Решения задач по физике по темам "Колебания и волны" "Оптика, СТО, Квантовая механика"

1 Механические колебания

3.8

Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления: $x_1 = a\cos\omega t$ и $x_2 = a\cos 2\omega t$. Найти максимальную скорость точки.

Дано

$x_1 = a\cos\omega t$

$x_2 = a\cos 2\omega t$

Найти:

υ_{max}- ?

Решение

$x_1 = a\cos\omega t; x_2 = a\cos 2\omega t; x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$\frac{dx}{dt} = -a\omega(\sin\omega t + 2\sin 2\omega t), \left|\frac{dx}{dy}\right| \to max$

$\frac{dx}{dt} = -a\omega\sin\omega t_0(1 + 4\cos\omega t_0)$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -a\omega^2(\cos\omega t_0 + 4\cos 2\omega t_0) = 0$

$\cos\omega t_0 + 4\cos 2\omega t_0 = 8\cos^2\omega t_0 + \cos\omega t_0 - 4 = 0$

$\cos\omega t_{0_1} = \left|\frac{-1+\sqrt{129}}{16}\right| < 1$

$\cos\omega t_{0_2} \approx 0,6473635$

$|\sin\omega t_{0_1}| \approx 0,7621814$

$\frac{dx}{dy}|_{t=t_{0_1}} = -2,73a\omega$

$\cos\omega t_{0_2} = \frac{-1-\sqrt{129}}{16}$

$\cos\omega t_{0_2} \approx -7,723635$

$|\sin\omega t_{0_2}| \approx 0,6351808$

$\left|\frac{dx}{dt}(t_{0_2})\right| < \left|\frac{dx}{dt}(t_{0_1})\right| \Rightarrow$

$|\upsilon_{max}| = 2,73a\omega$

3.11

Точка движется в плоскости xy по закону $x = A\sin\omega t, y = B\cos\omega t$, где A, B, ω - постоянные. Найти:

a) уравнение траектории точки $y(x)$ и направление её движения по этой траектории;

b) ускорение a в зависимости от её радиуса-вектора r относительно начала координат.

Дано

$x = A\sin\omega t,$
$y = B\cos\omega t,$
$A, B, \omega = const$

Найти:
$y(x)$-?
$a(\bar{r})$ - ?

Решение

а)

$x = A\sin\omega t$

$\sin^2\omega t = \frac{x^2}{A^2}$

$\cos^2\omega t = 1 - \frac{x^2}{A^2}$

$I = B\cos\omega t$

$\cos^2\omega t = \frac{y^2}{B^2}$

$1 - \frac{x^2}{A^2} = \frac{y^2}{B^2}$

$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$

$t = 0 \Rightarrow$

$x = A\sin\omega * 0 = 0$

$x = B\cos\omega * 0 = B$

b)

$\vec{r} = A\sin\omega t * \vec{i} + B\cos\omega t * \vec{j}$

$\dot{r} = A\omega\cos\omega t * \vec{i} - B\omega\sin\omega t * \vec{j}$

$\ddot{r} = -A\omega^2\sin\omega t * \vec{i} - B\omega^2\cos\omega t * \vec{j}$

$\ddot{r} = -\omega^2(A\sin\omega t * \vec{i} + B\cos\omega t * \vec{j}$

$\ddot{r} = -\omega^2 * \vec{r}$

3.13

Частица массы m находится в одномерном силовом поле, где её потенциальная энергия зависит от координаты x как $U(x) = U_0(1 - \cos ax), U_0$ и a - постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

Дано	Решение
$U(x) = U_0\,(1 - \cos\ ax)$ $U_0, a = const$	$U_0(1-\cos ax) = U(x)U(x) \approx U_0\frac{a^2x^2}{2} + o(x^3)$ $m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{d}{dx}U = -a\sin axU_0 \approx -a^2U_0x$ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x = -\frac{a^2U_0}{m}x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a^2U_0}{m}}$
Найти: T - ?	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{a}\sqrt{\frac{x}{U_0}}$

3.14

Частица массы m находится в одномерном силовом поле, где её потенциальнвя энергия зависит от координаты x как $U(x) = (a/x^2 - b/x)$ a и b - положительные постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

Дано

$U(x) = (a/x^2 - b/x)$
a и b - положительные постоянные

Найти:
T - ?

