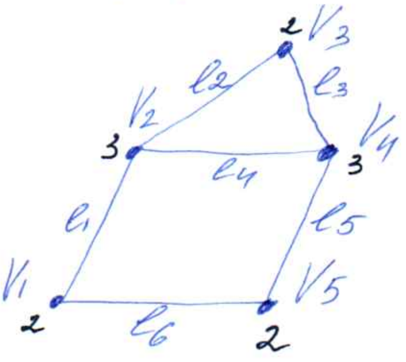
КР №2 Промасене Валентина гр. 951002.

№1 а) Граф $G=(V,E)$ в графич. виде:



Матрица инцидентности:

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
v_1	1	0	0	0	0	1
v_2	1	1	0	1	0	0
v_3	0	1	1	0	0	0
v_4	0	0	1	1	1	0
v_5	0	0	0	0	1	1

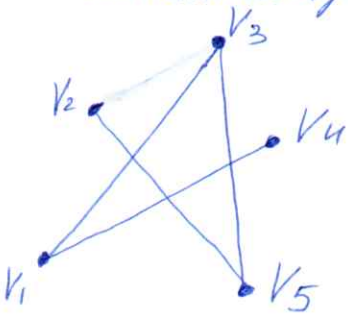
б) вершина v_2: $N(v_2)=\{v_1, v_3, v_4\}$ - окрестность вершины

$d(v_2)=|N|=3$ - степень

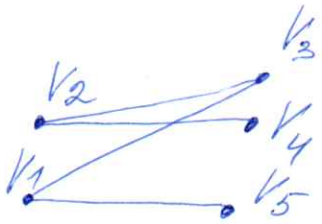
вершина v_3: $N(v_3)=\{v_2, v_4\}$

$d(v_3)=|N|=2$

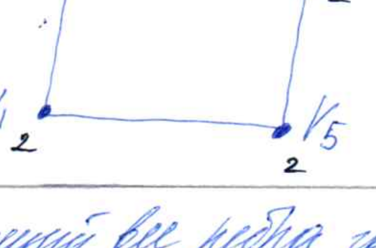
в) Дополнение графа $G=(V,E)$:



г) двудольный подграф:



Однородный подграф:
(граф, степени вершин которого равные)

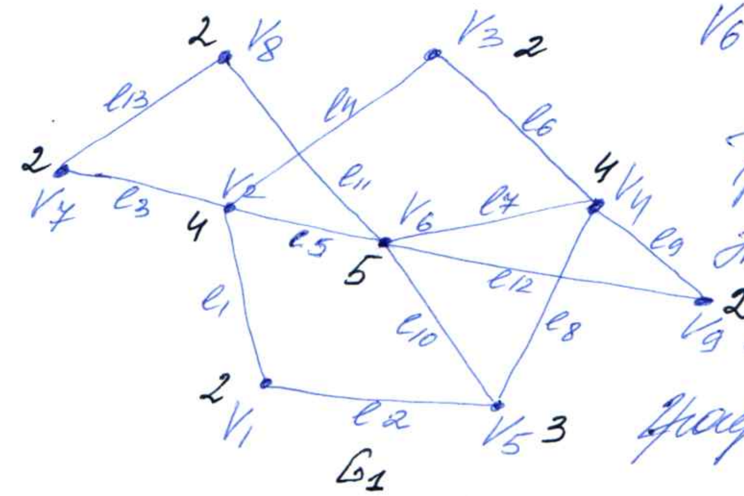


№2: Эйлеров цикл – цикл, содержащий все ребра графа.

Эйлерова цепь – цепь, содержащая все ребра графа $\Rightarrow$

Согласно Т. Эйлера, связный неориентированный граф имеет Эйлеров цикл, когда степени всех его вершин чётны. Эйлерова цепь сущ., когда он имеет не более двух вершин с нечётной степенью.

=> В нашем графе $G_1=(V,E)$ нечётную степень имеют вершины: V_6 и V_5 => Граф обладает Эйлеровой цепью.



Граф, имеющий эйлеров цикл наз. эйлеровым графом. А граф имеющий эйлерову цепь — полуэйлеровым => граф $G_1=(V,E)$ полуэйлеровый.

