

ЛЕКЦИЯ №16

По дисциплине:

«Электроника и электротехника»

Тема №:10

Основы цифровой электроники

Занятие №:10

Основы цифровой электроники

Учебные вопросы:

1. Элементная база цифровых устройств
2. Логические элементы
3. Основные элементы алгебры логики.
4. Цифровые устройства

Литература для самостоятельной работы обучающихся:

1. **Иванов, И. И.** Электротехника и основы электроники: учебник. – 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. – СПб: Лань, 2017. – 736 с.
2. **Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд. стер. – Москва.: Академия, 2008. – 544 с. – и предыдущие издания.

б) дополнительная литература:

3. **Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

Логическая операция — это преобразование по правилам алгебры логики (булевой алгебры) входной цифровой информации в выходную информацию.

Логическое устройство, выполняющее одну определенную логическую операцию над входными сигналами, называют *логическим элементом*.

В алгебре логики истинность суждения или высказывания о результатах той или иной логической операции обозначают символом 1, ложность — 0,

Если сигналы подают в виде высокого (положительной или отрицательной полярности) и низкого (близкого к нулю) уровня напряжения, то такой способ подачи сигнала называют *потенциальным*. Если высокому уровню напряжения присваивают значение «единица», а низкому «ноль», то логику называют *положительной*, в обратном случае — *отрицательной*. Разность уровней единицы и нуля называют *логическим перепадом*. Чтобы четко отделить один уровень от другого, он должен быть значительным.

1. Логические элементы

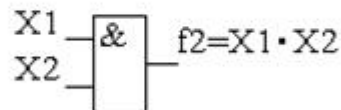
В зависимости от схемотехнической реализации логических элементов сигналы на их входах и выходах имеют либо отличное от нуля напряжение (положительное или отрицательное), либо напряжение, близкое к нулю, которые принято условно отождествлять с логической единицей и нулем. При этом работу логического элемента можно описать зависимостью логического значения выходного сигнала F от совокупности логических значений входных сигналов x . Такую зависимость принято представлять **таблицей истинности**. Можно доказать, что для любых логических преобразований достаточно иметь три элементарных логических элемента, выполняющих операции: логическое отрицание (логическое **НЕ**), логическое сложение (логическое **ИЛИ**) и логическое умножение (логическое **И**).

Функция логического умножения (конъюнкции). Функция логического умножения записывается в виде $f_2 = X_1 \cdot X_2$. Символы логического умножения $\&$, L , $\langle ? \rangle$, $?$. Функция конъюнкции читается так: f_2 есть (эквивалентна) X_1 и X_2 , поскольку функция истинна тогда, когда истинны 1-й и 2-й аргументы (переменные). Конъюнкцию называют функцией И, элемент, реализующий эту функцию, элементом И.

Таблица истинности элемента И на два входа имеет следующие состояния

X1	X2	f2
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

На функциональных и принципиальных схемах элемент И изображается так:



В общем случае функцию логического умножения от n переменных записывают так:

$$f_3(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n = \bigwedge_{i=1}^n X_i$$

Количество переменных (аргументов), участвующих в одной конъюнкции, соответствует количеству входов элемента И.

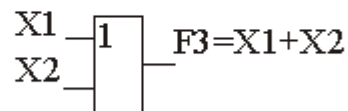
3. Логическое сложение (дизъюнкция). Функция логического сложения записывается в виде $f_3 = X_1 + X_2$, и читается так: f_3 есть X_1 или X_2 , поскольку функция истинна, когда истинна одна или другая переменная (хотя бы одна). Поэтому функцию дизъюнкции часто называют функцией ИЛИ. Символы логического сложения $+$, \vee .

В общем случае функция ИЛИ записывается:

Таблица истинности элемента ИЛИ на два входа имеет следующие состояния

X1	X2	f2
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

На функциональных и принципиальных схемах элемент ИЛИ изображается так:



Используя операции (функции) И, ИЛИ, НЕ можно описать поведение любого комбинационного устройства, задав сколь угодно сложное булево выражение. Любое булево выражение состоит из булевых констант и переменных, связанных операциями И, ИЛИ, НЕ.

