

Sprawozdanie z ćw 17

WYZNACZANIE WARTOŚCI PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Michał Puchyr

16 kwietnia 2023

1 Cel ćwiczenia

- Wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego.
- Wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła fizycznego.

2 Opis ćwiczenia - wstęp teoretyczny

Pomiary, które zostały wykonane miały na celu wyznaczenie **przyspieszenia ziemskiego** w miejscu gdzie był wykonywany eksperyment (Wrocław - $51^{\circ}06'27.7'' N, 17^{\circ}03'40.6'' E$).

Przyspieszenie ziemskie – przyspieszenie grawitacyjne ciał swobodnie spadających na Ziemię, bez oporów ruchu.

Wartość przyspieszenia ziemskiego zależy od szerokości geograficznej oraz wysokości nad poziomem morza. Wraz z wysokością przyspieszenie maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości do środka Ziemi i jest wynikiem zmniejszania się siły grawitacji zgodnie z prawem powszechnego ciążenia.

Zmniejszanie się przyspieszenia ziemskiego wraz ze zmniejszaniem szerokości geograficznej jest spowodowane działaniem pozornej siły odśrodkowej, która powstaje na skutek ruchu obrotowego Ziemi.

Ponieważ siła ta jest proporcjonalna do odległości od osi obrotu, stąd największą wartość osiąga na równiku. Ponieważ siła odśrodkowa ma tu zwrot przeciwny do siły grawitacji, przyspieszenie ziemskie na równiku osiąga najmniejszą wartość.

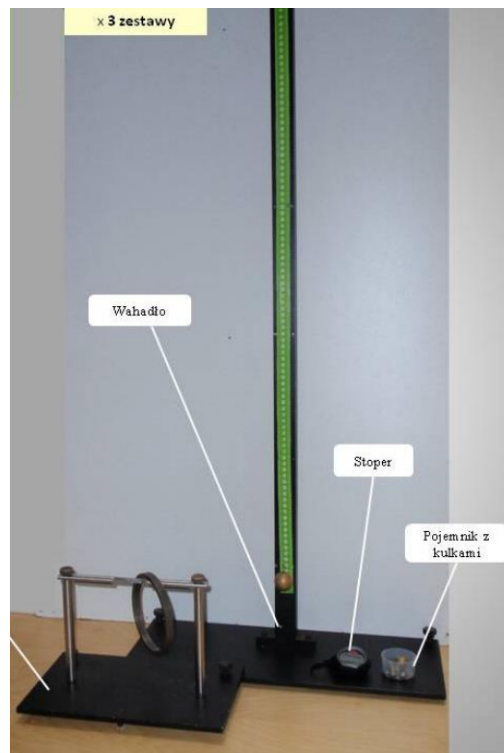
Dodatkowe zmniejszenie przyspieszenia ziemskiego w okolicach równika spowodowane jest spłaszczeniem Ziemi (większą odległością od środka Ziemi).

Do obliczeń niewymagających wysokiej precyzji przyjmuje się tzw. przyspieszenie ziemskie normalne tj.:

$$g_n = 9,80665 \frac{m}{s^2}$$

Przyspieszenie ziemskie we Wrocławiu wynosi około :

$$g = 9,8115 \frac{m}{s^2}$$



Stanowisko pomiarowe

Wykaz przyrządów :

- Wahadło matematyczne
- Metalowy pierścień
- Waga laboratoryjna
- Suwmiarka
- Stoper
- Przymiar

3 Pomiary układów

Przyjęte niepewności	
Niepewność	Wartość
$u(t)[s]$	0,0058
$u(n)$	1
$u(m)[kg]$	0,001
$u(d)[m]$	0,001