Эйлерова цепь: $V_5 e_8 V_4 e_6 V_3 e_4 V_2 e_1 V_1 e_2 V_5 e_{10} V_6 e_{11} V_8 e_{13} V_7 e_3 V_2 e_5$
$V_6 e_7 V_4 e_9 V_9 e_{12} V_6$

№3 Цикл наз. гамильтоновым, если он проходит каждую вершину графа ровно один раз. Гамильтоновой цепью наз. цепь, проходящая каждую вершину графа ровно один раз. => Граф, сод-й гамильтонов цикл — гамильтоновый. Граф, сод-й гамильтонову цепь — полугамильтонов.

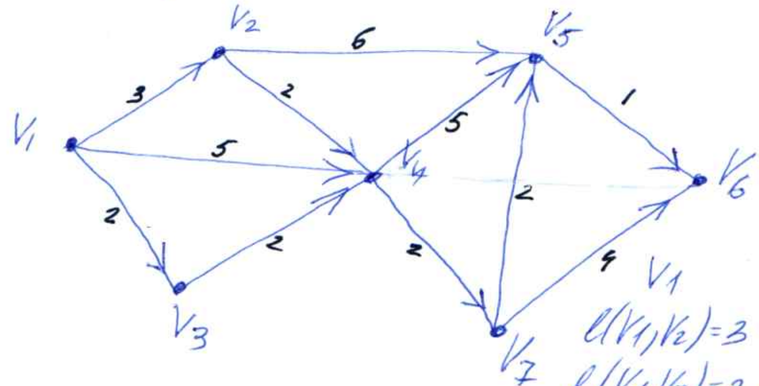
Перечисление окрестностей вершин графа $G_1=(V,E)$

V_1: V_2, V_5
V_2: V_3, V_6, V_7
V_3: V_2, V_4
V_4: V_3, V_5, V_6, V_7
V_5: V_1, V_4, V_6
V_6: V_2, V_4, V_5, V_8, V_9
V_7: V_2, V_8
V_8: V_6, V_7
V_9: V_4, V_6

=> Гамильтонова цепь: $C = (V_1, V_5, V_4, V_9, V_6, V_8, V_7, V_2, V_3)$

Граф G1– полугамильтонов

№4 Кратчайший путь между вершинами V_1 и V_6 графа $G_4=(V,E)$



Алгоритм Форда-Беллмана:

1) Таблица длин всех рёбер:

V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
$l(V_1,V_2)=3$	$l(V_2,V_4)=2$	$l(V_3,V_4)=2$	$l(V_4,V_5)=5$	$l(V_5,V_6)=1$	—	$l(V_7,V_5)=2$
$l(V_1,V_3)=2$	$l(V_2,V_5)=6$		$l(V_4,V_7)=2$			$l(V_7,V_6)=4$
$l(V_1,V_4)=5$						

2) Заносим нач. знач-е $\lambda(V_1)$ в таблицу: $\lambda(V_1)=0$; $\lambda(V_i)=+\infty$, $i\neq 1$ =>

V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
	3	2	5	∞	∞	∞
	.		4	9	10	6
				8	9	

=> Значение нижнее всё в столбце V_6 = длина кратчайшего пути из V_1 в V_6. = 9

=> Кратчайший путь:

1) Начиная с конечной вершины V_6 идём к V_1, по сущ. рёбрам. Вершины проверяются в порядке возр. их номеров. => Для пред. и послед. вершин выполняется равенство: $\lambda(V_i)-\lambda(V_j)=l(V_j;V_i)$

=> $V_6\to V_5$: $\lambda(V_6)-\lambda(V_5)=l(V_5,V_6)$ => $9-8=1$ (+)

$V_5\to V_4$ $9-4=5$ и т.д. => Кратчайший путь: V_1,V_3,V_4,V_7,V_5,V_6

Длина: 9

№6: Доминирующее множество — мн-во, если каждая вершина из мн-ва V/S смежна с хотя бы 1 вершиной из S => Число доминирования — мощность наим. домин. мн-ва и об. $\beta(G)$

=> Составим матрицу смежности и дополним на главной диагонали единицами для графа $G_4=(V,E)$

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9
V_1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
V_2	1	1	1	0	0	1	1	0	0
V_3	0	1	1	1	0	0	0	0	0
V_4	0	0	1	1	1	1	0	0	1
V_5	1	0	0	1	1	1	0	0	0
V_6	0	1	0	1	1	1	0	1	1
V_7	0	1	0	0	0	0	1	1	0
V_8	0	0	0	0	0	1	1	1	0
V_9	0	0	0	1	0	1	0	0	1

