### ЛЕКЦИЯ №7

По дисциплине: «Электроника и электротехника»

Тема №:4 Трехфазные цепи синусоидального тока

Занятие №:4 Трехфазная система

### Учебные вопросы:

- 1. Устройство трехфазной системы и ее преимущества.
- 2. Анализ трехфазных цепей при соединении фаз приемника «звездой» при наличии нейтрального провода
- 3. Анализ трехфазных цепей при соединении фаз приемника «треугольником»
- 4. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной симметричной системы

### IV. Литература для самостоятельной работы обучающихся:

### а) основная литература:

- **1. Иванов, И. И.** Электротехника и основы электроники: учебник. 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. СПб: Лань, 2017. 736 с.
- 2. **Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. 12-е изд. стер. Москва.: Академия, 2008. 544 с. и предыдущие издания.

### б) дополнительная литература:

3. **Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

### Вступление

В процессе развития электротехники ученым и инженерам приходилось преодолевать значительные трудности и решать многие сложные технические проблемы. Первые электрические станции вырабатывали постоянный ток и обслуживали отдельные объекты с небольшим числом потребителей. По мере расширения областей применения электрической энергии она становится товаром; все более остро ощущается необходимость централизованного производства и экономичной передачи энергии на значительные расстояния. Переход от небольших разрозненных электрических станций к централизованному производству и распределению электроэнергии диктовался также развивающейся капиталистической промышленностью, концентрацией и централизацией производства.

В 70-80-х годах XIX в. ученые и изобретатели разных стран работали над проблемами централизованного производства и распределения электро-энергии. Попытки их решения на базе постоянного тока оказались неэффективными вследствие невозможности трансформации постоянного тока: экономичность передачи энергии требовала повышения напряжения до нескольких киловольт, но без трансформатора высокое напряжение было трудно получить и еще труднее использовать. Тем не менее система электроснабжения на постоянном токе долгое время занимала господствующее положение.

В стремление применить для передачи и распределения электроэнергии переменный однофазный ток также не дало эффективных результатов, так как двигатели однофазного тока не обеспечивали промышленного электропривода. Применение переменного тока в этот период ограничивалось лишь областью электрического освещения. Значительным стимулом к внедрению переменного тока явилось создание электрической свечи Яблочкова и разработка схемы дробления электроэнергии - посредством индукционных катушек, представлявших собой трансформатор с разомкнутой магнитной системой. В середине 80-х годов были созданы промышленные типы однофазных трансформаторов с разомкнутой магнитной системой (О. Блати, М. Дери, К. Циперновский).

Успешное решение возникших сложных научно-технических задач оказалось возможным благодаря теоретическим исследованиям в области электромагнетизма, проведенным в 70-90-е годы XIX в. Важнейшее место среди них принадлежит электромагнитной теории Д: К. Максвелла, исследованию магнитных свойств стали и расчету магнитных цепей (А. Г. Столетов, Д. Гопкинсон), открытию явления вращающегося магнитного поля (Г. Феррарис, Н. Тесла) и разработке техники многофазных, в частности трехфазных, цепей (М. О. Доливо-Добровольский, Н. Тесла и др.), созданию основ теории цепей, машин и трансформаторов (Г. Капп, М. О. Доливо-Добровольский, Ч. П. Штейнмец и др.). Доливо-Добровольский - Показал оптимальность системы трехфазного тока, создал трехфазный синхронный генератор, а в 1889и 1890 гг. - двигатели с короткозамкнутым и фазным рото-

ром; в 1891 г. предложил трехфазный трансформатор осуществил первую электропередачу трехфазного тока

Трехфазные цепи имели огромные преимущества по сравнению с цепями постоянного и переменного однофазного токов благодаря тому, что они позволили комплексно решить стоящую проблему: не только, экономично передавать электроэнергию на большие расстояния, но и создать простые, надежные в работе асинхронные двигатели с хорошими рабочими характеристиками. Указанные преимущества были наглядно продемонстрированы в 1891 г. в Германии первой передачей электрической энергии посредством трехфазных цепей из Лауфена во Франкфурт-на-Майне (напряжение линии передачи 15000 В, расстояние 170 км, к. п. д. более 75%). Эта передача открыла широкую дорогу в промышленность трехфазным цепям и положила начало современному этапу развития электротехники - становлению электрификации.

С этого времени быстро возрастают мощность электрических станций и напряжение электропередач, разрабатываются новые конструкции электрических машин, аппаратов и приборов. Электрический двигатель все более проникает в область, промышленного привода, вытесняя паровую машину.

Процесс электрификации постепенно охватывает все новые области производства: развиваются электрометаллургия, электротермия, электрохимия. Электрическая энергия широко используется в самых разнообразных отраслях промышленности, на транспорте, в сельском хозяйстве и в быту.

В настоящее время трехфазные системы получили широкое распространение, что объясняется главным образом следующими причинами:

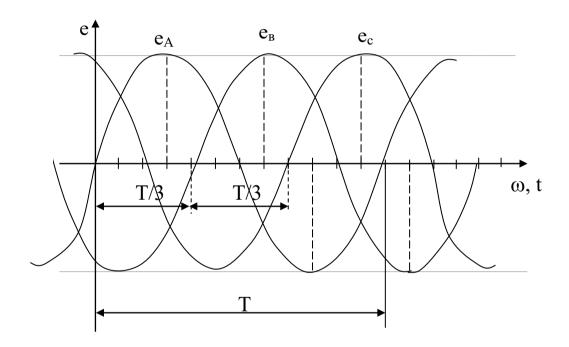
- 1) при одинаковых условиях питание трехфазным током позволяет получить значительную экономию материала проводов по сравнению с тремя однофазными линиями;
- 2) при прочих равных условиях трехфазный генератор дешевле, легче и экономичнее, чем три однофазных генератора такой же мощности; тоже относится к трехфазным двигателям и трансформаторам;
- 3) трехфазная система токов позволяет получить вращающееся магнитное поле с помощью трех неподвижных катушек, что существенно упрощает производство и эксплуатацию трехфазных двигателей;
- 4) при равномерной нагрузке трехфазный генератор создает на валу приводного двигателя постоянный момент в отличии от однофазного генератора, у которого мощность и момент на валу пульсируют с двойной частотой.

