



Bit Algo
START



Bit Algo START

Przed II kolokwium

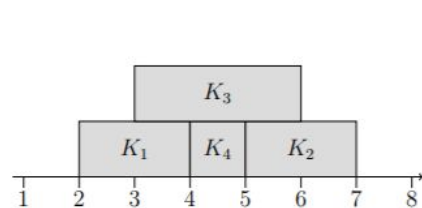


Zadanie 1: Spadające klocki (II kolokwium 2020)

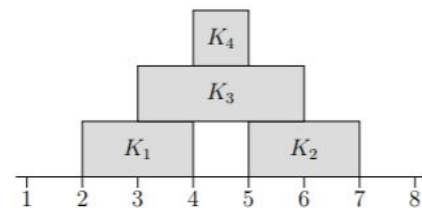
[2pkt.] **Zadanie 3.** Dany jest zbiór klocków $\mathcal{K} = \{K_1, \dots, K_n\}$. Każdy klocek K_i opisany jest jako jednostronnie domknięty przedział $(a_i, b_i]$, gdzie $a_i, b_i \in \mathbb{N}$, i ma wysokość 1 (należy założyć, że żadne dwa klocki nie zaczynają się w tym samym punkcie, czyli wartości a_i są parami różne). Klocki są zrzucane na oś liczbową w pewnej kolejności. Gdy tylko spadający klocek dotyka innego klocka (powierzchnią poziomą), to jest do niego trwale doczepiany i przestaje spadać. Kolejność spadania klocków jest *poprawna* jeśli każdy klocek albo w całości łąduje na osi liczbowej, albo w całości łąduje na innych klockach. Rozważmy przykładowy zbiór klocków $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, K_3, K_4\}$, gdzie:

$$K_1 = (2, 4], \quad K_2 = (5, 7], \quad K_3 = (3, 6], \quad K_4 = (4, 5].$$

Kolejność K_1, K_4, K_2, K_3 jest poprawna (choć są też inne poprawne kolejności) podczas gdy kolejność K_1, K_2, K_3, K_4 poprawna nie jest (K_3 nie leży w całości na innych klockach):



(a) Klocki po tym, jak spadały w poprawnej kolejności K_1, K_4, K_2, K_3 .



(b) Klocki po tym, jak spadały w niepoprawnej kolejności K_1, K_2, K_3, K_4 .

Proszę podać algorytm (bez implementacji), który sprawdza czy dla danego zbioru klocków istnieje poprawna kolejność spadania. Proszę uzasadnić poprawność algorytmu oraz oszacować jego złożoność. Proszę także odpowiedzieć na następujące pytanie:

Czy jeśli początki klocków nie muszą być parami różne to algorytm dalej działa poprawnie? Jeśli tak, proszę to uzasadnić. Jeśli nie, to proszę podać kontrprzykład.



Zadanie 2: Problem plecakowy, ale liczymy ilość sposobów

Złodziej włamuje się do sklepu z przedmiotami o wagach i cenach, będących liczbami naturalnymi dodatnimi. Chowa je do plecaka, w którym może unieść rzeczy o łącznej maksymalnej wadze W_{\max} . Tak, tak, znamy tę historię. Ale tym razem złodziejowi nie zależy na tym, by ukraść artykuły o najwyższej możliwej łącznej cenie. Interesuje go za to, na ile sposobów może wybrać przedmioty, aby ich łączna cena była równa co najmniej C_{\min} oraz aby ich łączna waga nie przekraczała W_{\max} .



Zadanie 3: Żeglarz Henryk

Żeglarz Henryk mieszka na wysepce pewnego archipelagu. Wszystkie wyspy w tym archipelagu są tak małe, że można je reprezentować jako punkty w przestrzeni R^2 . Pozycje wszystkich wysp dane są jako ciąg $W = ((x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$.

Henryk mieszka na wyspie (x_1, y_1) , ale chce się przeprowadzić na wyspę (x_n, y_n) . Normalnie, każdego dnia może przepłynąć na wyspę znajdującą się w odległości najwyżej Z (w sensie standardowej odległości euklidesowej), ale może także każdego dnia przepłynąć odległość do $2Z$, pod warunkiem, że cały następny dzień będzie odpoczywał. Henryk musi zawsze nocować na jakiejś wyspie. Proszę zaproponować (bez implementacji) wielomianowy algorytm, który oblicza ile minimalnie dni Henryk potrzebuje, żeby dostać się na swoją docelową wyspę (lub stwierdza, że to niemożliwe).



Zadanie 4: Sasza i matrioszki

Sasza kolekcjonuje rosyjskie lalki - matrioszki. Każda z nich ma określoną wysokość X i szerokość Y , dane liczbami naturalnymi dodatnimi. Jedną matrioszkę można włożyć do drugiej, jeżeli ma od niej mniejszą zarówno wysokość, jak i szerokość.

Sasza zastanawia się, jaki jest najdłuższy ciąg matrioszek, które może powkładać w siebie po kolei. Pomóż mu znaleźć odpowiedź na to pytanie.





Zadanie 5: Opieka nad dzieckiem

Cersei i Jaime mają 3 - letniego syna. Przygotowali listę N aktywności podanych jako pary, reprezentujące czas rozpoczęcia i zakończenia danej aktywności. Zaimplementuj algorytm, który przyporządkuje każdej aktywności literę C lub J, oznaczającą, że daną aktywność z synem wykona odpowiednio Cersei lub Jaime, w taki sposób, że żaden rodzic nie wykonuje pokrywających się czasowo aktywności. Jeżeli takie przyporządkowanie nie istnieje, to algorytm zwraca “IMPOSSIBLE”, a jeśli istnieje, to zwraca odpowiedniego stringa.

Przykładowo: (99, 150), (1, 100), (100, 301), (2,5), (150, 250) - odpowiedź to JCCJJ (lub CJJCC).



Zadanie 6: Pakowanie bagaży

Wyjeżdżacie ze znajomymi na wakacje. Macie dwa samochody i N bagaży o łącznej wadze W . Waga każdego z bagaży jest liczbą naturalną dodatnią. Czy jesteście w stanie tak je zapakować, aby w obu samochodach były bagaże o tej samej łącznej wadze?



Bit Algo
START