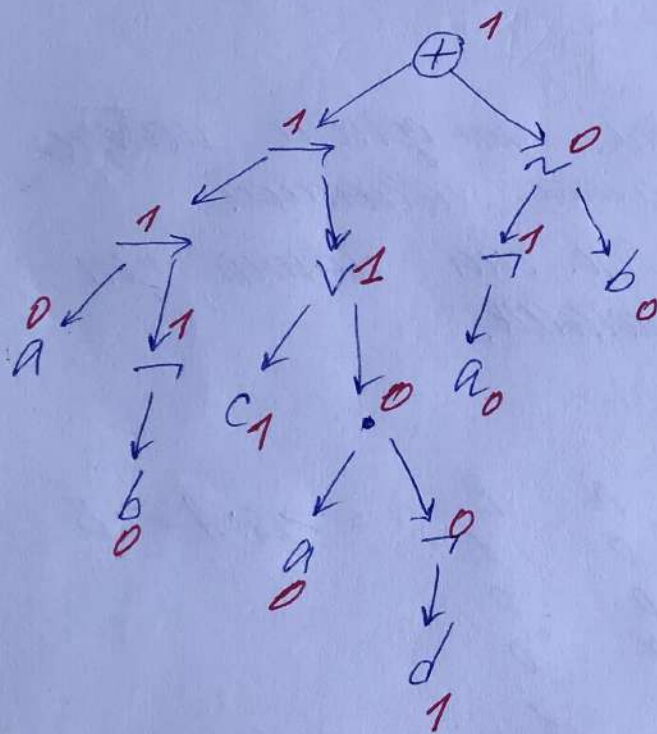


№1. $F = ((a \rightarrow b) \rightarrow c \vee a \wedge d) \oplus (\bar{a} \wedge b)$

$a=0=b; c=d=1$

1) Рассчитать по порядку выполнения операций



Ответ: результат выражения, истинно = 1.

№2. $G = ((a \rightarrow b) \oplus (b \bar{d} \wedge c)) \rightarrow d; a=b=0; c=d=1$

$G \rightarrow \oplus a b \vee 1 b \neg d c d$

$G \rightarrow \oplus \rightarrow 00 \vee 1 0 \neg 1 1 1$

$G \rightarrow \oplus \rightarrow 00 \vee 1 0 0 1 1$

$G \rightarrow \oplus \rightarrow 00 \vee 0 1 1$

$G \rightarrow \oplus \rightarrow 00 0 1$

$G \rightarrow \oplus 1 0 1$

$G \rightarrow 1 1$

$G=1 \Rightarrow$ результат выражения истинно = 1

№3. $a_1 b \rightarrow a$

1) Составим таблицу истинности.

a	b	$a_1 b$	$a_1 b \rightarrow a$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

а) \Rightarrow Ф-ла истинна т.к. после при одном наборе значений переменных является истинной.

б) Ф-ла лож. истинной т.к. она истинна при всех наборах значений переменных.

№4. $a_1 b$ и $a \rightarrow b$

$a_1 b = A$	a	b	A	B	\Rightarrow т.к. $A = B$
	0	0	0	1	
	0	1	0	0	
	1	0	0	0	
	1	1	1	1	

Ф-ла находится в отношении формальной импликационной т.к. ф-ла B истинна на всех наборах значений переменных, на которых истинна ф-ла A.

\Rightarrow ф-ла B истинно вытекает из ф-лы A.

№5. $f(a, b, c) = (a \rightarrow bc) / (b \vee c) \rightarrow c$

a	b	c	bc	$a \rightarrow bc$	$b \vee c$	$(a \rightarrow bc) / (b \vee c)$	f
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

стр. 2

$$(a \rightarrow bc) / (b \vee c) \rightarrow c$$

1) добавим от конъюнкции:

$$(\bar{a} \vee bc) / (bc) \rightarrow c$$

2) добавим от эквивалентности

$$(\bar{a} \vee bc) \wedge ((b \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow b)) \rightarrow c$$

$$(\bar{a} \vee bc) \wedge (\bar{b} \vee c) \wedge (c \vee \bar{b}) \rightarrow c$$

3) из от конъюнкции:

$$(\bar{a} \vee bc) \wedge (\bar{b} \vee c) \wedge (c \vee \bar{b}) \vee c$$

$$(\bar{a} \vee bc) \vee ((\bar{b} \vee c) \wedge (c \vee \bar{b})) \vee c$$

$$(a \wedge \bar{b} \bar{c}) \vee ((\bar{b} \vee c) \vee (c \vee \bar{b})) \vee c$$

$$(a \wedge \bar{b} \vee \bar{c}) \vee (b \wedge \bar{c}) \vee (c \wedge \bar{b}) \vee c$$

$$a \wedge \bar{b} \vee a \wedge \bar{c} \vee b \wedge \bar{c} \vee c \wedge \bar{b} \vee c \Rightarrow \text{Ответ: } a \wedge \bar{b} \vee a \wedge \bar{c} \vee b \wedge \bar{c} \vee c \wedge \bar{b} \vee c$$