### 1. Устройство трехфазной системы и ее преимущества.

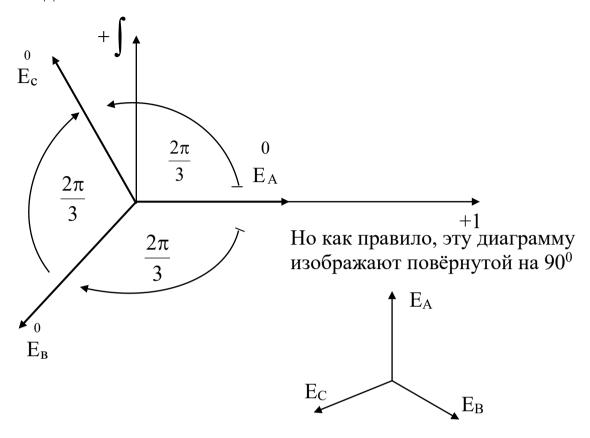
Объединение в одну цепь нескольких подобных по структуре цепей синусоидального тока одной частоты с независимыми источниками энергии широко применяется в технике. Объединяемые цепи синусоидального тока принято называть фазами, а всю объединенную систему цепей — многофазной

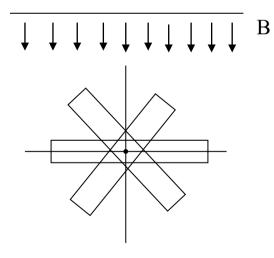
системой: Таким образом, в электротехнике термин «фаза» двух различных смыслах: во первых, применяется В многофазной составной части наименование системы цепей синусоидального тока. Наибольшее распространение получила трехфазная система, ктох иногда используются, например, двухфазные, шестифазные и даже 12 – ти фазные системы.

Под трехфазной симметричной системой ЭДС понимают совокупность трех синусоидальных ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по фазе на угол  $\frac{2\pi}{3}$  или  $120^{0}$ . изобразим график мгновенных значений этих ЭДС.



Что касается векторной диаграммы, то она имеет следующий вид:





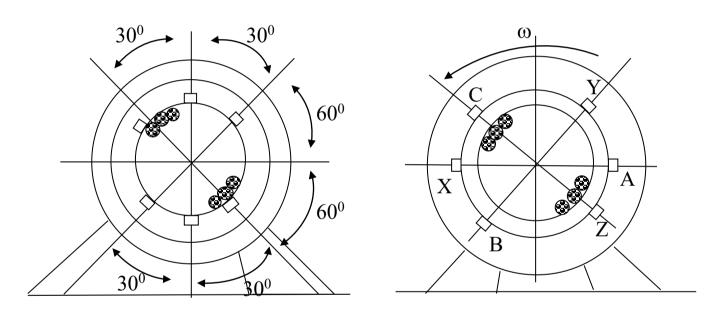
трехфазной Принцип получения ЭДС системы онжом проиллюстрировать следующим образом, когда в магнитном поле с напряженностью В вращается система из трех рамок (катушек) с постоянной угловой скоростью ω. Плоскости этих катушек смещены в пространстве на  $120^{0}$ . В результате в каждой из катушек наводится ЭДС одинаковой амплитуды  $120^{0}$ . сдвинутой ПО фазе на аналогичным образом можно получить любую многофазную систему (2 - x, 4)**–** х и т.д.)

Трехфазная цепь состоит из трех основных частей:

- 1. Трехфазного генератора с трехфазной системой ЭДС, посредством которого механическая энергия преобразуется в электрическую;
- 2. Линии электропередачи с необходимым оборудованием (преобразованным трансформаторы, коммутационным, защитным и т.п.)
- 3. Электроприемников, подключаемых к линии передачи (двигатели, нагреватели, осветительные приборы и т.д.) которые могут быть и однофазными и трёхфазными.

Трехфазный генератор состоит из неподвижного статора и вращающегося ротора.

Попробуем изобразить такой генератор.



Такой генератор отличается от однофазного тем, что в пазах его статора размещены не одни, а три изолированных друг от друга обмотки — фазные обмотки генератора. Если генератор имеет двухполюсный ротор, то оси фазных обмоток статора в нём повернуты относительно друг друга на угол  $\frac{2\pi}{3}$ . При вращении ротора, через обмотки которого пропускают ток возбуждения, в фазных обмотках статора индуктируются синусоидальные фазные ЭДС. Из — за симметрии  $E_m$  и действующие  $E_{\varphi}$  значения ЭДС во всех фазах одинаковы. Однако линии магнитного поля вращающегося ротора пересекают провода фазных обмоток не одновременно. Поэтому синусоидальные ЭДС обмоток сдвинуты

по фазе относительно друг друга на одну треть периода, чему соответствует пространственный угол  $\frac{2\pi}{3}$  между осями обмоток.

Фазы трёхфазного генератора принято обозначать первыми буквами латинского алфавита A, B, C. Причем эти буквы ставятся у начала обмоток, концы которых, соответственно, обозначают последними буквами латинского алфавита X, Y, Z.

Последовательность обозначения фаз генератора, или, иначе, чередование фаз не может быть случайной, так как она определяет последовательность изменения времени фазных во Обозначения выбираются так, чтобы ЭДС фазы А достигала максимум на одну треть периода раньше, чем ЭДС фазы В, и на две трети периода раньше, чем ЭДС фазы С. Такая последовательность чередования фаз называется нормальной или прямой. От этого вращения трехфазных двигателей. направление прямой последовательности чередования фаз мгновенные значения ЭДС трехфазных обмоток равны:

$$\ell_{A} = E_{m} \sin \omega t$$

$$\ell_{B} = E_{m} \sin (\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$\ell_{C} = E_{m} \sin (\omega t - \frac{4\pi}{3}) = E_{m} \sin (\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

### Схемы соединения трёхфазных цепей.

Для получения трехфазной системы необходимо определенным образом соединить фазы источника энергии и фазы приемника.

Здесь, как говорится, возможны варианты, и этих вариантов может быть много. Но обычно используют два основных способа соединения в трехфазной системе — соединение фаз источника энергии и приемника звездой и треугольником.

Фазные обмотки трехфазного генератора можно соединить с тремя приемниками энергии шестью проводами и получить три независимые фазные цепи.

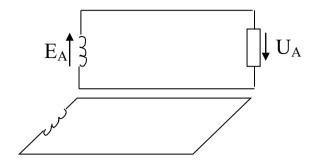


Рис.

Но это был бы самый неэкономичный способ, по крайней мере, по расходу соединительных проводов. Поэтому используют другие схемы, которые позволяют снизить число проводов до трёх или четырёх.

На электрической схеме трёхфазный генератор принято изображать в виде трех обмоток, расположенных под углом  $120^{0}$ . Рис.

При соединении звездой одноименные зажимы (например, концы) трех обмоток объединяют в одну точку, которую называют нулевой точкой генератора.

