

## **ЛЕКЦИЯ №5**

**По  
дисциплине:**

**«Электроника и электротехника»**

**Тема №:3**

**Линейные цепи однофазного синусоидального тока**

**Занятие №:3**

**Синусоидальный ток**

### **Учебные вопросы:**

1. Основные характеристики синусоидального тока.
2. Векторные диаграммы.
3. Законы электрических цепей синусоидального тока.

### **Литература для самостоятельной работы обучающихся:**

**1. Иванов, И. И.** Электротехника и основы электроники: учебник. – 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. – СПб: Лань, 2017. – 736 с.

**2. Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 12-е изд. стер. – Москва.: Академия, 2008. – 544 с. – и предыдущие издания.

### ***б) дополнительная литература:***

**3. Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

## Введение

Большинство потребителей электрической энергии работает на переменном токе. В настоящее время почти вся электрическая энергия вырабатывается в виде энергии переменного тока. Это объясняется преимуществом производства и распределения этой энергии. Переменный ток получают на электростанциях, преобразуя с помощью генераторов механическую энергию в электрическую. Основное преимущество переменного тока по сравнению с постоянным заключается в возможности с помощью трансформаторов повышать или понижать напряжение, с минимальными потерями передавать электрическую энергию на большие расстояния, в трехфазных источниках питания получать сразу два напряжения: линейное и фазное. Кроме того, генераторы и двигатели переменного тока более просты по устройству, надежней в работе и проще в эксплуатации по сравнению с машинами постоянного тока.

В электрических цепях переменного тока наиболее часто используют синусоидальную форму, характеризующуюся тем, что все токи и напряжения являются синусоидальными функциями времени. В генераторах переменного тока получают ЭДС, изменяющуюся во времени по закону синуса, и тем самым обеспечивают наиболее выгодный эксплуатационный режим работы электрических установок.

### 1-й учебный вопрос: Основные характеристики синусоидального тока

**Переменным** называется электрический ток, изменяющийся со временем по величине и направлению. При этом изменения во времени повторяются, и время, через которое изменения начинают повторяться, называется периодом переменного тока  $T$ , а величина, обратная периоду, называется частотой. Законы электрических цепей синусоидального тока  $\nu$ .

Одной из простейших форм для расчета переменного тока является синусоидальный ток. Синусоидальным называется такой ток, для которого мгновенные значения силы тока изменяются со временем по закону синуса. Расчеты такого тока просты, так как производная по току является косинусоидой, которая не отличается от синусоиды по форме.

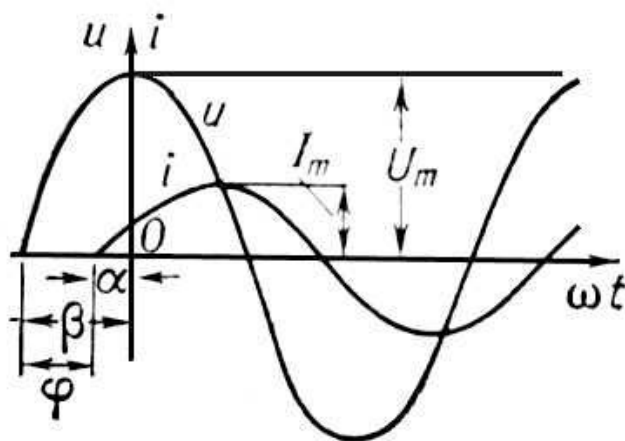


Рис. 1

Мгновенное значение силы тока  $i$  будет определяться уравнением:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

где  $I_m$  амплитудное (максимальное) значение силы тока.

В данном уравнении выражение, находящееся под знаком тригонометрической функции, называется фазой тока,  $\alpha$  начальная фаза тока

Генераторы, вырабатывающие переменный синусоидальный ток, должны иметь переменную ЭДС

$$E = E_m \cdot \sin(\omega t + \beta)$$

где  $\beta$  — начальная фаза ЭДС.

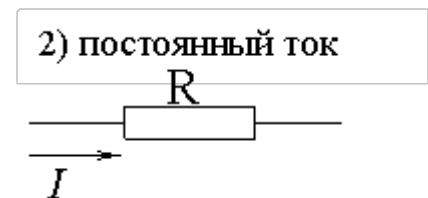
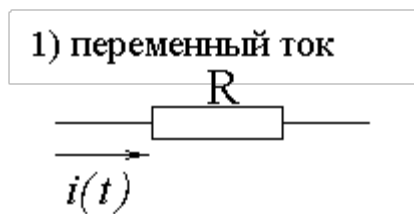
В случае, когда э. д. с. и ток в одной цепи проходят через нулевое или максимальное значения в различные моменты времени, говорят, что они сдвинуты по фазе друг относительно друга. Сдвиги фаз  $\varphi$  определяются как разность начальных фаз синусоидальных величин. Для данного случая  $\varphi = \alpha - \beta$ .

