

多旅行商问题研究综述

An Overview of Multiple Traveling Salesman Problem

俞庆生^① Yu Qingsheng; 林冬梅^② Lin Dongmei; 王东^③ Wang Dong

(^①佛山职业技术学院, 佛山 528137; ^②佛山科学技术学院信息与教育技术中心, 佛山 528137; ^③佛山科学技术学院, 佛山 528137)

(^①Foshan Polytechnic, Foshan 528137, China; ^②Center of Information and Education Technology, Foshan University, Foshan 528137, China;

^③Foshan University, Foshan 528137, China)

摘要:多旅行商问题是经典旅行商问题的一种泛化, 加上某些特定的附加条件, 则能够演化成一些较现实的问题, 因而具有较高的理论研究和应用价值。在多旅行商问题中, 一个任务由多位旅行商共同完成, 其问题的求解难度较经典旅行商问题更大, 用于经典旅行商问题求解的方法或策略不能简单地应用于多旅行商问题的求解, 有关该问题的研究成果远比经典旅行商问题少, 本文针对目前有关多旅行商问题的研究进展情况进行综述。

Abstract: Multiple traveling salesman problem is a generalization of classic traveling salesman problem. It could be converted to real problems while appending some specific constraints, so the problem has high value of the theoretical research and application. A task will be completed by multiple traveling salesman together in multiple traveling salesman problem, therefore the problem is more difficult than the classic one. Those methods or strategies used to the classic one could not be applied to the problem after being updated simply. The achievements for the problem are less than the classic one. In this paper, the research progress of the problem will be overviewed.

关键词:多旅行商问题; 精确计算; 启发式算法; 元启发式算法

Key words: multiple traveling salesman problem; exact algorithm; heuristic algorithm; meta-heuristic algorithm

中图分类号: TP301

文献标识码: A

文章编号: 1006-4311(2012)02-0166-03

0 引言

旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP)是经典的组合优化问题^[1], 而一些实际应用问题不能归纳为经典 TSP, 其中涉及到多个(项)任务的分派与优化, 问题演变为多(人)旅行商问题(multiple Traveling Salesman Problem, mTSP)。但是, 由于 mTSP 比后者更复杂, 因此问题的求解更为困难, mTSP 方面的研究成果远比 TSP 少得多^{[12][16]}。由于社会发展的需求变更以及经典 TSP 方面研究成果不断积累, mTSP 研究逐渐成为了新的研究热点, 本文的目的就是将目前有关 mTSP 的研究进展情况进行综述。

1 多旅行商问题

一般来讲, 泛化的 mTSP 定义如下: 给定一个 n 个结点(城市)集合, 让 m 个旅行商各自从一个城市出发, 每位旅行商访问其中一定数量的城市, 最后回到其出发城市, 要求每个城市至少被一位旅行商访问一次并且只能一次, 问题的目标是求得访问 m 条环路代价最小访问次序, 其中代价可以是距离、时间、费用等。问题中称旅行商出发的城市称为中心城市, 其它城市称为访问城市。

Laporte 和 Nobert 给出的对称 mTSP 线性规划公式描述如下:

$$\begin{aligned} & \text{最小化 } \sum_{i < j} c_{ij} x_{ij} + fm \\ & \text{约束 } \sum_{j=2}^n x_{1j} = 2m \\ & \quad \sum_{i < j} x_{ik} + \sum_{j > k} x_{kj} = 2, \quad k=2, \dots, n \\ & \quad \sum_{i < j, i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad 3 \leq |S| \leq n-2, \quad S \subseteq V \setminus \{1\} \\ & \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad 1 < i < j \\ & \quad x_{1j} \in \{0, 1, 2\}, \quad j=2, \dots, n \\ & \quad m \geq 1 \quad \text{and} \quad \text{integer} \end{aligned}$$

一般情况下, mTSP 分为四种类型^[17]:

