ЛЕКЦИЯ №9

По дисциплине: **«Электроника и электротехника»**

Тема №:5 **Переходные процессы в линейных электрических цепях**

Занятие №:5 **Расчет переходных процессов в электрических цепях**

Учебные вопросы:

Переходные процессы при подключении R-L-C-цепи к источнику напряжения.

Литература для самостоятельной работы обучающихся:

а) основная литература:

1. Иванов, И. И. Электротехника и основы электроники: учебник. – 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. – СПб: Лань, 2017. – 736 с.

2. **Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд. стер. – Москва.: Академия, 2008. – 544 с. – и предыдущие издания.

б) дополнительная литература:

3. **Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

Переходные процессы при подключении R-L-C-цепи к источнику напряжения

Рассмотрим два случая:

а) включение постоянного напряжения

$$u(t) = U_0;$$

б) включение переменного синусоидальногонапряжения

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_U).$$

Случай а).)

Согласно изложенной в предыдущей лекции методике расчета переходных процессов классическим методом для напряжения на конденсаторе в цепи на рис. 3 можно записать

$$u_C(t) = u_{C\,пр} + u_{C\,св}. \qquad (1)$$

Тогда для первого случая принужденная составляющая этого напряжения

$$u_{C\,пр} = U_0. \qquad (2)$$

Характеристическое уравнение цепи

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0,$$

решая которое, получаем

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

В зависимости от соотношения параметров цепи возможны три типа корней и соответственно три варианта выражения для свободной составляющей:

1. $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ или $R > R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, где $R_{кр}$ - **критическое сопротивление** контура, меньше которого свободный процесс носит колебательный характер.

В этом случае

$$u_{C\,св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \qquad (3)$$

2. $R = R_{кр}$ - предельный случай апериодического режима.

В этом случае $p_1 = p_2 = p = -R/(2L)$ и

$$u_{C\,св} = (A_1 + A_2 t)e^{pt}. \qquad (4)$$

3. $R < R_{кр}$ - периодический (колебательный) характер переходного процесса.

В этом случае $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_0$ и

$$u_{C\,св} = Ae^{-\delta t}\sin(\omega_0 t + \varphi), \qquad (5)$$

где $\delta = R/(2L)$ - коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \frac{2\pi}{T_0}$ - **угловая частота собственных колебаний;** T_0 - период собственных колебаний.

Для апериодического характера переходного процесса после подстановки (2) и (3) в соотношение (1) можно записать

$$u_C(t) = U_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Для нахождения постоянных интегрирования, учитывая, что в общем случае $u_C(0) \neq 0$ и в соответствии с первым законом коммутации $\left.\frac{du_C}{dt}\right|_0 = \frac{i(0)}{C} = 0$, запишем для t=0 два уравнения:

$$u_C(0) - U_0 = A_1 + A_2;$$
$$0 = p_1 A_1 + p_2 A_2,$$

решая которые, получим

$$A_1 = \left(U_0 - u_C(0)\right)\frac{p_2}{p_1 - p_2}; \quad A_2 = \left(U_0 - u_C(0)\right)\frac{p_1}{p_2 - p_1}.$$

Таким образом,

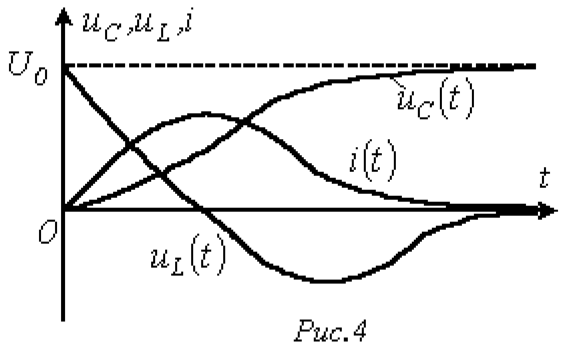

Рис.4

$$u_C(t) = U_0 + \left(U_0 - u_C(0)\right)\left(\frac{p_2}{p_1 - p_2}e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2}e^{p_2 t}\right).$$

Тогда ток в цепи

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = C\left(U_0 - u_C(0)\right)\frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right) = \left(U_0 - u_C\right.$$

и напряжение на катушке индуктивности

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = \left(U_0 - u_C(0)\right)\frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2}.$$

На рис. 4 представлены качественные кривые $u_C(t)$, $i(t)$ и $u_L(t)$, соответствующие апериодическому переходному процессу при $u_C(0) = 0$.

Для критического режима на основании (2) и (4) можно записать

$$u_C(t) = U_0 + \left(A_1 + A_2 t\right)e^{pt}.$$

При $t = 0$

$$u_C(0) - U_0 = A_1;$$
$$pA_1 + A_2 = 0.$$

Таким образом

$$u_C(t) = U_0 + \left(U_0 - u_C(0)\right)\left(1 + \frac{R}{2L}t\right)e^{pt}$$

и

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \left(A_2e^{pt} + pA_1e^{pt} + pA_2te^{pt}\right) = CpA_2te^{pt} = \frac{U_0 - u_C(0)}{L}te^{-\frac{R}{2L}t}.$$

Для колебательного переходного процесса в соответствии с (2) и (5) имеем

$$u_C(t) = U_0 + Ae^{-\delta t}\sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Для нахождения постоянных интегрирования запишем $(t = 0)$

$$u_C(0) - U_0 = A\sin\varphi;$$
$$0 = -\delta A\sin\varphi + A\omega_0\cos\varphi,$$

