

ЛЕКЦИЯ №3

По дисциплине:

«Электроника и электротехника»

Тема №:2

Электрические цепи постоянного тока

Занятие №:2

Расчет электрической цепи

Учебные вопросы:

1. Эквивалентные преобразования схем электрических цепей.
Метод законов Кирхгофа.

Литература для самостоятельной работы обучающихся:

1. Иванов, И. И. Электротехника и основы электроники: учебник. – 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. – СПб: Лань, 2017. – 736 с.

2. Касаткин, А.С. Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд. стер. – Москва.: Академия, 2008. – 544 с. – и предыдущие издания.

б) дополнительная литература:

3. Немцов, М. В. Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

1-й учебный вопрос: Эквивалентные преобразования схем электрических цепей.

При **последовательном соединении** сопротивлений (рис. 1.10 а) эквивалентное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений участков цепи:

$$R_{\Sigma} = \sum R_i.$$

При **параллельном соединении** сопротивлений (рис. 1.10 б) эквивалентная проводимость цепи равна сумме проводимостей участков цепи:

$$g_{\Sigma} = \sum g_i \quad \text{или} \quad \frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

При **параллельном соединении** двух сопротивлений (рис. 1.10 в) эквивалентное сопротивление цепи $R_{\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, а токи в

параллельных ветвях вычисляются по следующим формулам:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

где I – ток в неразветвленной части цепи.

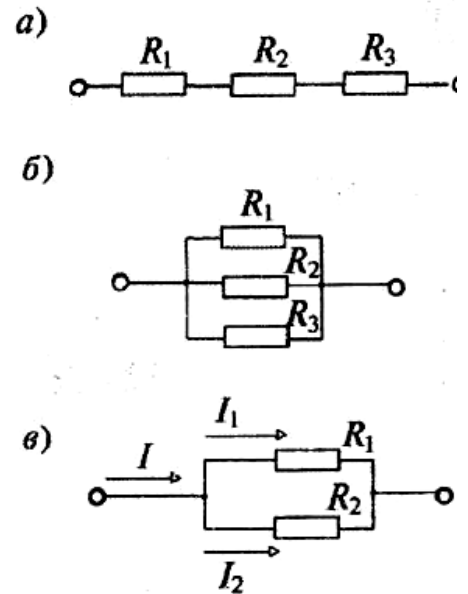


Рис. 1.10

В сложных электрических цепях встречаются соединения сопротивлений, называемые **треугольником** (R_{12}, R_{23}, R_{31} на рис. 1.17а). Для упрощения цепи треугольник сопротивлений в ряде случаев заменяют эквивалентной **звездой** сопротивлений (R_1, R_2, R_3 на рис 1.17б). Замена происходит при условии, что потенциалы узлов ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 и токи в остальной части цепи не изменятся. При этих условиях внешняя часть цепи «не заметит замены» треугольника на звезду или, наоборот звезду на треугольник.

Сопротивления **эквивалентной звезды** равны:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}};$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}};$$

$$R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}.$$

Сопротивления **эквивалентного треугольника** можно определить по проводимости:

$$g_{12} = \frac{g_1 \cdot g_2}{g_1 + g_2 + g_3};$$

$$g_{23} = \frac{g_2 \cdot g_3}{g_1 + g_2 + g_3};$$

$$g_{31} = \frac{g_3 \cdot g_1}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

После замены схема упрощается, и ее сравнительно легко рассчитать одним из ранее рассмотренных методов. В результате находят токи во всех участках внешней части схемы (т.к. токи на этих участках не изменяются). Остальные токи находят по законам Кирхгофа.

Если в ветвях треугольника или звезды содержатся источники энергии, то преобразование треугольника в звезду и возможно, но очень громоздко, преобразование звезды в треугольник невозможно.

