

แบบฝึกทักษะเล่มที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม



สันต์ เกษมทรัพย์

โรงเรียนสิดาวิทยา

อำเภอสีดา จังหวัดนครราชสีมา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 6

คำนำ

แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม เล่มนี้ได้จัดทำโดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนมีความรู้ และมีทักษะในเรื่องการหาค่า ฟังก์ชันลอการิทึม ภายในแบบฝึกทักษะมีรายละเอียดเกี่ยวกับสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึมจากตารางลอการิทึม สมบัติที่สำคัญของลอการิทึม สมการลอการิทึม การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม

ผู้เขียนขอขอบคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนสีดาวิทยา นายสหชัย สาสวน และขอขอบคุณรองผู้อำนวยการโรงเรียนสีดาวิทยาทุกท่าน อาจารย์เกริก และอาจารย์จินตนา ท่วมกลาง วิทยากรผู้ให้การอบรมการทำผลงาน อาจารย์สำราญ ไพราม ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนบัวใหญ่ อาจารย์จำเนียร พลละศิลา ครูชำนาญการโรงเรียนบัวใหญ่ นางสาวประทุมวัน คอมโงสง ศึกษาานิเทศก์สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมาเขต 6 นางสาวกุลจิรา สวัสดิ์ หัวหน้ากลุ่มสาระคณิตศาสตร์ นางมลวิทย์ จำปาทอง นายอำนาจ นาดิ นางสาวอ้อย คำภู นางนงนภัส ดาราย นายสมศักดิ์ อ่อนอยู่ และเพื่อนครูทุกท่านที่ให้การชี้แนะ นักเรียนทุกคนที่มีส่วนร่วมให้แบบฝึกทักษะนี้สำเร็จ

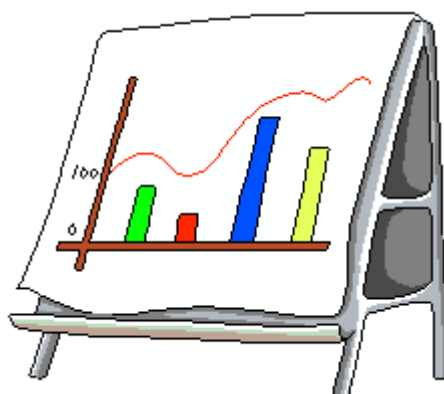
สันต์ เกษมทรัพย์

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
1. คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ.....	4
2. สารสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรม.....	5
3. แบบทดสอบก่อนเรียน.....	6
4. เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	7
5. ใบความรู้	9
6. กิจกรรมที่ 1	12
7. เฉลยกิจกรรมที่ 1	13
8. กิจกรรมที่ 2	14
9. เฉลยกิจกรรมที่ 2	15
10. กิจกรรมที่ 3	16
11. เฉลยกิจกรรมที่ 3	17
12. แบบทดสอบหลังเรียน	18
13. เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	20
14. บรรณานุกรม	21

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ

1. ควรผ่านการเรียนเรื่องนี้มาแล้ว จึงนำแบบฝึกทักษะมาใช้จึงจะได้ผลดี
2. แบบฝึกทักษะนี้ใช้เวลาในการเรียนประมาณ 1 ชั่วโมง
3. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ทราบว่าเมื่อเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งใดบ้าง
4. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน โดยใช้กระดาษคำตอบ โดยหามนักเรียนดูเฉลยก่อน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วจึงค่อยตรวจตามเฉลย
5. ศึกษาใบความรู้ให้เข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรมและทำแบบทดสอบหลังเรียน
6. ฝึกปฏิบัติตามกิจกรรมแล้วตรวจตามเฉลย ถ้าทำได้น้อยกว่า 8 ข้อ ให้กลับไปทบทวนใหม่
7. ทำแบบทดสอบหลังเรียน ตรวจให้คะแนนตนเองตามเฉลย ถ้าได้ต่ำกว่า 80 % ให้กลับไปทำกิจกรรมอีกครั้ง