V_2 111001100
V_6 010111011
$\{V_2,V_6\}$ 111111111 => Мощность = 2

=> $\beta(G)=2$ = Число доминирования

Наименьшее доминирущее множество – {V2,V6}

№8 Поиск вершинного покрытия по „Жадному алгоритму"

Описание алгоритма:

1) $S = \{\varnothing\}$
2) Выбираем вершину с максимальной степенью
3) Добавляем в решение S эту вершину
4) Удаляем у графа все ребра, инцидентные выбранной вершине
5) Если остались ребра, возвращаемся к шагу 2

$\Rightarrow S = \{\varnothing\}$. (рассм. граф $G_1 = (V, E)$);

макс. степень 5 у вершины v_6

$\Rightarrow S = \{V_6\}$; $\Rightarrow$ удаляем ребра $e_5, e_{11}, e_7, e_{10}, e_{12}$

$\Rightarrow$ далее мак. ст 4 у вершины V_2

$\Rightarrow S = \{V_6, V_2\}$; удаляем ребра e_1, e_3, e_4

$\Rightarrow$ мак. ст. 4 у вершины V_4

$\Rightarrow S = \{V_6, V_2, V_4\} \Rightarrow$ Удаляем ребра e_6, e_8, e_9

$\Rightarrow$ мак. ст. 1 у в. V_5

$\Rightarrow S = \{V_6, V_2, V_4, V_5\} \Rightarrow$ Уд. ребро e_2

$\Rightarrow$ макс. ст 1 у в. $V_7 \Rightarrow$ Уд. ребро $e_{13} \Rightarrow$

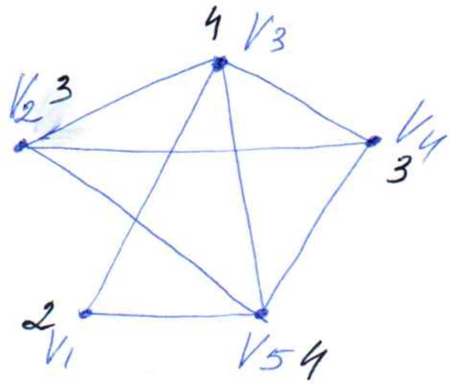
ребер больше не осталось $\Rightarrow$

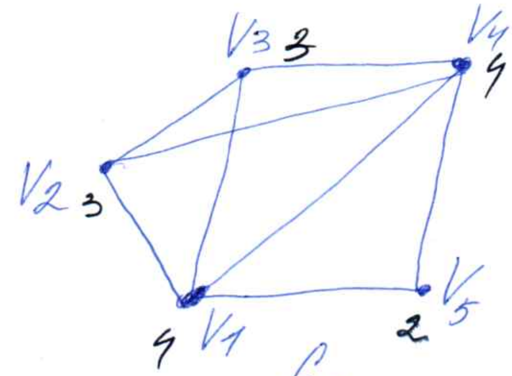
Вершинное покрытие графа G_1 S={V2,V4,V5,V6,V7}

№9 Кликовое число $\omega(G)$ графа G — число вершин в наиб. клике графа G. Клика в неориентированном графе $G=(V,E)$ наз. множ. вершин $C \subseteq V$, такое, что для любых двух вершин в C сущ. ребро, их соединяющее.

Клики в графе $G_1 \Rightarrow V_6, V_4, V_5$ и $V_6, V_4, V_9 \Rightarrow \omega(G) = 3$.

№10 Изоморфны ли графы G_2 и G_3:





G_2 23344

G_3 23344

S_1 (ст.2)	V_1	2
S_2 (ст.3)	V_2	3
	V_4	3
S_3 (ст.4)	V_3	4
	V_5	4

Матрица смежности G_2:

	V_1	V_2	V_4	V_3	V_5
V_1	0	0	0	1	1
V_2	0	0	1	1	1
V_4	0	1	0	1	1
V_3	1	1	1	0	1
V_5	1	1	1	1	0

		α_1	α_2	α_3
S_1	V_1	0	0	2
S_2	V_2	0	1	2
	V_4	0	1	2
S_3	V_3	1	2	1
	V_5	1	2	1

↑ канонический вид матрицы смежности графа G_2

S_1 (ст.2)	V_5	2
S_2 (ст.3)	V_2	3
	V_3	3
S_3 (ст.4)	V_1	4
	V_4	4

Матрица смежности G_3:

