

ЛЕКЦИЯ №10

По дисциплине:

«Электроника и электротехника»

Тема №:6

Анализ и расчет магнитных цепей

Занятие №:6

Магнитные цепи

Учебные вопросы:

1. Основные характеристики магнитного поля тока.
2. Закон полного тока для магнитной цепи.
3. Расчет магнитной цепи.
4. Электродвижущая сила, индуцируемая в катушке, и потокосцепление.
5. Индуктивность. Катушка индуктивности с магнитопроводом.

Литература для самостоятельной работы обучающихся:

а) основная литература:

1. **Иванов, И. И.** Электротехника и основы электроники: учебник. – 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. – СПб: Лань, 2017. – 736 с.
2. **Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд. стер. – Москва.: Академия, 2008. – 544 с. – и предыдущие издания.

б) дополнительная литература:

3. **Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

При решении электротехнических задач все вещества в магнитном отношении делятся на две группы:

- **ферромагнитные** (относительная магнитная проницаемость $\mu \gg 1$);
- **неферромагнитные** (относительная магнитная проницаемость $\mu \approx 1$).

Для концентрации магнитного поля и придания ему желаемой конфигурации отдельные части электротехнических устройств выполняются из ферромагнитных материалов. Эти части называют **магнитопроводами** или **сердечниками**. Магнитный поток создается токами, протекающими по обмоткам электротехнических устройств, реже – постоянными магнитами. Совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела и образующих замкнутую цепь, вдоль которой замыкаются линии магнитной индукции, называют **магнитной цепью**.

Магнитное поле характеризуется тремя векторными величинами, которые приведены в табл. 1.

Таблица 1. Векторные величины, характеризующие магнитное поле

Наименование	Обозначение	Единицы измерения	Определение
Вектор магнитной индукции	\vec{B}	Тл (тесла)	Векторная величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на ток по закону Ампера
Вектор намагниченности	\vec{J}	А/м	Магнитный момент единицы объема вещества
Вектор напряженности магнитного поля	\vec{H}	А/м	$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{J} = \frac{1}{\mu_0 \mu} \vec{B},$ <p>где $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$ Гн/м-магнитная постоянная</p>

Основные скалярные величины, используемые при расчете магнитных цепей, приведены в табл. 2.

Таблица 2. Основные скалярные величины, характеризующие магнитную цепь

Наименование	Обозначение	Единица измерения	Определение
Магнитный поток	Φ	Вб	Поток вектора магнитной индукции через поперечное сечение S

Наименование	Обозначение	Единица измерения	Определение
		(вебер)	магнитопровода $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$
Магнитодвижущая (намагничивающая) сила МДС (НС)	F	А	$F = Iw$, где I - ток в обмотке, w - число витков обмотки
Магнитное напряжение	U_M	А	Линейный интеграл от напряженности магнитного поля $U_M = \int_a^b \vec{H} d\vec{l}$, где a и b - граничные точки участка магнитной цепи, для которого определяется U_M

Характеристики ферромагнитных материалов

Свойства ферромагнитных материалов характеризуются зависимостью $B(H)$ магнитной индукции от напряженности магнитного поля. При этом различают **кривые намагничивания**, представляющие собой однозначные зависимости $B(H)$, и **гистерезисные петли** - неоднозначные зависимости $B(H)$ (см. рис. 1).

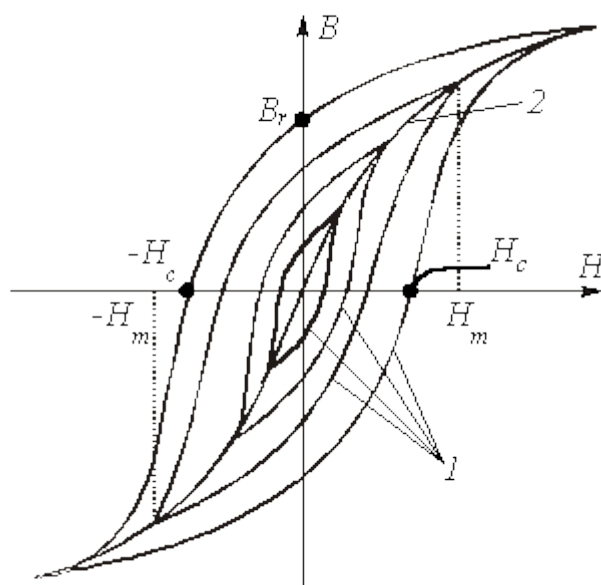


Рис.1

Основные понятия, характеризующие зависимости $B(H)$, приведены в табл. 3.