#### *Действующее значение переменного тока и напряжения*

Для сравнения действий постоянного и переменного токов вводят понятие действующего значения переменного тока.

*Действующее значение переменного тока численно равно такому постоянному току, при котором за время равное одному периоду в проводнике с сопротивлением  $R$  выделяется такое же количество тепловой энергии, как и при переменном токе.*

Определим количество энергии, выделяемой за период в проводнике с сопротивлением  $R$  для каждого из токов и приравняем их.



$$\left. \begin{aligned} Q_{\sim} &= \int_0^T i^2(t) R dt \\ Q_{=} &= I^2 R T \end{aligned} \right\} Q_{\sim} = Q_{=}$$

$$\int_0^T i^2(t) R dt = I^2 R T$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) R dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Для любой из синусоидальных величин получаем

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}}, \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

Условились, что все измерительные приборы показывают действующие значения. Действующее значение силы тока является основной характеристикой переменного тока, так как часто действие тока пропорционально квадрату силы тока. Поэтому при измерениях электрических величин можно применять одни и те же приборы как для постоянного, так и для переменного тока.

## 2-й учебный вопрос: Векторные диаграммы

Для выполнения арифметических действий со значениями синусоидального переменного тока применяется геометрическое сложение и вычитание векторов используемых величин. Применение такого способа значительно упрощает расчет цепей синусоидального тока через построение их векторных диаграмм.

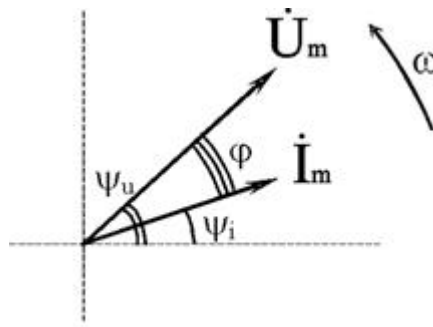


Рис. 2

Графически синусоидальные величины изображаются в виде вращающегося вектора (рис. 2). Предполагается вращение против часовой стрелки с частотой вращения  $\omega$ . Величина вектора в заданном масштабе представляет амплитудное значение. Проекция на вертикальную ось есть мгновенное значение величины.

*Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины (ток, напряжение, ЭДС) одной и той же частоты называют векторной диаграммой.*

Векторные величины отмечаются точкой над соответствующими переменными.

Использование векторных диаграмм позволяет существенно упростить анализ цепей переменного тока, сделать его простым и наглядным.

### Пример:

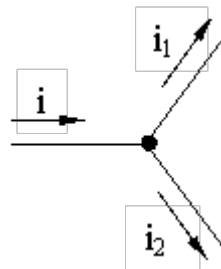
Дано:

$$i_1(t) = I_{m1} \cdot \sin(\omega t)$$

$$i_2(t) = I_{m2} \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

Найти:

$i(t) - ?$



Первый закон Кирхгофа выполняется для мгновенных значений токов:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = I_{m1} \cdot \sin(\omega t) + I_{m2} \cdot \sin(\omega t + \psi_2) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

Приравниваем проекции на вертикальную и горизонтальные оси (рис. 3):

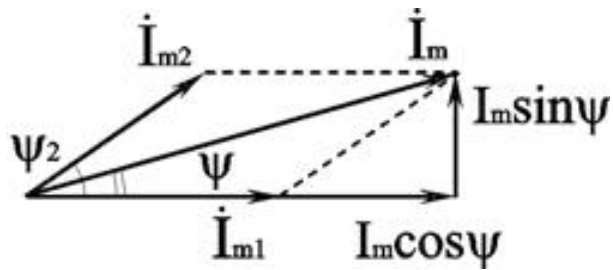


Рис. 3

$$I_m \cdot \sin \psi = I_{m2} \cdot \sin \psi_2$$

$$I_m \cdot \cos \psi = I_{m2} \cdot \cos \psi_2 + I_{m1}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{I_{m2} \cdot \sin \psi_2}{I_{m2} \cdot \cos \psi_2 + I_{m1}}$$

$$I_m = \sqrt{(I_{m2} \cdot \sin \psi_2)^2 + (I_{m2} \cdot \cos \psi_2 + I_{m1})^2}$$

### Представление синусоидальных ЭДС, напряжений и токов комплексными числами

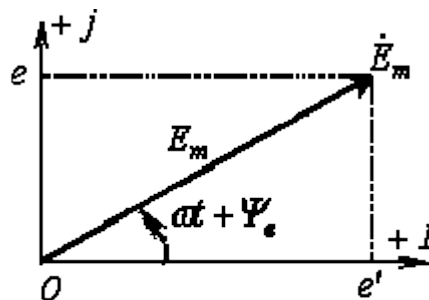


Рис. 7

Геометрические операции с векторами можно заменить алгебраическими операциями с комплексными числами, что существенно повышает точность получаемых результатов.

