

# Interpolacja wielomianowa

Kamil Górny, Wojciech Jachimowski, Mateusz Jendernal, Dominika Glugla

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
1.1	Opis implementacji algorytmu realizującego metodę . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Działanie programu</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Opis programu</b>	<b>5</b>
3.1	Struktura programu . . . . .	5
3.2	Wejście-wyjście . . . . .	5
3.3	Kod programu . . . . .	6
3.3.1	JavaScript . . . . .	6
3.3.2	HTML . . . . .	10
3.3.3	CSS - fragment . . . . .	11

# 1 Wstęp

Treść zadania: "Program, który przewidzi rozwój przestępczości na świecie. Węzły mają przedstawiać liczbę popełnianych przestępstw na świecie zmieniającą się w czasie."

Wykorzystywana metoda numeryczna: metoda Hermite'a (postać Newtona z wykorzystaniem węzłów dwukrotnych)

Dla danych  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  parami różnych, dla dodatnich liczb naturalnych  $m_0, m_1, m_2, \dots, m_n$  i dla znanych wartości  $f^{(i)}(x_j), j = 0, 1, \dots, n, i = 0, 1, \dots, m_j - 1$ , szukamy wielomianu  $P \in \Pi_m$ , gdzie  $m + 1 = \sum_{j=0}^n m_j$ , takiego, że

$$P^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), j = 0, 1, \dots, n, i = 0, 1, \dots, m_j - 1$$

Postać Newtona rozwiązania interpolacji Hermite'a

Jeżeli znane są wartości  $f^{(i)}(x_j), j = 0, 1, \dots, n, i = 0, 1, \dots, m_j - 1$ , gdzie  $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$  oraz  $t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m$ , dane są przez  $t_0 = t_1 = \dots = t_{m_0-1} = x_0, t_{m_0} = t_{m_0+1} = \dots = t_{m_0+m_1-1} = x_1, \dots$ , (czyli wśród punktów  $t_i$  węzeł  $x_j$  występuje  $m_j$  razy), to wielomian

$$P(x) = f[t_0] + f[t_0, t_1](x - t_0) + f[t_0, t_1, t_2](x - t_0)(x - t_1) + f[t_0, t_1, \dots, t_m](x - t_0) \dots (x - t_{m-1})$$
 spełnia warunki

$$P^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), j = 0, 1, \dots, n, i = 0, 1, \dots, m_j - 1$$

Przykład. Interpolujemy dane:

$x_i$	0	2
$f(x_i)$	-1	-3
$f'(x_i)$	1	5

Współczynniki dla  $P(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^2(x-1)$  wyznaczymy za pomocą ilorazów różnicowych:

$$f[0] = -1$$

$$f[0, 0] = 1$$

$$f[0, 0, 1] = -1$$

$$f[0, 0, 1, 1] = 2$$

Otrzymujemy:  $b_0 = -1, b_1 = 1, b_2 = -1, b_3 = 2$ , a szukanym wielomianem jest:  
 $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x - 1$

## 1.1 Opis implementacji algorytmu realizującego metodę

Algorytm jest algorytmem rekurencyjnym, który dla różnych danych wejściowych rozgałęzia się na dwie ścieżki w zależności czy  $t_0 = t_m$ .

## 2 Działanie programu

### Interpolacja Wielomianowa - metoda Hermite'a

Prognoza rozwoju przestępczości

Wczytaj z pliku

Rok	Ilość Przestępstw	Wartość Pochodnej	
2014	600	2	<input type="button" value="Usuń"/>
2015	800	2	<input type="button" value="Usuń"/>

$$P(x) = -396(x^3) + 2393226(x^2) - 1607453958x + 3235797108460$$

Rysunek 1: Dodawanie wartości

### Interpolacja Wielomianowa - metoda Hermite'a

Prognoza rozwoju przestępczości

Wczytaj z pliku

Rok	Ilość Przestępstw	Wartość Pochodnej	
0	-1	1	<input type="button" value="Usuń"/>
2	-3	5	<input type="button" value="Usuń"/>

$$P(x) = 2(x^3) - 5(x^2) + 1x - 1$$

Rysunek 2: Dodawanie wartości z pliku

## Interpolacja Wielomianowa - metoda Hermite'a

The screenshot shows a web application titled "Prognoza rozwoju przestępczości". It has a "Wczytaj z pliku" section with a "Przeglądaj..." button. Below this, there are three input fields: "Rok" (Year), "Ilość przestępstw" (Number of crimes), and "Wartość pochodnej" (Derivative value). The "Rok" field contains the text "abc", which is highlighted with a blue border and a red 'x' icon, indicating it is an invalid input. A tooltip "Wprowadź liczbę" (Enter a number) is visible next to the "Rok" field. A blue "Dodaj" (Add) button is to the right of the "Wartość pochodnej" field. Below the input fields is a table with three columns: "Rok", "Ilość Przestępstw", and "Wartość Pochodnej".

