Экстракция кода из Agda в Haskell

Шабалин Александр

научный руководитель доц. Москвин Д. Н.

Академический университет 2014 г.

Мотивирующий пример

TODO: Пример, который легко ломается в хаскеле и легко чинится зависимыми типами.

Зависимые типы

System F:

```
Term ::= Var \mid \lambda x. Term(x) \mid Term Term

Type ::= TVar \mid Type \rightarrow Type \mid \forall x. Type(x)

\Gamma \vdash Term : Type, \Gamma = Var : Type, . . .
```

Зависимые типы

System F:

```
Term ::= Var \mid \lambda x. Term(x) \mid Term Term
Type ::= TVar \mid Type \rightarrow Type \mid \forall x. Type(x)
\Gamma \vdash Term : Type, \Gamma = Var : Type, . . .
```

Зависимые типы:

```
Term ::= Var \mid \mathsf{Term} \; \mathsf{Term}  \mid \lambda x. \; \mathsf{Term}(x) \mid (x : \mathsf{Term}) \to \mathsf{Term}(x)  \mid (\mathsf{Term}, \mathsf{Term}) \mid (x : \mathsf{Term}) \times \mathsf{Term}(x)  \mid \mathsf{Set}  \Gamma \vdash \mathsf{Term} : \mathsf{Term}, \quad \Gamma = \mathsf{Var} : \mathsf{Term}, \dots
```

Agda

Язык с зависимыми типами и синтаксисом, похожим на Haskell.

Agda - примеры

```
data работает аналогично GADT в Haskell
data List (A : Set) : Set where
  <> : List A
  :: A \rightarrow List A \rightarrow List A
{ ...} — необязательный аргумент(компилятор сам подставит)
list-length : \{A : Set\} \rightarrow List \ A \rightarrow Nat
list-length <> = 0
list-length (x :: xs) = \text{list-length } xs + 1
```

Agda - примеры

```
data Vec\ (A:Set): Nat \to Set\ where nil: Vec\ A\ 0 cons: \{n:Nat\} \to A \to Vec\ A\ n \to Vec\ A\ (n+1) list-to-vec: \{A:Set\} \to (xs:List\ A) \to Vec\ A\ (list-length\ xs) list-to-vec: <>=nil list-to-vec: (x::xs) = cons\ x\ (list-to-vec\ xs)
```

Agda - примеры

```
\{a_1 \ a_2 : A\}(b : B) \to C — синтаксический сахар для
                         \{a_1 : A\} \to \{a_2 : A\} \to (b : B) \to C
 zip-vec: \{A \ B: Set\}\{n: Nat\} \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ 
                           Vec (A \times B) n
 zip-vec nil nil = nil
zip-vec (cons x xs) (cons y ys) = cons (x, y) (zip-vec xs ys)
 zip-vec nil (cons y ys) = ...
 zip-vec (cons x xs) nil = ...
 эти 2 клоза даже написать нельзя - типы не сойдутся
```

Agda

TODO: Пример с первого слайда

Компилятор MAlonzo

```
data Vec(A : Set) : Nat \rightarrow Set where
   nil: Vec A 0
   cons : \{n : Nat\} \rightarrow A \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ A \ (n+1)
vec-map : \{A \ B : Set\}\{n : Nat\} \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow Vec \ A \ n \rightarrow Vec \ B \ n
vec-map f nil = nil
vec-map f (cons x xs) = cons (f x) (vec-map f xs)
data T_1 a_0 a_1 a_2 = C_2 | C_3 a_0 a_1 a_2
d_4 v_0 v_1 v_2 v_3 (C_2) = \text{cast } C_2
d_4 \ v_0 \ v_1 \ v_2 \ v_3 \ (C_3 \ v_4 \ v_5 \ v_6) = cast \ (C_3 \ (cast \ v_4) \ (cast \ (v_3 \ (cast \ v_5)))
   (cast (d_4 (cast v_0) (cast v_1) (cast v_4) (cast v_3) (cast v_6))))
ghci>:t d<sub>4</sub>
d_4 :: a \rightarrow a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3 \rightarrow (T_1 \ t \ t_1 \ t_2) \rightarrow b
                                                                4□ > 4□ > 4□ > 4□ > □ ×900
```

Coq

```
data Vec\ a = Nil \mid Cons\ Nat\ a\ (Vec\ a)

vecMap\ ::\ Nat \to (a_1 \to a_2) \to Vec\ a_1 \to Vec\ a_2

vecMap\ n\ f\ v =

case\ v\ of

Nil \to Nil

Cons\ n_0\ x\ xs \to Cons\ n_0\ (f\ x)\ (vecMap\ n_0\ f\ xs)
```

Что хочется

Нужно сохранить инварианты, поддерживаемые системой типов.

Идея

- 1. Компилируем весь код в Haskell с помощью MAlonzo.
- 2. Для выбранных имен пытаемся найти соответствующие типы на Haskell и генерируем обертки над скомпилированным кодом.

Простое решение

Утверждение

Типы Agda, лежащие в System F, представимы в Haskell и имеют ту же семантику.

Формально не доказывал, но, вроде, очевидно.

Указание на «экспорт» дается с помощью прагм {-# EXPORT agda-name haskell-name #-}

- ▶ data $T(A:Set):Set \rightarrow Set$ where породит newtype $T a_0 a_1 =$ <hidden>
- ▶ $f: \{A: Set\} \rightarrow (\{B: Set\} \rightarrow B) \rightarrow A$ породит $f:: \forall a_0. \ (\forall b_0. \ b_0) \rightarrow a_0$

Недоработки

Некоторые типы можно экспортировать вместе с конструкторами:

{-# EXPORT_DATA agda-name hs-name hs-con-name ... #-} Проблема оборачивания функций:

- **newtype** гарантирует, что внутреннее представление совпадает с оборачиваемым типом \Rightarrow unsafeCoerce.
- data не может дать никаких похожих гарантий \Rightarrow генерирование разбора по конструкторам.

Из этого же — невозможно экспортировать f:

newtype
$$T_1$$
 $a_0 = \dots$ data T_2 $a_0 = \dots$

$$f: \{A: Set\} \rightarrow (T_1(T_2|A)) \rightarrow A$$

 $f:: \forall a. \ T_1(T_2|a)) \rightarrow a$

Недоработки

- ▶ Haskell поддерживает **data** T ($a::* \to *$) аналог в Agda **data** T ($A:Set \to Set$)
- У Agda есть FFI в Haskell и есть набор встроенных типов.
 При компиляции они обрабатываются специально.
- B Agda есть параметризованные модули:
 module Main (A : Set) where

А что можно попробовать

- 1. разрешить экспортировать типы с конструкторами
- 2. зависимые типы вроде $f: \{A \ B: Set\}\{n: Nat\} \to Vec \ A \ n \to Vec \ B \ n \to Vec \ (A \times B) \ n$ могут быть экспортированы, если n не используется внутри f
- 3. есть трюк, позволяющий экспортировать типы вроде $f: \{A: Set\}(n: Nat) \to A \to Vec \ a \ n$

Gotchas

termination checking, totality

Q&A