แบบฝึกทักษะ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

ดูดี ๆ นะ



สาระสำคัญ

ค่าของฟังก์ชันลอการิทึมมีอยู่ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นเลขจำนวนเต็มเรียกว่า แคลแรกเทอร์ิสติก (characteristic) และส่วนที่เป็นทศนิยม เรียกว่า แมนทิสซา (mantissa) ซึ่งอาจเรียกว่า $\log N_0$ มีมากกว่า หรือ

เท่ากับศูนย์ แต่น้อยกว่า 1 โดยประมาณของ $\log N_0$ จะหาได้จากตารางลอการิทึม

การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึมอีกวิธีหนึ่ง คือ ใช้สมบัติของลอการิทึม

ผลการเรียนที่คาดหวัง

- ใช้สมบัติของลอการิทึมสามัญแก้ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรม

1. หาค่าของลอการิทึมโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
2. หาค่าของลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานลอการิทึมได้
3. หาค่าลอการิทึมจากตารางลอการิทึมได้

เข้าใจไหมเล่า นักเรียน



แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสีดาวิทยา รหัสวิชา ค42201

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มี 10 ข้อ เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

จงเลือกข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วกากบาท (X) ทับวงเล็บตรงกับข้อนั้น ๆ ในกระดาษคำตอบ

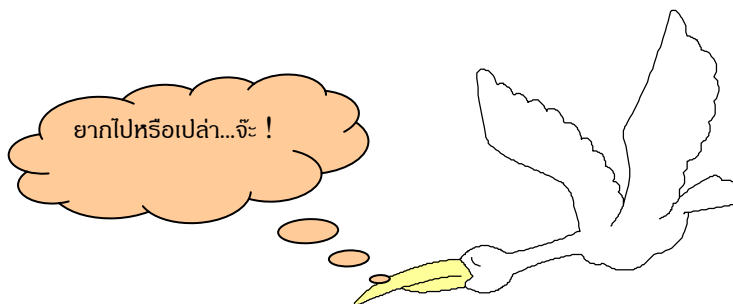
<p>1. ข้อใดคือค่าของ x จากสมการ $\log_x 49 = 2$</p> <p>ก. 2</p> <p>ข. 4</p> <p>ค. 5</p> <p>ง. 7</p> <p>2. ข้อใดคือค่าของ $\log_4(\log_3 3^4)$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 3</p> <p>ง. 4</p> <p>3. ค่าของ $\log_3 1$ เท่ากับข้อใด</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p> <p>4. ค่าของ $\log_3 3$ เท่ากับข้อใด</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p>	<p>5. ข้อใดคือค่าของ $\log 2 + \log 50$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p> <p>6. ข้อใดคือค่าของ $\log_6 3 + \log_6 24 - \log_6 2$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p> <p>7. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $3^{\log_3 7}$</p> <p>ก. 7</p> <p>ข. 3</p> <p>ค. 1</p> <p>ง. 0</p> <p>8. ข้อใดคือค่าของ $\log_{8^3} 8^2$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. $\frac{1}{2}$</p> <p>ง. $\frac{2}{3}$</p>
--	---

