PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT - 2

Mata Pelajaran	**:**	**Matematika**
K e l a s	**:**	**X (Sepuluh)**
Nomor Modul	**:**	**Mat.X.03**

Penulis	:	Drs. Suyanto
Penyunting Materi	:	Dra. Sri Sudaryati, M.Pd.
Penyunting Media	:	Dra. Mariana S. Pratikto

DAFTAR ISI

PENDAHULUAN

Halo, apa kabar? Baik-baik saja bukan? Semoga Anda dalam keadaan sehat walafiat. Kami yakin Anda tentu sudah siap untuk mempelajari modul ini. Kali Anda akan mempelajari modul yang berjudul “Persamaan dan Fungsi Kuadrat–2”.

Untuk mempelajari modul ini, Anda harus mengingat kembali beberapa materi penting yang pernah Anda pelajari waktu di SMP Terbuka/Reguler atau pada modul sebelumnya. Sebagai contoh materi tentang bentuk kuadrat sempurna, penarikan akar, menyederhanakan bentuk akar, sumbu simetri, dan titik balik fungsi kuadrat, definit positif dan definit negatif, serta menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan metode eliminasi. Hal ini akan sangat membantu keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini.

Cakupan materi modul ini meliputi pengertian, pemahaman, dan ketrampilan. Oleh karena itu, selain dijelaskan tentang pengertian, juga diberikan contoh-contoh soal, soal latihan uji kompetensi, dan uji kompetensi. Keseriusan Anda dalam mempelajari modul ini menjadi kunci keberhasilan Anda. Pemahaman Anda terhadap materi modul ini akan bermanfaat untuk mempelajari matematika di tingkat yang lebih tinggi maupun dalam mata pelajaran lain, seperti fisika, teknik, dan ekonomi.
Kompetensi dasar dari materi modul ini adalah melakukan manipulasi aljabar dalam perhitungan teknis yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat.

Agar mudah dipelajari, modul ini dibagi menjadi dua kegiatan belajar, yaitu:

Kegiatan 1 : Melengkapi menjadi kuadrat sempurna
Materi yang akan dibahas di sini adalah akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan bentuk kuadrat.

Kegiatan 2 : Grafik Fungsi Kuadrat.

Materi yang akan dibahas di sini adalah sumbu simetri, titik puncak, sifat definit positif atau negatif fungsi kuadrat dengan melengkapkan bentuk kuadrat dan menentukan fungsi kuadrat yang melalui tiga titik yang tidak segaris atau memenuhi kondisi tertentu.

Pelajari modul ini secara bertahap sampai Anda benar-benar paham. Demikian juga dengan soal-soal latihan uji kompetisi dan uji kompetisi yang ada, Anda harus mengerjakannya dan hasilnya harus benar. Apabila mengalami kesulitan, cobalah diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka.

Anda memerlukan waktu minimal 18 jam untuk mempelajari modul ini termasuk menyelesaikan soal-soal uji kompetensi yang tersedia dalam modul. Untuk menghitung skor yang Anda peroleh gunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Skor terakhir} = \frac{\text{Jumlah skor benar}}{\text{Jumlah skor total}} \times 100\%$$

Apabila Anda memperoleh skor $\geq 65\%$, bagus! berarti Anda telah menguasai materi modul ini dan dapat melanjutkan mempelajari materi berikutnya. Tetapi Apabila skor anda $< 65\%$, Anda harus mempelajari kembali modul ini sampai benar-benar paham, terutama bagian-bagian yang belum dikuasai.

Selamat belajar semoga berhasil. Yakinlah bahwa Insya Allah Anda akan berhasil dengan baik apabila memiliki semagat belajar yang tinggi. Jangan lupa berdoalah kepada Allah SWT agar senantiasa diberikan kemudahan belajar.

Penulis.

MELENGKAPI MENJADI KUADRAT SEMPURNA

Untuk mendukung tercapainya kompetisi dasar dalam materi pokok ini, indikator pencapaian hasil belajarnya anda dapat:

- Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapi bentuk kuadrat.

Akar-Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapi Bentuk Kuadrat

Pada modul yang Berjudul "Persamaan dan fungsi Kuadrat–1", telah anda pelajari cara-cara menyelesaikan atau menentukan akar-akar persamaan kuadrat yaitu dengan pemfaktoran dan menggunakan rumus kuadrat atau rumus abc. Kali ini anda akan mempelajari materi tentang cara menyelesaikan atau menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan bentuk kuadrat.

Cobalah anda ingat kembali beberapa contoh bentuk sempurna, antara lain: $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $4x^2 = (2x)^2$, $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$, $x^2 – 4x + 4 = (x – 1)^2$, dan sebagainya.

Pada prinsipnya, tiap bentuk kuadrat dapat dimanipulasi secara aljabar menjadi bentuk kuadrat sempurna. Untuk lebih jelasnya marilah kita perhatikan beberapa contoh pengubahan bentuk kuadrat menjadi bentuk kuadrat sempurna di bawah ini.

a. Bentuk $x^2 + 2x + 5$ dapat dimanipulasi secara aljabar sebagai berikut:

$$x^2 + 2x + 5$$

$$+ \underbrace{(-4) + 5}$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + 1$$

Bentuk ini memuat bentuk kuadrat sempurna, yaitu : $(x + 2)^2$.

b. Bentuk $-x^2 – 6x + 10$ dapat dimanipulasi secara aljabar sebagai berikut:

$$-x^2 - 6x + 10$$

$$- \qquad + \underbrace{(9) + 10}$$

$$\Leftrightarrow -(x + 3)^2 + 19$$

Bentuk ini memuat bentuk kuadrat sempurna, yaitu: $-(x + 3)^2$.

c. Bentuk $x^2 - 8x - 1$ dapat dimanipulasi secara aljabar sebagai berikut:

$$
\begin{array}{lll}
 & x^2 - 8x - 1 & \\
\Leftrightarrow & & + \underbrace{(-16) + -1} \\
\Leftrightarrow & (x - 4)^2 & + \quad (-17) \\
 & (x - 4)^2 & - \quad 17
\end{array}
$$

Bentuk ini memuat bentuk kuadrat sempurna, yaitu: $(x - 4)^2$.

Dari ketiga contoh tersebut di atas, proses pengubahan bentuk kuadrat menjadi bentuk kuadrat sempurna semacam itu disebut <u>melengkapkan kuadrat sempurna</u>.

Selanjutnya, kita akan menggunakan proses melengkapkan bentuk kuadrat untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat. Apabila suatu persamaan kuadrat dapat difaktorkan, maka dengan mudah kita dapat menentukan akar-akarnya dengan pemfaktoran. Tetapi apabila suatu persamaan kuadrat tidak dapat difaktorkan, maka salah satu cara untuk menentukan akar-akarnya adalah dengan melengkapkan kuadrat sempurna.

Bagaimana cara menyelesaikan atau menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna? Baiklah, untuk lebih jelasnya Anda perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

<u>Contoh 1:</u>
Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 4x - 1 = 0$!

<u>Jawab:</u>

$$
\begin{array}{lrcl}
 & x^2 + 4x - 1 & = & 0 \\
 & x^2 + 4x - 1 + 1 & = & 0 + 1 \\
 & x^2 + 4x & = & 1 \\
 & x^2 + 4x + 4 & = & 1 + 4 \\
 & x^2 + 4x + 2^2 & = & 1 + 4 \\
 & (x + 2)^2 & = & 1 + 4 \\
 & (x + 2)^2 & = & 5 \\
 & (x + 2)^2 & = & \pm \\
\Leftrightarrow & x + 2 & = & \pm \\
\Leftrightarrow & x & = & -2 \pm
\end{array}
$$

(kedua ruas ditambah 1)

(Kedua ruas ditambah 4 yang merupakan kuadrat dari setengah kali koefisien x, yaitu $(\frac{1}{2} . 4)^2$)

Ini berarti: $x = -2 + \sqrt{5}$ atau $x = -2 - \sqrt{5}$.

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 4x - 1 = 0$ adalah

$x_1 = -2 + \sqrt{5}$ atau $x_2 = -2 - \sqrt{5}$

Dalam bentuk himpunan penyelesaian ditulis: Hp = $\{-2 - \sqrt{5}, -2 + \sqrt{5}\}$

Mudah bukan? Sudah pahamkah Anda? Untuk menambah pemahaman Anda, perhatikan contoh 2 berikut ini.

Contoh 2:

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 4 = 0$!

Jawab:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 6x + 4 &= 0 \\
\Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 4 + (-4) &= 0 + (-4) \qquad \text{(kedua ruas ditambah 1)} \\
x^2 - 6x &= -4 \\
x^2 - 6x + 9 &= -4 + 9 \qquad \text{(Kedua ruas ditambah 9 yang} \\
x^2 - 6x + 3^2 &= -4 + 9 \qquad \text{merupakan kuadrat dari setengah kali} \\
(x - 3)^2 &= -4 + 9 \qquad \text{koefisien x, yaitu : } (\tfrac{1}{2}(-6))^2) \\
(x - 3)^2 &= 5 \\
x - 3 &= \pm \\
x &= 3 \pm \sqrt{5}
\end{aligned}
$$

Ini berarti: $x = 3 + \sqrt{5}$ atau $x = 3 - \sqrt{5}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 4 = 0$ adalah

$x_1 = 3 - \sqrt{5}$ atau $x_2 = 3 + \sqrt{5}$

Dalam bentuk himpunan penyelesaian ditulis : Hp = $\{3 - \sqrt{5}, 3 + \sqrt{5}\}$

$\sqrt{5}$

Tidak sulit bukan? Apakah Anda sudah paham? Baiklah, untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 4x + 1 = 0$!

Jawab:

$$2x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 + (-1) = 0 + (-1)$$ (kedua ruas ditambah (-1))

$$2x^2 - 4x = -1$$

$$x^2 - 2x = -$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = - \quad + 1$$

(Kedua ruas ditambah 1 yang merupakan kuadrat dari setengah kali koefisien x, yaitu: $(\frac{1}{2}(-1))^2$)

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1^2 = - \quad + 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = - \quad + 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 =$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = \pm$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \pm$$

Ini berarti : $x = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ atau $x = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah

$x_1 = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ atau $x_2 = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$

Dalam bentuk himpunan penyelesaian ditulis : Hp = $\{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}, 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\}$

Setelah memperhatikan beberapa contoh di atas, apakah Anda sudah paham? Baiklah, agar lebih paham lagi perhatikan contoh 4 di bawah ini.

Contoh 4:
Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 8x - 5 = 0$!