第一种 m 个旅行商从同一个城市出发访问其中一定数量的城市, 即只有一个中心城市, 使得每个城市必须被某一个旅行商访问而且只能访问一次, 最后回到出发城市。

第二种 m 个旅行商从 m 个不同城市出发访问其中一定数量的城市, 使得每个城市必须被某一个旅行商访问而且只能访问一次, 最后回到各自的出发城市。

第三种 m 个旅行商从同一个城市出发访问其中一定数量的城市, 使得每个城市必须被某一个旅行商访问而且只能访问一次, 最后到达 m 个不同的城市。

第四种 m 个旅行商从 m 个不同城市出发访问其中一定数量的城市, 使得每个城市必须被某一个旅行商访问而且只能访问一次, 最后到达同一个城市。

常见的 mTSP 为前两种, 例如快递公司送货的问题就是第一种, 全国连锁店的送货问题就是第二种。

按照 mTSP 的一般性定义, 第一、二种 mTSP 就在这个定义范围之内, 第三、四种加上约束条件“各个旅行商的终点不为出发城市”, 为一般定义的 mTSP 的变种。如果在一般的 mTSP 基础上, 再加上一些约束则演变出变种的 mTSP。如果两个城市之间的代价在两个方向上是一样的, 称为对称 mTSP, 反之称为非对称 mTSP。

2 多旅行商问题研究进展

对 mTSP 的研究是从上个世纪七十年代开始, 最初主要采用精确算法对问题求解, 但由于随着问题规模的扩大, 问题解空间膨胀速度与问题规模呈指数关系, 成为限制精确算法求解 mTSP 性能的主要瓶颈^[2], 后续的研究工作逐渐倾向于采用启发式算法或元启发算法对问题求解, 常用的算法有 Lin-kernighan 算法^[18]、自组织神经网络^{[8][20]}、遗传算法^{[9][23][26]}、蚁群算法^[13]等。大部分研究的解决方案都是先将 mTSP 转化为 TSP, 然后在转化得到的 TSP 基础上利用 TSP 的求解算法再进行求解。

2.1 将 mTSP 转化为 TSP 解决 mTSP 的常用策略是将问题转化为 TSP 求解, 这样用于解决 TSP 的很多方法都可以用来解决 mTSP。然而, 转化后的 mTSP 求解不能简单地等同于 TSP 的求解, 其中还会涉及很多转化后带来的问题, 例如随着转化后得到的 TSP 维度的增加, 求解难度也随之加大; 另外如何用 TSP 的描述方式有效的表示 mTSP, 也是要解决的一个新问题。

将 mTSP 转化为 TSP 的基本策略最早是由 Gorenstein 提出^[5], 其主要思想是对于一个有 m 个旅行商的 mTSP, 增加 $m-1$ 个虚拟城市, 用来对不同的旅行商访问的城市进行间隔, 并且将这些虚拟城市之间的直达距离设为无穷大, 以阻止旅行商访问的城市序列中出现不合理的排列。Svestka 等^[28]提出了另一种转化方法, 将最初的距离矩阵增加 $m-1$ 行及 $m-1$ 列, 每一个新行和新列都是原来矩阵的第一行和第一列的复制。这种算法最初用来解决分配问题, 城市规模可以达到 60 个。Bellmore 等^[29]采用将一个有 n 个城市、 m 个旅行

基金项目: 广东省科技计划项目(2011B010200031); 广东省自然科学基金(1015280001000029)。

作者简介: 俞庆生(1956-), 男, 湖北武汉人, 佛山职业技术学院电子信息系主任, 副教授, 长期从事计算机技术、自动检测仪器仪表、小型控制系统、节能电子产品的教学、应用与服务。

商的非对称 mTSP 转化为标准的有 $n+m-1$ 个城市的标准非对称 TSP。Hong 等^[30]也采用了类似的方法,通过把一个有 n 个城市、 m 个旅行商的对称 mTSP 转化为 $n+m+4$ 个城市的标准对称 TSP。Rao^[31]扩展了 Bellmore 和 Hong 的方法,将一个非对称旅行商的问题转化为 $n+m-1$ 个城市的标准对称旅行商问题。Jonker 等^[32]利用离散边配置策略改善了对称 mTSP 到 TSP 的标准转化,建议对新增加的虚拟城市采用离散边配置策略,抑制上述转化中存在的退化现象。李天龙等^[33]针对 m 个旅行商引入 $m-1$ 个虚拟城市,并且把虚拟城市的坐标设为起始点城市的坐标,并且应用自组织优化算法进行了求解,最大问题规模可达 1,002 个。

