Вариант 1: КР№1

Протасеня
951002

№1: $f(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

Табличная форма:

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

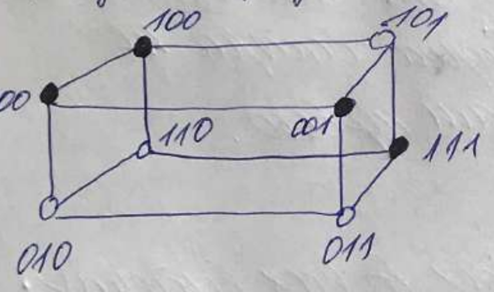
Матричная форма

x	y	z
0	0	0
0	0	1
1	0	0
1	1	1

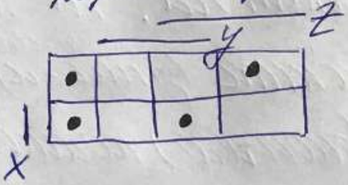
Векторный вид:

$f(x,y,z) = 11001001$

в виде гиперкуба:



Карта Карно: (n=3)



№2: 1) $\begin{array}{c} 110000 \\ >===<= \\ 010010 \end{array}$ Векторы несравнимы, т.к. отличаются в разные стороны. Ортогональны по 2-м компонентам (1 и 5). Т.к. векторы ортогональны по нескольким компонентам, то они явл. не смежными, не находятся в состоянии соседства.

2) $\begin{array}{c} 011011 \\ ==>=== \\ 010011 \end{array}$ Первый вектор больше второго. Векторы ортогональны по 3-й компоненте (ort). => Т.к. векторы ортогональны только по одной компоненте => они смежны – по 3-й компоненте (adj_3). Т.к. векторы смежны по одной компоненте, и ост. компоненты равны => они нах. в отношении соседства по 3-й компоненте (nei_3).

№3: 1) 1–00_1–1
1_0011_0

Векторы не равны. Ортогональны по 8-й компоненте (от≠). Векторы не пересекаются т.к. ортогональны. Не находятся в отношении поглощения т.к. все левые компоненты первого вектора, значения которых отличны от „–" не совпадают с соотв. компонентами второго вектора. Векторы ортогональны по одной компоненте => они смежны по 8-й компоненте (adj8); Они не нах. в отношении соседства, т.к. все остальные знач-я компонент не равны.

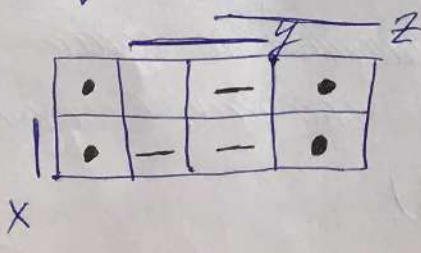
2) 00–0–1–1
––0011––

Векторы не равны. Не ортогональны, а значит не соседние и не смежные; Пересекаются. Не нах. в отн. поглощения т.к. неопределённые (знач-я компоненты) второго вектора не соотв. неопр. (значения) компонентам первого.

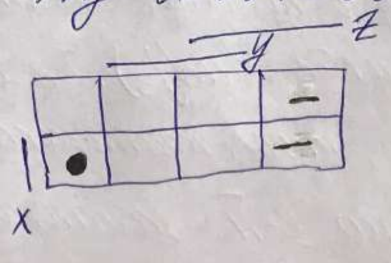
№4: A={1100, 1000, 1010, 1110
Выделим одинаковые компоненты во всех векторах: в данном случае это компоненты = 1,0 (первая и четвёртая) => Получаем вектор 1––0 => Образуют интервал т.к. у них совпадают 1-я и 4-я компоненты

№5. $f(x,y,z)=1\_0011\_0$
$g(x,y,z)=010\_1\_0\_$

$f \vee g = 110\_11\_\_$



$f \wedge g = 0\_001\_00$



№6: $f(x,y,z) = 10001101$

$x\ y\ z$	f		
0 0 0	1	1	1
0 0 1	0	z	1
0 1 0	0	y	1
0 1 1	0	yz	1
1 0 0	1	x	0
1 0 1	1	xz	1
1 1 0	0	xy	0
1 1 1	1	xyz	0

10001101
1001011
101110
11001
0101
111
00
0

Полином Жегалкина: $f(x,y,z) = 1 \oplus z \oplus y \oplus yz \oplus xz$

№7. $f(x,y,z) = 10101101$

Дизъюнктивное разл. по x;

Сначала запишем ф-ию исходя из булевого вектора.

