

A Dominós

O jogo de dominó é composto por peças retangulares, divididas em duas partes iguais, onde cada parte contém um número inteiro no intervalo $[0, n]$. No início de cada partida os jogadores dividem as peças entre si, e ganha o jogo quem conseguir colocar todas as suas peças na mesa.

O jogador pode colocar na mesa uma peça que contém, em uma de suas partes, um número que seja igual a um dos dois números que estejam nas partes livre (isto é, nos extremos, onde nenhuma peça foi anexada ainda) do mosaico que vai se formando a medida em que as peças são encaixadas.

No dominó tradicional temos $n = 6$, de modo que são 28 peças distintas no total. As variações mais comuns tem $n = 9$ (*double-nine*), com 55 peças, e $n = 12$ (*double-twelve*), com 91 peças.

Dado o valor de n , determine o número de peças que compõem a variação do dominó em questão.

Entrada

A entrada consiste em uma série de casos de testes. Cada caso consiste em uma única linha com o inteiro positivo n ($1 \leq n \leq 40.000$), seguido de uma quebra de linha.

Saída

Para cada caso de teste, a saída deverá ser a mensagem “ P pecas”, onde P é a quantidade de peças que um dominó com valores de 0 a n possui, seguida de uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
1	3 pecas
6	28 pecas
9	55 pecas
12	91 pecas

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

B Números eulerianos

Em 1755, o matemático suíço Leonhard Euler publicou o livro *Institutiones calculi differentialis*, onde estudou uma determinada família de polinômios cujos coeficientes ficaram conhecidos como números eulerianos, cuja notações são

$$A(n, k) = E(n, k) = \left\langle \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\rangle$$

Estes coeficientes podem ser interpretados como o número de permutações de n elementos que possuem exatamente k sequências ascendentes. Os números eulerianos podem ser computados através da recorrência

$$\left\langle \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\rangle = (n - k) \left\langle \begin{matrix} n - 1 \\ k - 1 \end{matrix} \right\rangle + (k + 1) \left\langle \begin{matrix} n - 1 \\ k \end{matrix} \right\rangle$$

onde $E(n, 0) = E(n, n - 1) = 1$.

Dados os valores de n e k , determine o valor de $E(n, k)$.

Entrada

A entrada consiste em uma série de casos de testes, onde cada caso de teste corresponde a uma linha da entrada, com os inteiros n ($1 \leq n \leq 50$) e k ($k < n$), separados por um espaço em branco e seguidos de uma quebra de linha.

Saída

Para cada caso de teste, deverá ser impressa a mensagem “ $E(n, k) = E$ ”, onde E é o número euleriano a ser determinado. Ao final da mensagem deve ser impressa uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
1 0	$E(1, 0) = 1$
6 5	$E(6, 5) = 1$
4 2	$E(4, 2) = 11$
9 4	$E(9, 4) = 156190$

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

C Sequência de Somos

As sequências de Somos são sequências de números, definidas por relações de recorrência, descobertas pelo matemático Michael Somos. Para $k > 1$, a sequência Somos- k (a_0, a_1, a_2, \dots) é definida por

$$a_n a_{n-k} = a_{n-1} a_{n-k+1} + a_{n-2} a_{n-k+2} + \dots + a_{n-(k-1)/2} a_{n-(k+1)/2}$$

se k é ímpar e

$$a_n a_{n-k} = a_{n-1} a_{n-k+1} + a_{n-2} a_{n-k+2} + \dots + (a_{n-k/2})^2$$

se k é par, com $a_i = 1$ para $i < k$.