Jawab:

$$
\begin{aligned}
\Leftrightarrow \quad -x^2 + 8x - 5 &= 0 \\
-x^2 + 8x - 5 + 5 &= 0 + 5 && \text{(kedua ruas ditambah 5)} \\
-x^2 + 8x &= 5 \\
x^2 - 8x &= -5 \\
x^2 - 8x + 16 &= -5 + 16 && \text{(Kedua ruas ditambah 9 yang} \\
x^2 - 8x + 4^2 &= 11 && \text{merupakan kuadrat dari setengah kali} \\
(x - 4)^2 &= 11 && \text{koefisien x, yaitu : } (\tfrac{1}{2}(-6))^2) \\
(x - 4)^2 &= 11 \\
x - 4 &= \pm \\
\Leftrightarrow \quad x &= 4 \pm
\end{aligned}
$$

Ini berarti: $x = 4 + \sqrt{11}$ atau $x = 4 - \sqrt{11}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 8x - 5 = 0$ adalah

$x_1 = 4 + \sqrt{11}$ atau $x_2 = 4 - \sqrt{11}$

Dalam bentuk himpunan penyelesaian ditulis : $Hp = \{4 - \sqrt{11}, 4 + \sqrt{11}\}$

Bagaimana, tidak sulit bukan? Apakah Anda masih belum paham? Baiklah, umtuk itu perhatikan contoh 5 berikut ini.

Contoh 5:
Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 5 = 0$!

Jawab:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 2x + 5 &= 0 \\
\Leftrightarrow \quad x^2 - 2x + 5 + (-5) &= 0 + (-5) && \text{(kedua ruas ditambah -5)} \\
x^2 - 2x &= -5 \\
x^2 - 2x + 1 &= -5 + 1 && \text{(Kedua ruas ditambah 1 yang} \\
x^2 - 2x + 1^2 &= -4 && \text{merupakan kuadrat dari setengah kali} \\
(x - 1)^2 &= -4 && \text{koefisien x, yaitu: } (\tfrac{1}{2}(-1))^2) \\
x - 1 &= \pm
\end{aligned}
$$

Karena $\sqrt{-4}$ adalah khayal (imajiner), berarti akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 5 = 0$ adalah khayal (imajiner). Atau persamaan kuadrat tersebut dikatakan tidak mempunyai akar-akar real atau tidak mempunyai penyelesaian.

Setelah memperhatikan beberapa contoh di atas apakah Anda sudah paham? Untuk mengetahui pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini.

LATIHAN

Tentukan akar-akar tiap persamaan kuadrat di bawah ini!

1. $x^2 + 2x - 4 = 0$
2. $x^2 - x - 2 = 0$
3. $2x^2 + 8x + 3 = 0$
4. $-x^2 + 6x - 4 = 0$
5. $3x^2 + 2x + 1 = 0$

Sebelum selesai mengerjakan soal-soal di atas, Anda jangan membaca jawabannya terlebih dahulu. Apabila sudah selesai mengerjakannya, samakanlah pekerjaan Anda dengan jawaban di bawah ini.

JAWABAN LATIHAN

1. $x^2 + 2x - 4 = 0$

$$
\begin{aligned}
\Leftrightarrow \quad x^2 + 2x - 4 + 4 &= 0 + 4 && \text{(kedua ruas ditambah 4)} \\
x^2 + 2x &= 4 \\
x^2 + 2x + 4 &= 4 + 4 \\
x^2 + 2x + 2^2 &= 8 \\
(x + 2)^2 &= 8 \\
x + 2 &= \pm \\
\Leftrightarrow \quad x &= -2 \pm && \text{(catatan: } \sqrt{8} = \sqrt{4}\,.\,\sqrt{2} = 2) \\
\Leftrightarrow \quad x &= -2 \pm 2
\end{aligned}
$$

Ini berarti : $x = -2 + 2\sqrt{2}$ atau $-2 - 2\sqrt{2}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 4 = 0$ adalah

$x_1 = -2 + 2\sqrt{2}$ atau $x_2 = -2 - 2\sqrt{2}$

Bentuk himpunan penyelesaiannya ditulis:

$Hp = \{ -2 + 2\sqrt{2}, -2 - 2\sqrt{2} \}$

2. $x^2 - x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - x - 2 + 2 = 0 + 2 \qquad \text{(kedua ruas ditambah 2)}$$

$$x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x + \quad = 2 + \frac{1}{4} \qquad \text{(kedua ruas ditambah } \tfrac{1}{4}\text{)}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - x + (\quad)^2 = \frac{8}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad x - \quad = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \quad x - \quad = \pm\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \quad \pm \frac{3}{4}$$

Ini berarti : $x = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$ atau $x = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - x - 2 = 0$ adalah

$x_1 = \frac{5}{4}$ atau $x_2 = -\frac{1}{4}$

Dalam bentuk himpunan penyelesaian ditulis : Hp = $\{-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\}$

$\Leftrightarrow$ $\frac{1}{2}$

3. $2x^2 + 8x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x + 3 + (-3) = 0 + (-3) \qquad \text{(kedua ruas ditambah (-3))}$$
$$2x^2 + 8x = -3 \qquad \text{(Kedua ruas dibagi 2)}$$
$$x^2 + 4x = -$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = - \quad + 4 \qquad \text{(kedua ruas ditambah 4)}$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 2^2 = - \quad + \frac{8}{2}$$
$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 =$$
$$\Leftrightarrow x + 2 = \pm$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \pm$$

Ini berarti : $x = -2 + \sqrt{\frac{5}{2}}$ atau $x = -2 - \sqrt{\frac{5}{2}}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 8x + 3 = 0$ adalah

$x_1 = -2 + \sqrt{\frac{5}{2}}$ atau $x_2 = -2 - \sqrt{\frac{5}{2}}$

Bentuk himpunan penyelesaiannya ditulis:

$Hp = \{-2 + \sqrt{\frac{5}{2}},\ -2 - \sqrt{\frac{5}{2}}\}$.

4. $-x^2 + 6x - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x - 4 + 4 = 0 + 4 \qquad \text{(kedua ruas ditambah 4)}$$
$$-x^2 + 6x = 4 \qquad \text{(Kedua ruas dibagi -1)}$$
$$x^2 - 6x = -4$$
$$x^2 - 6x + 9 = -4 + 9 \qquad \text{(kedua ruas ditambah 9)}$$
$$x^2 - 6x + 3^2 = 5$$
$$(x - 3)^2 = 5$$
$$x - 3 = \pm$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \pm$$

Ini berarti : $x = 3 + \sqrt{5}$ atau $3 - \sqrt{5}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 6x - 4 = 0$ adalah

$x_1 = 3 + \sqrt{5}$ atau $x_2 = 3 - \sqrt{5}$

Bentuk himpunan penyelesaiannya ditulis : $Hp = \{ 3 - \sqrt{5},\ 3 + \sqrt{5} \}$.

5. $3x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 + (-1) = 0 + (-1) \qquad \text{(kedua ruas ditambah (-1))}$$

$$3x^2 + 2x = -1 \qquad \text{(Kedua ruas dibagi 3)}$$

$$x^2 + \quad x = -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + x + \quad = -\frac{1}{3} + \frac{1}{9} \qquad \text{(kedua ruas ditambah } \frac{1}{9}\text{)}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + \quad x + (\frac{1}{3})^2 = -\frac{3}{9} + \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad (x + \quad)^2 = -\frac{2}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad x + \quad = \pm\sqrt{-\frac{2}{9}}$$

Karena $\sqrt{-\frac{2}{9}}$ adalah khayal (imajiner), berarti akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 + 2x + 1 = 0$ adalah khayal (imajiner), sehingga persamaan kuadrat tersebut dikatakan tidak mempunyai akar-akar real atau tidak mempunyai penyelesaian.

Apakah pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas?
Apabila ya, bagus! berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum sama, segeralah perbaiki dan samakanlah. Jika mengalami kesulitan diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang menjawab benar ukurlah tingkat penguasaan Anda terhadap materi kegiatan, dengan mengerjakan soal-soal uji kompetisi 1. Jujurlah Anda dalam mengerjakannya. Nah, selamat mengerjakan!.

TUGAS 1

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan singkat, jelas, dan benar!

Tentukan akar-akar tiap persamaan kuadrat di bawah ini.

1. $x^2 - 2x - 1 = 0$
2. $x^2 + 3x - 1 = 0$
3. $2x^2 + 4x + 1 = 0$
4. $3x^2 - 4x + 1 = 0$
5. $-x^2 + 6x - 6 = 0$
6. $x^2 - 2x + 8 = 0$
7. $-x^2 + 3x - 1 = 0$

Bagaimana, tidak sulit bukan? Pekerjaan Anda sudah selesai? Baiklah, untuk mengetahui hasil pekerjaan Anda, cocokkanlah pekerjaan Anda dengan jawaban uji kompetensi 1 yang tersedia di bagian akhir modul ini. kemudian hitunglah skor yang Anda peroleh dengan menggunakan aturan sebagai berikut:

Untuk setiap jawaban yang benar, skor = 5
Jadi apabila semua jawaban benar, maka skor total = 7 x 5 = 35
Selanjutnya untuk menghitung skor akhir yang Anda peroleh, gunakan rumus yang terdapat pada halaman pendahuluan.

Jika Anda memperoleh skor $\geq$ 65%, Bagus! berarti Anda telah berhasil mempelajari materi kegiatan 1. Selanjutnya Anda dapat mempelajari materi kegiatan 2. Tetapi apabila Anda memperoleh skor <65%, Anda harus mempelajari kembali materi kegiatan 1, terutama bagian-bagian yang belum Anda kuasai.

Apabila mengalami kesulitan diskusikanlah dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Jangan malu untuk bertanya, dengan kerja keras dan percaya diri, Insya Allah Anda akan berhasil.

GRAFIK FUNGSI KUADRAT

Untuk mendukung tercapainya kompetensi dasar dalam materi pokok ini, indikator pecapaian hasil belajarnya, Anda dapat:

1. Menentukan sumbu simetri, titik puncak, sifat definit positif atau negatif fungsi kuadrat dengan melengkapkan bentuk kuadrat.
2. Menentukan fungsi kuadrat yang melalui tiga titik yang tidak segaris atau memenuhi kondisi tertentu.

