

Metoda stycznych (Newtona)

Kamil Górny, Wojciech Jachimowski, Mateusz Jendernal, Dominika Gługła

Spis treści

1	Wstęp	3
1.1	Opis implementacji algorytmu realizującego metodę	3
2	Działanie programu	4
3	Opis programu	5
3.1	Struktura programu	5
3.2	Wejście-wyjście	5
3.3	Kod programu	5
3.3.1	JavaScript	5
3.3.2	HTML	7
3.3.3	CSS - fragment	7

1 Wstęp

Treść zadania: „Napisz program, który rozwiązuje równanie: $-x^3 + x^2 + 5x - 1 = 0$ metodą stycznych (Newtona).

Dane wejściowe:

- a. Przybliżone rozwiązanie równania $\epsilon \in (0, 1)$

Dane wyjściowe:

- a. Dokładność rozwiązania x_k
- b. liczba wykonanych kroków ”

Wykorzystywana metoda numeryczna: metoda stycznych (Newtona).

Metoda stycznych (Newtona) pozwala zestymować z dowolnie wybranym przybliżeniem miejsca zerowe (współrzędna x punktów przecięcia z osią x) dowolnie wybranej funkcji znając jej pierwszą pochodną.

Znając funkcję f , która jest ciągła na odcinku $[a, b]$ i jej pochodna na podanym odcinku w żadnym miejscu nie jest równa 0. Ciąg Newtona dla równania funkcji f jest postaci:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \text{ gdzie } k \geq 0$$

Dzięki metodzie Newtona możemy zastąpić problem znalezienia miejsca zerowego funkcji na problem znalezienia miejsca zerowego stycznej do funkcji f w punkcie $(x_k, f(x_k))$. Miejscem zerowym możemy nazwać x_{k+1} które obliczamy ze wzoru podanego powyżej.

1.1 Opis implementacji algorytmu realizującego metodę

Implementacja algorytmu skupia się w dużej mierze na obliczeniu x_{k+1} z podanego powyżej wzoru. Narzędziem programistycznym do osiągnięcia tego celu jest pętla while, która działa do momentu osiągnięcia zadowalającego przybliżenia obliczając w każdym kroku x_{k+1} wykorzystując odpowiednio podaną funkcję i jej pochodną.

Przykład. $F(x) = -x^3 + x^2 + 5x - 1 = 0$. Po zastosowaniu algorytmu numerycznego otrzymujemy: $x_1 = -0.8990985048069007$, $x_2 = 0.1809082616579517$, $x_3 = 6.723381125892591$, gdzie x_i jest wyestymowanym miejscem zerowym.

2 Działanie programu

Przybliżone rozwiązywanie równań nieliniowych

Wielomian: $-x^3 + 6x^2 + 5x - 1 = 0$

Podaj dokładność rozwiązania $\varepsilon \in (0,1)$

Znaleziono rozwiązanie po: 812 krokach, przybliżone rozwiązanie to: 6.723381125892591

Rys. 1: Po podaniu dokładności z przedziału

5	wykonano	script.js:32
	$x_0 = -42$ $x_n = -0.8990985048069007$	script.js:22
22	wykonano	script.js:32
	$x_0 = -20$ $x_n = 0.1809082616579517$	script.js:22
14	wykonano	script.js:32
	$x_0 = -6$ $x_n = 6.723381125892591$	script.js:22
2	wykonano	script.js:32

Rys. 2: Wyniki: x_n , gdzie n to odpowiednio 1, 2, 3

Przybliżone rozwiązywanie równań nieliniowych

Wielomian: $-x^3 + 6x^2 + 5x - 1 = 0$

Podaj dokładność rozwiązania $\epsilon \in (0,1)$

Podaj właściwą dokładność

Rys. 2: Podanie dokładności spoza przedziału

3 Opis programu

3.1 Struktura programu

Program napisany jest w JavaScript, wykorzystuje HTML, CSS, Bootstrap. W celu realizowania zadania program wykorzystuje pętle, listy i funkcje. Program można wyświetlić w przeglądarce uruchamiając plik index.html. Można pobrać kod źródłowy z GitHuba: <https://github.com/projekt-zespolowy-rodeo/rownania-nieliniowe>.

3.2 Wejście-wyjście

Wejście programu to dokładność, z którą program ma wyestymować miejsca zerowe. Wyjściem natomiast są miejsca zerowe, które zostały wyestymowane metodą Newtona. Dane mogą zostać wprowadzone poprzez formularz przeglądarki. Aby przeciwdziałać wprowadzeniu nieprawidłowych danych nałożone zostało ograniczenie niepozwalające na wprowadzenie danych spoza danego przedziału. Dane dodawane i wyświetlane są po wciśnięciu przycisku "Oblicz". Miejsca zerowe wyświetlane są w konsoli przeglądarki.