Каждому вектору на комплексной плоскости соответствует определенное комплексное число, которое может быть записано в :

**показательной**  $\dot{a} = a e^{j \Psi}$ ,

тригонометрической  $\dot{a} = a \cos \Psi + ja \sin \Psi$  или

алгебраической  $\dot{a} = b + jc$  - формах.

Например, ЭДС  $e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e)$ , изображенной на рис. 7 вращающимся вектором, соответствует комплексное число

$$E_m e^{j(\omega t + \Psi_e)} = E_m \cos(\omega t + \Psi_e) + j E_m \sin(\omega t + \Psi_e) = e' + je$$

Фазовый угол  $(\omega t + \Psi_e)$  определяется по проекциям вектора на оси “+1” и “+j” системы координат, как

$$\operatorname{tg}(\omega t + \Psi_e) = \frac{e}{e'}$$

В соответствии с тригонометрической формой записи мнимая составляющая комплексного числа определяет мгновенное значение синусоидально изменяющейся ЭДС:

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) = I_m \left\{ E_m e^{j(\omega t + \Psi_e)} \right\}, \quad (4)$$

Комплексное число  $E_m e^{j(\omega t + \Psi_e)}$  удобно представить в виде произведения двух комплексных чисел:

$$E_m e^{j(\omega t + \Psi_e)} = \underbrace{E_m e^{j\Psi_e}}_{\dot{E}_m} \cdot e^{j\omega t} = \dot{E}_m e^{j\omega t}, \quad (5)$$

**3-й учебный вопрос: Законы электрических цепей синусоидального тока**

**Закон Ома для участка цепи с источником ЭДС.**



Возьмем два участка цепи  $a-b$  и  $c-d$  (см. рис. 1) и составим для них уравнения в комплексной форме с учетом указанных на рис. 1 положительных направлений напряжений и токов.

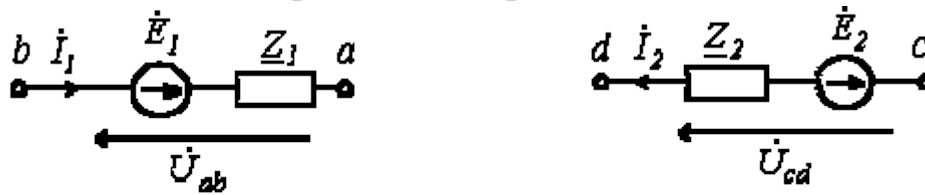


Рис.1

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_a &= \dot{\phi}_b + \dot{E}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_1; \\ \dot{U}_{ab} &= \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b = \dot{E}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_1; \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_1}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_c &= \dot{\phi}_d + \dot{E}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_2; \\ \dot{U}_{cd} &= \dot{\phi}_c - \dot{\phi}_d = \dot{E}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_2; \\ \dot{I}_2 &= \frac{-\dot{E}_2 + \dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_2}.\end{aligned}$$

Объединяя оба случая, получим

$$\dot{I} = \frac{\pm \dot{E} \mp \dot{U}}{\underline{Z}} \quad (1)$$

или для постоянного тока

$$I = \frac{\pm E \mp U}{R} \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) являются **аналитическим выражением закона Ома для участка цепи с источником ЭДС**, согласно которому ток на участке цепи с источником ЭДС равен алгебраической сумме напряжения на зажимах участка цепи и ЭДС, деленной на сопротивление участка. В случае переменного тока все указанные величины суть комплексы. При этом ЭДС и напряжение берут со знаком “+”, если их направление совпадает с выбранным направлением тока, и со знаком “-”, если их направление противоположно направлению тока.

### Основы символического метода расчета цепей синусоидального тока

Расчет цепей переменного синусоидального тока может производиться не только путем построения векторных диаграмм, но и аналитически – путем

операций с комплексами, **символически изображающими** синусоидальные ЭДС, напряжения и токи. Достоинством векторных диаграмм является их наглядность, недостатком – малая точность графических построений. Применение символического метода позволяет производить расчеты цепей с большой степенью точности.

Символический метод расчета цепей синусоидального тока основан на законах Кирхгофа и законе Ома в комплексной форме.

Уравнения, выражающие законы Кирхгофа в комплексной форме, имеют совершенно такой же вид, как и соответствующие уравнения для цепей постоянного тока. Только токи, ЭДС, напряжения и сопротивления входят в уравнение в виде комплексных величин.

1. Первый закон Кирхгофа в комплексной форме:

$$\sum \dot{I} = 0. \quad (3)$$

2. Второй закон Кирхгофа в комплексной форме:

$$\sum \dot{U} = 0 \quad (4)$$

или применительно к схемам замещения с источниками ЭДС

$$\sum \underline{Z} \dot{I} = \sum \dot{E}. \quad (5)$$

### **Заключение**

Синусоидальная форма тока и напряжения позволяет производить точный расчет электрических цепей с использованием метода комплексных чисел и приближенный расчет на основе метода векторных диаграмм. При этом для расчета используются законы Ома и Кирхгофа, но записанные в векторной или комплексной форме.