9. กำหนด $\log 8.32 = 0.9201$ ข้อใดคือค่าของ $\log 0.00832$

- ก. 1.0799
- ข. 0.0799
- ค. -1.0799
- ง. -2.0799

10. กำหนด $\log 2.56 = 0.4082$ และ $\log N = 2.4082$ ข้อใดคือค่าของ N

- ก. 2.56
- ข. 256
- ค. 2,560
- ง. 25,600



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

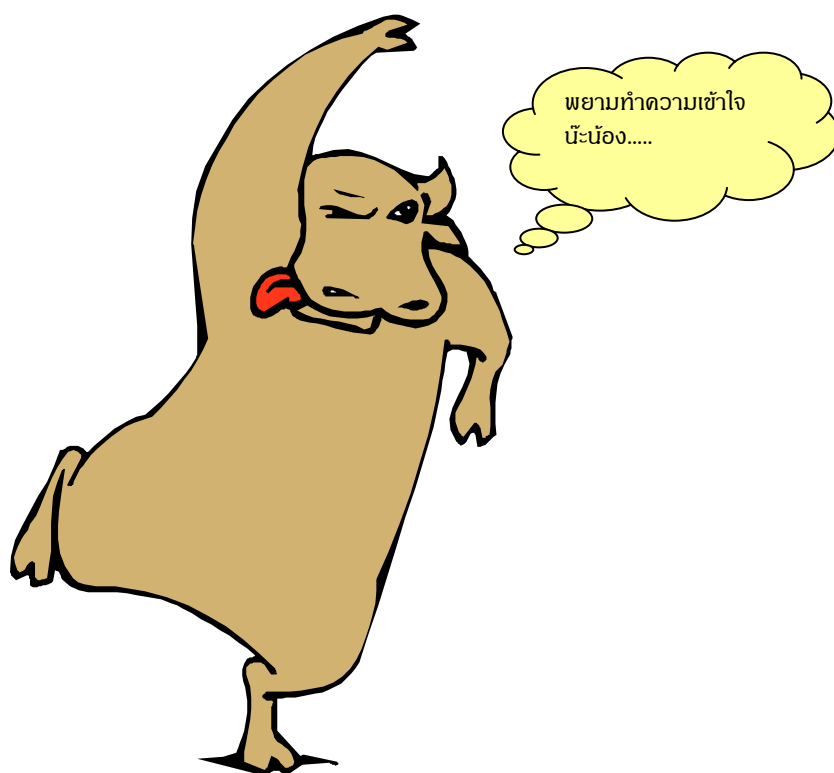
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสิดาวิทยา รหัสวิชา ค42201

เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

1. ง 2. ข 3. ก 4. ข 5. ก

6. ก 7. ก 8. ง 9. ง 10. ข



ใบความรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม

1. ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชัน 1-1 จากเซตของจำนวนจริงบวกไปบนเซตของจำนวนจริง
2. $\log_a m.n = \log_a m + \log_a n$ เช่น $\log_7 54 = \log_7 (6 \times 9) = \log_7 6 + \log_7 9$
3. $\log_a \left(\frac{m}{n} \right) = \log_a m - \log_a n$ เช่น $\log_5 \left(\frac{7}{8} \right) = \log_5 7 - \log_5 8$
4. $\log_a m^r = r \log_a m$ เช่น $\log_5 x^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \log_5 x$
5. $\log_{a^A} m^B = \frac{B}{A} \log_a m$ เช่น $\log_{7^3} 2^5 = \frac{5}{3} \log_7 2$



6. $\log_a a = 1$ เช่น $\log_2 2 = 1$

7. $\log_a 1 = 0$ เช่น $\log_2 1 = 0$

8. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ เมื่อ $b \in \mathbb{R}^+$ และ $b \neq 1$ และ $x \in \mathbb{R}^+$ (เรียกว่าการเปลี่ยนฐาน log.) เช่น

$$\log_5 2 = \frac{\log_7 2}{\log_7 5}, \log_y x^2 = \frac{\log_5 x^2}{\log_5 y} \text{ เป็นต้น}$$

9. $a^{\log_a b} = b$ เช่น $3^{\log_3 7} = 7^{\log_3 3} = 7, 25^{\log_5 3} = 3^{\log_5 25} = 3^{\log_5 5^2} = 3^{2 \log_5 5} = 9$

10. ลอการิทึมธรรมชาติเขียนแทนด้วย \ln เช่น $\ln a = \log_e a$, $\ln 5 = \log_e 5$, $\ln 7 = \log_e 7$

$\ln e = \log_e e = 1$ (e มีค่าประมาณ 2.718)

11. \log ที่ไม่เขียนฐานหมายถึง \log ฐานสิบ เช่น $\log 7 = \log_{10} 7$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\log_8 4$