	V_5	V_2	V_3	V_1	V_4
V_5	0	0	0	1	1
V_2	0	0	1	1	1
V_3	0	1	0	1	1
V_1	1	1	1	0	1
V_4	1	1	1	1	0

		α_1	α_2	α_3
S_1	V_5	0	0	2
S_2	V_2	0	1	2
	V_3	0	1	2
S_3	V_1	1	2	1
	V_4	1	2	1

=>

↑ канонический вид матрицы смежности графа G_3

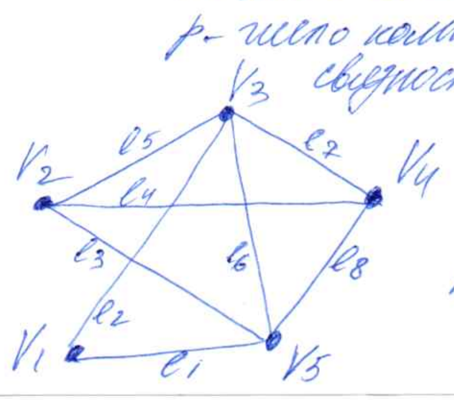
=> Матрицы в каноническом виде смежности графов G_2 и G_3 равны => Графы G_2 и G_3 изоморфны

№11 m - число рёбер
n - число вершин
p - число компонент связности

=> в графе G_2 $m = 8$
$n = 5$
$p = 1$

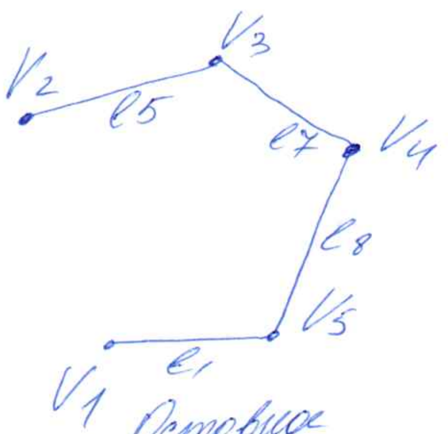
$\nu(G) = m - n + p = 8 - 5 + 1 = 4$ ← кол-во удалённых рёбер

$\rho(G) = n - p = 5 - 1 = 4$ ↑ кол-во рёбер в Остовном дереве

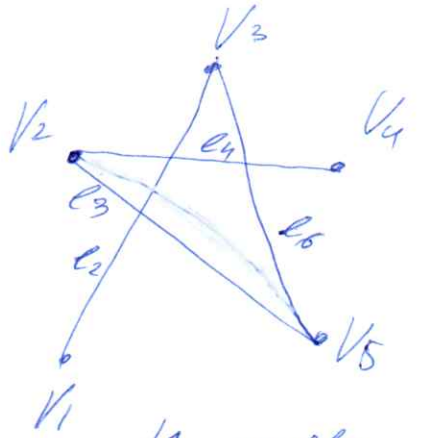


Остовное дерево — сост. из мин. подмнож-ва рёбер графа таких, что из их вершины можно попасть в другую, двиг. по рёбрам =>

стр.5



Остовное дерево



Ко-дерево

Базисы циклов и разрезов => Фундаментальный разрез:

	e_2	e_3	e_4	e_6	e_1	e_5	e_7	e_8
e_2	1	0	0	0	1	0	1	1
e_3	0	1	0	0	0	1	1	1
e_4	0	0	1	0	0	1	1	0
e_6	0	0	0	1	0	0	1	1
e_1	1	0	0	0	1	0	0	0
e_5	0	1	1	0	0	1	0	0
e_7	1	1	1	1	0	0	1	0
e_8	1	1	0	1	0	0	0	1

e_2–e_6: Фундаментальные циклы => базис циклов

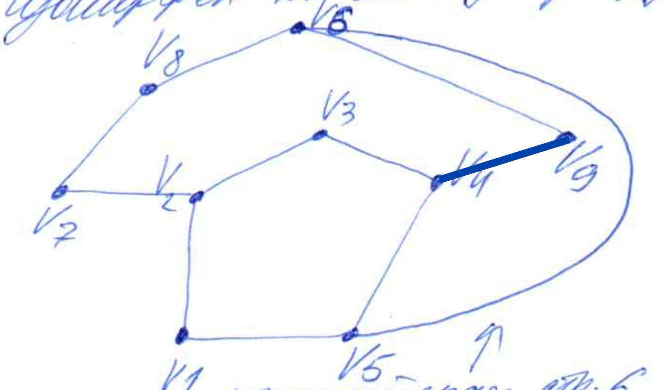
e_1–e_8: Фундаментальные разрезы => базис разрезов