1. Sumbu Simetri, Titik Puncak, Sifat Definit Positif atau Negatif Fungsi Kuadrat dengan Melengkapkan Bentuk Kuadrat.

Pada modul yang berjudul "Persamaan dan Fungsi Kuadrat–1", telah Anda pelajari cara menentukan persamaan sumbu simetri, titik puncak atau titik balik, sifat definit positif dan definit negatif dengan menggunakan grafik fungsi kuadrat. Kali ini Anda akan mempelajari materi tentang menentukan persamaan sumbu simetri, titik puncak atau titik balik, sifat definit positif dan definit negatif dengan melengkapkan bentuk kuadrat. Untuk itu, cobalah Anda simak kembali penjelasan sebagai berikut:

Persamaan fungsi kuadrat : $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

Dari persamaan : $y = ax^2 + bx + c$ Anda ubah menjadi:

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

Dengan melengkapkan bentuk kuadrat, coba Anda ubah menjadi:

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + \underbrace{\frac{b^2}{4a}} - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + a\left(\frac{b^2}{4a}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a}$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - \left(\frac{b^2}{4a} - \frac{4ac}{4a}\right)$$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Untuk $a > 0$ atau a positif:

Maka bentuk $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ selalu bernilai positif atau sama dengan nol untuk semua $x \varepsilon R$, sehingga nilai terkecil (minimum) dari $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ adalah 0. Dengan demikian, $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ mempunyai nilai minimum $-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, dan nilai itu dicapai jika $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ atau $x + \frac{b}{2a} = 0$ atau $x = -\frac{b}{2a}$.

Jadi titik balik minimum parabola $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ adalah

$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

Untuk $a < 0$ atau a negatif:

Maka bentuk $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ selalu bernilai negatif atau sama dengan nol untuk semua $x \varepsilon R$, sehingga nilai terbesar (maksimum) dari $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ adalah 0. Dengan demikian, $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ mempunyai nilai maksimum $-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, dan nilai itu dicapai jika $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ atau $x + \frac{b}{2a} = 0$ atau $x = -\frac{b}{2a}$.

Jadi titik balik maksimum parabola $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ adalah

$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

Dari penjelasan di atas, dapat Anda ambil kesimpulan bahwa:

Fungsi kuadrat dengan persamaan : $y = f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ mempunyai:

- Sumbu simetri dengan persamaan : $x = -\frac{b}{2a}$.
- Titik puncak atau titik balik adalah : $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

Jenis Titik Balik:

- Apabila $a > 0$, maka titik balik minimum
- Apabila $a < 0$, maka titik balik maksimum

Apabila $p = -\frac{b}{2a}$ dan $q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, maka persamaan fungsi kuadrat

$$y = f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a},$$ dapat dinyatakan sebagai:

$$y = f(x) = a(x - p)^2 + q,$$ sehingga fungsi kuadrat ini mempunyai:

- Sumbu simetri dengan persamaan: $x = p$
- Titik puncak atau titik balik adalah : (p,q)

Jenis Titik Balik:

- Apabila $a > 0$, maka titik balik minimum
- Apabila $a < 0$, maka titik balik maksimum

Selanjutnya, bagaimana menggunakan rumus di atas? Baiklah, untuk lebih jelasnya, sebaiknya Anda cermati beberapa contoh di bawah ini.

$\Leftrightarrow$

Contoh 1:

Diketahui fungsi kuadrat $f(x) = x^2 - 2x + 5$. Coba Anda tentukan sumbu simetri dan titik balik grafik fungsi kuadrat tersebut!

Jawab:

Grafk fungsi kuadrat dengan persamaan:

$$y = x^2 - 2x + 5$$

Anda ubah menjadi:

$$y = x^2 - 2x + 1 + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad y = (x^2 - 2x + 1) + 4$$

$$y = (x - 1)^2 + 4$$

Dengan menggunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$

Maka bentuk $y = (x - 1)^2 + 4$, kita ubah menjadi :

$$y = 1.(x - 1)^2 + 4$$

Ini berarti diperoleh : $a = 1$, $p = 1$, dan $q = 4$

Jadi : sumbu simetrinya adalah $x = p$

$x = 1$

titik baliknya adalah : (p,q)

$(1,4)$

karena $a = 1 > 0$, maka jenisnya adalah titik balik minimum.

Bagaimana, tidak sulit bukan? Baiklah, untuk lebih jelasnya marilah kita pelajari contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:
Diketahui parabola dengan persamaan $y = -x^2 - 4x + 5$. Tentukan sumbu simetri dan titik balik parabola tersebut!

Jawab:
Persamaan $y = -x^2 - 4x + 5$, diubah menjadi:

$$y = -(x^2 + 4x) + 5$$
$$y = -(x^2 + 4x + 4) + 4 + 5$$
$$y = -(x + 2)^2 + 9$$
$$y = -1(x - (-2))^2 + 9$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = -1$, $p = -2$, dan $q = 9$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$x = -2$
titik baliknya adalah : (p, q)
$(-2, 9)$
Karena $a = -1 < 0$, maka jenisnya adalah titik balik maksimum.

Mudah bukan? Apakah Anda sudah paham? Baiklah, untuk menambah pemahaman Anda, cermati contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:
Diketahui grafik fungsi kuadrat dengan persamaan $y = x^2 + 3$. Tentukan sumbu simetri dan titik balik grafik fungsi tersebut!

Jawab:
Persamaan $y = x^2 + 3$, diubah menjadi:

$$y = (x - 0)^2 + 3$$
$$y = 1.(x - 0)^2 + 3$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = 1$, $p = 0$, dan $q = 3$

Jadi : sumbu simetrinya adalah $x = p$
$x = 0$, atau sumbu y
titik baliknya adalah (p,q)
$(0,3)$
Karena $a = 1 > 0$, maka jenisnya adalah titik balik minimum.

Nah, setelah mempelajari beberapa contoh di atas, apakah Anda sudah paham? Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini.

LATIHAN

Tentukan sumbu simetri dan titik balik tiap-tiap grafik fungsi kuadrat dengan persamaan:

1. $y = x^2 - 8x - 9$
2. $y = x^2 + 2x + 3$
3. $y = 2x^2 - 4x + 2$
4. $y = -x^2 - 2x + 1$
5. $y = -x^2 - 5x$
6. $y = -3x^2 - 1$

Sudah selesaikah Anda mengerjakannya? Apabila belum selesai, jangan melihat jawabannya terlebih dahulu. Apabila sudah selesai mengerjakannya, seperti inikah jawaban Anda? Periksalah!

KUNCI JAWABAN

1. Persamaan $y = x^2 - 8x - 9$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8x + 16 - 25 \\ \Leftrightarrow y &= (x^2 - 8x + 16) - 25 \\ \Leftrightarrow y &= (x - 4)^2 - 25 \\ \Leftrightarrow y &= 1.(x - 4)^2 + (-25) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a (x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = 1$, $p = 4$, dan $q = -25$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$\Leftrightarrow x = 4$
titik baliknya adalah : (p,q)
$\Leftrightarrow (4,-25)$
Karena $a = 1 > 0$, maka jenisnya adalah titik balik minimum.

2. Persamaan $y = x^2 + 2x + 3$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x + 1 + 2 \\ \Leftrightarrow y &= (x^2 + 2x + 1) + 2 \\ y &= (x + 1)^2 + 2 \\ y &= 1.(x - (-1))^2 + 2 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = 1$, $p = -1$, dan $q = 2$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$x = -1$
titik baliknya adalah : (p,q)
$(-1,2)$
Karena $a = 1 > 0$, maka jenisnya adalah titik balik minimum.

3. Persamaan $y = 2x^2 - 4x + 2$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2 - 2x + 1) \\ y &= 2(x - 1)^2 \\ y &= 2.(x - 1)^2 + 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = 2$, $p = 1$, dan $q = 0$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$x = 1$
titik baliknya adalah : (p,q)
$(1,0)$
Karena $a = 2 > 0$, maka jenisnya adalah titik balik minimum.

4. Persamaan $y = -x^2 - 2x + 1$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} y &= -(x^2 + 2)^2 + 1 \\ y &= -(x^2 + 2x + 1) + 1 + 1 \\ y &= -(x + 1)^2 + 2 \\ y &= -1.(x - (-1))^2 + 2 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = -1$, $p = -1$, dan $q = 2$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$x = -1$
titik baliknya adalah : (p,q)
$(-1,2)$
Karena $a = -1 < 0$, maka jenisnya adalah titik balik maksimum.

5. Persamaan $y = -x^2 - 5x$ diubah menjadi:

$$\Leftrightarrow y = -(x^2 + 5x)$$

$$y = -(x^2 + 5x + (\quad)^2) + (\frac{5}{2})^2$$

$$\Leftrightarrow y = -(x + \quad)^2 + \frac{25}{4}$$

$$\Leftrightarrow y = -1.(x - (- \quad))^2 + \frac{25}{4}$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,

Berarti : $a = -1$, $p = -\frac{5}{2}$, dan $q = \frac{25}{4}$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$

$$\Leftrightarrow x = -$$

titik baliknya adalah : (p,q)

$$\Leftrightarrow (- \quad , \frac{25}{4})$$

Karena $a = -1 < 0$, maka jenisnya adalah titik balik maksimum.

6. Persamaan $y = -3x^2 - 1$ diubah menjadi:

$$\Leftrightarrow y = -3(x - 0)^2 - 1$$

$$y = -3.(x - 0)^2 + (-1)$$

Dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
Berarti : $a = -3$, $p = 0$, dan $q = -1$

Jadi : sumbu simetrinya adalah : $x = p$
$x = 0$ atau sumbu y
titik baliknya adalah : (p,q)
$(0,-1)$
Karena $a = -3 < 0$, maka jenisnya adalah titik balik maksimum.

Bagaimana? Apakah pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas? Apabila ya, bagus! Berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum benar, segeralah perbaiki dan samakan dengan jawaban di atas. Jika mengalami kesulitan diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang menjawab benar, marilah kita lanjutkan mempelajari materi berikut.

Setelah Anda dapat menentukan sumbu simetri dan titik balik dari suatu grafik kuadrat yang diketahui persamaannya, selanjutnya Anda akan pelajari cara menentukan sifat definit positif atau negatif suatu fungsi kuadrat dengan melengkapkan bentuk kuadrat.

Oleh karena itu, coba Anda perhatikan kembali grafik fungsi kuadrat dengan persamaan $y = a(x - p)^2 + q$.

Untuk a > 0:
Bentuk $a(x - p)^2$ selalu bernilai positif atau sama dengan nol. Untuk semua nilai $x \varepsilon R$, sehingga nilai terkecil (minimum) dari $a(x - p)^2$ adalah 0. Dengan demikian, $y = a(x - p)^2 + q$ mempunyai nilai minimum q dicapai jika $a(x - p)^2 = 0$ atau $x - p = 0$ atau $x = p$.
Titik balik minimum dari grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ adalah (p,q).