3.3 Kod programu

3.3.1 JavaScript

```
1 let calculateButton = document.getElementById("calculate");
2
3 function newtonsMethod(func, derivative, epsilon){
```

```

4     let solution = document.getElementById("solution");
5     // let xn = x0;
6     let iterations = 0;
7     let przedzial = -5;
8     let counter = 20;
9     for(let i=-47; i<=przedzial; i++){
10        counter = 20;
11        let xn = i;
12        while(counter>0){
13            let f = func(xn);
14            let df = derivative(xn);
15            if(df == 0){
16                console.log("Zerowa pochodna, nie znaleziono
17                               rozwiązanie.");
18                break;
19            }
20            if (Math.abs(f) <= epsilon){
21                console.log("x0= "+i+" xn= "+xn);
22                solution.innerHTML = "Znaleziono rozwiązanie po: "+
23                               iterations+" krokach, przybliżone rozwiązanie
24                               to: "+xn;
25                break;
26            }
27            iterations+=1;
28            xn = xn - f/df;
29            counter--;
30        }
31        console.log("wykonano")
32    }
33 }
34 }
35
36 function func(x){
37     return (-1)*x**3+6*x**2+5*x-1;
38 }
39
40 function derivative(x){
41     return (-1)*3*x**2-12*x+5;
42 }
43
44 calculateButton.addEventListener("click", function(e){
45     e.preventDefault
46     let accuracy = document.getElementById("accuracy").value;
47     let solution = document.getElementById("solution");
48     if(accuracy==" " || accuracy<=0 || accuracy>=1){
49         solution.innerHTML = "Podaj właściwą dokładność"
50     }
51     else{
52         newtonsMethod(func, derivative, accuracy);
53     }
54 }
55
56 })

```

3.3.2 HTML

```
1 <!DOCTYPE html>
2 <html lang="en">
3 <head>
4   <meta charset="UTF-8">
5   <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-
6     scale=1.0">
7   <link rel="stylesheet" href="css/bootstrap.css">
8   <title>Przybliżone rozwiązywanie równań nieliniowych</title>
9 </head>
10 <body>
11   <nav class="navbar navbar-dark bg-dark">
12     <span class="navbar-text text-white mx-auto h2">
13       Przybliżone rozwiązywanie równań nieliniowych
14     </span>
15   </nav>
16
17   <div class="card mt-5 w-50 mx-auto">
18     <div class="card-header h4">
19       <div>Wielomian:  $-x^3 + 6x^2 + 5x - 1 = 0$ </div>
20       <br>
21       <div class="inline-block">
22         <form class="form-inline">
23           <div class="form-group">
24             <label for="accuracy">Podaj dokładność
25               rozwiązania  $\pm 0,1$ </label>
26             <input type="text" id="accuracy" class="form-
27               control mx-sm-3">
28             <button class="btn btn-outline-dark my-2 my-sm-0"
29               id="calculate" type="button">Oblicz</button>
30           </div>
31         </form>
32       </div>
33     </div>
34     <div class="card-body p-5">
35       <p class="text-center align-middle" id="solution">
36         Naciśnij przycisk aby uzyskać przybliżone
37         rozwiązywanie</p>
38     </div>
39   </div>
40 </body>
41 </html>
```

3.3.3 CSS - fragment

```
1 *,
2 *::before,
3 *::after {
4   box-sizing: border-box;
5 }
6
7 html {
```

```

8   font-family: sans-serif;
9   line-height: 1.15;
10  -webkit-text-size-adjust: 100%;
11  -webkit-tap-highlight-color: rgba(0, 0, 0, 0);
12 }
13
14 article, aside, figcaption, figure, footer, header, hgroup, main,
15     nav, section {
16     display: block;
17 }
18 body {
19     margin: 0;
20     font-family: -apple-system, BlinkMacSystemFont, "Segoe UI",
21         Roboto, "Helvetica Neue", Arial, "Noto Sans", sans-serif, "
22         Apple Color Emoji", "Segoe UI Emoji", "Segoe UI Symbol", "
23         Noto Color Emoji";
24     font-size: 1rem;
25     font-weight: 400;
26     line-height: 1.5;
27     color: #212529;
28     text-align: left;
29     background-color: #fff;
30 }
31
32 [tabindex="-1"]:focus:not(:focus-visible) {
33     outline: 0 !important;
34 }
35
36 hr {
37     box-sizing: content-box;
38     height: 0;
39     overflow: visible;
40 }
41
42 h1, h2, h3, h4, h5, h6 {
43     margin-top: 0;
44     margin-bottom: 0.5rem;
45 }
46
47 p {
48     margin-top: 0;
49     margin-bottom: 1rem;
50 }
51
52 abbr[title],
53 abbr[data-original-title] {
54     text-decoration: underline;
55     -webkit-text-decoration: underline dotted;
56     text-decoration: underline dotted;
57     cursor: help;
58     border-bottom: 0;
59     -webkit-text-decoration-skip-ink: none;
60     text-decoration-skip-ink: none;
61 }
62
63 address {

```



```
61     margin-bottom: 1rem;
62     font-style: normal;
63     line-height: inherit;
64 }
65
66 ol,
67 ul,
68 dl {
69     margin-top: 0;
70     margin-bottom: 1rem;
71 }
72
73 ol ol,
74 ul ul,
75 ol ul,
76 ul ol {
77     margin-bottom: 0;
78 }
```