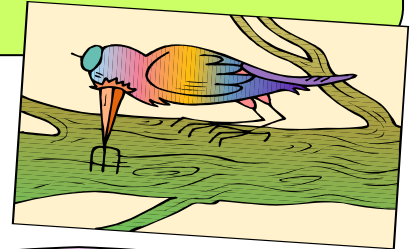
วิธีทำ ให้ $y = \log_8 4$

$$\text{ดังนั้น } 8^y = 4 \quad \Rightarrow \quad (2^3)^y = 2^2$$

$$2^{3y} = 2^2 \quad \Rightarrow \quad \text{จะได้ว่า } 3y = 2 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } \log_8 4 = \frac{2}{3}$$

เจาะเข้าไป
เรื่อยๆ



ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $\log_{\frac{1}{27}} 81$

วิธีทำ ให้ $y = \log_{\frac{1}{27}} 81$

$$\left(\frac{1}{27}\right)^y = 81 \quad \Rightarrow \quad (3^{-3})^y = 3^4 \quad \Rightarrow \quad 3^{-3y} = 3^4$$

$$\text{จะได้ว่า } -3y = 4 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{4}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } \log_{\frac{1}{27}} 81 = -\frac{4}{3}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ 1) $\log_5 125$ 2)

$$\log_2 \frac{1}{128} \quad 3)$$

$$\log_3 3\sqrt{3}$$

วิธีทำ 1) $\log_5 125 = \log_5 5^3$

$$= 3\log_5 5$$

$$= 3$$

$$2) \log_2 \frac{1}{128} = \log_2 \frac{1}{2^7}$$

$$= \log_2 2^{-7}$$

$$= -7\log_2 2$$

$$= -7$$

$$3) \log_3 3\sqrt{3} = \log_3 3^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3}{2}\log_3 3$$

$$= \frac{3}{2}$$



การเปลี่ยนฐาน

$$\begin{aligned} \log_9 7 &= \frac{\log 7}{\log 9} \\ &= \frac{0.8451}{0.9542} \\ &\approx 0.886 \end{aligned}$$

ค่าของลอการิทึมจากตารางลอการิทึม

จงหาค่า $\log 5760$, $\log 0.576$ กำหนด $\log 5.760 = 0.7604$

$$\log 5760 = \log (5.76 \times 10^3)$$

$$= \log 5.76 + \log 10^3$$

$$= 0.7604 + 3$$

$$= 3.7604$$

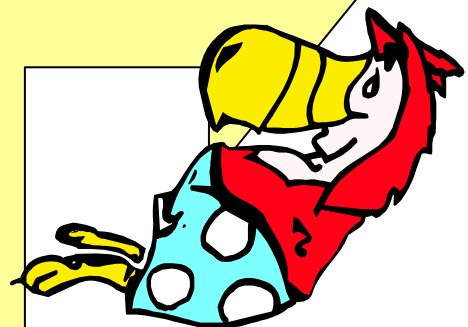
$$\log 0.576 = \log (5.76 \times 10^{-1})$$

$$= \log 5.76 + \log 10^{-1}$$

$$= 0.7604 - 1$$

$$= -0.2396$$

จำให้ขึ้นใจไว้
เชียว หน้า....



กิจกรรมที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง จงหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึมต่อไปนี้

ให้นักเรียนทำกิจกรรมลงในกระดาษคำตอบ ห้ามเขียนลงในแบบฝึกนี้

ตัวอย่าง 0. $\log 10^2 = \dots\dots\dots (2\log 10 = 2) \dots\dots\dots$

1. $\log 10 = \dots\dots\dots$
2. $\log_a 1 = \dots\dots\dots$
3. $\log_5 5 = \dots\dots\dots$
4. $\log_5 25 = \dots\dots\dots$
5. $\log_7 49 = \dots\dots\dots$

