② Ряд Лейбница.

Рядом Лейбница называется ряд вида $x_1 - x_2 + x_3 - \ldots$, где $x_n > 0$, причём $x_1 \geq x_2 \geq \ldots$, $x_n \to 0$.

Ряд Лейбница всегда сходится и его сумма не больше x_1.

[

Из представлений

$$S_{2n} = x_1 - x_2 + x_3 - \ldots - x_{2n-2} + x_{2n-1} - x_{2n} =$$

$$= x_1 - (x_2 - x_3) - \ldots - (x_{2n-2} - x_{2n-1}) - x_{2n} \leq x_1$$

$$S_{2n} = (x_1 - x_2) + \ldots + (x_{2n-1} - x_{2n})$$

следует, что последовательность (S_{2n}) ограничена сверху и не убывает, так что существует

$S = \lim\limits_n S_{2n} \leq x_1$. Кроме того, $\lim\limits_n S_{2n+1} = \lim\limits_n (S_{2n} + x_{2n+1}) = S$,

откуда $\lim\limits_n S_n = S$]