Решение

$U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}; U'(x_0) = -\frac{2a}{x_0^3} + \frac{b}{x_0^2} = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{2a}{b}$

$U''(x_0) = \frac{6a}{x_0^4} - \frac{2b}{x_0^3} = \frac{6ab^4}{16a^4} - \frac{2b^3}{16a^3} = \frac{b^4}{8a^3}, U(x_0) = -\frac{b^2}{a}$

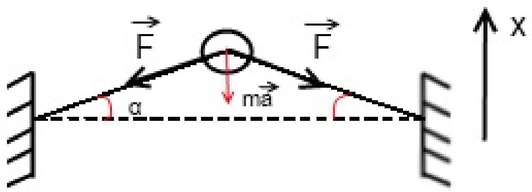
$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{d}{dx}U(x) \approx -\frac{d}{dx}\left(-\frac{b^2}{4a} + \frac{b^4}{16a^3}\left(x - 2\frac{a}{b}\right)^2\right) = -\frac{b^4}{8a^3}x$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x = -\frac{b^4}{8a^3 m}m \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{b^4}{8a^3 m}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi a\sqrt{2am}}{b^2}$

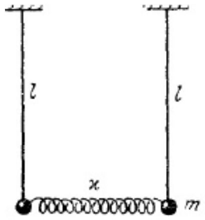
3.15

Найти период малых поперечных колебаний шарика массы $m = 40$г, укреплёного на середине натянутой струны длины $l = 1$ м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной $F = 10$ Н. Массой струны и силами тяжести пренебречь.

Дано	Решение
дано	
Найти: T	$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2F\sin\alpha$ $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \frac{2x}{l}$ $m\frac{d^2x}{dt^2} \approx -2F\frac{2x}{l}$ $\frac{d^2x}{dt^2} \approx -\frac{4F}{ml}x = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = 2\sqrt{\frac{F}{ml}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{ml}{F}}$

3.17

Два математических маятника, каждый длины l = 50 см и массы m = 45г, соединены пружинкой жесткостью x = 0.66 Н/м. При равновесии маятники занимают вертикальное положение. Найти период малых колебаний этих маятников, если их колебания происходят в вертикальной плоскости в противоположные стороны.

Дано	Решение
l = 50 см m = 45г x = 0.66 Н/м	 $m\frac{dx}{dt^2} = -mg\sin\alpha + \kappa\delta x$ $x_1 = 1 - x_2$ $\delta x = -x_1 - (1 - x_2)$ $m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\sin\alpha - 2\kappa x_1 \approx -mg\frac{x_1}{l} - 2\kappa x_1$ $\frac{d^2x_1}{dt^2} \approx -(\sqrt{\frac{g}{1} - \frac{2\kappa}{m}})^2 x_1 = -\omega^2 x$ $\omega = \sqrt{\frac{mg-2\kappa l}{ml}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{ml}}{\sqrt{mg-2\kappa l}}$
Найти: T - ?	

3.20

условие

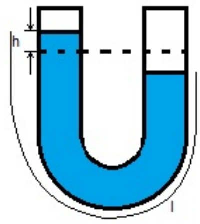
Дано

дано

Найти:

найти

Решение



$phS \cdot \frac{d^2h}{dt^2} = \rho ghS+$

$dF = mgB(x)dx$ слой dx

$\Delta m\ddot{x} = \Delta F$

$\Delta m = \rho xS\ddot{x}$

$m\frac{d^2h}{dt^2} = \int\limits_{U-h}^{-U-h} dF = -2hg\rho S$

$\cancel{\rho}\frac{d^2h}{dt^2} = -2\cancel{\rho}ghS \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2gS}{V}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad T = \pi\sqrt{\frac{2V}{gS}}$

3.31

Представим себе шахту, пронизывающую Землю по её оси вращения. Считая Землю за однородный шар и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:
а)уравнение движения тела, упавшего в шахту;
б)время, которое понадобится этому телу, чтобы достичь противоположного конца шахты;
в) скорость тела в центре земли

Дано	Решение
земля, шахта и предмет	По теореме Гаусса: $\oint gdS = 4\pi Gm(x)$ $m(x) = \frac{4}{3}\pi\rho x^3 M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 \Rightarrow m(x) = M\frac{x^3}{R^3}$ $4g\pi x^2 = 4\pi GM\frac{x^3}{R^3} \Rightarrow g(x) = g\frac{x}{R}g = const$ тогда уравнение движения предмета:
Найти: x(t) - ? t - ? ν–?	$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{gx}{R}$ $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{R}x = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}, t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

3.32

Найти период малых колебаний математичческого маятника l, если точка подвеса движется относительно поверхности Земли с постоянным ускорением а так, что угол между векторами a и g равен β.

