

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА
ВЕЛИКОГО»

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ФИЗИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ: «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
ПО ТЕМЕ: «ГИСТОГРАММЫ И ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ»

ВЫПОЛНИЛ

Сусоров Максим Анатольевич,
ст. гр. 3630102/80101

ПРОВЕРИЛ

Баженов Александр Николаевич,
к.ф.-м.н., доц. ВШПМиВФ

Санкт-Петербург, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Постановка задачи	2
2	Теория	3
2.1	Рассматриваемые распределения	3
2.2	Гистограмма	3
2.3	Построение гистограмм	3
3	Результаты	5
3.1	Реализация	5
3.2	Гистограммы и графики плотности распределения	5
4	Обсуждение результатов	11
5	Приложение	12
	Литература	13

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Даны 5 распределений:

1. Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
2. Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
3. Распределение Лапласа $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
4. Распределение Пуассона $P(k, 10)$
5. Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Для них требуется сгенерировать выборки размером 10, 50, 1000 элементов и построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

2 ТЕОРИЯ

2.1 Рассматриваемые распределения

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi(x^2 + 1)} \quad (2.2)$$

- Распределение Лапласа

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (2.3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (2.4)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (2.5)$$

2.2 Гистограмма

Гистограмма в математической статистике — это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него [1]

2.3 Построение гистограмм

Графически гистограмма строится следующим образом. Сначала множество значений, которое может принимать элемент выборки, разбивается на

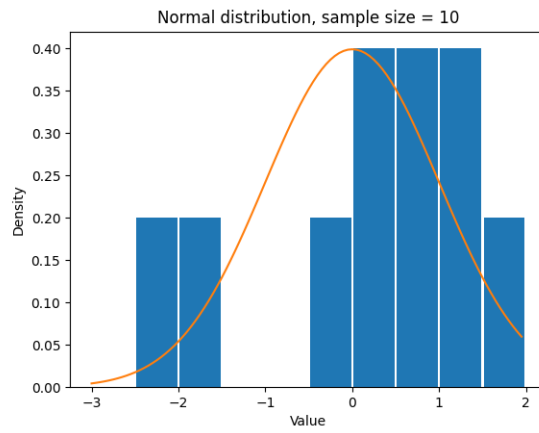
несколько интервалов. Чаще всего эти интервалы берут одинаковыми, но это не является строгим требованием. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник. Если все интервалы были одинаковыми, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в соответствующий интервал. Если интервалы разные, то высота прямоугольника выбирается таким образом, чтобы его площадь была пропорциональна числу элементов выборки, которые попали в этот интервал [1]

3 РЕЗУЛЬТАТЫ

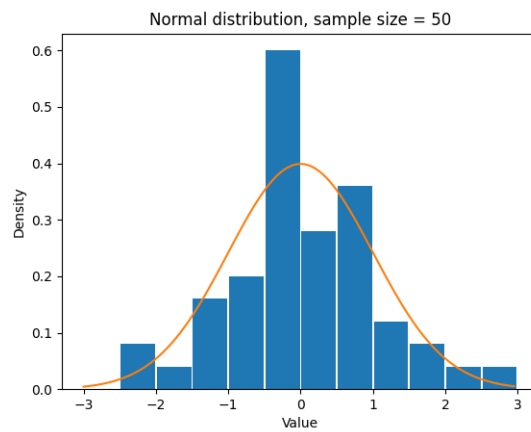
3.1 Реализация

Исследование и построение гистограмм выполнено с помощью языка Python. Исходный код выложен на GitHub, ссылка прикреплена в приложении 5

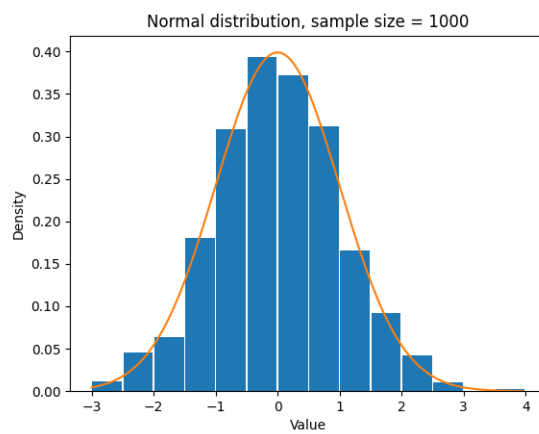
3.2 Гистограммы и графики плотности распределения