Rysunek 3: Wprowadzenie niepoprawnego roku

## Interpolacja Wielomianowa - metoda Hermite'a

The screenshot shows the same web application as Figure 3. In this instance, the "Ilość przestępstw" field contains the text "xyz", which is highlighted with a blue border and a red 'x' icon, indicating it is an invalid input. A tooltip "Wprowadź liczbę" (Enter a number) is visible next to the "Ilość przestępstw" field. The "Rok" field now contains the number "2015". The "Dodaj" button remains visible.

Rysunek 4: Wprowadzenie niepoprawnej ilości przestępstw

### 3 Opis programu

#### 3.1 Struktura programu

Program napisany jest w JavaScript, wykorzystuje HTML, CSS, Bootstrap. W celu realizowania zadania program wykorzystuje listy, funkcje rekurencyjne oraz funkcje silni.

#### 3.2 Wejście-wyjście

Wejście programu to dane w postaci  $x_i$ ,  $f(x_i)$ ,  $f'(x_i)$ , a po dodaniu dwóch par zmiennych w owej postaci program na wyjściu wyświetla wyliczony wielo-

mian. Dane mogą zostać wprowadzone przez formularz przeglądarki lub poprzez wczytanie pliku. Aby przeciwdziałać wprowadzeniu nieprawidłowych danych w formularzu ustawione są typy pól, które uniemożliwiają wpisywanie niepoprawnych danych. Dane dodawane są po wciśnięciu przycisku, a wyświetlane, kiedy po operacji dodawania liczba danych jest równa  $2 * (x_i, f(x_i), f'(x_i))$ .

### 3.3 Kod programu

#### 3.3.1 JavaScript

```
1 let form = document.querySelector('.form-inline')
2 let year = document.getElementById('rok')
3 let crime_number = document.getElementById('iloscPrzestepstw')
4 let derivative = document.getElementById('pochodna')
5 let list = document.getElementById('tableBody')
6 var data = []
7 let polyniomaBox = document.getElementById('polyniomial')
8 form.addEventListener('submit', createList);
9 let input = document.querySelector('fileselector')
10
11 function readSingleFile(e) {
12     document.getElementById("add").disabled = true;
13     var file = e.target.files[0];
14     if (!file) {
15         return;
16     }
17     var reader = new FileReader();
18     reader.onload = function(e){
19         var content = e.target.result;
20         displayContents(content);
21     };
22
23     reader.readAsText(file);
24
25 }
26
27 function displayContents(content){
28     var lines = content.split(/\r\n|\n/);
29
30     for (i=0; i<lines.length;i++){
31         var number = lines[i].split(" ");
32         var year = number[0];
33         var crime_number = number[1];
34         var deriv = number[2];
35         createListFromFile(year, crime_number, deriv);
36     }
37
38
39 }
40
41 document.getElementById('file-selector').addEventListener('change',
42     readSingleFile, false);
43 function deleteRow(o){
44
```

```

45     var p = o.parentNode.parentNode;
46     var year = p.childNodes[0].firstChild.nodeValue
47     var crime_number = p.childNodes[1].firstChild.nodeValue
48     var derivative = p.childNodes[2].firstChild.nodeValue
49     for(i=0; i<data.length; i++){
50         if(data[i][0]==year && data[i][1]==crime_number && data[i]
51            ] [2]==derivative){
52             data.splice(i,1)
53             console.log("Deleted values: ["+year+", "+crime_number+
54                derivative+"]")
55         }
56     }
57     p.parentNode.removeChild(p);
58     console.log("Array after deletion: "+data)
59     if (data.length == 0){
60         document.getElementById("add").disabled = false;
61     }
62 }
63
64 function createListFromFile(year, crime_number, derivative){
65
66     if(year != '' && crime_number != ''){
67         let list_row = document.createElement('tr')
68         list_row.innerHTML="<td>"+year+"</td>"+<td>"+crime_number
69             +</td>"+<td>"+derivative+"</td>"+<td>"+<button
70                 type=\"button\" class=\"btn btn-danger\" onclick=\"
71                 deleteRow(this)\">Usual</button>"+</td>"+
72
73         list.appendChild(list_row)
74         var temp_table = []
75         if (derivative != ""){
76             temp_table=derivative.split(" ")
77         }
78         var temp = []
79         if (temp_table.length != 0){
80             for(var element of temp_table){
81                 temp.push(parseInt(element))
82             }
83             data.push([parseInt(year), parseInt(crime_number), temp])
84         }
85         else{
86             data.push([parseInt(year), parseInt(crime_number)])
87         }
88
89         console.log("Added values: ["+year+", "+crime_number+", "+
90            derivative+"]")
91         console.log("Array after addition: "+data);
92
93         if(data.length==2)
94             interpolation(data)
95     }

