ -_{10} & 0 & 8 \\ \mathrm{E}=0 & 1 & 0 \\ \cline{2-3} & 0 & 5 \end{array}$, hexadécimal $\begin{array}{rc} & \mathsf{d} \\ -_{16} & 8 \\ \mathrm{E}=0 & 0 \\ \cline{2-2} & 5 \end{array}$, binaire 4 bits $\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -_{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-5} & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$

, binaire 5 bits dans $\mathbb{N}$ $\begin{array}{rccccc} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -_{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-6} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$, binaire 5 bits dans $\mathbb{Z}$ $\begin{array}{rccccc} & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -_{2} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-6} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$

Les indicateurs valent $\mathrm{N}=0$, $\mathrm{Z}=0$ et $\mathrm{V}=0$.
En interprétant l'opération dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$ le résultat est 5.
La soustraction est possible dans $\mathbb{N}$ et donne un résultat correcte dans $\mathbb{Z}$.

0x8 - 0xd Décimal $\begin{array}{rcc} & 0 & 8 \\ -_{10} & 1 & 3 \\ \mathrm{E}=1 & 0 & 0 \\ \cline{2-3} & 1 & 5 \end{array}$, hexadécimal $\begin{array}{rc} & 8 \\ -_{16} & \mathsf{d} \\ \mathrm{E}=1 & 0 \\ \cline{2-2} & 5 \end{array}$, binaire 4 bits $\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -_{2} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathrm{E}=1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \cline{2-5} & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$

, binaire 5 bits dans $\mathbb{N}$ $\begin{array}{rccccc} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -_{2} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathrm{E}=1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \cline{2-6} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$, binaire 5 bits dans $\mathbb{Z}$ $\begin{array}{rccccc} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -_{2} & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathrm{E}=1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \cline{2-6} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$

Les indicateurs valent $\mathrm{N}=1$, $\mathrm{Z}=0$ et $\mathrm{V}=0$.
L'opération dans $\mathbb{N}$ n'est pas interprétable alors que dans $\mathbb{Z}$ le résultat est -5.
La soustraction n'est pas possible dans $\mathbb{N}$ mais donne un résultat correcte dans $\mathbb{Z}$.

Remarque Le résultat apparent de la soustraction `0x8 - 0xd` en binaire commence par une infinité de 1, il est donc interprétable sur $\mathbb{Z}$ quel que soit le nombre de bit utilisé ($n \geq 4$) pour le représenter.

0x7 - 0x7 Décimal $\begin{array}{rcc} & 0 & 7 \\ -_{10} & 0 & 7 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 \\ \cline{2-3} & 0 & 0 \end{array}$, hexadécimal $\begin{array}{rc} & 7 \\ -_{16} & 7 \\ \mathrm{E}=0 & 0 \\ \cline{2-2} & 0 \end{array}$, binaire 4 bits $\begin{array}{rcccc} & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -_{2} & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$

, binaire 5 bits dans $\mathbb{N}$ $\begin{array}{rccccc} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -_{2} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$, binaire 5 bits dans $\mathbb{Z}$ $\begin{array}{rccccc} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -_{2} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \mathrm{E}=0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$

Les indicateurs valent $\mathrm{N}=0$, $\mathrm{Z}=1$ et $\mathrm{V}=0$.
En interprétant l'opération dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$ le résultat est 0.
La soustraction est possible dans $\mathbb{N}$ et donne un résultat correcte dans $\mathbb{Z}$.

1.4 Soustraction par addition du complément à 2

0xd + 0x7 Sur 4 bits le calcul est le même dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$.

```
0xd = 0b1101
0x7 = 0b0111
~0x7 = 0b1000
```

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ +_{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{C}=1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \cline{2-5} & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

```
mathias@im2ag-turing-01:[~]: subc2 4 0xd 0x7
          Bit numbers
          3210                            if natural     if signed

          1101 left   :  0x       d -->        13 or          -3
        + 1000 right  :  0x       8 -->         8 or          -8
   C=1 != 0011 < c0=1   (in carries)
   V=1  ^ ----
 Z=0 N=0->0110  =     :  0x       6 -->         6 or          +6
```

Sur 5 bits dans $\mathbb{N}$.
0xd = 0b01101
0x7 = 0b00111
~0x7 = 0b11000

$$\begin{array}{r|ccccc} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ +_2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{C}=1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

```
mathais@im2ag-turing-01:[~]: subc2 5 0xd 0x7
          Bit numbers
          4 3210                            if natural     if signed

          0 1101 left   :  0x       d -->        13 or          +13
        + 1 1000 right  :  0x      18 -->        24 or           -8
   C=1 == 1 0011 < c0=1   (in carries)
   V=0  ^ - ----
 Z=0 N=0->0 0110  =     :  0x       6 -->         6 or           +6
```

Sur 5 bits dans $\mathbb{Z}$.
0xd = 0b11101
0x7 = 0b00111
~0x7 = 0b11000

$$\begin{array}{r|ccccc} & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ +_2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{C}=1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Remarque L'extension à 5 bits dans $\mathbb{Z}$ est à priori inutile.

Comparaison entre 0xd + 0x7 et 0xd - 0x8 Dans la soustraction précédente $\mathrm{E} = 0$ alors que là $\mathrm{C} = 1$

```
mathias@im2ag-turing-01:[~]: subc2 4 0xd 0x8
          Bit numbers
          3210                            if natural     if signed

          1101 left   :  0x       d -->        13 or          -3
        + 0111 right  :  0x       7 -->         7 or          +7
```

```
  C=1 == 1111 < c0=1   (in carries)
  V=0  ^ ----
Z=0 N=0->0101  =     :  0x       5 -->          5 or          +5
```

Remarque Ceci met en évidence le paragraphe 2.7.3 p35 du poly, $\mathrm{C} = \bar{\mathrm{E}}$.