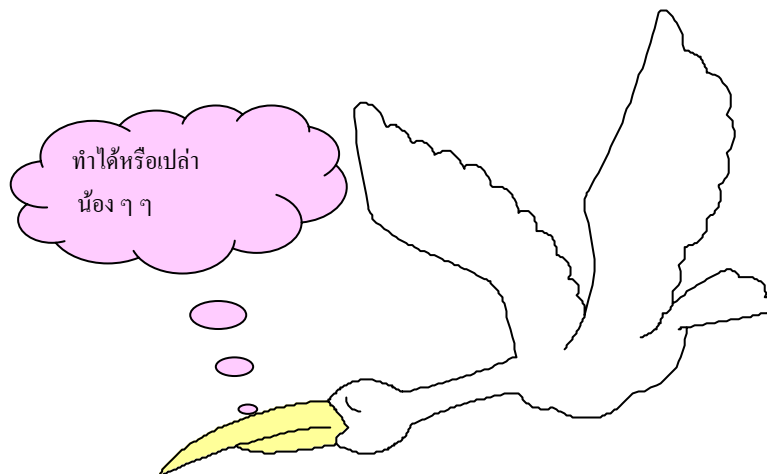
6. $\log_6 3 + \log_6 12 = \dots\dots\dots$
7. $\log 4 + \log 25 = \dots\dots\dots$
8. $\log_6 4 + \log_6 18 - \log_6 2 = \dots\dots\dots$
9. $4^{\log_4 9} = \dots\dots\dots$
10. $\log_{7^3} 7^2 = \dots\dots\dots$

พยายามทำให้ได้นะจ๊ะ....
น้อง ๆ



เฉลยกิจกรรมที่ 1

1. 1
2. 0
3. 1
4. 2
5. 2
6. 2
7. 2
8. 2
9. 9
10. $\frac{2}{3}$



กิจกรรมที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

Log N=?

คำชี้แจง จงจับคู่ โดยนำหัวข้อทางขวามือมาใส่หน้าข้อทางซ้ายมือ

ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ ห้ามเขียนลงในแบบฝึกนี้

ตัวอย่างส.....0. $\log 10^{10}$

ส. 10

.....1. $\log_6 36$

.....2. $\log_5 1$

.....3. $\log_4 4$

.....4. $3^{\log_3 5}$

.....5. $\log 20 + \log 50$

.....6. $\log_3 81$

.....7. $\log_{3^4} 3$

.....8. $2^{\log_2 6}$

.....9. $\log_9 3$

.....10. $\ln 7$

ก. 6

ข. 4

ฅ. $\frac{1}{4}$

ค. 3

ด. 1

ฉ. 5

ง. 2

จ. 0

ฉ. $\log_e 7$

ช. $\frac{1}{2}$

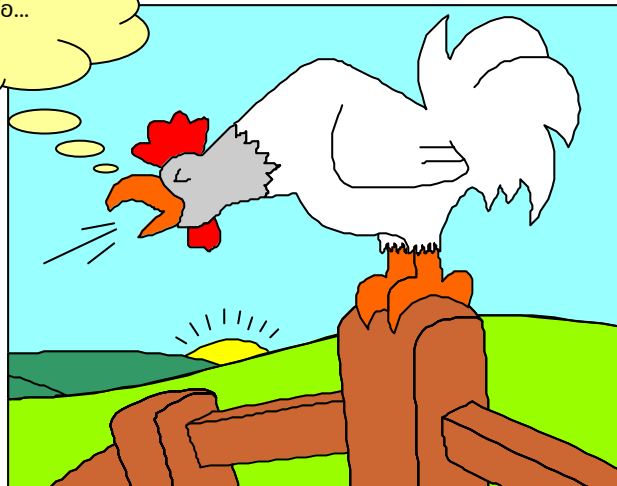


ฟังธง....ถูกต้องแล้วครับ..

เฉลยกิจกรรมที่ 2

1. ง
2. จ
3. ค
4. ฅ
5. ก
6. ข
7. ฅ
8. ก
9. ฅ
10. ฅ

ถูกที่ข้อรับ.....โชดดีเต้อ...



