

A Impá ou pá?

Lucas e Pedro são primos que passam as tardes brincando juntos em um quintal. Para evitar brigas entres eles, os pais ensinaram a eles decidir quem quem utilizaria um determinado brinquedo através do Par ou Ímpar, da seguinte forma: um dos dois deveria escolher ou Par ou Ímpar, deixando a opção restante para o outro. Então cada um deveria esconder a mão direita e, ao comando, exibir um número, de um a cinco, com os dedos da mão. Se a soma dos números exibidos for par, vence quem escolheu Par; caso contrário, vence quem escolheu Ímpar.

Como são muito pequenos ainda (apenas 4 anos de idade), eles não conseguem pronunciar bem as palavras, chamando Par de “Pá”, e Ímpar de “Ímpa”. Além disso, eles determinam o resultado da seguinte forma: um deles aponta com a mão esquerda o primeiro dedo exibido, cantam “Pá!”, e depois continuam, cantando, uma palavra por dedo: “Ímpá-pá, ímpa-pá, ...”. No caso da soma ser igual a sete, eles cantariam: “Pá! Ímpa-pá, ímpa-pá, ímpa-pá”, de modo que 7 seria “Pá”.

Considerando que Lucas sempre escolhe “Pá”, dados os números escolhidos por ambos, determine quem utilizaria o brinquedo desejado.

Entrada

A entrada do programa consiste de uma única linha, contendo os números inteiros L e P ($1 \leq L, P \leq 5$), separados por um espaço em branco, onde L é o número escolhido por Lucas e P o número escolhido por Pedro.

Saída

A saída do programa deve ser o nome do vencedor da disputa, que teria direito à utilizado do brinquedo, de acordo com o resultado do “Ímpa ou Pá”. Após o nome deve ser impressa uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
1 2	Lucas
3 5	Pedro

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

B Impressão em Dupla Face

Considere que uma impressora esteja configurada para realizar impressão em dupla face (isto é, uma página em cada lado de uma folha). Uma vez definido o documento a ser impresso e o intervalo de páginas a serem impressas (isto é, a página inicial e o total de páginas a serem impressas), a impressora procede da seguinte forma: ela imprime a primeira página do intervalo no verso da página, e a página seguinte na frente. A folha impressa é então liberada na bandeja para recolhimento, ficando o verso para baixo e a frente para cima. O processo continua deste modo até que todas as páginas solicitadas tenham sido impressas.

Considerando que nenhuma folha será removida da bandeja antes do término da impressão, determine se a face que estará visível no topo do monte formado na bandeja após a impressão está em branco ou não. Caso não esteja, determine o número da página que fora impressa.

Entrada

A entrada é formada pelas informações de várias impressões. Cada linha contém os dados de uma impressão: o número da página inicial I ($1 \leq I \leq 1.000$) e a quantidade de páginas a serem impressas N ($1 \leq N \leq 100$), separados por um espaço em branco. Estes dados são números inteiros positivos.

A entrada termina com uma linha que contém um par de zeros, que não deve ser processada.

Saída

Para cada linha válida da entrada, a saída do programa exibir uma linha ou com o número da página que foi impressa na face visível da pilha de páginas ao final da impressão, ou a mensagem “Página em branco”, sem as aspas, quando for o caso.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
1 4	4
2 6	7
8 5	Página em branco
10 10	19
0 0	

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

C Planos de Telefonia

Uma empresa de telefonia oferece aos seus usuários três planos mensais básicos. Cada um deles dá ao cliente um determinado número de minutos de conversação, torpedos e *megabytes* para navegação na internet por uma tarifa básica, e cobra com taxas específicas o uso excedente em cada categoria.

Os três planos citados estão detalhados a seguir:

Plano Alfa: Tarifa básica de R\$ 50,00. São 30 minutos de conversação e 10 torpedos mensais, com 100 *megabytes* de navegação na internet. São cobrados por minuto, torpedo e *megabyte* excedente os valores de R\$ 0,80, R\$ 0,50 e R\$ 0,25, respectivamente.

Plano Beta: A tarifa básica de R\$ 75,00 dá ao cliente, a cada mês, 45 minutos de conversação (R\$ 0,90 por minuto excedente), 20 torpedos (R\$ 0,60 por torpedo excedente) e 150 *megabytes* de navegação (R\$ 0,20 por *megabyte* excedente).