除了从一个中心城市出发的 mTSP 之外,还有从若干不同中心城市出发的 mTSP,对于这类问题也有一些研究者采用将其转化为 TSP 的方法。Laporte 等^[34]通过将此问题转化为分配问题,在此基础上使用分支限界法求解问题规模为 80、旅行商人数为 3 的 mTSP。但是这是一个不完整的转化,因为转化后的问题有一个非分配约束。对于这种情况, Yang^[35]通过复制中心城市并引入虚拟中心城市,将一个多中心城市的 mTSP 转化为对称 TSP。为此, Kara 等^[15]为 mTSP 提出一个多项式线性规划模型,并且说明了解决转化后的问题远比解决原始问题要困难得多。

虽然将 mTSP 转化为 TSP 来解决是一种简单可行的方法,但是随着问题规模的扩大,转化之后的 TSP 将严重退化,使得问题的求解难度更大^{[13][27][32]}。

2.2 精确计算技术 很多早期学者对 mTSP 的解决办法主要是使用精确算法,大部分采用的是分支限界法(Branch-and-bound)。1980 年, Laporte 提出了使用直接算法和反转算法的精确算法来解决 mTSP,其中反转算法求解能力较强,在 Cyber 173 计算机上求出了规模为 100 个城市的 mTSP^[36]。Ali 等^[37]提出了使用分支限界法求解非对称 mTSP 的规模可达 100 个城市,对称 mTSP 规模最多可达到 59 个城市。Gavish 等^[38]对分支限界法进行了改进,通过限定分支限界法的下界,从而减少算法运行所需的空间,能够求解欧氏空间 TSP 规模达到 100 个城市,旅行商人数为 10。Gavish 等同时将 mTSP 转化为 TSP,但是当旅行商人数大于 4 时转化所得到的 TSP 远比同等规模的初始问题要难解决得多。Gromicho 等^[39]通过 r 叉树或反 r 叉树加强对带有 QA(Quasi-Assignment)约束条件分支限界法的下界动态调控,把解决对称 mTSP 规模扩大到 120 个城市,旅行商人数可以是 2~12 人。由于精确算法只能解决小规模 mTSP,随着问题规模的增大,精确算法较难求出大规模问题的优化解。

2.3 启发式或近似计算技术 最早使用启发式算法解决 mTSP 的是 Russell(1977)^[18], Russell 首先将 mTSP 转化为 TSP,然后利用求解 TSP 的 Lin-kernighan(LK)算法对问题进行求解,该方法可以得到较精确的优化解。王大志等^[40]在将 mTSP 转化为 TSP 的基础上,也采用 Lin-Kernighan 算法进行求解,得到了对称及非对称 mTSP 的可行解。但由于在转化成 TSP 过程中,增加了很多虚拟城市使得问题维数与旅行商数目同步增长,致使转化后的 TSP 空间复杂度远远高于问题初始问题的空间复杂度。

2.4 元启发算法计算技术 在使用元启发算法求解 mTSP 的研究工作中,使用较多的有神经网络、遗传算法以及蚁群算法等。

使用人工神经网络解决组合优化问题已有相当长的一段时间,其中基于自组织神经网络的算法表现出较好的效果。也有一些研究将此方法成功应用于 TSP,但是应用于更复杂的 mTSP 方面研究却很少^[19]。目前,大部分应用人工神经网络解决 mTSP 的策略都是对 TSP 研究成果的扩展。Wacholder 等^[20]扩展了 Hopfield 和 Tank 的 ANN(Artificial Neural Network)模型用于解决 mTSP,但是此模型过于复杂,很难保证能找到可行解。Hsu 等^[21]提出了一种基于自组织特征图的神经网络方法,并且把 mTSP 转化为 m 个并行的经典 TSP。Modares 等^[8]采用了一种自组织神经网络方式,提供了更全面的经验学习方式,与其它的算法相比获得了更好的优化解,但求解效率很低。Qu 等^[17]将神经网络的 CCM 模型与 WTA 学习规则相结合来求解 mTSP,解决了 53 个城市、3 个旅行商的问题。