กิจกรรมที่ 3

แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาค่าของลอการิทึม
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่เห็นว่าถูก และใส่เครื่องหมาย × หน้าข้อที่เห็นว่าผิด
ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ ห้ามเขียนลงในแบบฝึกนี้
ตัวอย่าง ✓0. $\log 0 = 1$ (เพราะ $10^0 = 1$)

-1. $\log_a 1 = 0$
-2. $\log_a a = 1$
-3. $\log_3 9 = 3$
-4. $\log_5 25 = 5$
-5. $\log_a AB = \log_a A + \log_a B$

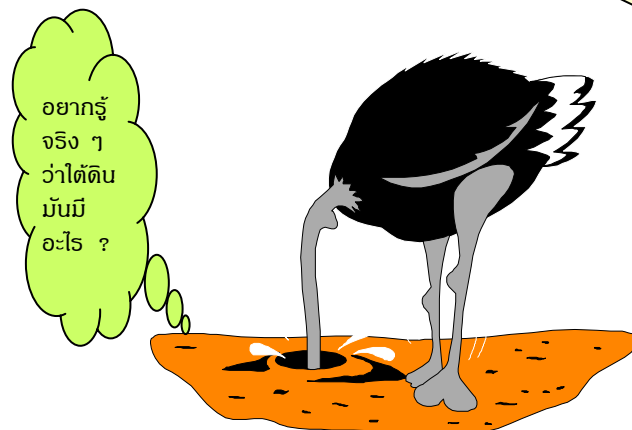
-6. $\log_a \frac{C}{D} = \log_a C - \log_a D$
-7. $\log_a \frac{AB}{C} = \log_a A + \log_a B - \log_a C$
-8. $a^{\log_2 a} = 2$
-9. กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$ และ $\log N = 3.7566$ แล้ว $N = 571$
-10. ถ้า $\log 2 = 0.3010$ แล้ว $\log 3.2 = 1.5050$

อยากกินข้อผิด...อี ๆ



เฉลยกิจกรรมที่ 3

1. ถูก เพราะ $a^0 = 1$
2. ถูก เพราะ $a = a$
3. ผิด เพราะ $9 = 3^2$ ฉะนั้น $\log_3 9 = 2$
4. ผิด เพราะ $25 = 5^2$ ฉะนั้น $\log_5 25 = 2$
5. ถูก
6. ถูก
7. ถูก
8. ผิด เพราะ $a^{\log_2 a} = x, \log_2 a = \log_a x$
9. ผิด เพราะ $\log N = 3.7566 = 0.7566 + 3 = \log 5.71 + \log 10^3 = \log (5.71 \times 10^3)$
 $N = 5710$
10. ผิด เพราะ $\log 3.2 = \log (32 \times 10^{-1}) = \log 32 + \log 10^{-1}$
 $= \log 2^5 + (-1) = 5 \log 2 - 1$
 $= 5(0.3010) - 1 = 0.5050$



แบบทดสอบหลังเรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสีดาวิทยา รหัสวิชา ค42201

เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มี 10 ข้อ เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

จงเลือกข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วกากบาท (X) ทับวงเล็บตรงกับข้อนั้น ๆ ในกระดาษคำตอบ

<p>1. ข้อใดคือค่าของ $\log_{8^3} 8^2$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. $\frac{1}{2}$</p> <p>ง. $\frac{2}{3}$</p> <p>2. ค่าของ $\log_3 3$ เท่ากับข้อใด</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p> <p>3. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $3^{\log_3 7}$</p> <p>ก. 7</p> <p>ข. 3</p> <p>ค. 1</p> <p>ง. 0</p> <p>4. กำหนด $\log 8.32 = 0.9201$ ข้อใดคือค่าของ $\log 0.00832$</p> <p>ก. 1.0799</p> <p>ข. 0.0799</p> <p>ค. -1.0799</p> <p>ง. -2.0799</p>	<p>5. ข้อใดคือค่าของ x จากสมการ $\log_x 49 = 2$</p> <p>ก. 2</p> <p>ข. 4</p> <p>ค. 5</p> <p>ง. 7</p> <p>6. กำหนด $\log 2.56 = 0.4082$ และ $\log N = 2.4082$ ข้อใดคือค่าของ N</p> <p>ก. 2.56</p> <p>ข. 256</p> <p>ค. 2,560</p> <p>ง. 25,600</p> <p>7. ข้อใดคือค่าของ $\log_4 (\log_3 3^4)$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 3</p> <p>ง. 4</p> <p>8. ข้อใดคือค่าของ $\log_6 3 + \log_6 24 - \log_6 2$</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p>
---	--