$x\ y\ z$	$f(x,y,z)$	СДНФ
0 0 0	1	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$
0 0 1	0	
0 1 0	1	$\bar{x}y\bar{z}$
0 1 1	0	
1 0 0	1	$x\bar{y}\bar{z}$
1 0 1	1	$x\bar{y}z$
1 1 0	0	
1 1 1	1	xyz

$f(x,y,z) = \bar{x}(f:\bar{x}) \vee x(f:x)$ - общий случай

$x=0 \Rightarrow (f:\bar{x})$

$(f:\bar{x}) = 1\wedge\bar{y}\bar{z} \vee 1\wedge y\bar{z} \vee 0\wedge\bar{y}z \vee 0\wedge\bar{y}z \vee$
$\vee 0\wedge yz = \bar{y}\bar{z} \vee y\bar{z}$

СДНФ: $f(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee xyz$

$(f:x)$ при $x=1 \Rightarrow$

$(f:x) = 0\wedge\bar{y}\bar{z} \vee 0\wedge y\bar{z} \vee 1\wedge\bar{y}\bar{z} \vee 1\wedge\bar{y}z \vee 1\wedge yz = \bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z \vee yz$

$\Rightarrow$ Сложим обе ф-лы:

$f = \bar{y}\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z \vee yz = \bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z \vee y\bar{z} \vee yz$

№8. $\{x \sim y, xy, 0\}$

Проверить базу по критериям Поста:
Система функц. полная, если она отвечает критериям Поста: => Она содержит 1 немонотонную, 1 нелинейную, 1 несамодвойственную, 1не сохр. 0 и 1не сохр. 1.

рассм. $x \sim y$: Км Кл Кс К1 Ко

ФИЛ xy	$x \sim y$
00	1
01	0
10	0
11	1

К1: т.к. сохр 1 на наборе {1,1}
Кл: т.к. Полином Жегалкина:
$f = 1 \oplus y \oplus x$ => нет произв. => линейна
Км – не монотонна т.к. $\begin{matrix}0 & 0 & 1\\ \le & \le & \ge \\ 0 & 1 & 0\end{matrix}$
Кс = не самодвойственна: т.к.
{0,0} и {1,1} f = 1 и 1 => не выполн.
Ко => не сохр. 0 т.к. на {0,0} f = 1

xy: Км Кл Кс К1 Ко
не самодв.; не линейна т.к. Полином = xy

0: Км Кл Кс К1 Ко
Не сохр. 1; не самодв. => Система функционально полная.

№9: [redacted] $f(x,y,z) = x \oplus y \sim z$ [redacted] Км Кл Кс К1 Ко
Км: ФИЛ не монотонна т.к. $\begin{matrix}x & y & z & f\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ \le & \le & \le & \ge \\ 1 & 1 & 1 & 0\end{matrix}$

Кл. Полином Жегалкина: $f = 1 \oplus z \oplus y \oplus x$ => нет произведений => Линейна

K_C: Самодвойственная т.к. на противоположных наборах противоположные знач-я:

$\{0,0,0\}$ и $\{1,1,1\}$ $f = 1$ и $0 \Rightarrow$ противоположны
$\{0,0,1\}$ и $\{1,1,0\}$ $f = 0$ и $1 \Rightarrow$ противоположны
$\{0,1,0\}$ и $\{1,0,1\}$ $f = 0$ и $1 \Rightarrow$ противоположны
$\{0,1,1\}$ и $\{1,0,0\}$ $f = 1$ и $0 \Rightarrow$ противоположны
$\Rightarrow$ Самодв.

K_1: не сохр. 1 т.к. на наборе $\{1,1,1\}$ $f = 0$.
K_0: не сохр 0 т.к. на наборе $\{0,0,0\}$ $f = 1$

$\Rightarrow$ Ответ: $K_Л$, K_C.

№10: $f(w,x,y,z) = 1101010010011111$

w x y z	f
0 0 0 0	1
0 0 0 1	1
0 0 1 0	0
0 0 1 1	1
0 1 0 0	0
0 1 0 1	1
0 1 1 0	0
0 1 1 1	0
1 0 0 0	1
1 0 0 1	0
1 0 1 0	0
1 0 1 1	1
1 1 0 0	1
1 1 0 1	1
1 1 1 0	1
1 1 1 1	1

Квайна-Мак-Класки.

№ гр.	Двоичные номера конст. ед.
0	0000
1	0001, 1000
2	0011, 0101, 1100
3	1011, 1101, 1110
4	1111

№ гр.	Двоичные номера конст. ед.
0	000*, *000
1	00*1, 0*01, 1*00
2	*011, *101, 110*, 11*0
3	1*11, 11*1, 111*

№ гр.	Двоичные конст. ед.
0	—
1	—
2	11**

Простые импликанты	Конституенты единицы									
	0000	0001	0011	0101	1000	1011	1100	1101	1110	1111
000*	X	X								
*000	X				X					
00*1		X	X							
0*01		X		X						
1*00					X		X			
*011			X			X				
*101				X				X		
11**							X	X	X	X
1*11						X				X

=> *000 = $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ => $f = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{w}\bar{y}z \vee wx \vee \bar{x}yz$

0*01 = $\bar{w}\bar{y}z$

11** = wx

*011 = $\bar{x}yz$

Карта Карно:

wx \ yz	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		
11	1	1	1	1
10	1		1	

$f = wx \vee \bar{w}\bar{x}\bar{y} \vee w\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee$

$\vee \bar{x}yz$