最早使用遗传算法解决 mTSP 的是加拿大西蒙弗雷泽大学智能机器人与制造系统实验室,他们主要是解决学校为学生拍照的几

组摄影员工调度问题,目标是使得每个小组每天至少到达 2 个学校,并且完成拍摄任务^[6]。在国内的应用中,较成功的案例是我国上海宝山钢铁公司的热轧调度问题,其解决方法是首先将问题抽象成 mTSP 模型,然后再将 mTSP 模型转化成 TSP 模型,并且使用了改进的遗传算法对问题进行求解,得到的调度质量要比传统手工调度的提高 20%,同时调度所需要的时间仅为原来手工调度的 $1/6$ ^[9]。哈尔滨工程大学也于 2002 年基于 mTSP 模型使用遗传算法解决了多个机器人的路径规划问题,成功地解决了 4 个机器人、32 个矿井的路径规划问题^[7]。最近五年来,使用遗传算法解决 mTSP 的研究逐渐增多,但是大部分采用的策略都是将 mTSP 转化为 TSP,研究的焦点集中在如何用染色体编码表达 mTSP,并且在新染色体编码基础上对遗传算法进行改进,以达到尽可能高效地得到优化解的目的。目前,对于 mTSP 的染色体编码方法包括单染色体^{[9][22]}、双染色体^[23]、多染色体^[24]、两部分染色体^[25]以及具体旅行商无关的染色体表达方式^[26],但是无论采用哪种编码策略均存在导致所得 TSP 严重退化的问题,比具有相同规模的 TSP 还要难解决^{[12][13][16]}。由于不同的染色体编码将导致求解空间的大小有很大差异,因此直接影响算法的计算效率。

利用蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)解决 mTSP 的研究成果均来自于我国。最早是由东北大学信息科学与工程学院于 2006 年提出采用 ACO 解决 mTSP,前提条件是每个旅行商所经过的城市数量被限定,通过增加虚拟城市将 mTSP 转化为 TSP,然后利用改进的 ACO 算法进行求解,实验证明此方法是有效的。虽然不能求出所有问题的最优解,但是能够计算得到比较好的优化解,尤其是可以求出较大规模问题的优化解(可达规模 1,002 个城市),但是该方法与其它方法相比需要更长的求解时间^[14]。另一个成果是北京科技大学使用最大最小蚁群系统(MAX-MIN Ant System, MMAS)并结合局部搜索算法来解决 mTSP,也在小规模问题上取得了较好的优化解^[13]。

除了上述各种元启发式算法之外, Ryan 等^[41]提出了使用禁忌算法解决 mTSP 的方案, Song 等^[42]采用了扩展的模拟退火算法解决了 3 个旅行商 400 个城市的问题,但是算法执行的效率较低,在 IBM PC-586(400 MHz)上需要 51 分钟。Sofge 等^[43]尝试使用粒子群算法、进化策略、蒙特卡罗优化等技术解决 mTSP,但是只在问题规模较小、旅行商人数较少的问题上获得了一定的进展,当问题复杂时这些方法的效果不好预计。

3 结论及展望

随着对经典 TSP 研究的不断深入, mTSP 越来越受到更多学者的关注。由于用于求解经典 TSP 的成果不能仅通过简单的转换应用于 mTSP 的求解,而目前所公布的研究成果普遍存在求解规模小、计算速度慢等问题,结合前期对经典 TSP 研究工作,本文认为对 mTSP 可从以下几方面进行研究:

3.1 精确计算方法应着力于解决 mTSP 的分支裁剪或裁剪平面策略,促使精确算法能有效地控制搜索范围和规模,一方面提高算法的求解速度,另一方面提高精确算法的求解规模。

3.2 在经典 TSP 中存在诸如 2-Opt、3-Opt 和 Lin-kernighan 算法等诸多快速近似优化算法,为线性规划或元启发式算法的快速收敛提供有效的保证,因此可设计或建立面向 mTSP 的局部搜索优化算法。

3.3 针对元启发式算法则首要解决问题编码问题,建立一种能够简洁表达问题的编码方式是加快元启发算法收敛速度和提高质量的前提和保障,除此以外还可针对某具体的元启发算法提出新的相关操作或算子。

3.4 笔者目前正在开展的研究工作是引入化简模型,对原始问题和子问题分别进行化简,以降低问题求解难度进而提高计算速度,目前试验已经取得初步效果。

与经典 TSP 研究工作不同的是, mTSP 研究过程中可借鉴前者长期研究成果,经过科研工作者和工程技术人员不断努力,该问题的研究工作必将取得更快的突破和进展。

参考文献:

[1] Applegate D L, Bixby R E, Chvátal V, Cook W J. The Traveling

Salesman Problem: A Computational Study (Princeton in Applied Mathematics) [M]. Princeton University Press, 2007.