Таблица 3. Основные понятия, характеризующие зависимости $B(H)$

Понятие	Определение
Магнитный гистерезис	Явление отставания изменения магнитной индукции B от изменения напряженности магнитного поля H
Статическая петля гистерезиса	<p>Зависимость $B(H)$, получаемая путем ряда повторных достаточно медленных изменений магнитной напряженности в пределах выбранного значения $\pm H_m$ (см. кривые 1 на рис. 1).</p> <p>Площадь статической петли гистерезиса характеризует собой потери на магнитный гистерезис за один период изменения магнитной напряженности</p>
Начальная кривая намагничивания	Кривая намагничивания предварительно размагниченного ферромагнетика ($B=0; H=0$) при плавном изменении магнитной напряженности H . Представляет собой однозначную зависимость $B(H)$ и обычно близка к основной кривой намагничивания
Основная кривая намагничивания	Геометрическое место вершин петель магнитного гистерезиса (см. кривую 2 на рис. 1). Представляет собой однозначную зависимость $B(H)$
Предельная петля гистерезиса (предельный цикл)	Симметричная петля гистерезиса при максимально возможном насыщении
Коэрцитивная (задерживающая) сила	Напряженность магнитного поля H_c , необходимая для доведения магнитной индукции в предварительно намагниченном ферромагнетике до нуля. В справочной литературе обычно дается для предельной петли гистерезиса
Остаточная индукция	Значение индукции магнитного поля B_r при равной нулю напряженности магнитного поля. В справочной литературе обычно дается для предельного цикла

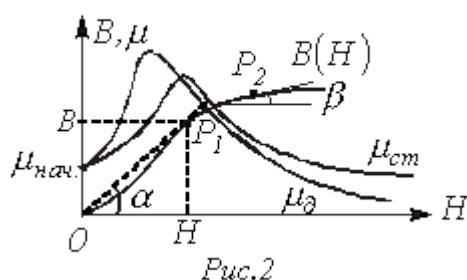
Перемагничивание ферромагнитного материала связано с расходом энергии на этот процесс. Как уже указывалось, площадь петли гистерезиса характеризует энергию, выделяемую в единице объема ферромагнетика за один цикл перемагничивания. В зависимости от величины этих потерь и соответственно формы петли гистерезиса ферромагнитные материалы подразделяются на магнитомягкие и магнитотвердые. Первые характеризуются относительно узкой петлей гистерезиса и круто поднимающейся основной кривой намагничивания; вторые обладают большой площадью гистерезисной петли и полого поднимающейся основной кривой намагничивания.

Магнитомягкие материалы (электротехнические стали, железоникелевые сплавы, ферриты) определяют малые потери в сердечнике и применяются в устройствах, предназначенных для работы при переменных магнитных потоках (трансформаторы, электродвигатели и др.). Магнитотвердые материалы (углеродистые стали, вольфрамовые сплавы и др.) используются для изготовления постоянных магнитов.

Статическая и дифференциальная магнитные проницаемости

Статическая магнитная проницаемость (в справочниках начальная и максимальная)

$$\mu_{cm} = \frac{l}{\mu_0} \frac{B}{H} \Big|_{P_1} = m_\mu \operatorname{tg} \alpha \quad (1)$$



определяется по основной кривой намагничивания и в силу ее нелинейности не постоянна по величине (см. рис. 2).

Величина $\mu_{нач}$ определяется тангенсом угла наклона касательной в начале кривой $B(H)$.

Кроме статической вводится понятие **дифференциальной магнитной проницаемости**, устанавливающей связь между бесконечно малыми приращениями индукции и напряженности

$$\mu_\partial = \frac{l}{\mu_0} \frac{dB}{dH} \Big|_{P_2} = m_\mu \operatorname{tg} \beta \quad (2)$$

Кривые $\mu_{cm}(H)$ и $\mu_\partial(H)$ имеют две общие точки: начальную и точку, соответствующую максимуму μ_{cm} (см. рис. 2).

При учете петли гистерезиса статическая магнитная проницаемость, определяемая согласно (1), теряет смысл. При этом значения μ_0 определяют по восходящей ветви петли при $dH > 0$ и по нисходящей – при $dH < 0$.