Wyniki pomiarów i obliczenia dla wahadła matematycznego									
lp.	l_i [m]	t_i [s]	l_{sr} [m]	\bar{t} [s]	$T\left[\frac{1}{s}\right]$	$u(T)\left[\frac{1}{s}\right]$	$T_{sr}\left[\frac{1}{s}\right]$	$g\left[\frac{m}{s^2}\right]$	$u_c(g)\left[\frac{m}{s^2}\right]$
1	0,390	125,15	0,391	125,01	1,26	0,013	1,25	9,699	0,247
2	0,390	124,87			1,25	0,013		9,854	0,252
3	0,391	124,98			1,25	0,013		9,880	0,253
4	0,500	141,33	0,500	141,44	1,42	0,015	1,42	9,790	0,236
5	0,501	141,46			1,42	0,015		9,809	0,237
6	0,499	141,51			1,42	0,015		9,770	0,236
7	0,613	156,48	0,614	156,47	1,57	0,016	1,57	9,818	0,221
8	0,613	156,78			1,57	0,016		9,818	0,221
9	0,614	156,13			1,57	0,016		9,834	0,221
$\bar{g}\left[\frac{m}{s^2}\right]$								9,808	
$u(g)\left[\frac{m}{s^2}\right]$								0,018	

Wyniki pomiarów i obliczenia dla wahadła fizycznego											
lp.	m[kg]	d[m]	D[m]	I[kgm ²]	n	t _i [s]	T ^[1] _s	u(T) ^[1] _s	g ^[m] _{s²}	u _c (g) ^[m] _{s²}	
1	0,254	0,13	0,14	0,0023	100	73,74	0,738	0,008	10,098	0,221	
2						73,71	0,738	0,008	10,098	0,221	
3						73,54	0,736	0,008	10,153	0,223	
									\overline{g} ^[m] _{s²}	10,117	
									$u(g)$ ^[m] _{s²}	0,222	

4 Przykładowe obliczenia

4.1 Obliczenia wspólne dla dwóch pomiarów

Poniżej zostały zamieszczone obliczenia, które są wspólne dla obu pomiarów w celu wyeliminowania powtarzających się treści, jest to np. obliczenie średniego czasu pomiarów, okresu wahań itd.

Obliczenie okresu wahań pomiaru :

$$T = \frac{t_i}{n} = \frac{125,15}{100} = 1,2515 \approx 1,26 \left[\frac{1}{s} \right]$$

Obliczenie średniej czasu pomiarów :

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{375,01}{3} = 125,0033 \approx 125,01[s]$$

Obliczenie średniej długości okresu pomiarów :

$$T_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} = \frac{3,76}{3} = 1,25333 \approx 1,25 \left[\frac{1}{s} \right]$$

Obliczenie niepewności pomiaru okresu :

$$\begin{aligned} u(T) &= \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 \cdot u^2(t) + \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)^2 \cdot u^2(n)} = \sqrt{\left(\frac{1}{n^2}\right)^2 \cdot u^2(t) + \left(\frac{-t}{n^2}\right)^2 \cdot u^2(n)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{100^2}\right)^2 \cdot 0,0058^2 + \left(\frac{-125,15}{100^2}\right)^2 \cdot 1^2} = 0,01251 \approx 0,013 \left[\frac{1}{s} \right] \end{aligned}$$

4.2 Obliczenia dla pomiarów wahadła matematycznego

Obliczenie niepewności pomiaru długości wahadła :

$$u(l) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,00578 \approx 0,0058[m]$$

Obliczenie przyspieszenia ziemskiego :

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = 4\pi^2 \frac{0,390}{1,26^2} = 9,69802 \approx 9,699 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Obliczenie odchylenia standardowego pomiarów przyspieszenia ziemskiego :

$$u(g) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,022}{72}} = 0,017411 \approx 0,018 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Obliczenie średniej długości wahadła :

$$l_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} = \frac{1,171}{3} = 0,39033 \approx 0,391[m]$$