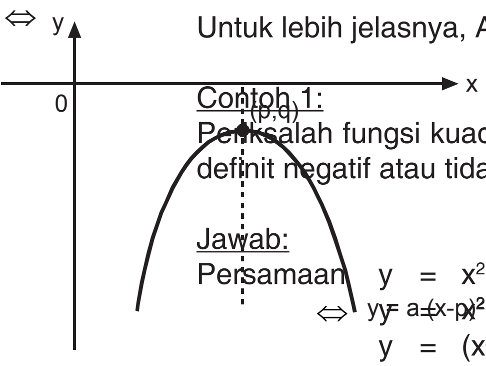
Secara geometris, grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ dikatakan definit positif apabila grafik fungsi tersebut selalu berada di atas sumbu x untuk setiap $x \varepsilon R$. Hal ini seperti diperlihatkan pada gambar 2-1 di bawah ini.

Gambar 2-1

Memperhatikan penjelasan dan gambar 2-1 di atas, maka fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ bersifat definit positif jika $a > 0$ dan $q > 0$.

Untuk a < 0
Maka bentuk $a(x - p)^2$ selalu bernilai negatif atau sama dengan nol untuk semua nilai $x \varepsilon R$, nilai terbesar (maksimum) dari $a(x - p)^2$ dalah 0, sehingga $y = a(x - p)^2 + q$ mempunyai nilai maksimum q dicapai jika $a(x - p)^2 = 0$ atau $x - p = 0$ atau $x = p$, dan titik balik maksimum grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ adalah (p,q).

Secara geometris, grafik fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ dikatakan definit negatif apabila grafik fungsi tersebut selalu berada di bawah sumbu x untuk setiap $x \varepsilon R$. Hal ini seperti diperlihatkan pada gambar 2-2 di bawah ini.



Gambar 2-2

Memperhatikan penjelasan dan gambar 2-2 di atas, maka fungsi kuadrat
$y = a(x - p)^2 + q$ bersifat definit negatif jika $a < 0$ dan $q < 0$.

Berdasarkan uraian di atas dapat Anda simpulkan bahwa:
Fungsi kuadrat $y = a(x - p)^2 + q$ bersifat:
- Definit positif, jika $a > 0$ dan $q > 0$.
- Definit negatif, jika $a < 0$ dan $q < 0$.

Untuk lebih jelasnya, Anda perhatikan beberapa contoh di bawah ini.

Contoh 1:
Periksalah fungsi kuadrat $y = x^2 + 2x + 5$ apakah bersifat definit positif atau definit negatif atau tidak kedua-duanya?

Jawab:
Persamaan $y = x^2 + 2x + 5$, diubah menjadi:

$$y = x^2 + 2x + 1 + 4$$
$$y = (x^2 + 2x + 1) + 4$$
$$y = (x + 1)^2 + 4$$
$$y = 1.(x - (-1))^2 + 4$$

dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
maka : $a = 1$, $p = -1$, dan $q = 4$

karena $\left.\begin{array}{l} a = 1 \\ q = 4 \end{array}\right\}$ berarti $a > 0$ dan $q > 0$, sehingga fungsi kuadrat $y = x^2 + 2x + 4$ bersifat definit positif

Bagaimana, tidak sulit bukan? Apakah Anda sudah paham? Baiklah, untuk lebih jelasnya perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:

Selidiki apakah fungsi kuadrat $y = -x^2 + 4x - 6$ bersifat definit positif atau definit negatif atau tidak kedua-duanya?

Jawab:

Persamaan $y = -x^2 + 4x - 6$, diubah menjadi:

$$y = -(x^2 - 4x) - 6$$
$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 4 - 6$$
$$y = -(x - 2)^2 - 2$$
$$y = (-1).(x - 2))^2 + (-2)$$

dengan menggunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$,

maka : $a = -1$, $p = 2$, dan $q = -2$

karena $\left.\begin{array}{l} a = -1 \\ q = -2 \end{array}\right\}$ berarti $a < 0$ dan $q < 0$, sehingga fungsi kuadrat $y = -x^2 + 4x - 6$ bersifat definit negatif.

Mudah bukan? Sudah pahamkah Anda? Baiklah, agar Anda lebih memahami dan terampil menyelesaikan soal-soal, perhatikan contoh 3 di bawah ini.

Contoh 3:

Selidikai apakah fungsi kuadrat $f(x) = 2x^2 - 6x - 1$ bersifat definit positif atau definit negatif atau tidak kedua-duanya?

Jawab:

Persamaan $f(x) = 2x^2 - 6x - 1$, diubah menjadi:

$$y = 2x^2 - 6x - 1$$
$$y = 2(x^2 - 3x) - 1$$
$$y = 2(x^2 - 3x + (\quad)^2) - 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1$$
$$\Leftrightarrow y = 2(x - \quad)^2 - 2\left(\frac{9}{4}\right) - 1$$
$$\Leftrightarrow y = 2(x - \quad)^2 - \frac{9}{2} - 1$$
$$\Leftrightarrow y = 2(x - \quad)^2 - \frac{9}{2} - \frac{2}{2}$$
$$\Leftrightarrow y = 2(x - \quad)^2 - \frac{11}{2}$$
$$\Leftrightarrow y = 2(x - \quad)^2 + \left(-\frac{11}{2}\right)$$

dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,

maka : $a = 2$, $p = \frac{3}{2}$, dan $q = -\frac{11}{2}$

karena $a = 2$ berarti $a > 0$ dan $q < 0$, sehingga fungsi kuadrat

$q = -\frac{11}{2}$ $f(x) = 2x^2 - 6x - 1$ tidak definit positif dan tidak definit negatif.

Nah setelah memperhatikan beberapa contoh di atas, apakah Anda sudah paham? Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini.

LATIHAN

Selidikilah apakah masing-masing fungsi kuadrat di bawah ini bersifat definit positif atau definit negatif atau tidak kedua-duanya!

1. $y = x^2 - 2x + 7$
2. $y = -x^2 - 6x - 10$
3. $y = 2x^2 - 8x$
4. $y = -x^2 + 9$

Tidak sulit bukan? Apabila Anda belum selesai mengerjakan soal-soal di atas jangan melihat jawabannya terlebih dulu. Apabila sudah selesai mengerjakannya, samakanlah pekerjaan Anda dengan jawaban di bawah ini.

JAWABAN:

1. Persamaan $y = x^2 - 2x + 7$, diubah menjadi:

$$\Leftrightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 6$$
$$\Leftrightarrow y = (x^2 - 2x + 1) + 6$$
$$\Leftrightarrow y = (x - 1)^2 + 6$$
$$\Leftrightarrow y = 1.(x - 1)^2 + 6$$

dengan menggunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$,
maka : $a = 1$, $p = 1$, dan $q = 6$

karena $\left.\begin{array}{l} a = 1 \\ \\ q = 6 \end{array}\right\}$ berarti $a > 0$ dan $q > 0$, sehingga fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 7$ bersifat definit positif.

2. Persamaan $y = -x^2 - 6x - 10$, diubah menjadi:

$$\Leftrightarrow y = -(x^2 + 6x) - 10$$
$$\Leftrightarrow y = -(x^2 + 6x + 9) + 9 - 10$$
$$\Leftrightarrow y = -(x + 3)^2 - 1$$
$$\Leftrightarrow y = (-1).(x - (-3))^2 + (-1)$$

dengan menggunakan rumus : $y = a(x - p)^2 + q$,
maka : $a = -1$, $p = -3$, dan $q = -1$

karena $\left.\begin{array}{l} a = -1 \\ \\ q = -1 \end{array}\right\}$ berarti $a<0$ dan $q<0$, sehingga fungsi kuadrat $y= -x^2 - 6x - 10$ bersifat definit negatif.

3. Persamaan $y = 2x^2 - 8x$, diubah menjadi:

$$\Leftrightarrow y = 2(x^2 - 4x)$$
$$y = 2(x^2 - 4x + 4) - 8$$
$$y = 2(x - 2)^2 + (-8)$$

dengan menggunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$,

maka : $a = 2$, $p = 2$, dan $q = -8$

karena $a = 2$ berarti $a > 0$ dan $q < 0$, sehingga fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 8x$

$q = -8$ tidak definit positif dan tidak negatif.

4. Persamaan $y = -x^2 + 9$, diubah menjadi:

$$y = -(x - 0)^2 + 9$$
$$y = (-1).(x - 0)^2 + 9$$

dengan menggunakan rumus: $y = a(x - p)^2 + q$,

maka : $a = -1$, $p = 0$, dan $q = 9$

karena $a = -1$ berarti $a < 0$ dan $q > 0$, sehingga fungsi kuadrat $y = -x^2 + 9$

$q = 9$ tidak definit positif dan tidak negatif.

Apakah pekerjaan Anda sama seperti jawaban di atas? Jika ya, bagus! Berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda belum benar, segera samakanlah dengan jawaban tadi. Jika mengalami kesulitan, diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Bagi Anda yang menjawab benar, Anda dapat melanjutkan mempelajari materi berikut.

2. Fungsi Kuadrat yang Melalui Tiga Titik yang Tidak Sejenis atau Memenuhi Kondisi Tertentu

Pada modul yang berjudul "Persamaan dan Fungsi Kuadrat-1" telah Anda pelajari cara-cara menggambar sketsa grafik fungsi kuadrat atau parabola apabila persamaan atau rumus fungsi kuadrat tersebut diketahui. Kali ini Anda akan mempelajari cara menentukan persamaan fungsi kuadrat apabila sketsa grafik fungsi kuadrat tersebut diketahui atau apabila fungsi kuadrat tersebut melalui tiga titik yang tidak segaris. Untuk lebih jelasnya, pelajarilah materi berikut.

a. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x di A (x_1, 0) dan B (x_2 , 0) , serta melalui sebuah titik tertentu.
   Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$\boxed{y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$$

   dengan nilai a ditentukan kemudian.

   Agar Anda memahami dan terampil menggunakan rumus di atas, perhatikan contoh-contoh di bawah ini.

Contoh 1:

Suatu fungsi kuadrat memotong sumbu x di A (1,0) dan B (5,0). Jika fungsi kuadrat itu melalui titik (0,10), tentukanlah persamaan fungsi kuadrat tersebut!