При переменном магнитном потоке вводится также понятие **динамической магнитной проницаемости**, определяемой соотношением, аналогичным (2), по динамической характеристике.

Основные законы магнитных цепей

В основе расчета магнитных цепей лежат два закона (см. табл. 4).

Таблица 4.. Основные законы магнитной цепи

Наименование закона	Аналитическое выражение закона	Формулировка закона
Закон (принцип) непрерывности магнитного потока	$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$	Поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю
Закон полного тока	$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I$	Циркуляция вектора напряженности вдоль произвольного контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

При анализе магнитных цепей и, в первую очередь, при их синтезе обычно используют следующие допущения:

- магнитная напряженность, соответственно магнитная индукция, во всех точках поперечного сечения магнитопровода одинакова ($B = \Phi/S$);
- потоки рассеяния отсутствуют (магнитный поток через любое сечение неразветвленной части магнитопровода одинаков);
- сечение воздушного зазора равно сечению прилегающих участков магнитопровода.

Это позволяет использовать при расчетах законы Кирхгофа и Ома для магнитных цепей (см. табл. 5), вытекающие из законов, сформулированных в табл. 4.

Таблица 5. Законы Кирхгофа и Ома для магнитных цепей

Наименование закона	Аналитическое выражение закона	Формулировка закона
Первый закон Кирхгофа	$\sum \Phi = 0$	Алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитопровода равна нулю

Наименование закона	Аналитическое выражение закона	Формулировка закона
Второй закон Кирхгофа	$\sum F = \sum U_M = \sum Hl$	Алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС, действующих в контуре
Закон Ома	$U_M = \Phi R_M,$ где $R_M = l / \mu_0 \mu S$	Падение магнитного напряжения на участке магнитопровода длиной l равно произведению магнитного потока и магнитного сопротивления R_M участка

Сформулированные законы и понятия магнитных цепей позволяют провести формальную аналогию между основными величинами и законами, соответствующими электрическим и магнитным цепям, которую иллюстрирует табл. 6.

Таблица 6. Аналогия величин и законов для электрических и магнитных цепей

Электрическая цепь	Магнитная цепь
Ток I, A	Поток Φ, Bb
ЭДС E, B	МДС (НС) F, A
Электрическое сопротивление $R, Ом$	Магнитное сопротивление $R_M, Гн^{-1}$
Электрическое напряжение U, B	Магнитное напряжение U_M, A
Первый закон Кирхгофа: $\sum I = 0$	Первый закон Кирхгофа: $\sum \Phi = 0$
Второй закон Кирхгофа: $\sum E = \sum U$	Второй закон Кирхгофа: $\sum F = \sum U_M$
Закон Ома: $U = IR$	Закон Ома: $U_M = \Phi R_M$

Общая характеристика задач и методов расчета магнитных цепей

Указанная в предыдущей лекции формальная аналогия между электрическими и магнитными цепями позволяет распространить все методы и технику расчета нелинейных резистивных цепей постоянного тока на нелинейные магнитные цепи. При этом для наглядности можно составить эквивалентную электрическую схему замещения исходной магнитной цепи, с использованием которой выполняется расчет.

Нелинейность магнитных цепей определяется нелинейным характером зависимости $\Phi(U_M)$, являющейся аналогом ВАХ $I(U)$ и определяемой характеристикой ферромагнитного материала $B(H)$. При расчете магнитных цепей при постоянных

потоках обычно используют основную кривую намагничивания. Петлеобразный характер зависимости $B(H)$ учитывается при расчете постоянных магнитов и электротехнических устройств на их основе.

При расчете магнитных цепей на практике встречаются две типичные задачи:

-задача определения величины намагничивающей силы (НС), необходимой для создания заданного магнитного потока (заданной магнитной индукции) на каком - либо участке магнитопровода (**задача синтеза** или **“прямая” задача**);

-задача нахождения потоков (магнитных индукций) на отдельных участках цепи по заданным значениям НС (**задача анализа** или **“обратная” задача**).

Следует отметить, что задачи второго типа являются обычно более сложными и трудоемкими в решении.

В общем случае в зависимости от типа решаемой задачи (“прямой” или “обратной”) решение может быть осуществлено следующими методами:

-регулярными;

-графическими;

-итерационными.