Obliczenie niepewności całkowitej pomiaru przyśpieszenia ziemskiego :

$$u(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l}\right)^2 \cdot u^2(l) + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 \cdot u^2(T)} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 \cdot u^2(l) + \left(\frac{-8\pi^2 l}{T^3}\right)^2 \cdot u^2(T)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{1,26^2}\right)^2 \cdot 0,0058^2 + \left(\frac{-8\pi^2 \cdot 0,39}{1,26^3}\right)^2 \cdot 0,013^2} = 0,24667 \approx 0,247 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

4.3 Obliczenia dla pomiarów wahadła fizycznego

Wzór na moment bezwładności :

$$I = I_0 + m \frac{d^2}{4}$$

$$I_0 = \frac{1}{8}m(d^2 + D^2)$$

gdzie

- I_0 – moment bezwładności pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy,
- d – średnica wewnętrzna,
- D – średnica zewnętrzna pierścienia

Obliczenie moment bezwładności pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy :

$$I_0 = \frac{1}{8} \cdot 0,257(0,13^2 + 0,14^2) = 0,00117 \approx 0,0012[kg \cdot m^2]$$

Obliczenie momentu bezwładności pierścienia :

$$I = 0,0012 + 0,0257 \cdot \frac{0,13^2}{4} = 0,002273 \approx 0,0023[kg \cdot m^2]$$

Obliczenie przyśpieszenia ziemskiego :

$$g = 8\pi^2 \frac{I}{T^2 m d} = 10,0978 \approx 10,098 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Obliczenie niepewności przyśpieszenia ziemskiego :

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 \cdot u^2(T) + \left(\frac{\partial g}{\partial m}\right)^2 \cdot u^2(m) + \left(\frac{\partial g}{\partial d}\right)^2 \cdot u^2(d)}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{16\pi^2 I}{T^3 m d}\right)^2 \cdot u^2(T) + \left(-\frac{8\pi^2 I}{T^2 m^2 d}\right)^2 \cdot u^2(m) + \left(-\frac{8\pi^2 I}{T^2 m d^2}\right)^2 \cdot u^2(d)}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{16\pi^2 \cdot 0,0023}{0,738^3 \cdot 0,254 \cdot 0,13}\right)^2 \cdot 0,008^2 +$$

$$\left(-\frac{8\pi^2 \cdot 0,0023}{0,738^2 \cdot 0,254^2 \cdot 0,13}\right)^2 \cdot 0,001^2 + \left(-\frac{8\pi^2 \cdot 0,0023}{0,738^2 \cdot 0,254 \cdot 0,13^2}\right)^2 \cdot 0,001^2}$$

$$= 0,22067 \approx 0,221 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

5 Wnioski

Przy pomocy pomiarów wahadła matematycznego i fizycznego zostały wyznaczone przybliżone wartości przyspieszenia ziemskiego oddziałującego we Wrocławiu. We wstępie teoretycznym przywołane zostało faktyczne przybliżenie przyspieszenia ziemskiego we Wrocławiu

$$g = 9,8115 \frac{m}{s^2}$$

Z pomiarów wahadła matematycznego średnie wyznaczone przyspieszenie ziemskie wynosi około :

$$g = 9,808 \pm 0,018 \frac{m}{s^2}$$

Z pomiarów wahadła fizycznego średnie wyznaczone przyspieszenie fizyczne wynosi około :

$$g = 10,117 \pm 0,222 \frac{m}{s^2}$$

Pomiary wykazały zbieżność ze znanym przyspieszeniem ziemskim w miejscu wykonania eksperymentów. W przypadku wahadła fizycznego pomiar przyspieszenia ziemskiego różni bardziej znacząco od faktycznego i zmierzonego przy użyciu wahadła matematycznego.

Na niewielką rozbieżność względem faktycznego przyspieszenia wpływają czynniki takie jak, krótki czas wahnięcia pierścienia, niedokładność odmierzenia kąta wypuszczenia pierścienia oraz niewielka liczba wykonanych pomiarów w porównaniu do liczby pomiarów wahadła matematycznego.

6 Bibliografia

- https://pl.wikipedia.org/wiki/Przyspieszenie_ziemskie