Обмотки генератора, как мы уже знаем, обозначают буквами A, B, C. Эти буквы ставят у начала обмоток, соответственно, первой, второй и третьей фазы.

При соединении обмоток генератора треугольником конец первой обмотки соединяют с началом второй, конец второй — с началом третьей, конец третьей — с началом первой.

Рис.

Геометрическая сумма ЭДС в замкнутом треугольнике равна нулю. Поэтому, если к зажимам ABC не присоединена нагрузка, то по обмоткам генератора ток не течет. Системы, в которых индуктируемые в обмотках ЭДС имеют одинаковые амплитуды и сдвинуты по фазе на  $120^0$  относительно друг друга, называются симметричными, может быть включена и 3-x фазная нагрузка. Симметричная трехфазная система может быть изображена:

- 1. Графически;
- 2. Тригонометрическими функциями;

$$\ell_{A} = E_{m} \sin \omega t,$$
  

$$\ell_{B} = E_{m} \sin \omega t - 120^{0}, \quad \ell_{C} = E_{m} \sin (\omega t - 240^{0})$$

- 3. векторными диаграммами;
- 4. комплексными числами:

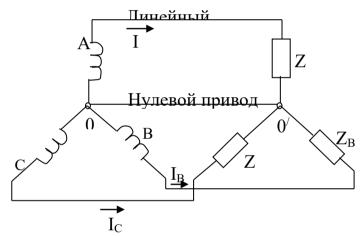
$$E_A = E \;, \quad E_B = E \;\cdot\; \ell^{-j120^0} \;, \quad E_C = \; \ell^{-j240^0} \;.$$

Для трехфазной симметричной системы справедливы  $\ell_{\,{\rm A}} + \ell_{\,{\rm B}} + \ell_{\,{\rm C}} = 0$ 

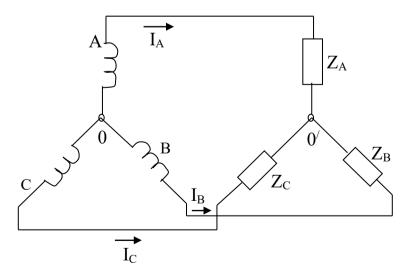
уравнения: 
$$E_A + E_B + E_C = 0$$
  
 $\overline{E}_A + \overline{E}_B + \overline{E}_C = 0$ 

Рассмотрим схемы соединения трёхфазного генератора с трехфазной нагрузкой.

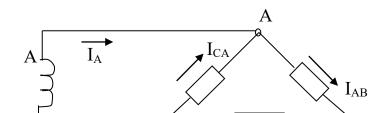
1. Звезда – звезда с нулевым проводом.



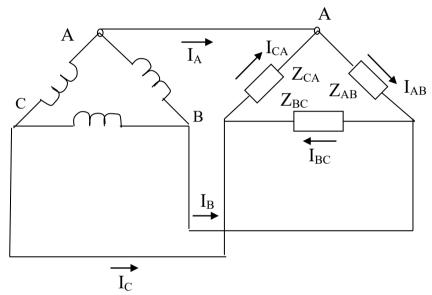
2. Звезда – звезда без нулевого привода.



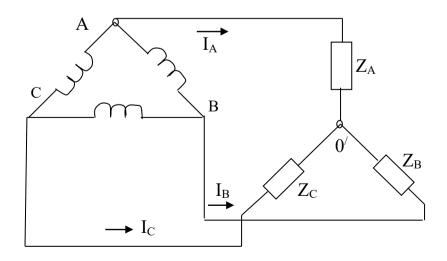
3. Звезда – треугольник.



### 4. Треугольник – треугольник.



## 5. Треугольник – звезда.



Точку, в которой объединены три конца фаз генератора при соединении звездой, называют нулевой точкой генератора и обозначают «0».

Точку, в которой объединены три конца трехфазной нагрузки при соединении звездой, называют нулевой точкой нагрузки называют нулевой точкой нагрузки и обозначают «0».

Провод соединяющий нулевые точки <0> генератора и <0> нагрузки называют нулевым проводом, а ток в этом проводе — нулевым током. За положительное направление нулевого тока принято от 0 к 0.

Провода, соединяющие точки A, B, C генератора и нагрузки, называют линейными проводами. Текущие по линейным проводам токи называют линейными и из обозначают  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ . За положительное направление для них принимают направление от генератора и нагрузки. Напряжение между линейными проводами называют линейными и обычно обозначают двумя индексами, например,  $U_{A,B}$ , т.е. напряжение между двумя точками (линиями) A и B. Модули линейных токов и напряжений обозначают, соответственно,  $I_A$  и  $U_{\pi}$ .

Каждую из трех обмоток называют фазой генератора, каждую из трех нагрузок называют фазой нагрузки. Протекающие по ним токи называют фазовыми токами генератора и, соответственно, нагрузки, а напряжения называют фазовыми и обозначают  $U_{\varphi}$ .

# Соотношения между линейными и фазовыми напряжениями.

При соединении генератора в звезду линейное напряжение по модулю в  $\sqrt{3}$  больше фазового напряжения  $U_{\varphi}$  генератора. Это следует из того, что  $U_{\pi}$  есть основание равнобедренного треугольника с острыми углами по  $30^{0}$ , т.е.

$$U_{\pi} = U_{AB} = U_{\Phi} \cdot 2 \cos 30^{0} = \sqrt{3} U_{\Phi}$$

$$U_{\pi} = \sqrt{3}U_{\Phi}$$

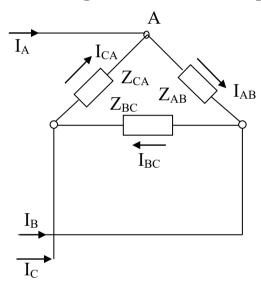
$$120^{0}$$

$$B$$

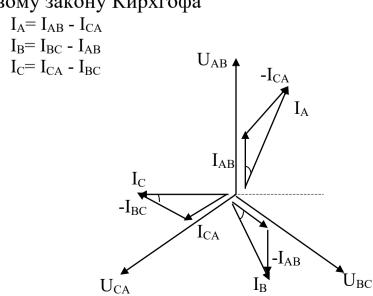
В основу формирования ряда трехфазных напряжений, когда последующие больше предыдущего в  $\sqrt{3}$  раз, положен именно множитель, равный  $\sqrt{3} = 1,73$ . приведем часть этого ряда при относительно низких напряжениях: 110, 127, 220, (219,7), 380, (380,6), 660, (657,4) В.

Линейный ток  $I_{\Pi}$  при соединении генератора в звезду равен фазовому току генератора:  $I_{\Pi} = I_{\Phi}$ .

