# Klausur W. Quapp - Analysis (Lösung)

## Für welche reellen Zahlen ist die Funktion im Punkt zweimal stetig differenzierbar?

* Hinweis: Die Verwendung Ihrer Kenntnisse über Taylorreihen erleichtert die Lösung

### Lösung

* es gibt hierfür zwei Ansätze:
  + 1. Ansatz: Bildung eines linearen Gleichungssystems und Auflösen nach den Unbekannten :
* Problem: die Ableitungen der oberen Funktion ist sehr aufwendig
  + 2. Ansatz: Bildung der Taylorreihe und Berechnung der Unbekannten durch Nutzung der Koeffizienten in der Taylorreihe
* wir benutzen hier den zweiten Ansatz
* Lösung:
  + 1: forme die Gleichung um unter Verwendung der Gleichung :
  + 2: bilde die Taylorreihe von (an der Entwicklungsstelle Null) und passe diese an die Funktion an:
  + 3: da wir nur maximal die zweite Ableitung brauchen, benötigen wir nur die ersten beiden Terme:
  + 4: die Koeffizienten vor den -Termen entsprechen der entsprechenden Ableitung (die dem Exponenten entspricht, also bei Exponent entspricht dies der zweiten Ableitung an der Entwicklungsstelle)
* für die Berechnung von kann der Term in der Taylorreihe verwendet werden:

## Berechnen Sie ohne Benutzung des Taschenrechners das bestimmte Integral

### Lösung

* wir vereinfachen den Integranden: da der Zählergrad (hier ) größer als der Nennergrad (hier ) ist, wenden wir Polynomdivision (alternativ auch Hornerschema) an
  + 1: fasse den Zähler mithilfe von Potenzgesetzen zusammen (hier ist der gleiche Exponent:
  + 2: löse die Klammer aus Schritt 1 auf:
  + 3: wende die Polynomdivision an:
  + 4: rechne das Integral aus:

## Bestimmen Sie die Taylorreihe zur Funktion und Ihren Konvergenzradius.

* Hinweis: Die Verwendung einer bekannten Taylorreihe erleichtert die Lösung.

### Lösung

* wir gehen davon aus, dass der Entwicklungspunkt ist
* wir lösen die Aufgabe unter Verwendung der Taylorreihe für die geometrische Reihe:
  + 1: Wir erkennen (hoffentlich 😊), dass im Nenner die geometrische Reihe ist. Aus der Vorlesung kennen wir diese Taylorreihe:
  + 2: wir setzen die Reihe ein und passen sie an unsere Funktion an:

## Definieren und bestimmen Sie den Koeffizienten der Fourierreihe für die Funktion im Intervall

### Lösung

* die Funktion ist gerade, wodurch alle -Terme null werden → wir müssen dies nicht ausrechnen, da

## Berechnen Sie die Fläche zwischen den Funktionen über dem Intervall

## !

### Lösung

* Lösung durch Integration
  + 1: Nachweis der Schnittpunkte:
  + 2: Integration:

## Lösen Sie das Anfangswertproblem für die Differentialgleichung

### Lösung

* die obige Gleichung ist eine lineare, homogene DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
* Lösung entsprechend der Vorlesung:
  + 1: wähle den Ansatz:
  + 2: setze den Ansatz in die Gleichung ein:
  + 3: da wir zwei, voneinander verschiedene reelle Lösungen haben, müssen wir laut Definition den folgenden Ansatz für wählen:
  + 4: setze nun die Anfangswerte und die in den oberen Ansatz ein, wodurch wir ein lineares Gleichungssystem entsteht, welches wir nach auflösen:
* lineares Gleichungssystem aufstellen:
  + 5: die Lösung lautet: