ЛЕКЦИЯ №4

По	«Электроника и электротехника»
----	--------------------------------

дисциплине:

Тема №:2 Электрические цепи постоянного тока

Занятие №:2 Основные методы расчета сложных электрических цепей

Учебные вопросы:

- 1. Метод контурных токов.
- 2. Метод узловых потенциалов.
- 3. Метод эквивалентного генератора.

Литература для самостоятельной работы обучающихся:

- **1. Иванов, И. И.** Электротехника и основы электроники: учебник. 9-е изд., стер/ И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я Фролов. СПб: Лань, 2017.-736 с.
- 2. **Касаткин, А.С.** Электротехника: учебник/ А.С. Касаткин, М.В. Немцов. 12-е изд. стер. Москва.: Академия, 2008. 544 с. и предыдущие издания.

б) дополнительная литература:

3. **Немцов, М. В.** Электротехника и электроника: учебник/ М. В. Немцов. – Москва: КноРус, 2016. – 560 с. – и предыдущие издания.

Введение

С помощью законов Ома и Кирхгофа можно рассчитать электрические цепи любой сложности. Однако решение в этом случае может оказаться слишком громоздким и потребует больших затрат времени. По этой причине для расчета сложных электрических цепей разработаны более рациональные методы расчета, два из которых: метод узлового напряжения и метод эквивалентного генератора, будут рассмотрены в данной лекции.

Метод узлового напряжения рекомендуется использовать в том случае, если сложную электрическую схему можно упростить, заменяя последовательно и параллельно соединенные резисторы эквивалентными, используя при необходимости преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду. Если полученная схема содержит несколько параллельно соединенных активных и пассивных ветвей, то ее расчет и анализ весьма просто можно произвести данным методом.

Метод эквивалентного генератора позволяет произвести частичный анализ электрической цепи. Например, определить ток в какой-либо одной ветви сложной электрической цепи и исследовать поведение этой ветви при изменении ее сопротивления.

Основные методы расчета сложных электрических цепей

1-й учебный вопрос: Метод контурных токов

Метод контурных токов дает возможность упростить расчет электрических цепей по сравнению с методом законов Кирхгофа за счет уменьшения числа уравнений, которые приходится решать совместно до величины: (I-k+1-m) и основан на применении второго закона Кирхгофа. Напомним, что: k - количество узлов электрической цепи, I - ветвей и m - идеальных источников тока. Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви может быть представлен как алгебраическая сумма контурных токов, протекающих по этой ветви. Уравнения составляются только по второму закону Кирхгофа, но не для действительных, а для воображаемых токов, циркулирующих по замкнутым контурам электрической цепи.

Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов производят в следующей последовательности:

- 1. Вычерчиваем принципиальную схему и все ее элементы. На схеме выбирают и обозначают контурные токи, таким образом, чтобы по любой ветви проходил хотя бы один выбранный контурный ток (исключая ветви с идеальными источниками тока). Контуры можно выбирать произвольно, лишь бы их число было равно (l-k+1-m), и чтобы каждый новый контур содержал хотя бы одну ветвь, не входящую в предыдущие.
- 2. Произвольно задаемся направлением протекания контурных токов в каждом из независимых контуров (по часовой стрелке или против).

Обозначаем эти токи. Для нумерации контурных токов используют сдвоенные арабские цифры (или римские).

- 3. Произвольно задаемся направлением реальных токов всех ветвей и обозначаем их. Маркировать реальные токи надо таким образом, чтобы не путать с контурными. Для нумерации реальных токов ветвей можно использовать одиночные арабские цифры.
- 4. По второму закону Кирхгофа, относительно контурных токов, составляем уравнения для всех независимых контуров. Уравнения составляют в следующем виде:

 R_{nn} — арифметическая сумма сопротивлений всех ветвей, входящих в контур n;

 R_{nm} — арифметическая сумма сопротивлений, входящих одновременно в оба в контура n и m. Если направления контурных токов в общей ветви для контуров n и m совпадут, то R_{nm} берут со знаком плюс;

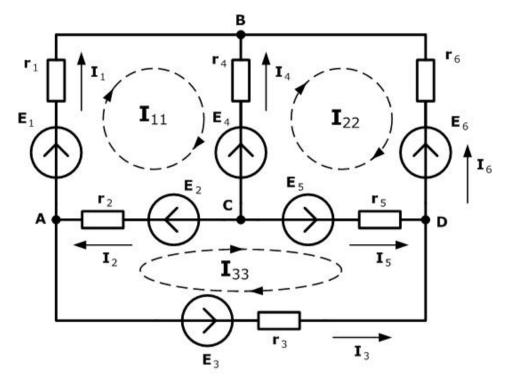
 E_{nn} – алгебраическая сумма э.д.с. в контуре n;

 R_n — общее сопротивление ветви контура n c контуром, содержащим источник тока I_n .

Решаем любым методом полученную систему относительно контурных токов и определяем их.

Переходим от контурных токов к реальным, считая, что реальный ток ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих по данной ветви. При алгебраическом суммировании без изменения знака берется контурный ток, направление которого совпадает с принятым направлением реального тока ветви. В противном случае контурный ток умножается на минус единицу.

Для более наглядного рассмотрения этапов решения задач данным способом, рассмотрим расчет электрической цепи с такой же схемой как и в предыдущем вопросе.



$$\begin{cases} (r_1 + r_4 + r_2) I_{11} - r_4 I_{22} - r_2 I_{33} = E_1 - E_4 + E_2 \\ -r_4 I_{11} + (r_4 + r_6 + r_5) I_{22} - r_5 I_{33} = E_4 - E_6 - E_5 \\ -r_2 I_{11} - r_5 I_{22} + (r_2 + r_5 + r_3) I_{33} = -E_2 + E_5 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_{11} \\ I_2 = I_{11} - I_{33} \\ I_3 = -I_{33} \\ I_4 = -I_{11} + I_{22} \\ I_5 = -I_{22} + I_{33} \\ I_6 = -I_{22} \end{cases}$$

Предварительно на схеме выбираем (**l-k**+1-**m**)=6-4+1-0=3 независимых контура. Далее следует выбрать направления для контурных токов и токов ветвей электрической цепи. Теперь можно записать систему из 3-х линейных уравнений по правилам, изложенным выше. В качестве неизвестных в этой системе будут выступать значения контурных токов. Решаем полученную систему любым удобным способом. Зная значения контурных токов несложно определить значения тока в каждой ветви.

2-й учебный вопрос: Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов (напряжений) состоит в определении напряжений между узлами сложной электрической цепи путем решения уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, куда в качестве неизвестных входят напряжения между узлами цепи. Этот метод позволяет уменьшить количество уравнений системы до величины: (k-1), где k-количество узлов сложной электрической цепи. Данный метод целесообразно использовать, когда l > 2(k-1), где l- количество ветвей сложной электрической цепи.

Узловыми напряжениями называют напряжения между каждым из (**k**-1) узлов и одним произвольно выбранным опорным узлом. Потенциал опорного узла принимается равным нулю. На схеме такой узел обычно отображают как заземленный.

Сущность метода заключается в том, что вначале решением системы уравнений определяют потенциалы всех узлов схемы по отношению к опорному узлу. Далее находят токи всех ветвей схемы с помощью закона Ома.

Расчет сложных электрических цепей методом узловых напряжений производят в следующей последовательности:

- 1. Вычерчиваем принципиальную схему и все ее элементы.
- 2. На схеме произвольно выбирают и обозначают опорный узел. В качестве опорного выбирается узел, в котором сходится максимальное количество ветвей.
- 3. Произвольно задаемся направлением токов всех ветвей и обозначаем их на схеме.
- 4. Для определения потенциалов остальных (**k**-1) узлов по отношению к опорному узлу составляем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} U_1 G_{11} - U_2 G_{12} - \dots - U_S G_{1S} - \dots - U_n G_{1n} = \sum_{1} EG + \sum_{1} I \\ -U_1 G_{21} + U_2 G_{22} - \dots - U_S G_{2S} - \dots - U_n G_{2n} = \sum_{2} EG + \sum_{1} I \\ -U_1 G_{n1} - U_2 G_{n2} - \dots - U_S G_{nS} - \dots + U_n G_{nn} = \sum_{n} EG + \sum_{n} I \end{cases}$$

 U_1 , U_2 , ..., U_n — узловые напряжения;

 G_{SS} — сумма проводимостей ветвей, подключенных к узлу S;

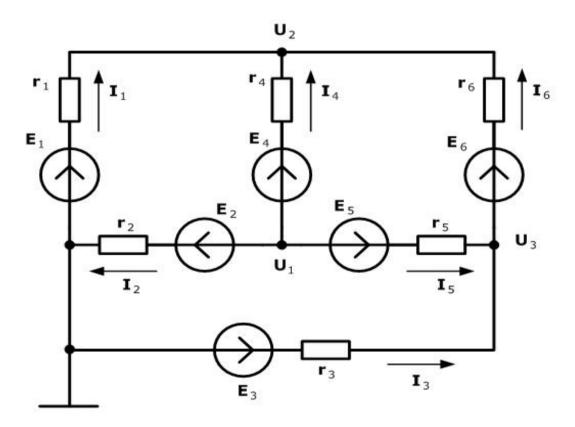
 G_{Sp} — сумма проводимостей ветвей, напрямую соединяющих узел S с узлом p;

 $\sum_S EG$ — алгебраическая сумма произведений э.д.с. ветвей, примыкающих к узлу S на их проводимости, если э.д.с. ветви действует в направлении узла — произведению присваивают знак плюс, в противоположном случае минус;

 $\sum_{S} I$ — алгебраическая сумма величин токов источников тока, подсоединенных к узлу S, если ток направлен к узлу, то ему присваивают знак плюс, в противоположном случае минус;

- 5. Решаем любым методом полученную систему относительно узловых напряжений и определяем их.
- 6. Далее для каждой ветви в отдельности применяем закон Ома и находим все токи в электрической цепи

Рассмотрим применение метода узловых напряжений для расчета электрических цепей более подробно на примере схемы, взятой из предыдущей лекции.



$$\begin{cases} U_1 (G_2 + G_4 + G_5) - U_2 G_4 - U_3 G_5 = -E_2 G_2 - E_4 G_4 - E_5 G_5 \\ -U_1 G_4 + U_2 (G_1 + G_4 + G_6) - U_3 G_{65} = E_1 G_1 + E_4 G_4 + E_6 G_6 \\ -U_1 G_5 - U_2 G_6 + U_3 (G_3 + G_5 + G_6) = E_3 G_3 + E_5 G_5 - E_6 G_6 \end{cases}$$

Решив систему уравнений, и найдя значения U_1 , U_2 и U_3 , находим значения токов в ветвях:

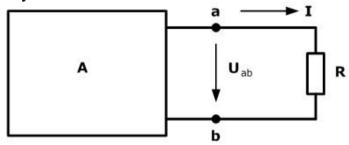
$$I_1 = (-U_2 + E_1)/r_1$$
 $I_2 = (U_1 + E_2)/r_2$
 $I_3 = (-U_3 + E_3)/r_3$ $I_4 = (U_1 - U_2 + E_4)/r_4$
 $I_5 = (U_1 - U_3 + E_5)/r_5$ $I_6 = (U_3 - U_2 + E_6)/r_6$

3-й учебный вопрос: Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора позволяет произвести частичный анализ электрической цепи. Например, определить ток в какой-либо одной ветви электрической цепи или исследовать поведение этой ветви при изменении ее сопротивления. Применение данного метода может оказаться полезным как при частичном расчете сложных электрических цепей, так и простых.

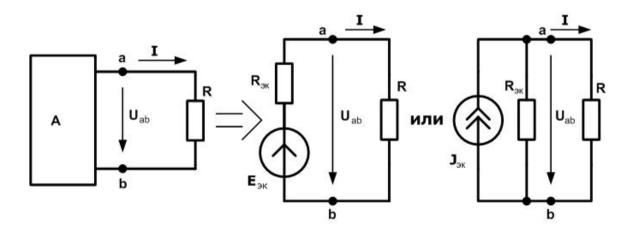
Метод эквивалентного генератора применяют в следующей последовательности:

- 1. Вычерчиваем принципиальную схему и все ее элементы.
- 2. Заданную условием задачи схему разбивают на две части: ветвь (или участок электрической цепи) в которой требуется найти значение тока и остальную часть схемы.

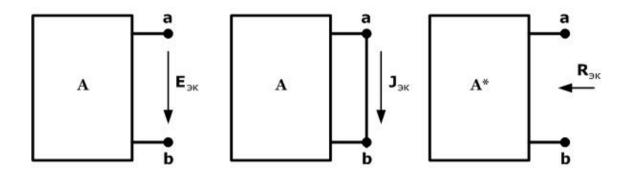


На рисунке границей между двумя частями служат точки а и b. Выделенная ветвь, ток в которой нужно рассчитать, содержит одно сопротивление ${f R}.$ обозначена активным Остальная часть схемы условно двухполюсником (прямоугольником А) И может быть сколь угодно сложной. Под двухполюсником следует понимать любую электрическую цепь с двумя точками подключения (в нашем случае эти точки: а и b). Когда говорят, что двухполюсник активный, этим подчеркивают что в состав этой цепи входят активные элементы (источники тока и/или напряжения).

3. Производят замену активного двухполюсника на эквивалентный источник напряжения или тока.



Для замены активного двухполюсника на источник напряжения необходимо рассчитать значения $E_{3 \rm K}$ и $R_{3 \rm K}$, а для замены на источник тока рассчитывают $J_{3 \rm K}$ и $R_{3 \rm K}$.



Для нахождения значения $E_{9\kappa}$ необходимо разомкнуть ветвь, в которой требуется найти значение тока, и определить значение напряжения на зажимах **a** и **b** (см. рис.) путем расчета схемы активного двухполюсника.

Полученное напряжение численно будет равно $E_{3\kappa}$ (в некоторых учебниках это напряжение называют напряжением холостого хода). Для нахождения значения $J_{\text{эк}}$ необходимо замкнуть накоротко зажимы \mathbf{a} и \mathbf{b} и путем расчета схемы активного двухполюсника найти значение тока через перемычку. Полученное значение тока численно будет равно J_{3K} (в некоторых учебниках этот ток называют током короткого замыкания). Внутреннее сопротивление $R_{\rm ak}$ эквивалентного источника равно сопротивлению элементов активного двухполюсника, из которого исключены все источники (источники ЭДС заменены короткозамкнутыми участками, а источники тока стороны зажимов **a** и **b**. Расчет отключены), со схемы двухполюсника для нахождения значений E_{9K} , J_{9K} и R_{9K} ведут любым удобным способом из числа доступных.

4. Находят значение тока в заданной ветви, применив одно из следующих соотношений:

$$I=rac{E_{
m 9K}}{R+R_{
m 9K}}$$
 или $I=rac{J_{
m 9K}R_{
m 9K}}{R+R_{
m 9K}}$ $I=E_{
m 9K}/(R+R_{
m 9K})$ или $I=J_{
m 9K}R_{
m 9K}/(R+R_{
m 9K})$

Заключение

Подавляющее большинство задач по электротехнике сводится к расчету режимов электрических цепей. В условии задается схема электрической цепи и параметры её элементов (напряжения источников питания, сопротивления резисторов и т. п.). Как правило, требуется определить токи и напряжения на различных элементах цепи.

Следует заметить, что методы решения задач для цепей постоянного тока применимы и для цепей синусоидального тока. Различие только в применяемом математическом аппарате.

Непосредственно перед решением задачи необходимо проанализировать схему электрической цепи и выяснить к какому виду (простая или сложная) относится данная электрическая цепь. Для каждого вида существуют свои варианты и способы решения. Далее выбирают наиболее оптимальный вариант расчета и переходят непосредственно к решению задачи.