N12. расстояние между двумя вершинами — число рёбер в кратчайшем пути.

=> расст-е между V_1 и V_8 графа G_1 = кратчайший путь

Кратчайший путь: $V_1 e_1 V_2 e_3 V_7 e_{13} V_8$ => расстояние = 3

N13: Граф $G_1=(V,E)$ явл. планарным т.к. он может быть изображен на плоскости без пересечения рёбер. => Граф изоморфен плоскому графу:

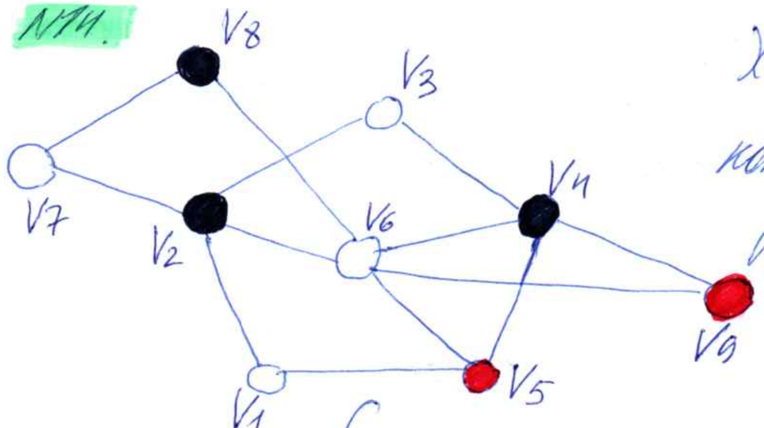


$n=9$
$m=13$
$f=6$ =>

$n-m+f=2$
=> планарен по Т. Эйлера
=> можно построить изоморфный плоский граф.

плоский граф стр. 6

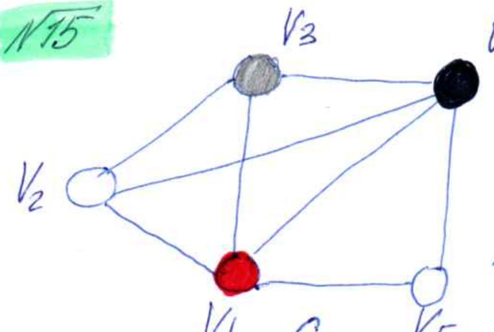
№14.



G_1

$\chi(G_1)=3$ т.к. минимальное кол-во цветов которое мы использовали для раскраски графа $=3$

№15



G_3

Граф с хроматическим числом $\chi(G)=2$ наз. бихроматическим $\Rightarrow$ необходимое условие бихроматичности — двудольность. Граф G_3 не явл. двудольным т.к. нельзя в данном случае множество вершин разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соед. какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной из другой части, т.к. в G_3 сущ. ребра, соединяющие две вершины из одной и той же части.

Достаточное условие: Множество вершин можно разбить на 2 подмножества:

V_1 – вершины из G, окрашенные в один цвет

V_2 – вершины из G_3, окрашенные в другой цвет $\Rightarrow$

$\chi(G)=3$. В нашем случае $\chi(G_3)=4 \Rightarrow$ Граф не бихроматичен.

Также он не бихроматичен т.к. есть циклы нечётной длины, (V_1, V_2, V_4) например

№7: Независимое множество наз. подмножество S множества V вершин графа G, если вып-се условие $S \cap N(S) = \emptyset$ i.e. любые 2 вершины из S не смежны. => Число независимости графа G наз. мощность наибольшего независимого мн-ва.

$S = \{V_1, V_7, V_6, V_3\}$ => число независимости графа $\alpha(G) = 4$, где S - наиб. независимое множество