9. ค่าของ $\log_3 1$ เท่ากับข้อใด ?

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3

10. ข้อใดคือค่าของ $\log 2 + \log 50$?

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3

ประกาศผลการสอบ...
 มีนักเรียนสอบได้.....คน
 นักเรียนสอบครึ่งได้มี.....คน
 นักเรียนสอบเกือบได้มี.....คน
 นักเรียนไม่ได้สอบมี.....คน
 มีนักเรียนเข้าสอบติดเป็น...%



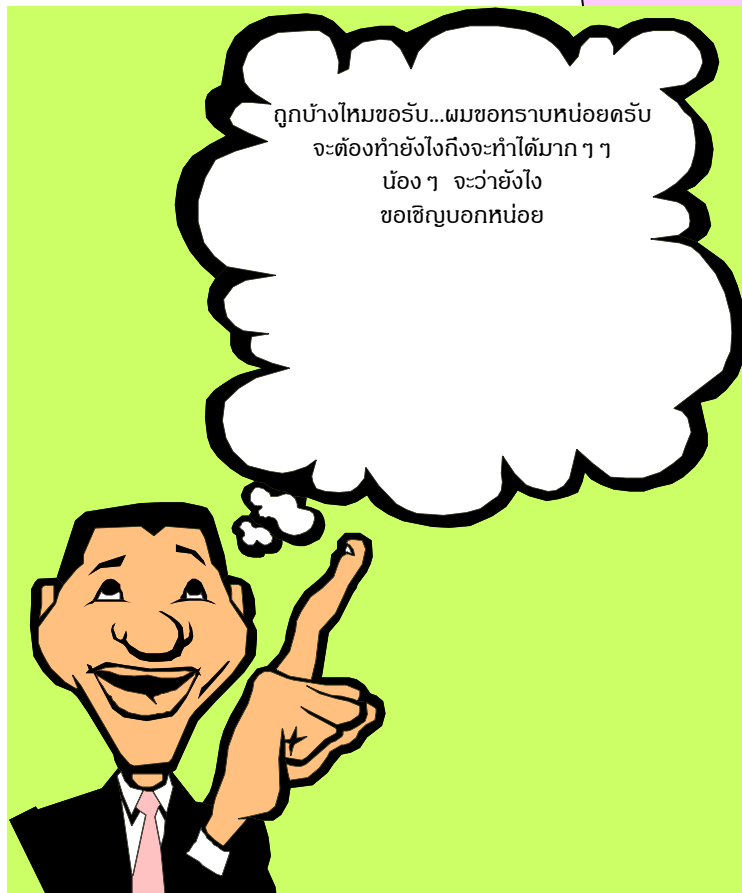
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันลอการิทึม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสีดาวิทยา รหัสวิชา ค42201

1. ง 2. ข 3. ก 4. ง 5. ง

6. ข 7. ข 8. ค 9. ก 10. ค



บรรณานุกรม

- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว, 2548.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้น มัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2545.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 013 ชั้น มัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 11. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2543.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 ชั้น มัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2545.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 3 สำหรับ นักเรียน โครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2538.
- Anton Howard. Multivariable Calculus. New York, Anton Textbook, Inc, 1992.
- Micheal Sullivan. Precalculus. 3rd edition. Prentice-Hall, Inc. USA, 1993.
- Stewart J., Redlin L., Watson S Precalculus : Mathematics for Calculus. Brooks/Cole Thomson Learning, Australia, 2002.