При соединении нагрузки треугольником положительные направления для токов выбирают по часовой стрелке. Индексы у токов соответствуют выбранным для них положительным направлением. Первый индекс отвечает точке от которой ток утекает, второй – точке, к которой ток притекает.



При соединении нагрузки треугольником, линейные токи не равны фазным токам нагрузки и определяются через них по первому закону Кирхгофа



Из векторной диаграммы по теореме косинусов

$$I_A = 2 \cdot I_{AB} \cdot \cos 30^0 = I_{AB} \cdot \sqrt{3}$$

Аналогично

$$I_{\rm B} = I_{\rm BC} \sqrt{3},$$

$$I_{\rm C} = I_{\rm CA} \sqrt{3}.$$

В общем случае  $I_{\pi} = I_{\phi} \sqrt{3}$ 

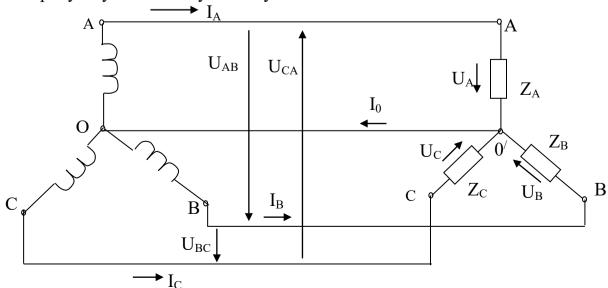
### Преимущества трехфазных систем.

Широкое распространение трехфазных систем объясняется следующими причинами:

- 1. Передача энергии на дальние расстояния трехфазным током экономически более выгодна, чем переменным током с иным числом фаз.
- 2. Элементы системы, такие как асинхрпный двигатель и трехфазный генератор просты в производстве, экономичны и надежны в работе.
- 3. Система обладает свойством неизменности величины мгновенной мощности за период синусоидального тока, если нагрузка во всех фазах трехфазного генератора одинакова.
- 4. Трехфазная система обеспечивает при неподвижных катушках получение вращающегося магнитного поля.

## 2. Анализ трехфазных цепей при соединении фаз приемника «звездой» при наличии нейтрального провода

Нарисуем уже известную схему



Если нулевой провод в схеме достаточно толстый, т.е. обладает весьма малым сопротивлением, то потенциал точки  $0^{\prime}$  практически равен потенциалу точки  $0_{\rm U}$  эти точки практически являются одной точкой. При этом в схеме образуются три обособленных контура, точки в которых можно записать следующим образом:

$$I_A = \frac{E_A}{Z_A}, \qquad I_B = \frac{E_B}{Z_B}, \qquad I_C = \frac{E_C}{Z_C}.$$

По первому закону Кирхгофа ток в нулевом проводе равен геометрической сумме фазных токов

$$I_0 = I_A + I_B + I_C$$
.

Если  $Z_A = Z_B = Z_C$  (такая нагрузка, как мы знаем , называется равномерной или симметричной), то ток в нулевом проводе  $I_0 = 0$  и нулевой провод можно изъять из схемы, что не изменит ее режимов работы.

Из нашей схемы видно, что в данном случае в ней действует также симметричная система ЭДС, которая состоит из трех ЭДС, одинаковых по амплитуде и частоте, но сдвинутых относительно друг друга на 120°.

При этом к началам фаз приемников (A, B, C) проводятся линейные провода, а концы фаз (X, Y, Z) соединяются в общую (нулевую) нейтральную точку. Причем нулевая точка приемников 0 в том случае четырёхпроводной системы соединяется с аналогичной точкой 0 генератора нейтральным проводом, если этого провода нет — то это будет трехпроводная трехфазная симметричная система с соединением  $\downarrow$ 

В этом случае напряжение  $U_0$  между нулевыми точками приемника 0 и генератора 0 может быть найдено с помощью метода условного напряжения, при котором уславливаются считать, что сопротивление обмоток генератора настолько мало, что оно не учитывается и вместо  $E_A$ ,  $E_B$ ,  $E_C$  записываются напряжения  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ . Тогда

$$U_{0} = \frac{\frac{U_{A}}{Z_{A}} + \frac{U_{B}}{Z_{B}} + \frac{U_{C}}{Z_{C}}}{\frac{1}{Z_{A}} + \frac{1}{Z_{B}} + \frac{1}{Z_{C}} + \frac{1}{Z_{N}}},$$

где  $U_{A},\,U_{B},\,U_{C}-$  фазные напряжения на зажимах генератора,

 $Z_{N}$  – сопротивление нейтрального провода.

Соответственно, теперь мы можем записать:

$$I_{A} = \frac{U_{II}}{Z_{A}} = \frac{U_{A} - U_{0}}{Z_{A}}, \quad I_{B} = \frac{U_{II}}{Z_{B}} = \frac{U_{B} - U_{0}}{Z_{B}}, I_{C} = \frac{U_{II}}{Z_{C}} = \frac{U_{C} - U_{0}}{Z_{C}}.$$

В случае схемы с нейтральным проводом можно допустить, что  $Z_{\rm N}=0,$  тогда

$$U_0 = 0,$$
  $U_A = E_{A},$   $U_B = E_{B},$   $U_C = E_{C},$ 

Переходя к действующим значениям величин, ограничимся случаем когда нагрузки во всех фазах имеют активный характер и отличаются друг от друга, т.е. нагрузка не симметрична. При этом:

$$U_A = U_B = U_C = \frac{U_{\pi}}{\sqrt{3}}$$
,

где  $U_{\rm Л}$  – значение линейного напряжения.

$$I_{A} = \frac{U_{JI}}{\sqrt{3}R_{A}}; \qquad I_{B} = \frac{U_{JI}}{\sqrt{3}R_{B}}; \qquad I_{C} = \frac{U_{JI}}{\sqrt{3}R_{C}};$$
 
$$I_{N} = \frac{U_{JI}}{\sqrt{3}}\sqrt{(\frac{1}{R_{A}^{2}} + \frac{1}{R_{B}^{2}} + \frac{1}{R_{C}^{2}}) - (\frac{1}{R_{A} \cdot R_{B}} + \frac{1}{R_{B} \cdot R_{C}} + \frac{1}{R_{C} \cdot R_{JI}}).$$
 При симметричной нагрузке, когда  $R_{A} = R_{B} = R_{C} = R$ , имеем  $I_{JI} = I_{A} = I_{B} = I_{C} = \frac{U_{JI}}{\sqrt{3}}$  и  $I_{N} = 0$ .