(а) Размер выборки - 10

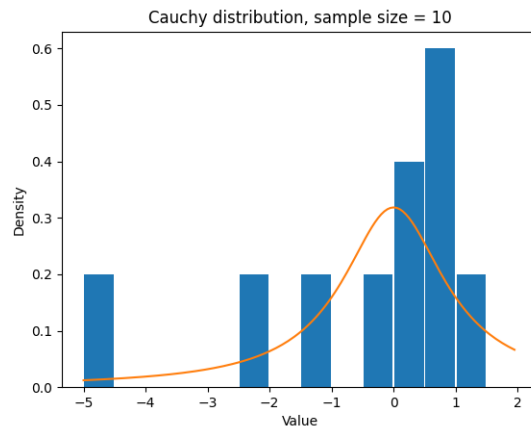


(b) Размер выборки - 50

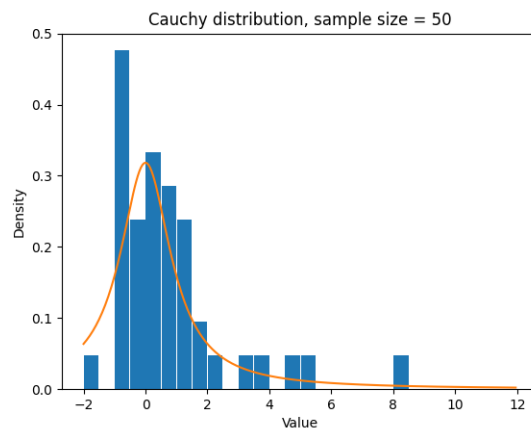


(с) Размер выборки - 1000

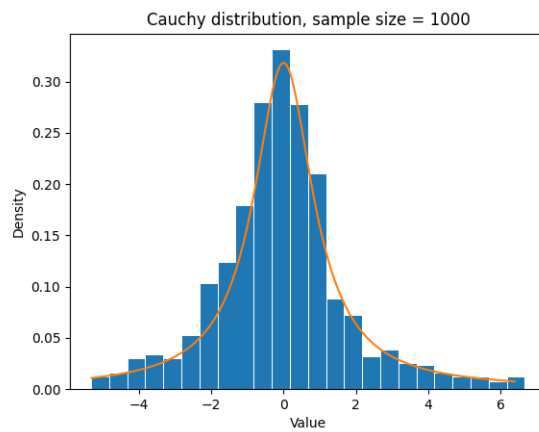
Рис. 3.1: Нормальное распределение



(a) Размер выборки - 10

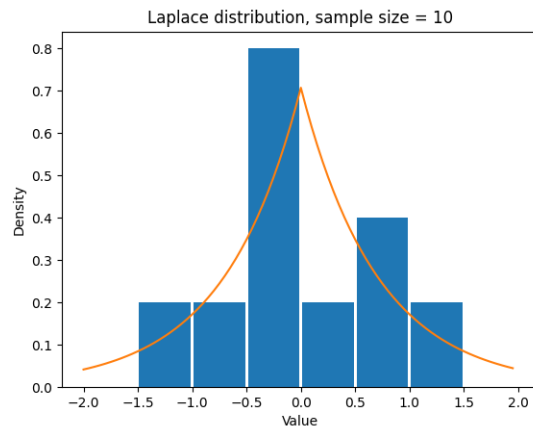


(b) Размер выборки - 50

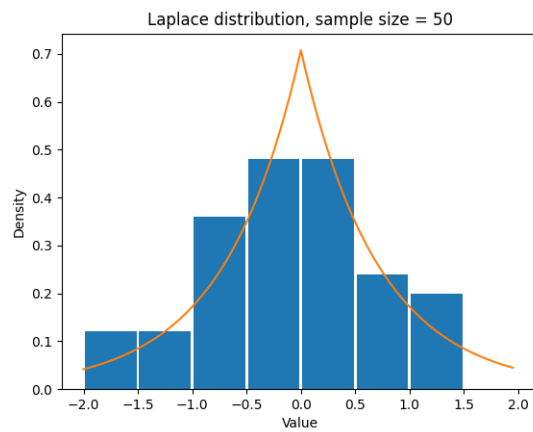


(c) Размер выборки - 1000

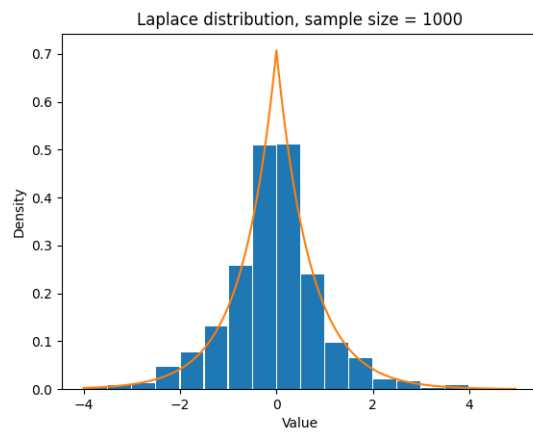
Рис. 3.2: Распределение Коши



(а) Размер выборки - 10

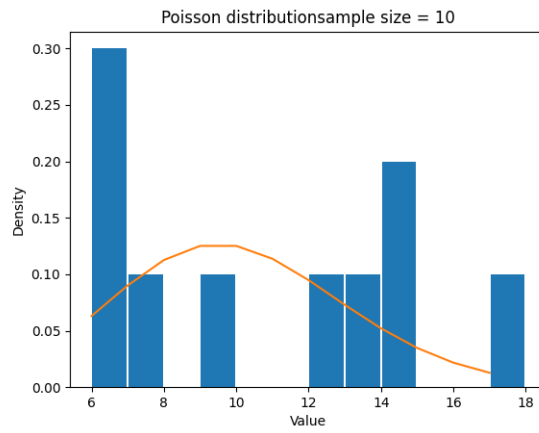


(b) Размер выборки - 50

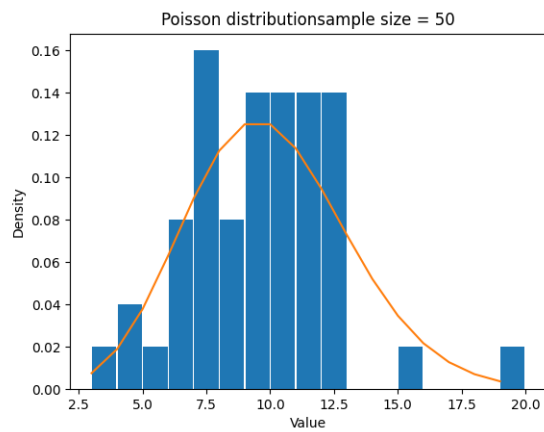


(с) Размер выборки - 1000

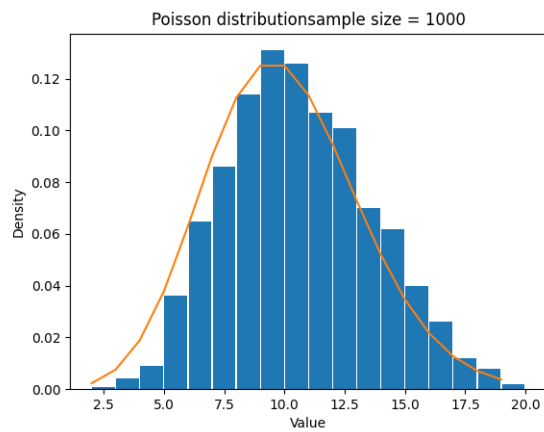
Рис. 3.3: Распределение Лапласа



(a) Размер выборки - 10

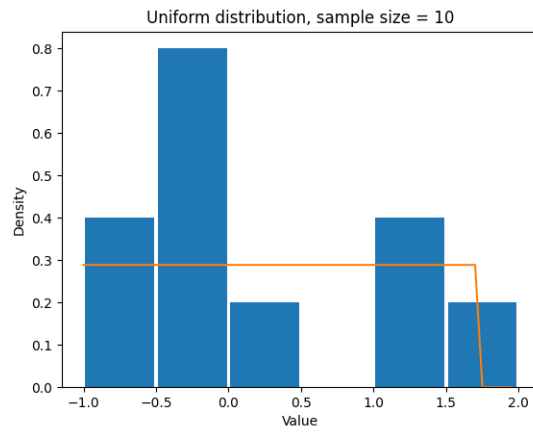


(b) Размер выборки - 50

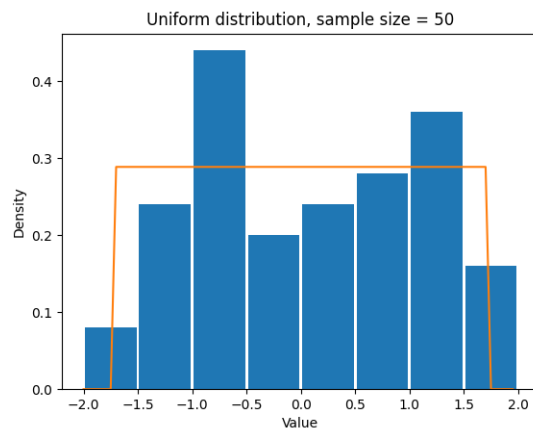


(c) Размер выборки - 1000