Пример булева выражения:

$$f(X_1, X_2) = X_1 + X_1 \cdot \overline{X_2} + (\overline{X_1} + \overline{X_2}) X_1$$

Основные законы алгебры логики. Основные законы Алгебра логики позволяют проводить эквивалентные преобразования функций,

записанных с помощью операций И, ИЛИ, НЕ, приводить их к удобному для дальнейшего использования виду и упрощать запись.

ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Таблица 1.1

N	a	б	Примечание
1 2 3 4 5	$\bar{0}=1$ $X+0=X$ $X+1=1$ $X+X=X$ $X+\bar{X}=1$	$\bar{1}=0$ $X*1=X$ $X*0=0$ $X*X=X$ $X*\bar{X}=0$	Аксиомы (тождества)
6	$\overline{\overline{X}}=X$		Закон двойного отрицания
7	$X+Y=Y+X$	$X*Y=Y*X$	Закон коммутативности
8	$X+X*Y=X$	$X[X+Y]=X$	Закон поглощения
9	$\overline{X+Y}=\bar{X}*\bar{Y}$	$\overline{X*Y}=\bar{X}+\bar{Y}$	Правило де-Моргана (закон дуальности)
10	$[X+Y]$ $+Z=X+Y+Z$	$[X*Y]Z=XY+XZ$	Закон ассоциативности
11	$X+Y*Z=[X+Y]$ $[X+Z]$	$X[Y+Z]=XY+XZ$	Закон дистрибутивности

Булевой алгебре свойственен принцип двойственности, что наглядно иллюстрирован в табл. 1.1. Как следует из табл. 1.1, только закон двойного отрицания не подчиняется этому принципу.

Используя законы алгебры логики, можно упростить булевы выражения, в частности, правило склеивания позволяет упростить выражение типа $X_1X_2+\bar{X}_1X_2$.

Действительно, используя законы 2, 5 и 11 можно записать исходное выражение в виде $X_2(X_1+\bar{X}_1)=X_2$. Так как логическая операция X_1

$\neg X1 = 1$ (см. з-н 5), а $X2 \cdot 1 = X2$ (см. з-н 2б), полученное выражение истинно.

Элементарные функции алгебры-логики. Среди всех функций алгебры логики особое место занимают функции одной и двух переменных, называемые элементарными. В качестве логических операций над переменными, эти функции позволяют реализовать различные функции от любого числа переменных.

Общее количество функций АЛ от m переменных $R=2^k$, где $k=2m$.

Рассмотрим элементарные функции от двух переменных

Переменные и их состояния					Обозначение функции	Назначение Функции
X1	0	0	1	1		
X2	0	1	0	1		
f0	0	0	0	0	$f0=0$	Генератор 0
f1	0	0	0	1	$f1=X1 \cdot X2$	«И»
f2	0	0	1	0	$f2=X1 \cdot \overline{X2}$	
f3	0	0	1	1	$f3=X1$	
f4	0	1	0	0	$f4=\overline{X1} \cdot X2$	
f5	0	1	0	1	$f5=X2$	
f6	0	1	1	0	$f6=X1 \oplus X2$	Сумматор по модулю два
f7	0	1	1	1	$f7=X1+X2$	«ИЛИ»
f8	1	0	0	0	$f8=\overline{X1 + X2}$	«ИЛИ-НЕ»
f9	1	0	0	1	$f9=X1 \sim X2$	Функция равнозначности
f10	1	0	1	0	$f10=\overline{X2}$	«НЕ» X2
f11	1	0	1	1	$f11=X1 + \overline{X2}$	

f12	1	1	0	0	$f_{12} = \overline{X1}$	«НЕ» X1
f13	1	1	0	1	$f_{13} = \overline{X1} + X2$	
14	1	1	1	0	$f_{14} = \overline{X1 \cdot X2}$	«И-НЕ»
f15	1	1	1	1	$f_{15} = 1$	Генератор 1