Plano Delta: Tarifa básica: R\$ 100,00. Cotas mensais: 60 minutos, 35 torpedos e 250 *megabytes*. Valores por excedentes: R\$ 1,00 por minuto, R\$ 0,75 por torpedo e R\$ 0,30 por *megabyte*.

Dado o consumo de um determinado cliente ao longo do mês, determine qual seria o plano mais adequado (com o menor custo) para este cliente.

Entrada

A entrada do problema consiste em três valores M ($1 \leq M \leq 1.000$), T ($1 \leq T \leq 1.000$) e B ($1 \leq B \leq 10.000$), separados por um espaço em branco, onde M é o número de minutos de conversação do cliente; T é o número de torpedos enviados e B o número de *megabytes* de navegação na internet.

Saída

A saída do programa deve ser a mensagem “Plano P : R\$ V ”, onde P é o nome do plano mais adequado ao consumo do cliente e V o valor da conta, em reais, com vírgula como separador dos reais e centavos, com duas casas, e sem ponto separador de milhar. Caso mais de um plano resulte no mesmo gasto, deve ser informado o plano com menor tarifa básica.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
55 23 220	Plano Beta: R\$ 99,80
60 35 260	Plano Delta: R\$ 103,00
45 20 132	Plano Alfa: R\$ 75,00

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

D Alimentação Saudável

Segundo as recomendações de boa alimentação descritas no Portal Brasil,¹ uma pessoa deve ingerir, diariamente, pelo menos três porções de frutas e três porções de verduras e legumes.

Considere que João deseja ingerir, diariamente, três porções de frutas distintas (isto é, cada porção deve ser de uma fruta diferente) e três porções de legumes e verduras distintos. Sabendo que João tem à sua disposição N tipos de frutas e M de tipos de legumes e verduras diferentes, qual é o número total de escolhas que João tem ao seu dispor para as suas porções num determinado dia?

A ordem que as porções serão consumidas deve ser desconsiderada: por exemplo, a escolha “mamão, banana, maçã, batata, cenoura, couve” é igual à escolha “banana, maçã, mamão, couve, cenoura e batata”.

Entrada

A entrada consiste em T ($1 \leq T \leq 10.000$) casos de teste, onde o valor de T é dado na primeira linha.

Cada caso de teste é representado por uma linha com os inteiros M e N ($3 \leq M, N \leq 50$), separados por um espaço em branco.

Saída

Para cada caso de testes deve ser impressa a uma linha com a mensagem “Caso # t : P possibilidades”, onde t é o número do caso de teste (cuja contagem tem início com o número um) e P é o número de possibilidades que João tem para montar suas porções com os alimentos disponíveis.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
4	Caso #1: 1
3 3	Caso #2: 20
6 3	Caso #3: 400
6 6	Caso #4: 54600
10 15	

¹<http://www.brasil.gov.br/sobre/saude/cuidados-e-prevencao>

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

E Tratamento de Saúde

Para controlar sua pressão arterial, José tomará, diariamente, dois medicamentos: um anti-hipertensivo A e um diurético D . O medicamento A é ingerido de x em x horas, e o medicamento D de y em y horas.

Considere que as 24 horas do dia são representadas por números inteiros de 0 a 23. Sabendo que José tomou as primeiras doses de A e D , juntas, na hora zero do primeiro dia de tratamento, determine o número de oportunidades N em que José tomará ambas medicações ao mesmo tempo, ao final de D dias de tratamento.

Entrada

A entrada consiste em uma série de casos de teste. Cada caso de teste é representado por uma linha com os valores de x , y ($1 \leq x, y \leq 24$) e D ($1 \leq D \leq 10.000$), separados por um espaço em branco.