При этом при использовании каждого из этих методов первоначально необходимо указать на схеме направления НС, если известны направления токов в обмотках, или задаться их положительными направлениями, если их нужно определить. Затем задаются положительными направлениями магнитных потоков, после чего можно переходить к составлению эквивалентной схемы замещения и расчетам.

Магнитные цепи по своей конфигурации могут быть подразделены на **неразветвленные** и **разветвленные**. В неразветвленной магнитной цепи на всех ее участках имеет место один и тот же поток, т.е. различные участки цепи соединены между собой последовательно. Разветвленные магнитные цепи содержат два и более контура.

Регулярные методы расчета

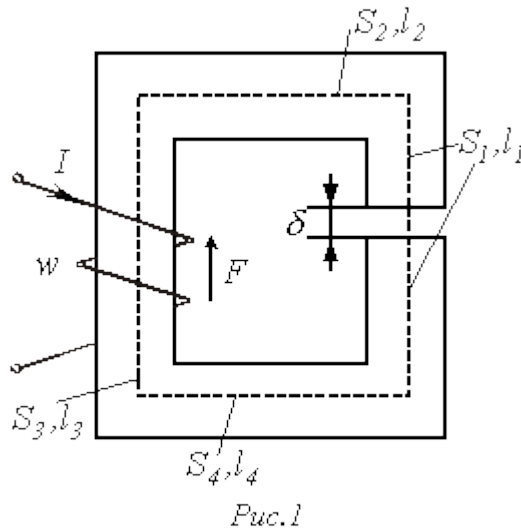
Данными методами решаются задачи первого типа -”прямые” задачи. При этом в качестве исходных данных для расчета заданы конфигурация и основные геометрические размеры магнитной цепи, кривая (кривые) намагничивания ферромагнитного материала и магнитный поток или магнитная индукция в каком-либо сечении магнитопровода. Требуется найти НС, токи обмоток или, при известных значениях последних, число витков.

1. Прямая” задача для неразветвленной магнитной цепи

Решение задач подобного типа осуществляется в следующей последовательности:

1. Намечается средняя линия (см. пунктирную линию на рис.1), которая затем делится на участки с одинаковым сечением магнитопровода.

2. Исходя из постоянства магнитного потока вдоль всей цепи, определяются значения индукции для каждого i -го участка:



$$B_i = \frac{\Phi}{S_i}$$

3. По кривой намагничивания для каждого значения B_i находятся напряженности H_i на ферромагнитных участках; напряженность поля в воздушном зазоре определяется согласно

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = 0,796 \cdot 10^6 \text{ Вб}.$$

4. По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи определяется искомая НС путем суммирования падений магнитного напряжения вдоль контура:

$$F = Iw = \sum H_i l_i + H_\delta \delta,$$

где δ - длина воздушного зазора.

2. “Прямая” задача для разветвленной магнитной цепи

Расчет разветвленных магнитных цепей основан на совместном применении первого и второго законов Кирхгофа для магнитных цепей. Последовательность решения задач данного типа в целом соответствует рассмотренному выше алгоритму решения “прямой” задачи для неразветвленной цепи. При этом для определения магнитных потоков на участках магнитопровода, для которых магнитная напряженность известна или может быть вычислена на основании второго закона Кирхгофа, следует использовать алгоритм

$$H_i \rightarrow \text{по } B(H) \ B_i \rightarrow \Phi_i = B_i S_i.$$

В остальных случаях неизвестные магнитные потоки определяются на основании первого закона Кирхгофа для магнитных цепей.

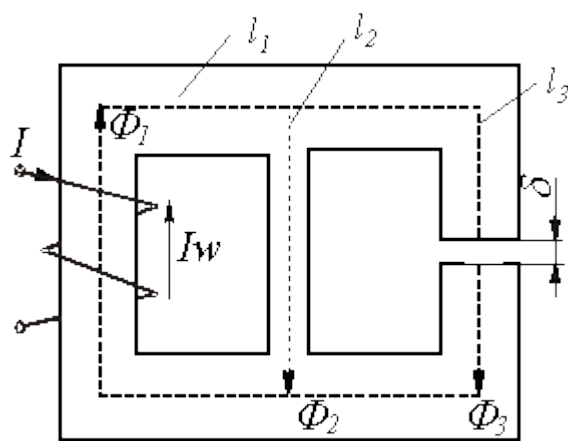


Рис.2

В качестве примера анализа разветвленной магнитной цепи при заданных геометрии магнитной цепи на рис. 2 и характеристике $B(H)$ ферромагнитного сердечника определим НС $F = IN$, необходимую для создания в воздушном зазоре индукции B_δ .