Jawab:

Gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$y = a(x-1)(x-5) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

karena fungsi kuadrat melalui titik (0,10) berarti nilai x = 0 , sehingga diperoleh y = 10. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 10 &= a(0-1)(0-5) \\ 10 &= a(-1)(-5) \\ 10 &= 5a \\ a &= \frac{10}{5} \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Subsitusikan a = 2 ke pesamaan (I), diperoleh:

$$\begin{aligned} y &= f(x) = 2(x-1)(x-5) \\ \Leftrightarrow y &= f(x) = 2(x^2 - 5x - x + 5) \\ y &= f(x) = 2(x^2 - 6x + 5) \\ y &= f(x) = 2x^2 - 12x + 10 \end{aligned}$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = 2x^2 - 12x + 10$

Bagaimana, mudah bukan? Baiklah, untuk lebih jelasnya perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:
Suatu fungsi kuadrat memotong sumbu x di A (-1,0) dan B (3,0). Jika fungsi kuadrat itu melalui titik (4,-5), tentukanlah persamaan fungsi kuadrat itu!

Jawab:
Anda gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$y = a(x - (-1))(x - 3)$$
$$y = a(x + 1)(x - 3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

karena fungsi kuadrat melalui titik (4,-5) berarti nilai x = 4 , sehingga diperoleh y = -5. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

$$-5 = a(4 + 1)(4 - 3)$$
$$-5 = a(5)(1)$$
$$-5 = 5a$$
$$a =$$
$$a = -1$$

Subsitusikan a = -1 ke pesamaan (I), diperoleh:

$$y = (-1)(x + 1)(x - 3)$$
$$\Leftrightarrow \quad y = -(x^2 - 3x + x - 3)$$
$$y = -(x^2 - 2x - 3)$$
$$y = -x^2 + 2x + 3$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = -x^2 + 2x + 3$

Tidak sulit bukan? Baiklah, selanjutnya coba Anda pelajari materi berikut.

b. Grafik fungsi kuadrat menyinggung sumbu x di A (x_1, 0) dan melalui sebuah titik tertentu.

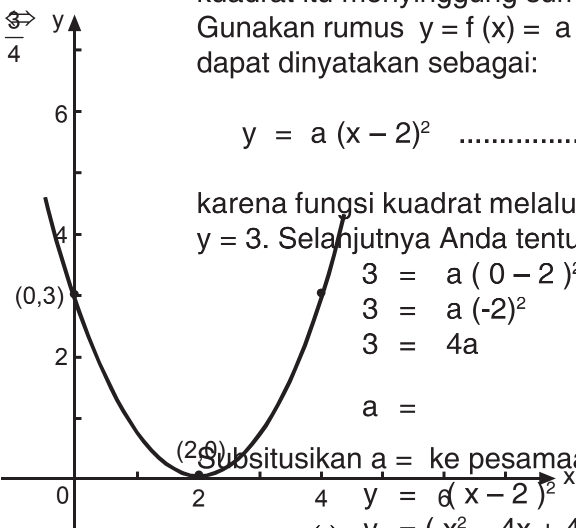
Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\boxed{y = f(x) = a(x - x_1)^2}$$

dengan nilai a ditentukan kemudian.

Agar Anda memahami dan terampil menggunakan rumus di atas, perhatikan contoh-contoh di bawah ini.

Contoh 1:
Pada gambar 2-3 diperlihatkan sketsa grafik dari suatu fungsi kuadrat. Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat tersebut!



Gambar 2-3

Jawab:
Berdasarkan grafik fungsi pada gambar 2-3 dapat ditentukan bahwa fungsi kuadrat itu menyinggung sumbu x di titik (2,0) dan melalui titik (0,3).
Gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_1)^2$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$y = a(x-2)^2$ ....(I)

karena fungsi kuadrat melalui titik (0,3) berarti nilai x = 0 , sehingga diperoleh y = 3. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

$$3 = a(0-2)^2$$
$$3 = a(-2)^2$$
$$3 = 4a$$
$$a =$$

Subsitusikan a = ke pesamaan (I), diperoleh:

$$y = (x-2)^2$$
$$\Leftrightarrow y = (x^2 - 4x + 4)$$
$$y = x^2 - 3x + 3$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = x^2 - 3x + 3$

Bagaimana, tidak sulit bukan? Sudah pahamkah Anda? Baiklah untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:
Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu x di titik (1,0) dan melalui titik (-1,-4)!

Jawab:
Gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_1)^2$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$y = a(x - 1)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{I})$$

karena fungsi kuadrat melalui titik (-1,-4) berarti nilai x = -1 , sehingga diperoleh y = -4. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -4 &= a(-1 - 1)^2 \\ -4 &= a(-2)^2 \\ -4 &= 4a \\ a &= \frac{-4}{4} \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Subsitusikan a = -1 ke pesamaan (I), diperoleh:

$$\begin{aligned} y &= (-1)(x - 2)^2 \\ \Leftrightarrow y &= (-1)(x^2 - 2x + 1) \\ y &= -x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = -x^2 + 2x - 1$

Mudah bukan? Anda sudah paham? Baiklah, mari kita lanjutkan mempelajari materi berikut ini.

c. Grafik fungsi kuadrat melalui titik puncak atau titik balik P (x_p , y_p), dan melalui sebuah titik tertentu.

Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$\boxed{y = f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p}$$

dengan nilai a ditentukan kemudian.

Agar Anda memahami dan terampil menggunakan rumus di atas, perhatikan contoh-contoh di bawah ini.

<u>Contoh 1:</u>
Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang mempunyai titik puncak atau titik balik di P (3,-1) dan melalui titik (0,8)!

<u>Jawab:</u>
Gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$y = a(x-3)^2 + (-1)$$
$$\Leftrightarrow y = a(x-3)^2 - 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

karena fungsi kuadrat melalui titik (0,8) berarti nilai x = 0 , sehingga diperoleh y = 8. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

9⇔
9

$$8 = a(0-3)^2 - 1$$
$$8 = a(-3)^2 - 1$$
$$8 = 9a - 1$$
$$8 + 1 = 9$$
$$9 = 9a$$
$$a = $$
$$a = 1$$

Subsitusikan a = 1 ke pesamaan (I), diperoleh:

$$y = 1.(x-3)^2 - 1$$
$$\Leftrightarrow y = 1.(x^2 - 6x + 9) - 1$$
$$y = x^2 - 6x + 9 - 1$$
$$y = x^2 - 6x + 8$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = x^2 - 6x + 8$

Bagaimana, mudah bukan? Apakah Anda sudah paham? Baiklah, untuk menambah pemahaman Anda, perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:
Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang mempunyai titik puncak atau titik balik di P (-1,-2) dan melalui titik (-2,-4)!

Jawab:
Gunakan rumus $y = f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$, sehingga persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

$$y = a(x - (-1))^2 + (-2)$$
$$y = a(x + 1)^2 - 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

fungsi kuadrat melalui titik (-2,-4) berarti nilai x = -2, sehingga diperoleh y = -4. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

$$-4 = a(-2 + 1)^2 - 2$$
$$-4 = a(-1)^2 - 2$$
$$-4 = a - 2$$
$$-4 + 2 = a$$
$$-2 = a$$
$$a = -2$$

Subsitusikan a = -2 ke pesamaan (I), diperoleh:

$$y = -2(x + 1)^2 - 2$$
$$y = -2(x^2 + 2x + 1) - 2$$
$$y = -2x^2 - 4x - 2 - 2$$
$$y = -2x^2 - 4x - 4$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah $y = f(x) = -2x^2 - 4x - 4$

Bagaimana, tidak sulit bukan? Apakah Anda mengalami kesulitan? Apabila ya, diskusikan dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina pada saat tatap muka. Apabila sudah paham, Anda lanjutkan mempelajari materi berikut.

d. Grafik fungsi kuadrat melalui titik-titik $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, dan $C(x_3, y_3)$

Persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan sebagai:

$$\boxed{y = f(x) = ax^2 + bx + c}$$

dengan nilai a, b, dan c ditentukan kemudian.

Agar Anda memahami dan terampil menggunakan rumus di atas, perhatikan contoh-contoh di bawah ini.

<u>Contoh 1:</u>
Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik A (0,-10) , B (1,-6) , dan C (3,8)!

<u>Jawab:</u>
Misalkan persamaan fungsi kuadrat itu adalah : $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

- Melalui titik A (0,-10) , berarti:

$$\begin{aligned} -10 &= a(0)^2 + b(0) + c \\ -10 &= 0 + 0 + c \\ -10 &= c \\ c &= -10 \end{aligned}$$

- Melalui titik B (1,-6) , berarti:

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} -6 &= a(1)^2 + b(1) + c \\ -6 &= a + b + c \end{aligned}$$

karena $c = -10$, maka:

$$\begin{aligned} -6 &= a(1)^2 + b(1) + (-10) \\ -6 &= a + b - 10 \\ -6 + 10 &= a + b \\ 4 &= a + b \\ a + b &= 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I)} \end{aligned}$$

- Melalui titik C (3,8) , berarti:

$$\begin{aligned} 8 &= a(3)^2 + b(3) + c \\ 8 &= 9a + 3b + c \end{aligned}$$

karena $c = -10$, maka:

$$\begin{aligned} 8 &= 9a + 3b + (-10) \\ 8 &= 9a + 3b - 10 \\ 8 + 10 &= 9a + 3b \\ 18 &= 9a + 3b \\ 9a + 3b &= 18 \qquad \text{(kedua ruas dibagi 3)} \\ 3a + b &= 6 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(II)} \end{aligned}$$

- Eliminasi b dari persamaan (I) dan (II) , berarti:

$$\begin{aligned} a + b &= 4 \\ 3a + b &= 6 \\ \hline -2a &= -2 \\ a &= \\ a &= 1 \end{aligned}$$

  Subsitusikan $a = 1$ ke persamaan (I) atau (II) (pilih salah satu)
  Misalkan kita pilih ke persamaan (I), maka:

$$\begin{aligned} a + b &= 4 \\ \Leftrightarrow 1 + b &= 4 \\ b &= 4 - 1 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

- Subsitusikan $a = 1$, $b = 3$, dan $c = -10$ ke persamaan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, diperoleh:

$$\begin{aligned} y &= f(x) = (1)\,x^2 + (3)\,x + (-10) \\ y &= f(x) = x^2 + 3x - 10 \end{aligned}$$

  Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah: $y = f(x) = x^2 + 3x - 10$

Bagaimana, tidak sulit bukan? Apakah Anda sudah paham? Baiklah, untuk menambah pemahaman Anda, perhatikan contoh 2 di bawah ini.