Saída

Para cada caso de teste deverá ser impresso o valor de N , seguido de uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
8 8 1	3
6 6 15	60
6 8 10	10
12 18 15	10
3 5 2	4

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

F Equações Diofantinas

As equações diofantinas consistem em equações cujas soluções devem ser compostas apenas por números inteiros. Equações com soluções triviais nos reais, como por exemplo

$$2x + 1 = 4$$

pode mesmo não ter soluções quando as variáveis são restritas aos inteiros. Equações com infinitas soluções reais, como

$$x + y = 5$$

também ficam mais interessantes sob a ótica diofantina: tal equação terá um número finito de soluções inteiras positivas: 4, a saber $x = 1, y = 4$; $x = 2, y = 3$; $x = 3, y = 2$; $x = 4, y = 1$.

Neste contexto, dado o valor do inteiro positivo N , determine o número de soluções inteiras positivas da equação

$$x + y + z + w = N$$

Entrada

A entrada consiste em um série de casos de teste. Cada caso de teste é representado por uma linha com o valor de N ($1 \leq N \leq 20.000$).

Saída

Para cada caso de teste, deve ser impressa a seguinte mensagem “Caso # t : s solucoes”, onde t é o número do caso de teste (cuja contagem se inicia em um) e s é o número de soluções distintas da equação dada. Cada mensagem termina com uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
4	Caso #1: 1 solucoes
6	Caso #2: 10 solucoes
1	Caso #3: 0 solucoes
12	Caso #4: 165 solucoes

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

G Números Romanos

Os numeros romanos foram utilizados na Roma antiga, onde combinações de determinadas letras do alfabeto latino representavam quantidades inteiras positivas. Eles eram a base do sistema numérico vigente na Europa até o século XIV, quando começaram a ser substituídos pelos numerais hindu-arábicos. Ainda hoje é possível encontrar números romanos, seja em títulos de filmes e ou em títulos papais.

A equivalência entre o símbolo romano e seu correspondente decimal é: $I = 1$, $V = 5$, $X = 10$, $L = 50$, $C = 100$, $D = 500$, $M = 1000$.

Os números são formados combinando estes símbolos e somando os valores respectivos, sendo que os valores devem aparecer em ordem decrescente, da esquerda para direita. Por exemplo $XVIII = 18$ e $MMCLXXI = 2171$.

A exceção a esta regra é conhecida como notação subtrativa: se um símbolo de menor valor preceder um de maior valor, então seu valor deve ser subtraído, e não adicionado, ao total. Por exemplo, $IX = 9$ e $CM = 900$.

Porém um símbolo só pode preceder os próximos dois símbolos que o sucedem na ordem crescente, e se corresponder a uma potência de dez. Resumidamente,

1. só pode preceder V e X;
2. X só pode preceder L e C;
3. C só pode preceder D e M.

Dados dois números romanos, determine a soma deles.

Entrada

A entrada consiste em T ($1 \leq T \leq 1.000$) casos de testes. A primeira linha da entrada fornece o valor do inteiro positivo T .

Cada caso de teste é composto por apenas uma linha, com dois números romanos A e B ($1 \leq A, B \leq 3.998$), separados por um espaço em branco e seguidos de uma quebra de linha.

Saída

Para cada caso de teste deverá ser impressa a mensagem “Caso # t : C ”, onde t é o número do caso de teste (cuja numeração é sequencial e começa em um) e C é o número romano que corresponde a soma $A + B$. Esta mensagem deve ser seguida de uma quebra de linha.

Pode-se considerar que C é menor do que 4000.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
4	Caso #1: IV
II II	Caso #2: LVI
IX XLVII	Caso #3: M
CMLXXIV XXVI	Caso #4: MMMCMXCIX
MMD MCDXCIX	

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

H Prova Substitutiva

O critério de avaliação de uma determinada disciplina consiste na aplicação de N trabalhos. A média final da disciplina é a média ponderada M das notas T_i obtidas nos trabalhos, onde o peso do trabalho i é igual a i , com $i = 1, 2, 3, \dots, N$.

Ao final do curso, é aplicada uma prova substitutiva S , cuja nota substituirá a menor dentre as notas T_i obtidas pelo aluno. Caso a menor nota aconteça em mais de um trabalho, a nota do trabalho com o maior peso será substituída. Esta substituição ocorrerá independentemente na nota da substitutiva S .

Dada a quantidade de trabalhos aplicados, as notas T_i obtidas e a nota da substitutiva S , calcule a média final M . Caso M seja maior ou igual a 5, o aluno estará aprovado na disciplina; caso contrário, estará reprovado.