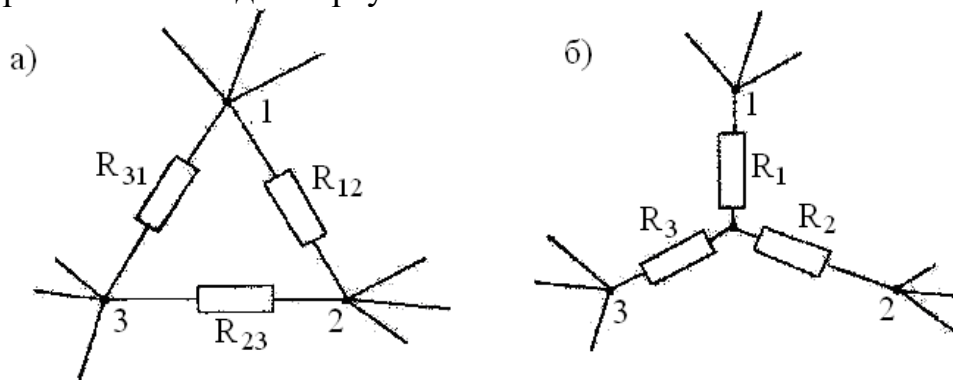


Рис. 1.17

Закон Ома для участка цепи с ЭДС. Закон Ома для участка цепи, содержащего источник ЭДС, позволяет найти ток этого участка по известной разности потенциалов на его концах и имеющихся на этом участке ЭДС,

Потенциалом точки электрического поля называется работа сил поля при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность. Работа сил поля при перемещении единичного положительного заряда из одной точки в другую равна разности потенциалов этих точек и называется **напряжением**.

Рассмотрим ветвь **ab** сложной электрической цепи (рис. 1.7). В нее включены источники ЭДС E_1, E_2, E_3 , сопротивления R_1, R_2, R_3 . Внутренние сопротивления источников не учитываются. Ток I в ветви направлен от узла **a** к узлу **b**. Выразим потенциал узла ϕ_b через потенциал ϕ_a . Для этого воспользуемся двумя правилами:

1. При переходе через сопротивление потенциал изменяется на величину $\Delta\phi = \pm I \cdot R$. Потенциал увеличивается, если переход осуществляется против тока, и уменьшается, если переход осуществляется по направлению тока;

2. При переходе через источник ЭДС потенциал изменяется на величину ЭДС: $\Delta\phi = \pm E$. Потенциал увеличивается, если переход осуществляется по направлению ЭДС (от $-$ к $+$) и уменьшается, когда переход осуществляется против ЭДС (от $+$ к $-$).

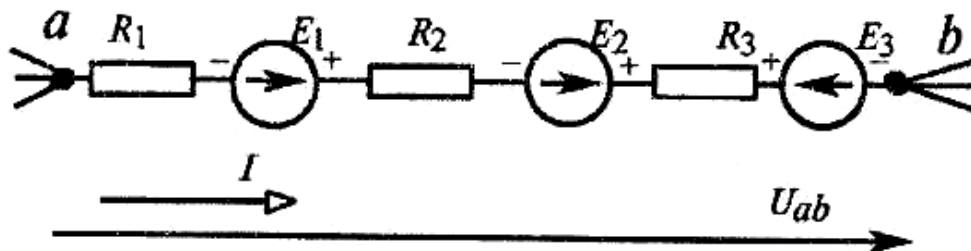


Рис. 1.7

Пользуясь этими правилами запишем равенство:

$$\varphi_b = \varphi_a - I \cdot R_1 + E_1 - I \cdot R_2 + E_2 - I \cdot R_3 - E_3.$$

Откуда

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U_{ab} + E_1 + E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

В общем виде

$$I = (U_{ab} + \sum_a^b E) q_{ab} \dots \quad (1.1)$$

Здесь $U_{ab} = \varphi_b - \varphi_a$ – разность потенциалов или напряжение на рассматриваемом участке цепи, взятое по выбранному направлению тока;

$\sum_a^b E = E_1 + E_2 - E_3$ – алгебраическая сумма ЭДС, действующих на том же участке (ЭДС, совпадающее с положительным направлением тока, записываются с положительным знаком, а не совпадающие – с отрицательным знаком);

q_{ab} – проводимость участка цепи.

Формула (1.1) выражает **закон Ома** для участка цепи с ЭДС. Если в результате расчета по формуле (1.1) ток I будет иметь отрицательный знак, то это значит, что действительное направление тока противоположно выбранному направлению.

2-й учебный вопрос: Первый и второй законы Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю. Для схемы на рис. 1.8 а: $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$. Токи, направленные к узлу, записываются в левую часть уравнения с положительным знаком, а направленные от узла – с отрицательным знаком.