Contoh 2:
Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik A (1,3) , B (0,4) , dan C (-1,7)!

Jawab:
Misalkan persamaan fungsi kuadrat itu adalah: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

- Melalui titik A (1,3) , berarti:

$$\begin{aligned} 3 &= a\,(1)^2 + b\,(1) + c \\ 3 &= a + b + c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I)} \end{aligned}$$

- Melalui titik B (0,4) , berarti:

$$\begin{aligned} 4 &= a\,(0)^2 + b\,(0) + c \\ 4 &= 0 + 0 + c \\ 4 &= c \\ c &= 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(II)} \end{aligned}$$

- Melalui titik C (-1,7) , berarti :

$$\begin{aligned} 7 &= a\,(-1)^2 + b\,(-1) + c \\ 8 &= a - b + c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III)} \end{aligned}$$

- Dari persamaan (II) diketahui bahwa $c = 4$, lalu subsitusikan $c = 4$ ke persamaan (I) , diperoleh:

$$
\begin{aligned}
3 &= a + b + 4 \\
3 - 4 &= a + b \\
-1 &= a + b \\
a + b &= -1 \quad \text{..(IV)}
\end{aligned}
$$

Dan subsitusikan $c = 4$ ke persamaan (III) diperoleh :

$$
\begin{aligned}
7 &= a - b + c \\
7 &= a - b + 4 \\
7 - 4 &= a - b \\
3 &= a - b \\
a - b &= 3 \quad \text{..(V)}
\end{aligned}
$$

- Eliminasi b dari persamaan (IV) dan (V) , diperoleh:

$$
\begin{aligned}
a + b &= -1 \\
a - b &= 3 \\
2a &= 2 \\
a &= \\
a &= 1
\end{aligned}
$$

Subsitusikan $a = 1$ ke persamaan (IV) atau (V) (pilih salah satu)
Misalkan kita pilih ke persamaan (IV), maka:

$\Leftrightarrow \frac{2}{2}$

$$
\begin{aligned}
a + b &= -1 \\
\Leftrightarrow \quad 1 + b &= -1 \\
b &= -1 - 1 \\
b &= -2
\end{aligned}
$$

- Subsitusikan $a = 1$, $b = -2$, dan $c = 4$ ke persamaan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, diperoleh:

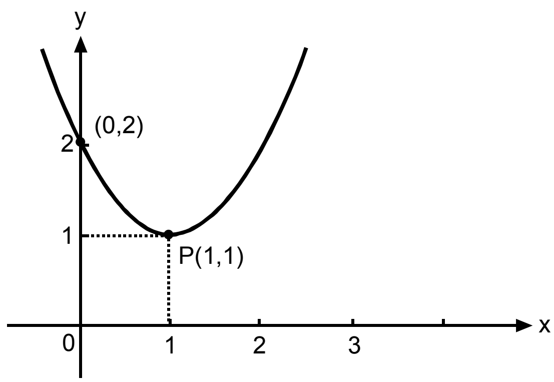
$$
\begin{aligned}
y &= f(x) = (1)\, x^2 + (-2)\, x + 4 \\
y &= f(x) = x^2 - 2x + 4
\end{aligned}
$$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah : $y = f(x) = x^2 - 2x + 4$

Nah, setelah mempelajari materi dan beberapa contoh di atas, apakah Anda sudah paham? Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda terhadap materi di atas, kerjakan soal-soal latihan uji kompetensi di bawah ini. Perhatikan, sebelum Anda selesai mengerjakan soal-soal latihan uji kompetensi, jangan melihat jawabannya terlebih dulu.

LATIHAN

1. Suatu fungsi kuadrat memotong sumbu x di A (2,0) dan B (6,0). Jika fungsi kuadrat itu melalui titik (0,12), tentukanlah persamaan fungsi kuadrat itu!
2. Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu x di titik (3,0) dan melalui titik (0,-9)!
3. Pada gambar 2-4 diperlihatkan sketsa grafik dari suatu fungsi kuadrat. Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat tersebut!



Gambar 2-4

4. Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik A (0,7) , B (2,-9), dan C (-2,15)!

Bagaimana, tidak sulit bukan? Sudah selesaikah Anda mengerjakannya? Sekarang cocokkanlah hasil pekerjaan Anda dengan jawaban di bawah ini.

KUNCI JAWABAN

1. Fungsi kuadrat memotong sumbu x di A (2,0) dan B (6,0)
   Persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

   $y = f(x) = a(x-2)(x-6)$ .... (I)

   karena fungsi kuadrat melalui titik (0,12) berarti nilai x = 0, sehingga diperoleh y = 12. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} 12 &= a(0-2)(0-6) \\ 12 &= a(-2)(-6) \\ 12 &= 12a \\ a &= \frac{12}{12} \\ a &= 1 \end{aligned}$$

   Subsitusikan a = 1 ke pesamaan (I), diperoleh:

   $$\begin{aligned} & y = f(x) = 1.(x-2)(x-6) \\ \Leftrightarrow\ & y = f(x) = 1.(x^2-6x-2x+12) \\ \Leftrightarrow\ & y = f(x) = x^2-8x+12 \end{aligned}$$

   Jadi persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di A (2,0) dan B (6,0), serta melalui titik (0,12) adalah: $y = f(x) = x^2 - 8x + 12$

2. Fungsi kuadrat memotong sumbu x di titik (3,0)
   Persamaan fungsi kuadrat itu dapat dinyatakan sebagai:

   $y = f(x) = a(x-3)^2$ .... (I)

   karena fungsi kuadrat melalui titik (0,-9) berarti nilai x = 0 , sehingga diperoleh y = -9. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} & -9 = a(0-3)^2 \\ \Leftrightarrow\ & -9 = a(-3)^2 \\ \Leftrightarrow\ & -9 = 9a \\ \Leftrightarrow\ & a = \frac{-9}{9} \\ \Leftrightarrow\ & a = -1 \end{aligned}$$

   Subsitusikan a = -1 ke pesamaan (I), diperoleh:

   $$\begin{aligned} & y = f(x) = -1(x-3)^2 \\ \Leftrightarrow\ & y = f(x) = -1(x^2-6x+9) \\ \Leftrightarrow\ & y = f(x) = -x^2+6x-9 \end{aligned}$$

   Jadi persamaan fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu x di titik (3,0) dan melalui titik (0,-9) adalah $y = f(x) = -x^2 + 6x - 9$

3. Berdasarkan gambar 2-4 dapat Anda ketahui bahwa grafik fungsi kuadrat itu mempunyai titik balik di P (1,1) dan melalui titik (0,2).
   Persamaan grafik fungsi kuadrat yang mempunyai titik balik di P (1,1) dapat dinyatakan sebagai:

   $y = f(x) = a(x-1)^2 + 1$ .... (I)

   grafik fungsi kuadrat melalui titik (0,2) berarti nilai x = 0 , sehingga diperoleh y = 2. Selanjutnya Anda tentukan nilai a sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad 2 &= a(0-1)^2 - 1 \\ 2 &= a(-1)^2 - 1 \\ 2 &= a - 1 \\ 2 - 1 &= a \\ 1 &= a \\ a &= 1 \end{aligned}$$

   Subsitusikan a = 1 ke pesamaan (I), diperoleh:

   $$\begin{aligned} y &= f(x) = 1.(x-1)^2 + 1 \\ y &= f(x) = 1.(x^2 - 2x + 1) + 1 \\ y &= f(x) = x^2 - 2x + 1 + 1 \\ y &= f(x) = x^2 - 2x + 2 \end{aligned}$$

4. Persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik A (0,7) , B (2,-9) , dan C (-2,15), kita misalkan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$
   - Melalui titik A (0,7) , berarti:

     $$\begin{aligned} 7 &= a(0)^2 + b(0) + c \\ 7 &= 0 + 0 + c \\ 7 &= c \\ c &= 7 \end{aligned}$$

   - Melalui titik B (2,-9) , berarti:

     $$\begin{aligned} -9 &= a(2)^2 + b(2) + c \\ -9 &= 4a + 2b + c \end{aligned}$$

     karena c = 7, maka:

     $$\begin{aligned} -9 &= 4a + 2b + 7 \\ -9 - 7 &= 4a + 2b \\ -16 &= 4a + 2b \qquad \text{(kedua ruas dibagi 2)} \\ -8 &= 2a + b \\ 2a + b &= -8 \quad \text{..(I)} \end{aligned}$$

- Melalui titik C (-2,15) , berarti:

$$\begin{aligned} 15 &= a\,(-2)^2 + b\,(-2) + c \\ 15 &= 4a - 2b + c \end{aligned}$$

karena $c = 7$, maka:

$$\begin{aligned} 15 &= 4a - 2b + 7 \\ 15 - 7 &= 4a - 2b \\ 8 &= 4a - 2b \quad \text{(kedua ruas dibagi 2)} \\ 4 &= 2a - b \\ 2a - b &= 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)} \end{aligned}$$

- Eliminasi b dari persamaan (I) dan (II) , berarti:

$$\begin{aligned} 2a + b &= -8 \\ 2a - b &= 4 \\ \hline 4a &= -4 \\ a &= \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Subsitusikan $a = -1$ ke persamaan (I) atau (II) (pilih salah satu)
Misalkan kita pilih ke persamaan (I), maka:

$$\begin{aligned} 2a + b &= -8 \\ \Leftrightarrow \quad 2(-1) + b &= -8 \\ -2 + b &= -8 \\ b &= -8 + 2 \\ b &= -6 \end{aligned}$$

$\frac{\Leftrightarrow}{4}$

- Subsitusikan $a = -1$, $b = -6$, dan $c = 7$ ke persamaan

$$\begin{aligned} y &= f(x) = ax^2 + bx + c \text{ , diperoleh:} \\ y &= f(x) = (-1)\,x^2 + (-6)\,x + 7 \\ y &= f(x) = -x^2 - 6x + 7 \end{aligned}$$

Jadi persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik A (0,7) , B (2,-9), dan C (-2,15) adalah: $y = f(x) = -x^2 - 6x + 7$

Apakah pekerjaan Anda sama sepeerti jawaban di atas? Jika ya, bagus! berarti Anda benar. Apabila pekerjaan Anda tidak sama, segeralah samakan. Jika mengalami kesulitan diskusikanlah dengan teman-teman atau tanyakan langsung kepada guru bina saat tatap muka. Untuk mengukur tingkat penguasaan Anda terhadap materi kegiatan 2, kerjakanlah soal-soal uji kompetensi 2 dengan sungguh-sungguh. Nah, selamat mengerjakan!