Entrada

A primeira linha da entrada contém a quantidade N ($1 \leq N \leq 10.000$) de trabalhos aplicados. As N linhas seguintes contém números reais T_i ($0 \leq T_i \leq 10$), com uma casa decimal de precisão, que representam as notas obtidas nos trabalhos, e a última linha da entrada apresenta o número real S ($0 \leq S \leq 10$), com uma casa decimal de precisão, que indica a nota da substitutiva, seguido de uma quebra de linha.

Saída

A saída do programa deverá ser a seguinte mensagem: “Aluno aprovado com media M ”, ou “Aluno reprovado com media M ”, onde M é o valor da média final com duas casas decimais de precisão, sendo que a mensagem escolhida depende do fato do aluno ter sido ou não aprovado, de acordo com os critérios apresentados. O separador de casa decimal deverá ser o ponto final. Ao final da mensagem, deve ser impressa uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
1 5.0 6.0	Aluno aprovado com media 6.00
2 4.0 4.0 6.0	Aluno aprovado com media 5.33
3 3.0 4.0 5.0 0.0	Aluno reprovado com media 3.83
4 5.1 4.7 3.8 6.5 3.8	Aluno aprovado com media 5.19

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

I Sequência de Hofstadter-Conway

A sequência recursiva de Hofstadter-Conway é definida pela relação de recorrência¹

$$a(n) = a(a(n-1)) + a(n - a(n-1))$$

com $a(1) = a(2) = 1$. Os primeiros valores da sequência são 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, ...

Conway demonstrou, em 1988, que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a(n)/n = 1/2,$$

e ofereceu um prêmio de 10 mil dólares para o primeiro que determinasse um valor de n para o qual

$$|a(i)/i - 1/2| < 1/20,$$

para $i > n$. O prêmio foi conquistado por Mallows, após Conway ter ajustado o prêmio intencionalmente para mil dólares. O valor de n era igual a 1489.

Dado o valor de n , determine o n -ésimo termo da sequência recursiva de Hofstadter-Conway.

Entrada

A entrada consiste em uma série de casos de teste, onde cada teste é representado por uma linha com o valor do inteiro positivo n ($1 \leq n \leq 100.000$).

Saída

Para cada caso de testes, o programa deverá imprimir a mensagem “ $a(n) = a$ ”, onde a é o valor do n -ésimo termo da sequência, seguida de uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
3	$a(3) = 2$
4	$a(4) = 2$
9	$a(9) = 5$
11	$a(11) = 7$

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

¹Texto retirado de <http://mathworld.wolfram.com/Hofstadter-Conway10000-DollarSequence.html>, acessado em 06 de março de 2013

J Primos, perfeitos, deficientes e abundantes

Seja n um número natural. O conjunto $D(n)$ dos divisores próprios de n é formado por todos os divisores de n , exceto o próprio n . Por exemplo, $D(2) = \{1, 2\}$, $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ e $D(1) = \{\}$.

Seja $S(n)$ a soma de todos os divisores próprios de n . Se $S(n) = 1$, então n é um número primo; se $S(n) = n$, n é um número perfeito; se $S(n) < n$, n é um número deficiente; e, por fim, se $S(n) > n$, n é um número abundante.

Utilizando as definições acima, determine se um dado número natural n é primo, perfeito, abundante ou deficiente.

Entrada

A entrada do programa consiste em uma série de casos de teste. A primeira linha da entrada contém o número T ($1 \leq T \leq 1.000$) de casos de testes. Cada caso de teste é representado por uma única linha, com um número natural n ($1 \leq n \leq 1.000.000$).

Saída

Para cada caso de testes deverá ser impressa a mensagem “Caso # t : n e um numero C ”, seguida de uma quebra de linha, onde t é o número do caso de teste (cuja contagem inicia no número 1) e C é a classificação do número: perfeito, primo, abundante ou deficiente.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
6	Caso #1: 1 e um numero deficiente
1	Caso #2: 19 e um numero primo
19	Caso #3: 3 e um numero primo
3	Caso #4: 6 e um numero perfeito
6	Caso #5: 12 e um numero abundante
12	Caso #6: 4 e um numero deficiente
4	

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.