В общем виде:

$$\sum I = 0 \quad (1.2)$$

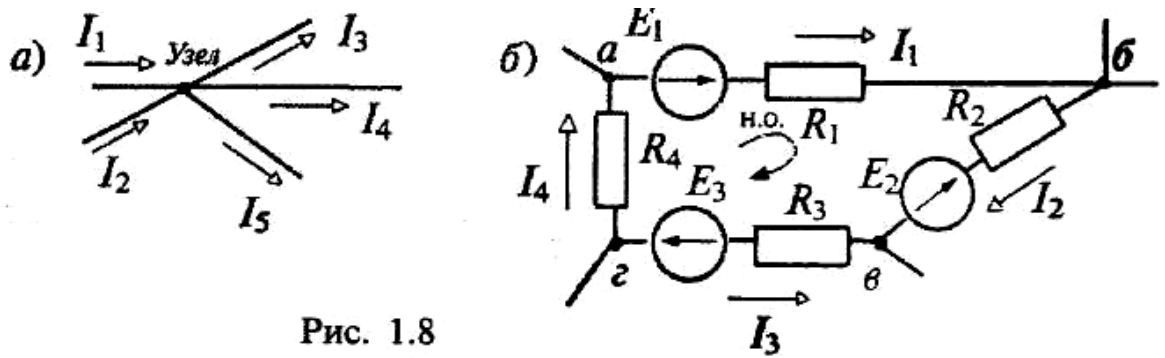


Рис. 1.8

Второй закон Кирхгофа

В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма напряжений на сопротивлениях, входящих в этот контур. Равна алгебраической сумме ЭДС.

$$\sum R \cdot I = \sum E \dots \quad (1.3)$$

Для составления уравнений выбирают произвольно положительное направление обхода контура (НО) и направления токов в ветвях.

Положительные знаки принимаются для токов и ЭДС, положительное направление которых совпадает с выбранным направлением обхода.

Например, для контура **абвга** (рис. 1.8 б):

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4 = E_1 - E_2 + E_3.$$

Законы Кирхгофа используются для расчета сложных электрических цепей. Сначала составляются уравнения по первому закону Кирхгофа. Их число на единицу меньше числа узлов в схеме.

Остальные уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.

Пример:

Определить токи I_1, I_2, I_3 в схеме (рис. 1.9), если $E_1 = E_2 = 100$ В; $r_1 = r_2 = 2$ Ом; $R_1 = R_2 = 8$ Ом; $R_3 = 10$ Ом.

Решение:

Цепь содержит 2 узла и 3 ветви. Укажем положительные направления токов в ветвях и составим 3 уравнения (одно по первому закону Кирхгофа и два по второму закону Кирхгофа).

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0,$$

$$E_1 - E_2 = I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2),$$

$$E_1 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 \cdot R_3.$$

После подстановки численных значений и решения системы трех уравнений имеем: $I_1 = I_2 = 3,33$ А, $I_3 = 6,66$ А.

При **последовательном соединении** сопротивлений (рис. 1.10 а) эквивалентное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений участков цепи:

$$R_{\Sigma} = \sum R_i.$$

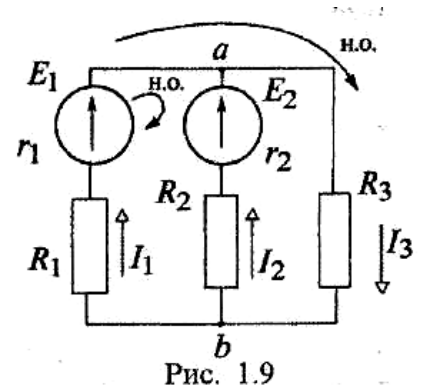


Рис. 1.9

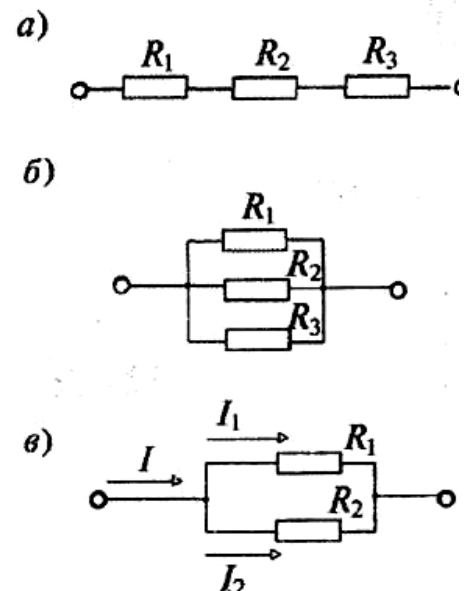


Рис. 1.10

При **параллельном соединении** сопротивлений (рис. 1.10 б) эквивалентная проводимость цепи равна сумме проводимостей участков цепи:

$$g_{\Sigma} = \sum g_i \text{ или } \frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

При **параллельном соединении** двух сопротивлений (рис. 1.10 в) эквивалентное сопротивление цепи $R_{\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, а токи в параллельных

ветвях вычисляются по следующим формулам: $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$ и

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I.$$

где I – ток в неразветвленной части цепи.