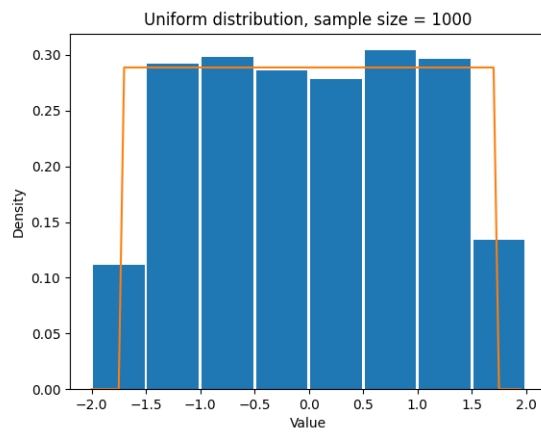
Рис. 3.4: Распределение Пуассона



(а) Размер выборки - 10



(b) Размер выборки - 50



(с) Размер выборки - 1000

Рис. 3.5: Равномерное распределение

4 ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

По гистограммам можем сделать следующий вывод — чем больше размер выборки, тем лучше гистограмма, построенная по этой выборке, приближает функцию плотности вероятности.

Для выборки в 1000 элементов гистограммы нормального распределения, распределений Коши и Лапласа лучше всего приблизили графики их плотностей распределений.

Кроме того, на выборках малого размера хорошо заметны «всплески».

5 ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Код работы: https://github.com/proted/SPbPU_MathStat

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Histogram. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>