```

```

96 }
97
98 function createList(e){
99 e.preventDefault();
100
101 // console.log(typeof year.value)
102 if(year != '' && crime_number != ''){
103     let list_row = document.createElement('tr')
104     list_row.innerHTML="<td>"+year.value+"</td>"+<td>"+
        crime_number.value+"</td>"+<td>"+derivative.value+"</
        td>"+<td>"+<button type=\"button\" class=\"btn btn-
        danger\" onclick=\"deleteRow(this)\">Usuar</button>"+</
        td>"
105     list.appendChild(list_row)
106     var temp_table = []
107     if (derivative.value != ""){
108         temp_table=derivative.value.split(" ")
109     }
110     var temp = []
111     if (temp_table.length != 0){
112         for(var element of temp_table){
113             temp.push(parseInt(element))
114         }
115         data.push([parseInt(year.value), parseInt(crime_number.
            value), temp])
116     }
117     else{
118         data.push([parseInt(year.value), parseInt(crime_number.
            value)])
119     }
120
121     console.log("Added values: ["+year.value+", "+crime_number.
        value+", "+derivative.value+"]")
122     console.log("Array after addition: "+data);
123
124     if(data.length==2)
125         interpolation(data)
126
127 }
128
129
130
131 }
132
133 function interpolation(data){
134     var data_cloning = []
135     for (var ele of data){
136         var j=0
137         if (ele.length==3){
138             j = ele.length-1+(ele[2].length-1)
139         }
140         else{
141             j = ele.length-1
142         }
143         while(j>0){
144             data_cloning.push(ele)
145             j--

```



```

146     }
147 }
148 }
149 for (var ele of data_cloning){
150     console.log(ele)
151 }
152 b=[]
153 var i=data_cloning.length-1
154 var len=0
155 while(i >= len){
156     b.push(iloraz_roznicowa(data_cloning.slice(0,data_cloning.
157                             length-i)))
158     i--
159 }
160 display_status(b,data_cloning)
161 }
162
163 function display_status(b,t){
164     j=0
165     for (var i of b){
166         console.log("b["+ j++ +" ] = "+i)
167     }
168     lista_znakow=[]
169     if ((b[0]-b[1]*t[0][0]+b[2]*t[0][0]*t[1][0]+b[3]*t[0][0]*t
170         [2][0]-
171         b[3]*t[0][0]*t[1][0]*t[2][0])>= 0){
172         lista_znakow.push("+")
173     }
174     else{
175         lista_znakow.push("")
176     }
177     if (b[1]-b[1]*t[1][0]-b[2]*t[0][0]+b[3]*t[1][0]*t[2][0] >= 0){
178         lista_znakow.push("+")
179     }
180     else{
181         lista_znakow.push("")
182     }
183     if (b[2]-t[2][0]*b[3]-b[3]*t[1][0]>=0){
184         lista_znakow.push("+")
185     }
186     else{
187         lista_znakow.push("")
188     }
189     var polynomial = "P(x) = "+(b[3])+"(x^3) "+lista_znakow[2]+" "
190     +(b[2]-t[2][0]*b[3]-b[3]*t[1][0]-t[0][0]*b[3])+"(x^2) " +
191     lista_znakow[1]+
192     "(b[1]-b[1]*t[1][0]-b[2]*t[0][0]+b[3]*t[1][0]*t[2][0])+"x " +
193     lista_znakow[0]+" "+(b[0]-b[1]*t[0][0]+b[2]*t[0][0]*t
194     [1][0]+b[3]*t[0][0]*t[2][0]-
195     b[3]*t[0][0]*t[1][0]*t[2][0])
196     printPolynomial(polynomial)

```

```

197
198
199 function iloraz_roznicowa(data){
200     if (data.length >=2 ){
201         if(data[0][0]==data[data.length-1][0]){
202             return(data[0][2][data.length-2]/factorial(data.length
203                 -1))
204         }
205         else{
206             return iloraz_roznicowy_rozny(data)
207         }
208     }
209     else{
210         return data[0][1]
211     }
212 }
213 function iloraz_roznicowy_rozny(data){
214     return (iloraz_roznicowa(data.slice(1)) - iloraz_roznicowa(data
215         .slice(0,data.length-1)))/(data[data.length-1][0]-data
216         [0][0])
217 }
218
219 function factorial(n){
220     if(n==0){
221         return 1
222     }
223     else{
224         return n * factorial(n-1)
225     }
226 }
227
228 function printPolynomial(polyniomial){
229     polyniomaBox.innerHTML+"<h1>"+polyniomial+"</h1>"
230 }