[2]Ropke S, Cordeau J F. Branch and Cut and Price for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows [J]. Transportation Science, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, 2009, 43(3):267-286.

[3]Marinakis Y, Migdalas A. Annotated bibliography in vehicle routing [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(3):2069-2099.

[4]Schmid V, Doerner K F, Hartl R F, Savelsbergh M W P, Stoecher W. A Hybrid Solution Approach for Ready-Mixed Concrete Delivery [J]. Transportation Science, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), 2009, 43(1):70-85.

[5]Gorenstein S. Printing press scheduling for multi-edition periodicals [J]. Management Science, 1970, 16(6):373-83.

[6]Zhang T, Gruver W A, Smith M H. Team scheduling by genetic search [C] // Proceedings of the 2nd international conference on intelligent processing and manufacturing of materials. Honolulu, HI, USA: IEEE Press, 1999, 2:839-844.

[7]Zhong Y, Liang J H, Gu G C, Zhang B R, Yang H Y. An implementation of evolutionary computation for path planning of cooperative mobile robots [C] // Proceedings of the 4th world congress on intelligent control and automation. Shanghai: IEEE Press, 2002, 3:1798-802.

[8]Modares A, Somhom S, Enkawa T. A self-organizing neural network approach for multiple traveling salesman and vehicle routing problems [J]. International Transactions in Operational Research, 1999, 6(6):591-606.

[9]Tang L, Liu J, Rong A, Yang Z. A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shangai Baoshan Iron & Steel Complex [J]. European Journal of Operational Research, 2000, 124(2):267-282.

[10]黄可伟, 汪定伟. 热轧计划中的多旅行商问题及其计算方法[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(7):43-45.

[11]陶然, 吕红霞, 陈广秀. 基于 MTSP 的机车周转图编制模型与算法[J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(5):653-657.

[12]Bektas T. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures [J]. Omega, 2006, 34(3):209-219.

[13]Liu W M, Li S J, Zhao F G, Zheng A Y. An Ant Colony Optimization Algorithm for the Multiple Traveling Salesmen Problem [C] // The 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Xi'an: IEEE Press, 2009:1533-1537.

[14]Pan J J, Wang D W. An Ant Colony Optimization Algorithm for Multiple Travelling Salesman Problem [C] // Proceedings of the First International Conference on Innovative Computing, Information and Control. Beijing: IEEE Press, 2006, 1:210-213.

[15]Kara I, Bektas T. Integer linear programming formulations of multiple salesman problems and its variations [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(3):1449-1458.

[16]Nallusamy R, Duraiswamy K, Dhanalaksmi R, Parthiban P. Optimization of Non-Linear Multiple Traveling Salesman Problem Using K-Means Clustering, Shrink Wrap Algorithm and Meta-Heuristics [J]. International Journal of Nonlinear Science, 2009, 8(4):480-487.

[17]Qu H, Yi Z, Tang H J. A columnar competitive model for solving multi-traveling salesman problem [J]. Chaos, Solitons and Fractals. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 31(4):1009-1019.

[18]Russell R A. An effective heuristic for the m-tour traveling salesman problem with some side conditions [J]. Operations Research, 1977, 25(3):517-524.

[19]Masutti T A S, Castro L N D. A Clustering Approach Based on Artificial Neural Networks to Solve Routing Problems [C] // Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Computational Science and Engineering. São Paulo: IEEE Press, 2008:285-292.

[20]Wacholder E, Han J, Mann R C. A neural network algorithm for the multiple traveling salesmen problem [J]. Biology Cybernetics, 1989, 61 (1):11-19.