Для трехпроводной системы без нейтрального провода  $Z_N \to \infty$  и, соответственно , формула для  $U_0$  записывается без проводимости  $\frac{1}{Z_N}$  :

$$U_{0} = \frac{\frac{U_{A}}{Z_{A}} + \frac{U_{B}}{Z_{B}} + \frac{U_{C}}{Z_{C}}}{\frac{1}{Z_{A}} + \frac{1}{Z_{B}} + \frac{1}{Z_{C}}},$$

а токи, соответственно, принимают значения.

$$I_A = \frac{U_A}{R_A}, \quad I_B = \frac{U_B}{R_B}, \quad I_C = \frac{U_C}{R_C}.$$

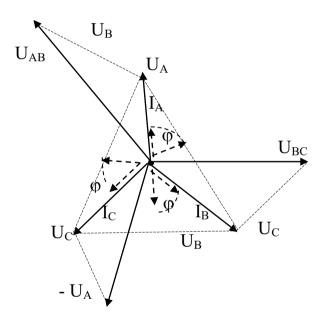
Для такой схемы, используя формулу для  $U_0$ , можно получить для действующих значений напряжений следующие выражения:

$$U_{A} = U_{JJ} \frac{\sqrt{\frac{1}{R_{A}^{2}} + \frac{1}{R_{B}R_{C}} + \frac{1}{R_{C}^{2}}}}{\frac{1}{R_{A}} + \frac{1}{R_{B}} + \frac{1}{R_{C}}};$$

$$U_{B} = U_{JI} \frac{\sqrt{\frac{1}{R_{B}^{2}} + \frac{1}{R_{A}R_{C}} + \frac{1}{R_{C}^{2}}}}{\frac{1}{R_{A}} + \frac{1}{R_{B}} + \frac{1}{R_{C}}};$$

$$U_{C} = U_{JI} \frac{\sqrt{\frac{1}{R_{A}^{2}} + \frac{1}{R_{A}R_{B}} + \frac{1}{R_{C}^{2}}}}{\frac{1}{R_{A}} + \frac{1}{R_{B}} + \frac{1}{R_{C}}}.$$

Построим векторную диаграмму фазных и линейных напряжений при соединении фаз генератора и приемника звездой.



Векторы линейных напряжений  $U_{AB},\,U_{BC},\,U_{CA}$  строим исходя из выражений

$$U_{AB} = U_A - U_B$$
$$U_{BC} = U_B - U_C$$
$$U_{CA} = U_C - U_A$$

в которых вторые векторы равны по величине первым с соответствующими индексами, но направлены в противоположную сторону, путем суммирования этих векторов.

Для нашей схемы звезда — звезда линейные токи равны соответствующим фазным токам . В случае симметричной нагрузки действующие значения всех линейных и фазных токов одинаковы:

$$I_{\mathrm{J}} = I_{\mathrm{\Phi}}$$
.

Что касается фазовых сдвигов этих токов относительно напряжений в действительности и на векторной диаграмме, то модуль тока в каждой фазе определяется величиной нагрузки, а угол сдвига — величиной и характером реактивной составляющей. Так при чисто активной нагрузке ток совпадает с напряжением, при индуктивной нагрузке ток будет отставать, а при емкостной — опережать напряжение.

Активная мощность трехфазной системы P находится как сумма активных мощностей отдельных фаз  $P_A$  , $P_B$  ,  $P_C$  и активной мощности, поглощаемой в нейтральном проводе, т.е.

$$P = P_A + P_B + P_C + P_N$$

Аналогично определяется реактивная мощность

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_N.$$

Полная мощность находится по формуле

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

При симметричном режиме:

$$\begin{split} P_N &= Q_N = 0;\\ P_A &= P_B = P_C = U_\Phi I_\Phi \cos\phi;\\ Q_A &= Q_B = Q_C = U_\Phi I_\Phi \sin\phi; \text{ r.e.}\\ P &= 3\ U_\Phi I_\Phi \cos\phi;\\ Q &= 3\ U_\Phi I_\Phi \sin\phi;\\ S &= 3\ U_\Phi I_\Phi \end{split}$$

или поскольку 3 
$$U_\Phi I_\Phi = \sqrt{3} U_\Pi I_\Pi$$
, то 
$$P = \sqrt{3} \ U_\Pi I_\Pi \cos \phi;$$
 
$$Q = \sqrt{3} \ U_\Pi I_\Pi \sin \phi;$$
 
$$S = \sqrt{3} \ U_\Pi I_\Pi \ ,$$

Где φ - угол сдвига между напряжениями и токами.

Упражнение на расчёт параметров такой схемы мы сейчас выполнять не будем, а проведем его на соответствующих занятиях при проведении лабораторной работы.

Каждый трёхфазный двигатель представляет собой симметричный приемник, поэтому при подключении таких двигателей к сети применяют трехпроводные линии. Но для осветительной нагрузки нейтральный провод необходим, поскольку на полную симметрию такого трёхфазного приемника рассчитывать не приходится, поскольку освещение включается крайне неравномерно.

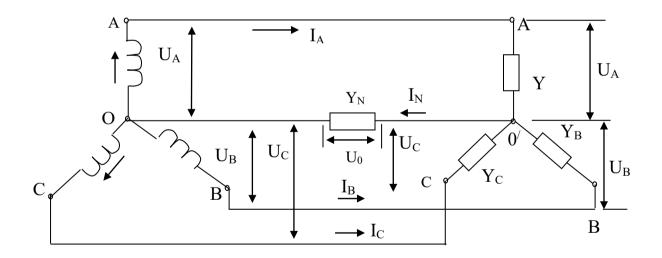
Поэтому правилами устройства электроустановок (ПУЭ) запрещена установка в нейтральных проводах четырехпроводных электрических сетей,

в частности, широко используемых для освещения, предохранителей и выключателей, т.к. при отключении нейтрального провода фазные напряжения могут стать неравными. В результате в одних фазах (или Фазе) может наблюдаться недокал (т.е. лампы будут греть тускло), а в других фазах (или фазе) — перекал и лампы будут быстро перегорать. Если же при таком соединении перегорит один из магистральных предохранителей, т.е. произойдет обрыв одной фазы, то отключатся лампы, подключенные к этой фазе, а остальные будут работать нормально. Таким образом, мы подошли к рассмотрению режима работы трёхфазной четырехпроводной системы при несимметричной нагрузке.

