

**Задания для самостоятельного решения.**  
**Пояснения к решению задач в конце файла.**

1. Даны формулы логики высказываний. Проверить, выполнимы ли они, являются ли противоречиями или тавтологиями (доказать):

$$a (a \vee b \rightarrow b) \rightarrow b;$$

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q;$$

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q;$$

$$((p \rightarrow q) \wedge \bar{q}) \rightarrow \bar{p};$$

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r);$$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p);$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow (q \wedge p));$$

$$(p \wedge (q \rightarrow p) \rightarrow \bar{p});$$

$$((p \wedge \bar{q}) \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q);$$

$$(\bar{q} \rightarrow \bar{p}) \rightarrow ((\bar{q} \rightarrow p) \rightarrow q);$$

$$(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r));$$

$$a \rightarrow a \vee b;$$

$$a \rightarrow \bar{a};$$

$$(a \rightarrow b) \rightarrow (\bar{b} \rightarrow \bar{a}).$$

2. Доказать, используя правила вывода:

1) «Если я завтра пойду на первую лекцию, то должен буду встать рано. А если я пойду вечером на дискотеку, то лягу поздно. Если я лягу поздно, а встану рано, то я вынужден буду довольствоваться только пятью часами сна. Но я просто не в состоянии обойтись пятью часами сна. Следовательно, я должен или пропустить завтра первую лекцию или не ходить на дискотеку»;

2) «Если курс математики интересен, то он полезен. Курс математики бесполезен или нетруден. Курс математики труден. Следовательно, этот курс неинтересен».

3. Исследовать системы высказываний на противоречивость, используя правила вывода:

$$1) A \rightarrow C, \bar{C} \vee D, \bar{A} \rightarrow D, \bar{D};$$

$$2) A \rightarrow \neg(BC), D \vee E \rightarrow G, G \rightarrow \neg(H \vee I), \bar{C} E H.$$

4. Вывести заключения с указанием используемых законов (тождеств логики высказываний):

$$\frac{p \rightarrow q, r \rightarrow \bar{s}, q \rightarrow r, s \vee \bar{q}}{\bar{p}};$$

$$\frac{\bar{a}, b \rightarrow \bar{c}, \bar{a} \rightarrow b, d \rightarrow c}{\bar{d}};$$

### Пояснения к заданиям.

1. Проверка на выполнимость формулы может быть сделана при помощи составления таблицы истинности.

Пример:

$$a (a \vee b \rightarrow b) \rightarrow b;$$

Для начала определяем порядок выполнения операций. Чтобы это было проще сделать, можно воспользоваться скобками:

$$\begin{matrix} & 3 & & 1 & & 2 & & 4 \\ (a \wedge ((a \vee b) \rightarrow b)) \rightarrow b \end{matrix}$$

Теперь составим таблицу для всех возможных значений переменных, входящих в формулу. В данном случае у нас всего две переменные:  $a$  и  $b$ . Таким образом, возможных вариантов значений будет 4. Это определяется при помощи возведения двойки в степень числа переменных в формуле. В первых двух столбцах будут располагаться переменные и их всевозможные значения, в последующих – значение формулы на каждом шаге в зависимости от значений переменных или предыдущих шагов.

$a$	$b$	$a \vee b$	$a \vee b \rightarrow b$	$a (a \vee b \rightarrow b)$	$a (a \vee b \rightarrow b) \rightarrow b$
$и$	$и$	$и$	$и$	$и$	$и$
$и$	$л$	$и$	$л$	$л$	$и$
$л$	$и$	$и$	$и$	$и$	$и$
$л$	$л$	$л$	$и$	$и$	$и$

В последнем столбце таблицы получаем значение всей формулы при всех возможных значениях переменных. Т.к. все они истинны, то формула является тавтологией и выполнима, т.к. тавтология является выполнимой формулой. (Противоречие - если везде ложь.)

2. Решить, используя правила логического вывода.  
Если курс физики неинтересен, то он полезен. Курс физики бесполезен или нетруден. Курс физики труден. Следовательно,

этот курс интересен.

Выделим простые высказывания, фигурирующие в утверждении:

через  $p$  обозначим высказывание «курс физики интересен»;

через  $q$  – «курс физики полезен»;

через  $s$  – «курс физики труден».

Гипотезы:

1.  $\bar{p} \rightarrow q$ .

2.  $\bar{q} \vee \bar{s}$ .

3.  $s$

Заключение:  $p$ .

ДАТА

$$\frac{\bar{p} \rightarrow q, \bar{q} \vee \bar{s}, s}{p}$$

Решение:

$\bar{q} \vee \bar{s}$  заменим на  $q \rightarrow \bar{s}$ ,  
применив равносильность 12 (импликация)

$$\frac{\bar{p} \rightarrow q, q \rightarrow \bar{s}}{\bar{p} \rightarrow \bar{s}} \quad \text{закон симплизми}$$

$\bar{p} \rightarrow \bar{s}$  заменим на  $s \rightarrow p$ ,  
применив равносильность 14 (контрпозиция).

$$\frac{s, s \rightarrow p}{p} \quad \text{modus ponens} \quad \square$$

3. 4. Решаются таким же образом, как задача 2, т.е. с использованием равносильностей, приведенных в методичке выше и законов логического вывода.