TUGAS 2

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan singkat, jelas, dan benar!

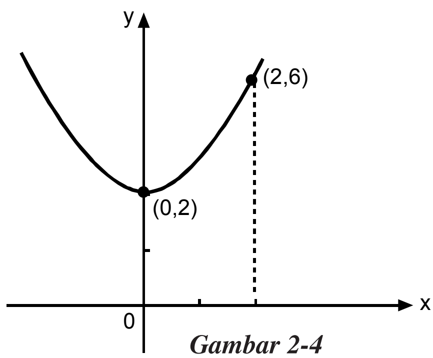
1. Tentukan sumbu simetri dan titik balik masing-masing grafik fungsi kuadrat dengan persamaan :
   a. $y = x^2 - 8x + 7$
   b. $y = 2x^2 - 8x$
   c. $y = -x^2 - 10x + 25$

2. Selidiki apakah masing-masing fungsi kuadrat di bawah ini bersifat definit positif atau definit negatif atau tidak kedua-duanya
   a. $y = x^2 - 2x + 11$
   b. $y = -x^2 - 4x - 10$
   c. $y = x^2 + 2x - 16$

3. Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di A (-2,0) dan B (4,0) , serta melalui titik (1,-18)!

4. Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu x di titik (-2,0) dan melalui titik (0,4)!

5. Pada gambar 2-4 diperlihatkan sketsa grafik dari suatu fungsi kuadrat. Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat tersebut!



Gambar 2-4

6. Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik A (0,-3) , B (1,-4), dan C (4,5)!

Bagaimana, mudah bukan? Nah, untuk mengetahui hasil pekerjaan Anda, cocokkanlah pekerjaan Anda dengan jawaban uji kompetensi 2 yang tersedia di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor Anda dengan menggunakan aturan yang ada pada masing-masing jawabannya.

Apabila semua jawaban benar, maka skor total = 30 + 30 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100. Selanjutnya untuk menghitung skor akhir yang Anda peroleh, gunakan rumus yang terdapat pada halaman pendahuluan modul ini.
Bagaimana dengan skor yang Anda peroleh? Jika Anda puas dengan hasil yang Anda peroleh, Anda dapat mempersiapkan diri baik-baik dalam menghadapi uji kompetensi akhir modul.

PENUTUP

Anda telah mempelajari materi modul ini dengan baik. Semoga Anda dalam keadaan sehat selalu sehingga dapat mengikuti uji kompetensi akhir modul ini dengan hasil yang memuaskan.

Dari uraian materi modul ini, rangkumannya dapat Anda pelajari untuk membantu Anda dalam menjawab soal-soal uji kompetensi akhir modul.

Rangkuman

- **Kegiatan Belajar 1**

  Untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan melengkapkan bentuk kuadrat, dapat mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

$$
\begin{array}{rrcll}
 & ax^2 + bx + c & = & 0 & \text{(kedua ruas ditambah –c)} \\
\Leftrightarrow & ax^2 + bx & = & -c & \text{(kedua ruas dibagi a)} \\
\Leftrightarrow & x^2 + \frac{b}{a}x & = & -\frac{c}{a} & \text{(kedua ruas ditambah } (\frac{b}{2a})^2\text{)} \\
\Leftrightarrow & x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 & = & (\frac{b}{2a})^2 - \frac{c}{a} & \\
\Leftrightarrow & (x + \frac{b}{2a})^2 & = & \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} & \\
\Leftrightarrow & (x + \frac{b}{2a})^2 & = & \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} & \text{(kedua ruas diakarkan)} \\
\Leftrightarrow & x + \frac{b}{2a} & = & \pm & \\
\Leftrightarrow & x + \frac{b}{2a} & = & \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}} & \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}} & \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{-b \pm \sqrt{b2 - 4ac}}{2a} &
\end{array}
$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- **Kegiatan Belajar 2**

1. Fungsi kuadrat dengan persamaan $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ dapat diubah menjadi bentuk $y = f(x) = a(x - p)^2 + q$, dimana :
   sumbu simetrinya adalah: $x = p$, dan
   titik puncak atau titik baliknya adalah (p,q), dengan jenis titik balik:
   apabila $a > 0$ adalah titik balik minimum
   apabila $a < 0$ adalah titik balik maksimum

2. Fungsi kuadrat dengan persamaan $y = f(x) = a(x - p)^2 + q$, bersifat:
   a. definit positif, jika $a > 0$ dan $q > 0$
   b. definit negatif, jika $a < 0$ dan $q < 0$

3. Persamaan fungsi kuadrat yang melalui tiga titik yang tidak segaris atau memenuhi kondisi tertentu.
   a. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x di $A(x_1,0)$ dan $B(x_2,0)$, serta melalui sebuah titik tertentu.
      Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

      $$\boxed{y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$$

      dengan nilai a ditentukan kemudian.

   b. Grafik fungsi kuadrat menyinggung sumbu x di $A(x_1,0)$ dan melalui sebuah titik tertentu.
      Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

      $$\boxed{y = f(x) = a(x - x_1)^2}$$

      dengan nilai a ditentukan kemudian.

   c. Grafik fungsi kuadrat melalui titik puncak atau titik balik $P(x_p,y_p)$, dan melalui sebuah titik tertentu.
      Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

      $$\boxed{y = f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p}$$

      dengan nilai a ditentukan kemudian.

   d. Grafik fungsi kuadrat melalui titik-titik $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, dan $C(x_3,y_3)$.
      Persamaan fungsi kuadrat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

      $$\boxed{y = f(x) = ax^2 + bx + c}$$

      dengan nilai a, b, dan c ditentukan kemudian.

KUNCI TUGAS

TUGAS 1

Skor

1. $x^2 - 2x - 1 = 0$

$$
\begin{aligned}
\Leftrightarrow \quad x^2 - 2x - 1 + 1 &= 0 + 1 \\
x^2 - 2x &= 1 \\
x^2 - 2x + 1 &= 1 + 1 \\
(x - 1)^2 &= 2 \\
x - 1 &= \pm \\
\Leftrightarrow \quad x &= 1 \pm
\end{aligned}
$$

Skor: 2 (langkah 1–3), 2

Ini berarti $x = 1 + \sqrt{2}$ atau $x = 1 - \sqrt{2}$
Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 2x - 1 = 0$ adalah
$x_1 = 1 + \sqrt{2}$ atau $x_2 = 1 - \sqrt{2}$. Atau Hp = { $1 + \sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$ } — 1

2. $x^2 + 3x - 1 = 0$

$\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$

$$
\begin{aligned}
\Leftrightarrow \quad x^2 + 3x - 1 + 1 &= 0 + 1 \\
x^2 + 3x &= 1 \\
x^2 + 3x + (\quad)^2 &= 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\
\Leftrightarrow \quad (x + \quad)^2 &= 1 + \frac{9}{4} \\
\Leftrightarrow \quad (x + \quad)^2 &= \frac{4+9}{4} \\
\Leftrightarrow \quad (x + \quad)^2 &= \frac{13}{4} \\
\Leftrightarrow \quad x + \quad &= \pm\sqrt{\frac{13}{4}} \\
\Leftrightarrow \quad x + \quad &= \pm\frac{\sqrt{13}}{2} \\
\Leftrightarrow \quad x &= - \quad \pm \frac{\sqrt{13}}{2} \\
\Leftrightarrow \quad x &=
\end{aligned}
$$

Skor: 2, 2

Ini berarti $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ atau $x = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 1 = 0$ adalah

$x_1 =$ atau $x_2 = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$. Atau Hp = $\{ \frac{-3+\sqrt{13}}{2}, \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \}$ 1

3. $2x^2 + 4x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 1 + (-1) = 0 + (-1)$

$2x^2 + 4x = -1$ (kedua ruas dibagi 2)

$x^2 + 2x = -$ 2

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = - \quad + 1$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 =$

$\Leftrightarrow x + 1 = \pm$

2

$\Leftrightarrow x = -1 \pm$

Ini berarti $x = -1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ atau $x = -1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 4x + 1 = 0$ adalah

$x_1 = -1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ atau $x_2 = -1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$. Atau Hp = $\{ -1 + \sqrt{\frac{1}{2}}, -1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \}$ 1

4. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$$3x^2 - 4x + 1 + (-1) = 0 + (-1)$$

$$3x^2 - 4x = -1 \qquad \text{(kedua ruas dibagi 3)}$$

$$x^2 - \quad x = -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \quad x + \left(\frac{4}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{4}{6}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \quad x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 = -\frac{1}{3} + \frac{4}{9} \qquad 2$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 = -\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad x - \quad = \pm\sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$\Leftrightarrow \quad x - \quad = \pm\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \quad \pm \frac{1}{3}$$

Ini berarti $x = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ atau $x = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah 1

$x_1 = 1$ atau $x_2 = \frac{1}{3}$. Atau Hp = $\{\frac{1}{3}, 1\}$

5. $-x^2 + 6x - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \quad -x^2 + 6x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$-x^2 + 6x = 6 \qquad 2$$

$$-(x^2 - 6x) = 6$$

$$x^2 - 6x = -6$$

$$x^2 - 6x + 9 = -6 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 3$$

$$x - 3 = \pm \qquad 2$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3 \pm$$

Ini berarti $x = 3 + \sqrt{3}$ atau $x = 3 - \sqrt{3}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 6x - 6 = 0$ adalah 1

$x_1 = 3 + \sqrt{3}$ atau $x_2 = 3 - \sqrt{3}$. Atau Hp = $\{3 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3}\}$

6. $x^2 + 2x + 8 = 0$

$$\left.\begin{aligned} x^2 + 2x + 8 + (-8) &= 0 + (-8) \\ x^2 + 2x &= -8 \\ x^2 + 2x + 1 &= -8 + 1 \end{aligned}\right\} \quad 2$$

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 &= -7 \\ x + 1 &= \pm \end{aligned} \quad 2$$

Karena $\sqrt{-7}$ adalah khayal (imajiner), berarti akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2x + 8 = 0$ adalah khayal (imajiner). Atau persamaan kuadrat tersebut dikatakan tidak mempunyai akar-akar real atau tidak mempunyai penyelesaian. 1