откуда

$$A = \left(u_C(0) - U_0\right)/\sin\varphi \text{ и } tg\varphi = \omega_0/\delta.$$

Тогда

$$u_C(t) = U_0 + \frac{u_C(0) - U_0}{\sin\varphi}e^{-\delta t}(\sin\omega_0 t\cos\varphi + \cos\omega_0 t\sin\varphi) = U_0 + (u_C(0) - U_0)e^{-\delta t}\times$$
$$\times\left(\frac{\delta}{\omega_0}\sin\omega_0 t + \cos\omega_0 t\right) = U_0 + \frac{u_C(0) - U_0}{\omega_0}e^{-\delta t}\sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}\sin\left(\omega_0 t + arctg\frac{\omega_0}{\delta}\right) =$$
$$= U_0 + \frac{u_C(0) - U_0}{\sqrt{LC}\omega_0}e^{-\delta t}\sin\left(\omega_0 t + arctg\frac{\omega_0}{\delta}\right);$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = C(U_0 - u_C(0))\frac{\omega_0^2 + \delta^2}{\omega_0}e^{-\delta t}\sin\omega_0 t = \frac{U_0 - u_C(0)}{L\omega_0}e^{-\delta t}\sin\omega_0 t.$$

На рис. 5представлены качественные кривые $u_C(t)$ и $i(t)$, соответствующие колебательному переходному процессу при $u_C(0) = 0$.

Случай б)

При подключении R-L-C-цепи к источнику синусоидального напряжения для нахождения принужденных составляющих тока в цепи и напряжения на конденсаторе следует воспользоваться символическим методом расчета, в соответствии с которым

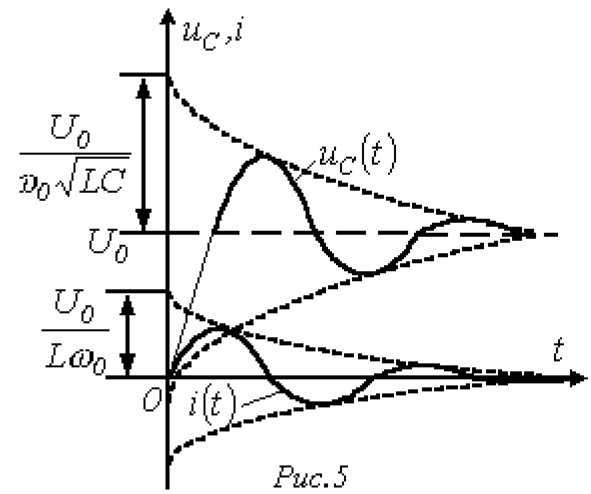

Рис.5

$$\dot{I}_{прm} = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{U_m e^{j\varphi_U}}{R + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}} = I_m e^{j(\varphi_U - \varphi)}$$

и

$$\dot{U}_{Cпрm} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_{прm} = \frac{I_m}{\omega C} e^{j\left(\varphi_U - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)} = U_{Cm} e^{j\left(\varphi_U - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)},$$

где

$$I_m = U_m \Big/ \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\,;\quad \varphi = arctg\,(\omega L - 1/\omega C)/R\,;\quad U_{Cm} = I_m/(\omega C).$$

Таким образом,

$$i_{пр}(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_U - \varphi) \text{ и } u_{Cпр}(t) = U_{Cm} \sin\left(\omega t + \varphi_U - \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Здесь также возможны три режима:

1. $R > R_{кр}$; 2. $R = R_{кр}$; 3. $R < R_{кр}$;

$p_1 \neq p_2$ $\qquad\qquad$ $p_1 = p_2 = -\delta$ $\qquad\qquad$ $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_0$

Наибольший интерес представляет третий режим, связанный с появлением во время переходного процесса собственных колебаний с частотой ω_0. При этом возможны, в зависимости от соотношения частот собственных колебаний и напряжения источника, три характерные варианта: 1 - $\omega >> \omega_0$; 2 - $\omega << \omega_0$; 3 - $\omega = \omega_0$, - которые представлены на рис. 6,а…6,в соответственно.

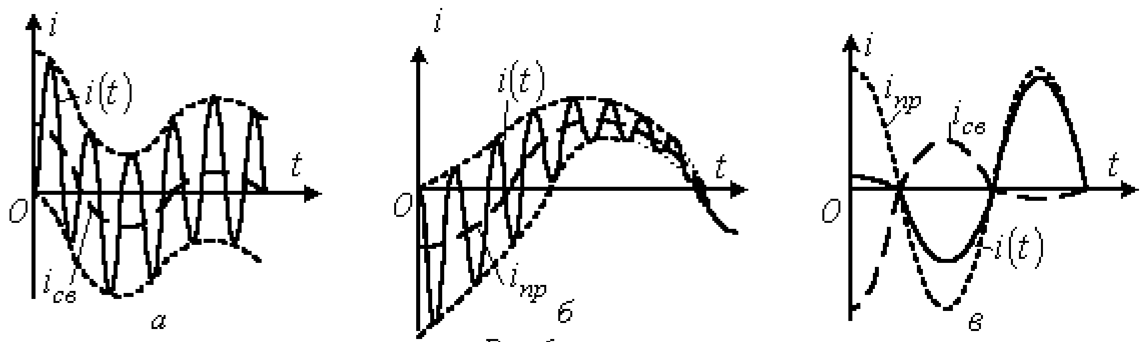

Рис.6