### Несимметричная нагрузка при соединении звездой.

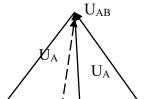
При несимметричном режиме, когда комплексные сопротивления  $Z_A \neq Z_B = Z_C$ , происходит нарушение симметрии фазных токов  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , что приводит к установлению различных по величине фазных напряжений  $U_A, U_B, U_C$  на зажимах электроприемников даже при симметрии аналогичных напряжений на зажимах источника электроэнергии.

### Изобразим все это на схеме



Для ослабления несимметрии, фазных напряжений нулевые точки 0 и 0 соединяют между собой нейтральным проводом, в результате чего в этом проводе появляется ток  $I_N$ . Этот ток обычно меньше токов в линейных проводах, что дает возможность принять сечение нейтрального провода в два – три раза меньше сечения линейных проводов.

Несимметричный режим характерен не только искажением фазных напряжений  $U_A, U_B, U_C$  по величине, на при нем нарушается также симметрия углов , определяющих смещения фазных напряжений относительно друг друга. Это четко видно на векторной диаграмме для несимметричной нагрузки соединенной трехнулевой звездой.



Проанализируем эту векторную диаграмму. Обозначим проводимость нейтрального провода через  $Y_N$ , а проводимости отдельных электроприемников через  $Y_A, Y_B, Y_C$  и, учитывая, что рассматриваемая цепь имеет два узла - нейтраль генератора и нейтраль нагрузки, найдем, что напряжение между точками 0 и 0' будет

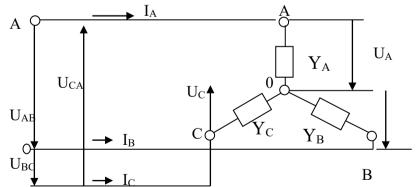
$$U_{0} = \frac{U_{A}Y_{A} + U_{B}Y_{B} + U_{C}Y_{C}}{Y_{A} + Y_{B} + Y_{C} + Y_{N}},$$

а, следовательно, напряжение на зажимах отдельных электороприемников определяются по формулам

$$\begin{split} U_A &= U_A - U_0 \\ U_B &= U_B - U_0 \\ U_C &= U_C - U_0 \end{split}$$

Из векторной диаграммы видно, что напряжение в одной или двух фазах нагрузки может уменьшится, а в других увеличится по отношению к номинальному (до  $U_{\rm Л}$ ), что нарушает правильную эксплуатацию электроустановки.

Резкое нарушение симметрии фазных напряжений происходит когда  $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$  и отсутствует нейтральный провод.



В этом случае линейные токи  $I_A, I_B, I_C$  устанавливаются так, чтобы  $I_A + I_B + Z_C = 0$  или  $U_A Y_A + U_B Y_B + U_C Y_C = 0$ .

Подставляя в последнее уравнение значения фазных напряжений

$$U'_{B} = U'_{A} - U'_{AB}$$
  
 $U'_{C} = U'_{A} + U'_{CA}$ 

полученные из векторной диаграммы, получим

 $U_A(Y_A + Y_B + Y_C) = U_{AB}Y_B - U_{CA}Y_C,$ 

Откуда имеем:

$$U_{A} = \frac{U_{AB}Y_{B} - U_{CA}Y_{C}}{Y_{A} + Y_{B} + Y_{C}}$$

$$U_{B} = \frac{U_{BC}Y_{C} - U_{AB}Y_{A}}{Y_{A} + Y_{B} + Y_{C}}$$

$$U_{C} = \frac{U_{CA}Y_{A} - U_{BC}Y_{B}}{Y_{A} + Y_{B} + Y_{C}}.$$

А это значит, что при обрыва линейного провода электроприемник данной фазы остается без энергии, а электроприемники других фаз продолжают работать, получая питание от остальных проводов. При наличии нейтрального электроприемников, подключенных провода ДЛЯ неповрежденным линейным проводом, обрыв чужого линейного провода практически не ощущается. А вот при отсутствии нейтрального провода фазные напряжения на зажимах обоих последовательно соединенных электроприемников пропорциональны величинам их полных сопротивлений. Преобладание в одной из фаз индуктивной нагрузки, а в другой – емкостной, может привести к резонансу напряжений с возникновением значительных перенапряжений зажимах нагрузки на И К резкому увеличению потребляемого тока.

Фазные токи, углы сдвига фаз между фазовыми напряжениями и токами, а также фазные мощности при несимметричной нагрузке в цепи с нулевым проводом в общем случае будут различными. Все они определяются по формулам:

$$I_{A} = \frac{U_{A}}{Z_{A}}$$

$$I_{B} = \frac{U_{B}}{Z_{B}}$$

$$I_{C} = \frac{U_{C}}{Z_{C}}$$

Углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами, как уже было сказано, зависят от величины и характера сопротивлений фаз нагрузки и равны:

$$\varphi_{A} = \arcsin \frac{X_{A}}{Z_{A}}$$

$$\phi_{\rm B} = \arcsin \frac{X_{\rm B}}{Z_{\rm B}}$$

$$\phi_{\rm C} = \arcsin \frac{X_{\rm C}}{Z_{\rm C}}$$

Мощность для фазы «А» будут равны

$$\begin{split} P_{A} &= U_{A} \cdot \, I_{A} \, \cos \, \phi_{A} = \, I_{A}^{2} \, X_{A}, \\ Q_{A} &= U_{A} \cdot \, I_{A} \, \sin \, \phi_{A} = \, I_{A}^{2} \, X_{A} \, = \, I_{A}^{2} \, \big( X_{LX} - X_{CA} \big) \, , \\ S_{A} &= U_{A} \cdot \, I_{A} = \, I_{A}^{2} \, Z_{A} = \, \sqrt{P_{A}^{2} + Q_{A}^{2}} \, \, . \end{split}$$

Аналогично определяются мощности для фаз «В» и «С». Активная и реактивная мощности трехфазного приемника при соединении звездой суммируются:

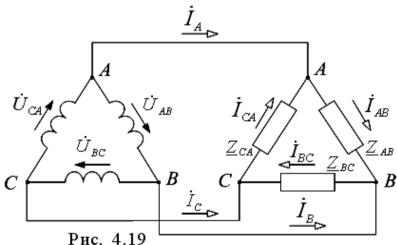
$$\begin{split} P &= P_A + P_B + P_C \\ Q &= Q_A + Q_B + Q_C. \end{split}$$

Если кроме фазных токов требуется найти ток в нулевом проводе, то эта задача решается либо в комплексной форме, либо с помощью векторной диаграммы.