```

### 3.3.2 HTML

```

1 <!DOCTYPE html>
2 <html lang="en">
3 <head>
4     <meta charset="UTF-8">
5     <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-
6         scale=1.0">
7     <link rel="stylesheet" href="css/bootstrap.css">
8     <title>Interpolacja Wielomianowa</title>
9 </head>
10 <body>
11     <nav class="navbar navbar-dark bg-dark">
12         <span class="navbar-text text-white mx-auto h2">
13             Interpolacja Wielomianowa - metoda Hermite'a
14         </span>
15     </nav>
16
17     <div class="card mt-5 w-50 mx-auto">
18         <div class="card-header h4">

```

```

19         Prognoza rozwoju przestępczości
20     </div>
21     <div class="mx-3">
22         <p>Wczytaj z pliku</p>
23         <input type="file" id="file-selector" accept=".txt, .
                json">
24     </div>
25     <div class="card-body">
26         <form class="form-inline">
27             <label class="sr-only" for="rok">Rok</label>
28             <input type="number" class="form-control mb-2 mr-sm
                -2" id="rok" placeholder="Rok">
29
30             <label class="sr-only" for="iloscPrzestepstw">Ilość
                przestępstw</label>
31             <input type="number" class="form-control mb-2 mr-sm
                -2" id="iloscPrzestepstw" placeholder="Ilość
                przestępstw">
32
33             <label class="sr-only" for="iloscPrzestepstw">
                Wartość pochodnej pierwszego stopnia</label>
34             <input type="text" class="form-control mb-2 mr-sm
                -2" id="pochodna" placeholder="Wartość
                pochodnej">
35
36             <button type="submit" id="add" class="btn btn-
                primary mb-2">Dodaj</button>
37         </form>
38         <table class="table mt-3">
39             <thead class="thead-light">
40                 <tr>
41                     <th scope="col">Rok</th>
42                     <th scope="col">Ilość Przestępstw</th>
43                     <th scope="col">Wartość Pochodnej</th>
44                     <th scope="col"></th>
45                 </tr>
46             </thead>
47             <tbody id="tableBody">
48
49             </tbody>
50         </table>
51         <div id="polynomial"></div>
52     </div>
53 </div>
54 <script src="script.js"></script>
55 </body>
56 </html>

```

### 3.3.3 CSS - fragment

```

1 html {
2     font-family: sans-serif;
3     line-height: 1.15;
4     -webkit-text-size-adjust: 100%;
5     -webkit-tap-highlight-color: rgba(0, 0, 0, 0);
6 }

```

```

7
8 article, aside, figcaption, figure, footer, header, hgroup, main,
   nav, section {
9   display: block;
10 }
11
12 body {
13   margin: 0;
14   font-family: -apple-system, BlinkMacSystemFont, "Segoe UI",
       Roboto, "Helvetica Neue", Arial, "Noto Sans", sans-serif, "
       Apple Color Emoji", "Segoe UI Emoji", "Segoe UI Symbol", "
       Noto Color Emoji";
15   font-size: 1rem;
16   font-weight: 400;
17   line-height: 1.5;
18   color: #212529;
19   text-align: left;
20   background-color: #fff;
21 }
22
23 [tabindex="-1"]:focus:not(:focus-visible) {
24   outline: 0 !important;
25 }
26
27 hr {
28   box-sizing: content-box;
29   height: 0;
30   overflow: visible;
31 }
32
33 h1, h2, h3, h4, h5, h6 {
34   margin-top: 0;
35   margin-bottom: 0.5rem;
36 }
37
38 p {
39   margin-top: 0;
40   margin-bottom: 1rem;
41 }
42
43 abbr[title],
44 abbr[data-original-title] {
45   text-decoration: underline;
46   -webkit-text-decoration: underline dotted;
47   text-decoration: underline dotted;
48   cursor: help;
49   border-bottom: 0;
50   -webkit-text-decoration-skip-ink: none;
51   text-decoration-skip-ink: none;
52 }
53
54 address {
55   margin-bottom: 1rem;
56   font-style: normal;
57   line-height: inherit;
58 }
59

```

```
60 ol,
61 ul,
62 dl {
63     margin-top: 0;
64     margin-bottom: 1rem;
65 }
66
67 ol ol,
68 ul ul,
69 ol ul,
70 ul ol {
71     margin-bottom: 0;
72 }
73
74 dt {
75     font-weight: 700;
76 }
77
78 dd {
79     margin-bottom: .5rem;
80     margin-left: 0;
81 }
82
83 blockquote {
84     margin: 0 0 1rem;
85 }
```