Алгоритм решения задачи следующий:

1. Задаем положительные направления магнитных потоков в стержнях магнитопровода (см. рис. 2).

2. Определяем напряженность в воздушном зазоре $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0}$ и по зависимости $B(H)$ для $B_3 = B_\delta$ - значение H_3 .

3. По второму закону Кирхгофа для правого контура можно записать

$$H_3 l_3 + H_\delta \delta - H_2 l_2 = 0,$$

откуда находим H_2 и по зависимости $B(H)$ - B_2 .

4. В соответствии с первым законом Кирхгофа

$$\Phi_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3.$$

Тогда $B_1 = \Phi_1 / S_1$, и по зависимости $B(H)$ определяем H_1 .

5. В соответствии со вторым законом Кирхгофа для искомой НС имеет место уравнение

$$F_1 = H_1 l_1 + H_2 l_2.$$

Графические методы расчета

Графическими методами решаются задачи второго типа - "обратные" задачи. При этом в качестве исходных данных для расчета заданы конфигурация и геометрические размеры магнитной цепи, кривая (кривые) намагничивания ферромагнитного материала, а также НС обмоток. Требуется найти значения потоков (индукций) на отдельных участках магнитопровода.

Данные методы основаны на графическом представлении вебер-амперных характеристик $\Phi(U_M)$ линейных и нелинейных участков магнитной цепи с

последующим решением алгебраических уравнений, записанных по законам Кирхгофа, с помощью соответствующих графических построений на плоскости.

1. “Обратная” задача для неразветвленной магнитной цепи

Решение задач подобного типа осуществляется в следующей последовательности:

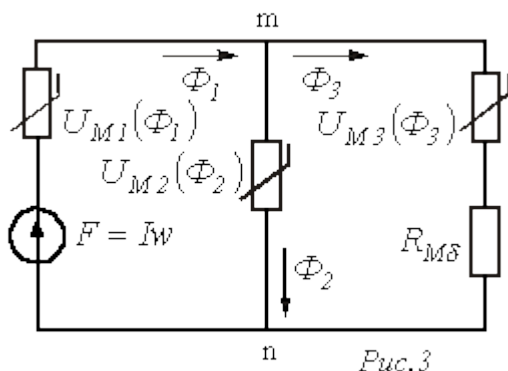
1. Задаются значениями потока и определяют для них НС $F = \sum Hl$, как при решении “прямой” задачи. При этом следует стремиться подобрать два достаточно близких значения потока, чтобы получить $\sum Hl$, несколько меньшую и несколько большую заданной величины НС.
2. По полученным данным строится часть характеристики $\Phi(\sum Hl)$ магнитной цепи (вблизи заданного значения НС), и по ней определяется поток, соответствующий заданной величине НС.

При расчете неразветвленных магнитных цепей, содержащих воздушные зазоры, удобно использовать метод пересечений, при котором искомое решение определяется точкой пересечения нелинейной вебер-амперной характеристики нелинейной части цепи и линейной характеристики линейного участка, строящейся на основании уравнения

$$\sum Hl = \sum Iw - \sum H_{\delta} \delta = \sum Iw - \Phi \sum R_{M\delta},$$

где $R_{M\delta} = \delta / (\mu_0 S_{\delta})$ - магнитное сопротивление воздушного зазора.

2. “Обратная” задача для разветвленной магнитной цепи



Замена магнитной цепи эквивалентной электрической схемой замещения (см. рис. 3, на котором приведена схема замещения магнитной цепи на рис. 2) позволяет решать задачи данного типа с использованием всех графических методов и приемов, применяемых при анализе аналогичных нелинейных электрических цепей постоянного тока.

В этом случае при расчете магнитных цепей, содержащих два узла (такую конфигурацию имеет большое число используемых на практике магнитопроводов), широко используется метод двух узлов. Идея решения данным методом аналогична рассмотренной для нелинейных резистивных цепей постоянного тока и заключается в следующем:

1. Вычисляются зависимости $\Phi_i(U_{Mmn})$ потоков во всех i -х ветвях магнитной цепи в функции общей величины -магнитного напряжения U_{Mmn} между узлами m и n .
2. Определяется, в какой точке графически реализуется первый закон Кирхгофа $\sum \Phi_i(U_{Mmn}) = 0$. Соответствующие данной точке потоки являются решением задачи.