[21]Hsu C, Tsai M, Chen W. A study of feature-mapped approach to the multiple travelling salesmen problem [C] // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Singapore: IEEE Press, 1991, 3:1589-92.

[22]Zhao F, Dong J, Li S, Yang X. An improved genetic algorithm for the

multiple traveling salesman problem [C] // Chinese Control and Decision Conference. Yantai, China: IEEE Press, 2008:1935-1939.

[23]Koh S P, Aris I B, Ho C K, Bashi S M. Design and Performance Optimization of a Multi-TSP (Traveling Salesman Problem) Algorithm [J]. AIML Journal, 2006, 6(3):29-33.

[24]Király A, Abonyi J. Optimization of Multiple Traveling Salesmen Problem by a Novel Representation based Genetic Algorithm [C] // Proceedings of the 10th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics. Budapest, Hungary: IEEE Press, 2009:315-326.

[25]Carter A E, Ragsdale C T. A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(1):246-257.

[26]Singh A, Baghel A S. A new grouping genetic algorithm approach to the multiple traveling salesperson problem [J]. Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications, 2009, 13(1):95-101.

[27]Nallusamy R, Duraiswamy K, Dhanalaksmi R, Parthiban P. Optimization of multiple vehicle routing problems using approximation algorithms [J]. International Journal of Engineering Science and Technology, 2009, 1(3):129-135.

[28]Svestka J A, Huckfeldt V E. Computational experience with an m-salesman traveling salesman algorithm [J]. Management Science, 1973, 19(7):790-799.

[29]Bellmore M, Hong S. Transformation of multisalesmen problem to the standard traveling salesman problem [J]. Journal of the ACM (JACM), 1974, 21 (3):500-504.

[30]Hong S, Padberg M W. A note on the symmetric multiple traveling salesman problem with fixed charges [J]. Operations Research, 1977, 25(5):871-874.

[31]Rao M R. A note on the multiple traveling salesman problem [J]. Operations Research, 1980, 28(3):628-632.

[32]Jonker R, Volgenant T. An improved transformation of the symmetric multiple traveling salesman problem [J]. Operations Research, 1988, 36(1):163-167.

[33]李天龙, 吕勇哉. 基于自组织优化算法的一类多旅行商问题[J]. 计算机应用, 2010, 30(2):458-460.

[34]Laporte G, Nobert Y, Taillefer S. Solving a family of multi-depot vehicle routing and location-routing problems [J]. Transportation Science, 1988, 22(3):161-172.

[35]Yang G X. Transformation of multidepot multisalesmen problem to the standard traveling salesman problem [J]. European Journal of Operational Research, 1995, 81(3):557-560.

[36]Laporte G, Nobert Y. A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem [J]. Journal of the Operational Research Society, 1980, 31:1017-1023.

[37]Ali A I, Kennington J L. The asymmetric m-traveling salesmen problem: a duality based branch-and-bound algorithm [J]. Discrete Applied Mathematics 1986, 13(2-3):259-276.

[38]Gavish B, Srikanth K. An optimal solution method for large-scale multiple traveling salesman problems [J]. Operations Research, 1986, 34(5):698-717.

[39]Gromicho J, Paixão J, Branco I. Exact solution of multiple traveling salesman problems [M] // Mustafa Akgül, et al., editors, Combinatorial optimization. NATO ASI Series, 1992, 82:291-292.

[40]王立志, 汪定伟, 闫杨. 一类多旅行商问题的计算及仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(20):6378-6381.

[41]Ryan J L, Bailey T G, Moore J T, Carlton W B. Reactive Tabu search in unmanned aerial reconnaissance simulations [C] // Proceedings of the 30th conference on Winter simulation. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society Press, 1998, 1:873-879.

[42]Song C, Lee K, Lee W D. Extended simulated annealing for augmented TSP and multi-salesmen TSP [C] // Proceedings of the international joint conference on neural networks. Oregon, U.S.A: IEEE Press, 2003, 3:2340-2343.

[43]Sofge D, Schultz A, Jong K D. Evolutionary computational approaches to solving the multiple traveling salesman problem using a neighborhood attractor schema [R]. Lecture notes in computer science, 2002, 2279:151-160.