20. Алгебраические выражения, уравнения и неравенства Блок 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Пример 1. Упростите выражение: $\frac{12^{n+4}}{2^{2n+5} \cdot 3^{n+2}}$.

Пример 2. Найдите значение выражения при данном условии:

$$28a-7b+13$$
, если $\frac{2a-5b+8}{5a-2b+8}=6$.

Пример 3. Решите уравнение:

1)
$$x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$$
;

2)
$$x^3 + 8x^2 = x + 8$$
;

3)
$$x^2 - 2x + \sqrt{7 - x} = \sqrt{7 - x} + 48$$
;

4)
$$x(x^2+10x+25)=14(x+5)$$
;

5)
$$(x-3)(x^2+14x+49)=11(x+7)$$
;

6)
$$(x^2-16)^2+(x^2+3x-28)^2=0$$
;

7) $\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} - 40 = 0$;

8)
$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{7}{x-3} - 18 = 0$$
;

9)
$$(x+5)^4+(x+5)^2-12=0$$
;

10)
$$x^4 = (x-42)^2$$
.

Пример 4. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} 3x^2 - 8x = y, \\ 9x - 24 = y; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 7x^2 + y = 14, \\ 2x^2 - y = 22; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 59, \\ 10x^2 + 5y^2 = 59x. \end{cases}$$

Пример 5. Решите неравенство:

1)
$$\frac{-21}{(x+6)^2-10} \ge 0$$
;

2)
$$(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$$
.

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия ПРИМЕРЫ

Пример 6. Сократите дробь: $\frac{p(a)}{p(\frac{1}{a})}$, если $p(x) = (x + \frac{6}{x})(6x + \frac{1}{x})$.

Пример 7. Сократите дробь: $\frac{p(a)}{p(18-a)}$, если $p(x) = \frac{x(18-x)}{x-9}$.

Пример 8. Решите уравнение:

1)
$$(4x-9)^2(x-3)=(4x-9)(x-3)^2$$
;

5)
$$x^6 = (11x - 18)^3$$
;

2)
$$(x-1)(x+7)(x-8)=(x-1)(x-8)(x+11)$$
;

6)
$$x^3 = 4x^2 + 21x$$
:

3)
$$(x+3)^3 = 9(x+3)$$
;

7)
$$(x-5)^2(x-2)=4(x-5)$$
.

4)
$$4x^2-7x+13=(x+3)^2$$
:

Пример 9. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} (3x+7y)^2 = 10y, \\ (3x+7y)^2 = 10x; \end{cases}$$
 3)
$$\begin{cases} x^2+y=7, \\ 2x^2-y=20; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2 + y = 7, \\ 2x^2 - y = 20; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} (x-5)(y-8) = 0, \\ \frac{y-6}{x+y-11} = 4; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} y-2x=2, \\ x^2+2xy-y^2=8; \end{cases}$$
 4) $\begin{cases} x-3y=7, \\ \frac{x}{5}+\frac{y+4}{4}=-1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2=7y-3, \\ x^2+19=7y+y^2. \end{cases}$

4)
$$\begin{cases} x - 3y = 7, \\ \frac{x}{5} + \frac{y + 4}{4} = -1; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x^2 = 7y - 3, \\ x^2 + 19 = 7y + y^2. \end{cases}$$

Пример 10. Решите неравенство:

1)
$$(4x+1)(x-2) > -5$$
;

4)
$$\frac{-17}{r^2+2r-3} \le 0$$
;

2)
$$(x-6)^2 \ge (6x-1)^2$$
;

5)
$$\frac{x^2}{4} < \frac{4x-5}{3}$$
.

3)
$$x^2(-x^2-16) \le 100(-x^2-16)$$
;

Пример 11. Решите систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} 2(3x+5)-7(2x+3)>3x, \\ (x-4)(x+7)<0; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \frac{8-x}{4+(1-5x)^2} \ge 0, \\ 3-7x \le 23-2x. \end{cases}$$

Блок 3. ФИПИ. Типовые экзаменационные варианты* ПРИМЕРЫ

Пример 12. Решите уравнение $x^6 = -(3-4x)^3$.

Пример 13. Решите неравенство $-\frac{-31}{r^2-3r-10} \ge 0$.

Пример 14. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 82, \\ xu = 9. \end{cases}$