Итерационные методы расчета

Данные методы, сущность которых была рассмотрена при анализе нелинейных резистивных цепей постоянного тока, являются приближенными численными способами решения нелинейных алгебраических уравнений, описывающих состояние магнитной цепи. Как было отмечено выше, они хорошо поддаются машинной алгоритмизации и в настоящее время широко используются при исследовании сложных магнитных цепей на ЦВМ. При анализе относительно простых цепей, содержащих небольшое число узлов и нелинейных элементов в эквивалентной электрической схеме замещения (обычно до двух-трех), возможна реализация методов "вручную".

В качестве примера приведем алгоритм расчета магнитной цепи на рис. 1, в которой при заданных геометрии магнитопровода, характеристике $B(H)$ материала сердечника и величине НС F необходимо найти поток Φ .

В соответствии с пошаговым расчетом для данной цепи можно записать

$$\Phi_{k+1} = \mathcal{G}_{M\delta} (F - U_{M\Sigma}(\Phi_k)), \quad (1)$$

где $\mathcal{G}_{M\delta} = l/R_{M\delta}$.

Задаемся значением Φ_k , вычисляем для i -х участков магнитопровода $B_{ik} = \Phi_k / S_i$, по кривой намагничивания $B(H)$ находим H_{ik} , подсчитываем $U_{M\Sigma}(\Phi_k) = H_{ik} l_i$ и по (1) определяем Φ_{k+1} для следующего приближения и т.д., пока с заданной погрешностью не будет выполняться равенство $\Phi_{k+1} = \Phi_k$.

Статическая и дифференциальная индуктивности катушки с ферромагнитным сердечником

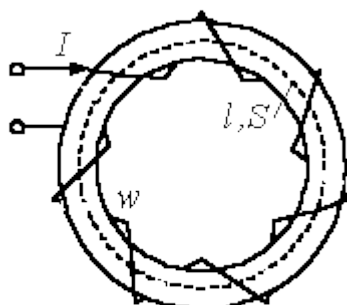


Рис. 4

Пусть имеем катушку с ферромагнитным сердечником, представленную на рис. 4.

В соответствии с определением потокосцепления

$$\psi = w\Phi = wSB, \quad (2)$$

и на основании закона полного тока $Iw = Hl$, откуда

$$I = \frac{l}{w} H. \quad (3)$$

Из соотношений (2) и (3) вытекает, что функция $\psi(I)$ качественно имеет такой же вид, что и $B(H)$. Таким образом, зависимости относительной магнитной проницаемости $\mu(H)$ и индуктивности $L(I) = \psi/I$ также подобны, т.е. представленные в предыдущей лекции на рис. 2 кривые $\mu_{cm}(H)$ и $\mu_{\partial}(H)$ качественно аналогичны кривым $L_{cm}(I)$ и $L_{\partial}(I)$.

Статическая индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником

$$L_{cm} = \left. \frac{\psi}{I} \right|_p = m_L \operatorname{tg} \alpha;$$

дифференциальная индуктивность

$$L_{\partial} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_p = m_L \operatorname{tg} \beta.$$

Если магнитную проводимость сердечника на рис. 4 обозначить через G_M , то $\Phi = IwG_M$ и $\psi = w\Phi = w^2 G_M I$, откуда

$$L = \frac{\psi}{I} = w^2 G_M = w^2 \frac{\mu_0 \mu S}{l} \quad (4)$$

Используя соотношение (4), покажем влияние воздушного зазора на индуктивность катушки.

Пусть катушка на рис. 4 имеет воздушный зазор δ . Тогда полное магнитное сопротивление контура

$$R_M = \frac{l}{\mu_0 \mu S} + \frac{\delta}{\mu_0 S} = \frac{l + \mu \delta}{\mu_0 \mu S},$$

откуда

$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu S}{l + \mu \delta}.$$

При $\mu \delta \gg l$ $G_M \approx \mu_0 S / \delta$, следовательно

$$L = w^2 \frac{\mu_0 S}{\delta} = const.$$

Таким образом, воздушный зазор линеаризует катушку с ферромагнитным сердечником.

Зазор, для которого выполняется неравенство $\mu \delta \gg l$, называется **большим зазором**.