7. $-x^2 + 3x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad -x^2 + 3x - 1 + 1 &= 0 + 1 \\ -x^2 + 3x &= 1 \\ -(x^2 - 3x) &= 1 \\ x^2 - 3x &= -1 \end{aligned}$$

$$x^2 - 3x + (\quad)^2 = -1 + (\tfrac{3}{2})^2 \quad 2$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 &= -1 + \frac{9}{4} \\ \Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 &= -\frac{9}{4} + \frac{9}{4} \\ \Leftrightarrow \quad (x - \quad)^2 &= \frac{5}{4} \\ \Leftrightarrow \quad x - &= \pm\sqrt{\frac{5}{4}} \\ \Leftrightarrow \quad x - &= \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \\ \Leftrightarrow \quad x &= \quad \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \\ \Leftrightarrow \quad x &= \end{aligned} \quad 2$$

Ini berarti $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ atau $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

Jadi akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 3x - 1 = 0$ adalah 1

$x_1 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ atau $x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. Atau Hp = $\{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\}$

TUGAS 2

1. a. Persamaan $y = x^2 - 8x + 7$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} & y = x^2 - 8x + 16 - 9 \\ \Leftrightarrow\ & y = (x^2 - 8x + 16) + (-9) \\ \Leftrightarrow\ & y = (x - 4)^2 + (-9) \\ \Leftrightarrow\ & y = 1. (x - 4)^2 + (-9) \\ & y = 1. (x - 4)^2 + (-9) \\ \Leftrightarrow\ & y = a (x - p)^2 + q , \end{aligned}$$

5

maka $a = 1$, $p = 4$, $q = -9$

Ini berarti : sumbu simetrinya adalah $x = p \Leftrightarrow x = 4$

titik balik minimum adalah $(p,q) \Leftrightarrow (4,-9)$

5

b. Persamaan $y = 2x^2 - 8x$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} & y = 2 (x^2 - 4x) \\ \Leftrightarrow\ & y = 2 (x^2 - 4x + 4) + (-8) \\ \Leftrightarrow\ & y = 2 (x - 2)^2 + (-8) \\ & y = 2. (x - 2)^2 + (-8) \\ \Leftrightarrow\ & y = a (x - p)^2 + q , \end{aligned}$$

5

maka $a = 2$, $p = 2$, $q = -8$

Ini berarti : sumbu simetrinya adalah $x = p \Leftrightarrow x = 2$

titik balik minimum adalah $(p,q) \Leftrightarrow (2,-8)$

5

c. Persamaan $y = -x^2 - 10x + 25$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} & y = - (x^2 + 10x) + 25 \\ \Leftrightarrow\ & y = - (x^2 + 10x + 25) + 25 + 25 \\ \Leftrightarrow\ & y = - (x + 5)^2 + 50 \\ \Leftrightarrow\ & y = (-1).(x - (-5))^2 + 50 \\ & y = (-1). (x - (-5))^2 + 50 \Leftrightarrow y = a (x - p)^2 + q , \end{aligned}$$

5

maka $a = -1$, $p = -5$, $q = -50$

Ini berarti : sumbu simetrinya adalah $x = p \Leftrightarrow x = -5$

titik balik minimum adalah $(p,q) \Leftrightarrow (-5,50)$

5

2. a. Persamaan $y = x^2 - 2x + 11$ diubah menjadi:

$$\begin{aligned} & y = x^2 - 2x + 1 + 10 \\ \Leftrightarrow\ & y = (x^2 - 2x + 1) + 10 \\ \Leftrightarrow\ & y = (x - 1)^2 + 10 \\ \Leftrightarrow\ & y = 1. (x - 1)^2 + 10 \\ & y = 1. (x - 1)^2 + 10 \Leftrightarrow y = a (x - p)^2 + q , \end{aligned}$$

5

maka $a = 1$, $p = 1$, $q = 10$

karena $\left.\begin{aligned} a &= 1 \\ q &= 10 \end{aligned}\right\}$ berarti $a > 0$ dan $q > 0$ maka fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 11$ bersifat definit positif.

5

b. Persamaan $y = -x^2 - 4x - 10$ diubah menjadi:

$y = -(x^2 + 4x) - 10$
$\Leftrightarrow y = -(x^2 + 4x + 4) + 4 - 10$ 5
$y = -(x + 2)^2 - 6$
$y = -1(x - (-2))^2 + (-6)$
$y = -1(x - (-2))^2 + (-6)$ $y = a(x - p)^2 + q$,

maka $a = -1$, $p = -2$, $q = -6$ 5
karena $a = -1$ berarti $a < 0$ dan $q < 0$ maka fungsi kuadrat
$q = -6$ $y = -x^2 - 4x - 10$ bersifat definit negatif.

c. Persamaan $y = x^2 + 2x - 16$ diubah menjadi:

$y = x^2 + 2x + 1 - 17$
$y = (x + 1)^2 - 17$ 5
$y = 1.(x - (-1))^2 + (-17)$
$y = 1.(x - (-1))^2 + (-17)$ $y = a(x - p)^2 + q$,

maka $a = 1$, $p = -1$, $q = -17$
karena $a = 1$ berarti $a > 0$ dan $q < 0$ maka fungsi kuadrat 5
$q = -17$ $y = x^2 + 2x - 16$ tidak bersifat definit positif
dan tidak definit negatif.

3. Persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di A (-2,0) dan B (4,0) dapat dinyatakan sebagai:

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$
$y = a(x - (-2))(x - 4)$
$y = a(x + 2)(x - 4)$ ……......…………..(I)

fungsi melalui titik (1,-18) , berarti :

$-18 = a(1 + 2)(1 - 4)$ 5
$-18 = a(3)(-3)$
$-18 = -9a$

$a =$

$a = 2$

Subsitusikan $a = 2$ ke pesamaan (I), maka diperoleh:

$y = 2.(x + 2)(x - 4)$
$\Leftrightarrow y = 2.(x^2 - 4x + 2x - 8)$
$y = 2.(x^2 - 2x - 8)$
$y = 2x^2 - 4x - 16$ 5

Jadi persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di A (-2,0) dan B (4,0), serta melalui titik (1,-18) adalah: $y = 2x^2 - 4x - 16$

4. Persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di titik (-2,0) dapat dinyatakan sebagai:

$y = a(x - x_1)^2 \quad y = a(x - (-2))^2$

$y = a(x + 2)^2$ .... (I)

fungsi melalui titik (0,4) , berarti:

$4 = a(0 + 2)^2$

$4 = a(2)^2$ 5

$4 = 4a$

$a =$

$a = 1$

Subsitusikan a = 1 ke pesamaan (I), diperoleh:

$y = 1.(x + 2)^2$

$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2$ 5

$y = x^2 + 4x + 4$

Jadi persamaan fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu x di titik (-2,0) dan melalui titik (0,4) adalah: $y = x^2 + 4x + 45.$

5. Berdasarkan gambar 2-4 dapat kita ketahui bahwa fungsi kuadrat mempunyai titik balik minimum di P (0,2) dan melalui titik (2,6). Persamaan fungsi kuadrat yang mempunyai titik balik minimum di P (0, 2) dapat dinyatakan sebagai: 5

$y = a(x - p)^2 + q$

$y = a(x - 0)^2 + 2$

$y = ax^2 + 2$ ....(I)

fungsi melalui titik (2,6) , berarti:

$6 = a(2)^2 + 2$

$6 = 4a + 2$

$6 - 2 = 4a$

$4 = 4a$

$a =$ 5

$a = 1$

Subsitusikan a = 1 ke pesamaan (I), maka diperoleh:

$y = 1.x^2 + 2$

$\Leftrightarrow y = x^2 + 2$

Jadi persamaan fungsi kuadratnya adalah: $y = x^2 + 26.$

6. Persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik A (0,-3), B (1,-4), dan C (4,5) dapat dinyatakan sebagai: $y = ax^2 + bx + c$

- Melalui titik A (0,-3) , berarti:

$$\begin{aligned} -3 &= a(0)^2 + b(0) + c \\ -3 &= 0 + 0 + c \\ -3 &= c \\ c &= -3 \end{aligned}$$

2

- Melalui titik B (1,-4) , berarti:

$$\begin{aligned} -4 &= a(1)^2 + b(1) + c \\ -4 &= a + b + c \end{aligned}$$

2

karena c = -3, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} -4 &= a + b + (-3) \\ -4 &= a + b - 3 \\ -4 + 3 &= a + b \\ -1 &= a + b \\ a + b &= -1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I) \end{aligned}$$

2

- Melalui titik C (4,5) , berarti : $5 = a(4)^2 + b(4) + c$

$$5 = 16a + 4b + c$$

karena c = -3, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} 5 &= 16a + 4b + (-3) \\ 5 &= 16a + 4b - 3 \\ 5 + 3 &= 16a + 4b \\ 8 &= 16a + 4b \\ 16a+3b &= 8 \qquad \text{(kedua ruas dibagi 4)} \\ 4a + b &= 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(II) \end{aligned}$$

2

- Eliminasi b dari persamaan (I) dan (II) , berarti:

$$\begin{array}{rcl} a + b & = & -1 \\ 4a + b & = & 2 \\ \hline -3a & = & -3 \end{array} \; -$$

$$a =$$

$$a = 1$$ 2

Subsitusikan $a = 1$ ke persamaan (I) atau (II), (pilih salah satu)
Misalkan kita pilih ke persamaan (I), maka: $a + b = -1$

$$\begin{array}{rrcl} \Leftrightarrow & 1 + b & = & -1 \\ & b & = & -1 - 1 \\ & b & = & -2 \end{array}$$

- Subsitusikan $a = 1$, $b = -2$, dan $c = -3$ ke persamaan

$$\begin{array}{rcl} y & = & ax^2 + bx + c \text{ , maka diperoleh:} \\ y & = & (1)\, x^2 + (-2)\, x + (-3) \\ y & = & x^2 - 2x - 3 \end{array}$$ 2

Jadi persamaan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik A (0,-3), B (1,-4), dan C (4,5) adalah : $y = x^2 - 2x - 3$

DAFTAR PUSTAKA

B.K. Noormandiri, Endar Sucipto, ***Matematika untuk SMU Jilid 1 Kelas 1***, Penerbit Erlangga, 1995.

M. Oetjoep Ilman, H Gunawan, Tosin, Zainuddin, ***Aldjabar & Ilmu Ukur Analitika IV***, Penerbit Widjaya jakarta, 1968.

Sartono Wirodikromo, ***Matematika untuk SMA kelas X Semester 1 Kurikulum 2004 Berbasis Kompetensi***, Penerbit Erlangga, 2004.

________, Pelatihan Guru Adaptif SMK Matematika, ***Persiapan Materi Ebtanas Matematika (1)***, Depdikbud Dirjendikdasmen, Pusat Pengembangan Penataran Guru Teknologi, Bandung.