### 3. Анализ трехфазных цепей при соединении фаз приемника «треугольником»

На рис. 4.19 показана схема соединения фаз приемника треугольником. Сопротивлениям фаз присваивается двойной индекс:  $\mathbf{Z}_{AB}$ ,  $\mathbf{Z}_{BC}$ ,  $\mathbf{Z}_{CA}$ . Каждая фаза приемника оказывается включенной на линейное напряжение источника, поэтому эти же напряжения являются фазными напряжениями приемника:  $\mathbf{U}_{J} = \mathbf{U}_{\Phi}$ .

Положительные направления линейных токов  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{A}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{B}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{C}}$  выбирают от источника к приемнику. Токам в фазах приемника, как и сопротивлениям, присваивается двойной индекс:  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{AB}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{BC}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{CA}}$ . Для фазных токов положительные направления выбирают по часовой стрелке.



#### Несимметричная нагрузка

Наиболее распространенным режимом работы трехфазной системы является неравномерная нагрузка фаз, она характеризуется различными значениями сопротивлений, включенных в приемнике,  $\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA}$ . Действующие значения

токов в фазах приемника при неравномерной нагрузке и симметричном источнике пропорциональны проводимостям нагрузки.

Если предположить, что сопротивления линейных проводов пренебрежимо малы, то можно считать, что напряжения источника равны соответствующим напряжениям приемника и токи в фазах рассчитываются по закону Ома (рис. 4.19):

$$\dot{\mathbf{I}}_{AB} = \frac{\dot{\mathbf{U}}_{AB}}{\underline{\mathbf{Z}}_{AB}}; \ \dot{\mathbf{I}}_{BC} = \frac{\dot{\mathbf{U}}_{BC}}{\underline{\mathbf{Z}}_{BC}}; \ \dot{\mathbf{I}}_{CA} = \frac{\dot{\mathbf{U}}_{CA}}{\underline{\mathbf{Z}}_{CA}}. \tag{4.26}$$

Линейные токи  $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{A}},~\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{B}},~\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{C}}$  вычисляются по первому закону Кирхгофа для соответствующих узлов:

$$\begin{split} \dot{I}_{A} - \dot{I}_{AB} + \dot{I}_{CA} &= 0; \\ \dot{I}_{B} - \dot{I}_{BC} + \dot{I}_{AB} &= 0; \\ \dot{I}_{C} - \dot{I}_{CA} + \dot{I}_{BC} &= 0. \end{split}$$

Откуда

$$\dot{\mathbf{I}}_{A} = \dot{\mathbf{I}}_{AB} - \dot{\mathbf{I}}_{CA};$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{B} = \dot{\mathbf{I}}_{BC} - \dot{\mathbf{I}}_{AB};$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{C} = \dot{\mathbf{I}}_{CA} - \dot{\mathbf{I}}_{BC}.$$
(4.27)

При соединении нагрузки треугольником фазные напряжения равны линейным, а линейные токи равны геометрической разности двух фазных токов.

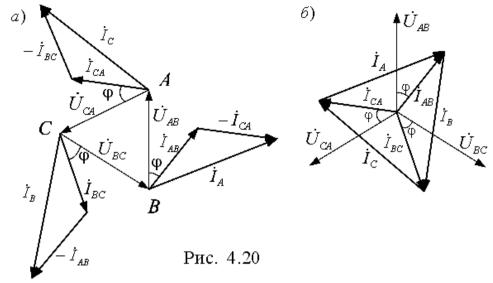
Топографическая диаграмма линейных напряжений, как и для схемы соединения звездой, представляет собой замкнутый треугольник (см. рис. 4.7, а). Следует заметить, что при изображении векторных диаграмм в случае соединения треугольником вектор линейного напряжения  $\dot{\mathbf{U}}_{AB}$  принято направлять вертикально вверх. Направление фазных токов  $\dot{\mathbf{I}}_{AB}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{BC}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}_{CA}$  относительно фазных (линейных) напряжений определяют комплексные сопротивления фаз. Затем строят векторы линейных токов.

Из уравнений токов (4.27) следует, что при любых значениях фазных токов для линейных токов справедливо выражение:

$$\dot{\mathbf{I}}_{A} + \dot{\mathbf{I}}_{B} + \dot{\mathbf{I}}_{C} = 0.$$

Включение нагрузки по схеме треугольника возможно при любом включении обмоток источника, как по схеме треугольник, так и по схеме звезда. Однако при включении генератора или трансформатора по схеме звезда фазные напряжения приемника будут равны линейным напряжениям источника. При этом нейтральная точка генератора или трансформатора не используется.

Симметричная нагрузка



При симметричной системе напряжений источника и одинаковой нагрузке фаз приемника  $\mathbf{Z}_{AB} = \mathbf{Z}_{BC} = \mathbf{Z}_{CA} = \mathbf{Z}_{\Phi}$  действующие значения токов в фазах равны между собой и токи сдвинуты относительно друг друга на один и тот же угол  $120^\circ$ . На (рис. 4.20, а и б) векторная диаграмма построена для случая симметричной активно-индуктивной нагрузки. Векторы линейных токов можно найти построением на основании первого закона Кирхгофа. На (рис. 4.20, а) вектор линейного тока  $\dot{\mathbf{I}}_A$  равен сумме вектора фазного тока  $\dot{\mathbf{I}}_{AB}$  и направленного противоположно фазному вектора « $-\dot{\mathbf{I}}_{CA}$ »:

$$\dot{\mathbf{I}}_{A} = \dot{\mathbf{I}}_{AB} + (-\dot{\mathbf{I}}_{CA});$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{B} = \dot{\mathbf{I}}_{BC} + (-\dot{\mathbf{I}}_{AB});$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{C} = \dot{\mathbf{I}}_{CA} + (-\dot{\mathbf{I}}_{BC}).$$

Векторы линейных токов чаще изображают соединяющими векторы соответствующих фазных токов, как показано на (рис. 4.20, б).

Линейные токи образуют симметричную систему векторов. Из треугольника, образованного векторами  $\dot{\bf I}_{AB}$ ,  $-\dot{\bf I}_{CA}$ ,  $\dot{\bf I}_{A}$  следует, что  ${\bf I}_{JI}=2{\bf I}_{\Phi}$   $\cos 30^\circ=2{\bf I}_{\Phi}\sqrt{3}$  / 2 или

$$I_{\rm JI} = \sqrt{3}I_{\Phi}$$
.