N6: $f(x, y, z) = 10001101$

x	y	z	f	СДНФ	СКНФ
0	0	0	1	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	
0	0	1	0		$x\bar{y}y\bar{z}$
0	1	0	0		$x\bar{y}\bar{y}z$
0	1	1	0		$x\bar{y}\bar{y}\bar{z}$
1	0	0	1	$x\bar{y}\bar{z}$	
1	0	1	1	$x\bar{y}z$	
1	1	0	0		$\bar{x}y\bar{y}z$
1	1	1	1	xyz	

a) СДНФ: $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee xyz$

б) СКНФ: $f(x, y, z) = (x\bar{y}y\bar{z})(x\bar{y}\bar{y}z)(x\bar{y}\bar{y}\bar{z})(\bar{x}y\bar{y}z)$

N7: $xy \vee \bar{x}z \vee \bar{y}$

не хватает z

\Rightarrow 1) в xy переменную z — помножим на $(z \vee \bar{z})$

$$xy(z \vee \bar{z}) = xyz \vee xy\bar{z}$$

2) $\bar{x}z$ добавим кр-ю y ; помножим на $(y \vee \bar{y})$

$$\bar{x}z(y \vee \bar{y}) = \bar{x}zy \vee \bar{x}z\bar{y}$$

3) в \bar{y} не хватает кр-тих $x, z \Rightarrow$

$$\bar{y}(x \vee \bar{x}) = x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{y}$$

$$(x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{y}) \cdot (z \vee \bar{z}) = x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

$$\Rightarrow \text{СДНФ: } \bar{x}zy \vee \bar{x}z\bar{y} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

N8: $(x \vee y \vee z)(y \vee z \vee \bar{w})(\bar{z} \vee w)$

\downarrow \downarrow \downarrow
 не в. w x \bar{x}, y

$$1) (x \vee y \vee z \vee w \cdot \bar{w}) = (x \vee y \vee z \vee w)(x \vee y \vee z \vee \bar{w})$$

$$2) (y \vee z \vee \bar{w} \vee x \cdot \bar{x}) = (y \vee z \vee \bar{w} \vee x)(y \vee z \vee \bar{w} \vee \bar{x})$$

$$3) (\bar{z} \vee w \vee x \cdot \bar{x}) = (\bar{z} \vee w \vee x)(\bar{z} \vee w \vee \bar{x})$$

$$(\bar{z} \vee w \vee x \vee y) = (\bar{z} \vee w \vee x \vee y)(\bar{z} \vee w \vee x \vee \bar{y})$$

$$(\bar{z} \vee w \vee \bar{x} \vee y) = (\bar{z} \vee w \vee \bar{x} \vee y)(\bar{z} \vee w \vee \bar{x} \vee \bar{y})$$

$$\Rightarrow \text{СДНФ: } (x \vee y \vee z \vee w)(x \vee y \vee z \vee \bar{w})(y \vee z \vee \bar{w} \vee x)(y \vee z \vee \bar{w} \vee \bar{x}) \cdot (\bar{z} \vee w \vee x \vee y)(\bar{z} \vee w \vee x \vee \bar{y})(\bar{z} \vee w \vee \bar{x} \vee y)(\bar{z} \vee w \vee \bar{x} \vee \bar{y})$$

N9: $\bar{a}, b \rightarrow \bar{c}, \bar{a} \rightarrow b, d \rightarrow c$

$$\bar{a} \rightarrow \bar{c}, d \rightarrow c$$

$$d \rightarrow c = \bar{c} \rightarrow d \text{ контрапозиция}$$

$$\text{т.к. из } \bar{a} \rightarrow \bar{c} \text{ и } \bar{c} \rightarrow d, \text{ то } \bar{a} \rightarrow d$$

N10: $\forall x \exists y (P(x, y), x \neq y)$ - "Каждый элемент имеет хотя бы одного друга в своей группе"

N11: $A = \forall x \exists y P(x, y); M_x = \{a, b\}; M_y = \{0, 1\};$

$$(P(a, 1) \vee P(a, 0)) \wedge (P(b, 1) \vee P(b, 0))$$

N12

$$\bar{\forall} x (\exists y P(x, y, z) \rightarrow \exists u Q(x, u))$$

связанные переменные: x, y, u

свободные переменные: z

Здесь три квантора:

$\bar{\forall} x$ действует на $\exists y P(x, y, z) \rightarrow \exists u Q(x, u)$

порядок = 3 т.к. в исходной ф-ле есть кванторы $\exists y, \exists u$

$\exists y$ действует на $P(x, y, z)$

порядок = 1 т.к. нет переменных кванторов

$\exists u$ действует на $Q(x, u)$

порядок = 1 т.к. нет подчиненных кванторов

Кванторная глубина = 3 т.к. в исходной ф-ле кванторов = 3

N13. $\bar{\forall} x (\exists y P(x, y, z) \rightarrow \exists u Q(x, u))$ - изначальная ф-ла.

1) Убавимся от отрицания

$$\bar{\forall} x (\bar{\exists} y P(x, y, z) \vee \exists u Q(x, u))$$

2) Убавимся от отрицания над квантором, и оно перейдет на всю область действия квантора:

$$\exists x (\bar{\exists} y P(x, y, z) \vee \exists u Q(x, u))$$

3) Убавимся от отрицания над формулой по закону Де Моргана:

$$\exists x (\exists y P(x, y, z) \wedge \bar{\exists} u Q(x, u))$$

4) Соединим отрицание с квантором по правилу:

$$\exists x (\exists y P(x, y, z) \wedge \forall u \bar{Q}(x, u))$$

5) Вводим все кванторы по правилу

Итого: $\exists x \exists y \forall u (P(x, y, z) \wedge \bar{Q}(x, u))$