

LA2-ZP

$a = ?$

$$x^3 + 2x^2 + ax + 2 \in \langle x^3 + 2x^2 + 3x + 4, 2x^3 + x^2 + 4x + 2, x^2 + x \rangle \subset \mathbb{R}$$

(Teil) Bestimme, welche Koeffizienten L, α, β, γ die Identität $P(x) = L \cdot (x^3 + 2x^2 + 3x + 4) + \alpha \cdot (2x^3 + x^2 + 4x + 2) + \beta \cdot (x^2 + x)$ erfüllen.

$$(x^3 + 2x^2 + ax + 2) = L \cdot (x^3 + 2x^2 + 3x + 4) + \alpha \cdot (2x^3 + x^2 + 4x + 2) + \beta \cdot (x^2 + x)$$

$$(x^3 + 2x^2 + ax + 2) = Lx^3 + 2Lx^2 + 3Lx + 4L + \alpha(2x^3 + x^2 + 4x + 2) + \beta(x^2 + x)$$

$$(x^3 + 2x^2 + ax + 2) = (L + 2\alpha)x^3 + (2L + \alpha + \beta)x^2 + (3L + 4\alpha + \beta)x + (4L + 2\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} 1 &= L + 2\alpha \\ 2 &= 2L + \alpha + \beta \\ a &= 3L + 4\alpha + \beta \\ 2 &= 4L + 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 \\ 2 & 1 & 1 & | & 2 \\ 3 & 4 & 1 & | & a \\ 4 & 2 & 0 & | & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -3 & 1 & | & 0 \\ 0 & -2 & 1 & | & a-3 \\ 0 & -6 & 0 & | & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -3 & 1 & | & 0 \\ 0 & -2 & 1 & | & a-3 \\ 0 & -6 & 0 & | & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -3 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3a-4 \\ 0 & 0 & -2 & | & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -3 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3a-4 \\ 0 & 0 & 0 & | & -2+6a-18=0 \end{pmatrix}$$

mod $a \in \left\{ \frac{10}{3} \right\}$

$$\begin{aligned} 6a &= 20 \\ a &= \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Lösung zu LA2, alle reellen a sind möglich. $P(x)$ ist reellwertig für alle $x \in \mathbb{R}$.