Токи в фазах приемника при симметричной нагрузке и малых сопротивлениях проводов имеют значения:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{I}}_{AB} &= \dot{\mathbf{U}}_{AB} / \underline{\mathbf{Z}}_{\Phi}; \\ \dot{\mathbf{I}}_{BC} &= \dot{\mathbf{U}}_{BC} / \underline{\mathbf{Z}}_{\Phi}; \\ \dot{\mathbf{I}}_{CA} &= \dot{\mathbf{U}}_{CA} / \underline{\mathbf{Z}}_{\Phi}. \end{split}$$

# 4. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной системы Мощность трехфазной системы

### Несимметричная нагрузка

Трехфазная цепь представляет собой совокупность трех однофазных цепей, поэтому активная и реактивная мощности трехфазной цепи равны суммам мощностей отдельных фаз.

Активная мощность трехфазной цепи равна сумме активных мощностей отдельных фаз:

для схемы соединения фаз приемника звездой:  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_{\mathbf{A}} + \mathbf{P}_{\mathbf{B}} + \mathbf{P}_{\mathbf{C}}$ , (4.6)

для схемы соединения фаз треугольником:  $P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} \, . \eqno(4.7)$ 

Здесь  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$ ,  $P_{AB}$ ,  $P_{BC}$ ,  $P_{CA}$  – активные мощности фаз в схемах соединения звездой и треугольником соответственно.

Активная мощность каждой фазы рассчитывается так же, как и для однофазного приемника:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{\Phi}} = \mathbf{U}_{\mathbf{\Phi}} \mathbf{I}_{\mathbf{\Phi}} \cos \mathbf{\varphi}_{\mathbf{\Phi}} = \mathbf{r}_{\mathbf{\Phi}} \mathbf{I}_{\mathbf{\Phi}}^{2}, \tag{4.8}$$

где  $r_{\Phi}$  – активное сопротивление фазы приемника.

Реактивная мощность трехфазной цепи равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных фаз, в которых мощности индуктивностей положительны, а мощности емкостей — отрицательны:

для схемы соединения фаз приемника звездой:  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{B}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{C}}$ , (4.9)

для схемы соединения фаз треугольником:  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{AB} + \mathbf{Q}_{BC} + \mathbf{Q}_{CA}$ . (4.10)

Реактивная мощность каждой фазы рассчитывается так же, как и для однофазного приемника:

$$\mathbf{Q}_{\Phi} = \mathbf{U}_{\Phi} \mathbf{I}_{\Phi} \sin \phi_{\Phi} = \mathbf{x}_{\Phi} \mathbf{I}_{\Phi}^{2}, \tag{4.11}$$

где  $\mathbf{x}_{\Phi}$  – реактивное сопротивление фазы приемника.

Полная мощность трехфазной цепи:

$$\mathbf{S} = \sqrt{\mathbf{P}^2 + \mathbf{Q}^2},\tag{4.12}$$

но  $S \neq S_A + S_B + S_C$  или  $S \neq S_{AB} + S_{BC} + S_{CA}$ .

Мощности трехфазной цепи могут быть определены в комплексной форме. Так, для схемы соединения звездой:

$$\widetilde{\mathbf{S}} = \widetilde{\mathbf{S}}_{\mathbf{A}} + \widetilde{\mathbf{S}}_{\mathbf{B}} + \widetilde{\mathbf{S}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{A}} \mathbf{I}_{\mathbf{A}} + \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{B}} \mathbf{I}_{\mathbf{B}} + \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}} \mathbf{I}_{\mathbf{C}} =$$

$$= (\mathbf{P}_{\mathbf{A}} + \mathbf{P}_{\mathbf{B}} + \mathbf{P}_{\mathbf{C}}) + \mathbf{j}(\mathbf{Q}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{B}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{C}}) = \mathbf{P} + \mathbf{j}\mathbf{Q} = \mathbf{S}e^{\mathbf{j}\varphi},$$

$$(4.13)$$

где  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  – сопряженные комплексы фазных токов.

Для схемы соединения треугольником:

$$\widetilde{S} = \widetilde{S}_{AB} + \widetilde{S}_{BC} + \widetilde{S}_{CA} = \dot{U}_{AB} \dot{I}_{AB} + \dot{U}_{BC} \dot{I}_{BC} + \dot{U}_{CA} \dot{I}_{CA} = 
= (P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}) + j(Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}) = P + jQ = Se^{j\phi},$$
(4.14)

где  $\vec{I}_{AB}$ ,  $\vec{I}_{BC}$ ,  $\vec{I}_{CA}$  – сопряженные комплексы фазных токов.

Действительная часть комплекса полной мощности — активная мощность, а мнимая — реактивная мощность.

**Коэффициент мощности**  $\kappa_{\rm M}$  несимметричной трехфазной цепи можно определить только отношением активной мощности цепи к полной мощности:

$$\kappa_{M} = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$
.

Условно коэффициент мощности несимметричной трехфазной цепи записывают как « $\cos \phi$ », где  $\phi$  – только аргумент комплексной мощности цепи, но не угол сдвига фаз между какими-либо напряжением и током.

### Симметричная нагрузка

Каждая из трех видов мощностей симметричной трехфазной цепи независимо от способа соединения (звезда или треугольник) определяется как утроенная мощность одной фазы:

$$P = 3P_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi}\cos\phi_{\Phi};$$
  

$$Q = 3Q_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi}\sin\phi_{\Phi};$$
  

$$S = 3S_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi}.$$

В качестве номинальных напряжений и токов трехфазных приемников указываются обычно линейные напряжения и токи. Учитывая это, мощности трехфазных приемников целесообразно также выражать через линейные напряжения и токи. При симметричной нагрузке и соединении фаз приемника звездой  $I_{\rm J} = I_{\Phi}$ ,  $U_{\Phi} = U_{\rm J} / \sqrt{3}$ , поэтому:

$$P = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}\cos\phi_{\Phi};$$

$$Q = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}\sin\phi_{\Phi};$$

$$S = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}.$$
(4.15)

При соединении фаз приемника треугольником  $~U_\Phi = U_{\rm J}$  , при симметричной нагрузке  $~I_\Phi = I_{\rm J} / \sqrt{3}$  , поэтому:

$$P = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}\cos\phi_{\Phi};$$

$$Q = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}\sin\phi_{\Phi};$$

$$S = \sqrt{3}U_{\Pi}I_{\Pi}.$$

Таким образом, при симметричной нагрузке формулы мощности (4.15) независимо от схемы соединения приемников одинаковы. Однако из этих формул нельзя делать вывод, что мощность не изменяется с изменением способа соединения нагрузки потому, что при этом изменяются линейные и фазные величины.

Коэффициент мощности в симметричной трехфазной цепи равен коэффициенту мощности одной фазы и, соответственно, косинусу сдвига фаз между напряжением и током в любой фазе:

$$cos \phi_{\Phi} = \frac{P_{\Phi}}{S_{\Phi}}.$$