Para $k = 2$ e $k = 3$, as expressões acima resultam na sequência de uns $(1, 1, 1, \dots)$. Para $k = 4$, a expressão acima se torna

$$a_n a_{n-4} = a_{n-1} a_{n-3} + a_{n-2}^2$$

que pode ser escrita na forma de recorrência

$$a_n = \frac{a_{n-1} a_{n-3} + a_{n-2}^2}{a_{n-4}}$$

Para $k = 5$, a relação de recorrência é

$$a_n = \frac{a_{n-1} a_{n-4} + a_{n-2} a_{n-3}}{a_{n-5}}$$

Embora não seja óbvio a partir destas relações, as sequências Somos- k para $k \leq 7$ contém apenas números inteiros. Para $k \geq 8$ as sequências podem conter frações.

Dados os valores de k e n , determine o termo a_n da sequência Somos- k .

Entrada

A entrada consiste em T ($1 \leq T \leq 200$) casos de testes. Cada caso de teste é representado por uma única linha com os valores de k ($2 \leq k \leq 7$) e n , separados por um espaço e seguidos de uma quebra de linha, onde n é um inteiro não-negativo tal que o termo a_n é menor do que 2^{64} .

Saída

Para cada caso de teste, a saída do programa deverá imprimir a mensagem “Somos- $k(n) = s$ ”, onde s é o termo a_n da sequência Somos- k , seguida de uma quebra de linha.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
4	Somos-4(8) = 59
4 8	Somos-5(10) = 83
5 10	Somos-6(11) = 421
6 11	Somos-7(9) = 9
7 9	

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.

D Derivadas de Polinômios

Segundo o Cálculo, a derivada do monômio $M(x) = x^k$ é $M'(x) = kx^{k-1}$, e a derivada de uma constante é igual a zero. Estes dois resultados permitem computar a derivada de polinômios, uma vez que a derivada da soma de funções deriváveis é a soma das derivadas de cada função.

Logo, se

$$P(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

é um polinômio de grau k , temos que

$$P'(x) = k a_k x^{k-1} + (k-1) a_{k-1} x^{k-2} + \dots + a_1$$

Dados o valor de k e os coeficientes de um polinômio de grau menor ou igual a k , determine a derivada deste polinômio.

Entrada

A entrada do problema consiste em uma série de casos de teste. Cada caso de testes é representado por três linhas. A primeira delas contém o valor do inteiro k ($0 \leq k \leq 100$), enquanto que a segunda linha contém um caractere alfabético C que indica o nome do polinômio.

A terceira linha e última linha do caso de teste contém $k+1$ coeficientes inteiros a_j ($-5 \leq a_j \leq 5$), separados por espaços em branco, sendo o primeiro o coeficiente a_k , o segundo a_{k-1} , e assim sucessivamente, até o último coeficiente a_0 .

Saída

Para cada caso de teste, a saída do programa deverá ser a derivada do polinômio dado, seguida de uma quebra de linha, formatado da seguinte maneira:

1. deve ser impresso o nome do polinômio, seguido de um par de parêntesis com a variável x entre eles;
2. após esta impressão deve seguir um espaço em branco, um sinal de igualdade e outro espaço em branco;
3. os coeficientes devem ser precedidos pelo sinal, com um espaço antes e um depois, exceto o primeiro, caso seja positivo;

4. os monômios x^k devem ser impressos como “ x^k ”;
5. os termos com coeficientes nulos não devem ser impressos, exceto no caso de um polinômio de grau zero, o qual deve ser impresso.

Por exemplo, o polinômio $a(x) = -x^4 + 5x^3 - 100$ deve ser impresso da seguinte maneira: “ $a(x) = -x^4 + 5x^3 - 100$ ”.

Exemplos de entradas	Exemplos de saídas
5	$p(x) = 20x^4$
p	$a(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$
4 0 0 0 0 0	$Q(x) = 0$
5	$m(x) = 2x + 2$
a	
1 -1 1 -1 1 -1	
0	
Q	
1	
2	
m	
1 2 3	

Este problema foi elaborado para ensino e docência. Quaisquer coincidências com problemas já existentes favor entrar em contato (edsonalves@unb.br) para que as devidas providências sejam tomadas.