Дано

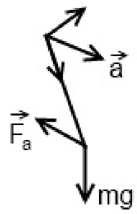
l

$\beta = \angle\widehat{\vec{a}\vec{g}}$

Найти:

T - ?

Решение



$m\frac{d^2x}{dt^2} \approx -|T|\sin\alpha \approx -|T|\frac{x}{l}$

$F_{a_\parallel} \approx ma\cos\beta; F_g = mg$

$F_{a_\perp} \approx ma\sin\beta$

$|T| = |F_a - F_g| = m\sqrt{q^2 + a^2 - 2ag\cos\beta}$

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\sqrt{|\bar{g} - \bar{a}|}\frac{x}{l} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{|\bar{g}-\bar{a}|}}{\sqrt{l}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{|\bar{g}-\bar{a}|}}}$

3.33

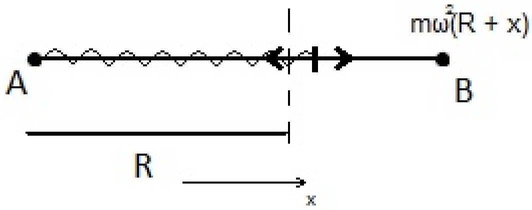
На гладкий горизонтальный стержень АВ надета небольшая муфточка массы $m = 50$г, которая соединена с концом А стержня пружинкой жесткости $= 50$Н/м. Стержень вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 10,0$рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец А. Найти частоту ω малых колебаний муфточки.

Дано

$m = 50$г
$x = 50$Н/м
$\omega = 10,0$рад/с

Найти:
ω_{small}-?

Решение



$m\frac{d^2x}{dt^2} = -(\kappa - \omega^2 m)x$
$\frac{d^2x}{dt^2} = (\frac{\kappa}{m} - \omega^2)x$
$\omega' = \sqrt{\frac{\kappa}{m} - \omega^2}$

3.49

Однородный стержень длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний. Трения нет.

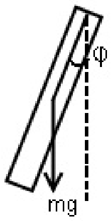
Дано

l

Найти:

τ

Решение



$$I\frac{d^2\phi}{dt^2} = -mg\frac{l}{2}\sin\phi \approx -mg\frac{l}{2}\phi$$

$$I = \frac{1}{3}ml^2 \Rightarrow \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{3g}{2l}\phi \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

3.51

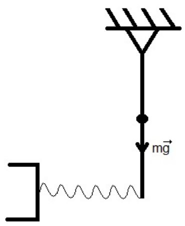
Найти круговую частоту малых колебаний тонкого однородного стержня массы m и длины l вокруг горизонтальной оси, проходящий через точку O. Жесткость пружины x. В положении равновесия стержень вертикален.

Дано

m
l
x

Найти:
ω

Решение



Если стержень отклоняется на очень малый угол α относительно положения равновесия, то на него действует возвращающий момент силы тяжести.

$M_{gravity} = -mg\frac{l}{2}\sin\alpha = -mg\frac{l}{2}\alpha$ (т.к. α очень мал)

$M_{elasticity} = -xl\sin\alpha \cdot l = -xl^2\alpha$

Момент инерции стержня относительно точки подвеса:

$I = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$

Уравнение колебаний:

$M_{\sum} = I \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2}$

$M_{gravity} + M_{elasticity} = I\frac{d^2\alpha}{dt^2}$

$-mg\frac{l}{2}\alpha - xl^2\alpha = \frac{1}{3}ml^2\frac{d^2\alpha}{dt^2}$

$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{3}{2l}\frac{mg+\alpha xl}{m}\alpha = 0$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3}{2l}\frac{mg+\alpha xl}{m}} = \sqrt{\frac{3g}{2l} + 3\frac{x}{m}}$

Alternative solve:

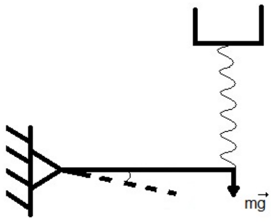
$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg\frac{l}{2}\sin\varphi - \kappa l^2\varphi \approx -m\frac{l}{2}g\varphi - \kappa l^2\varphi$

$I = \frac{1}{3}ml^2 \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -(\frac{3g}{2l} + \frac{3\kappa}{m})\varphi$

$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2l} + \frac{3\kappa}{m}}$

3.52

Однородный стержень массы m совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку О. Правый конец стержня подвешен на пружине жесткости x. Найти период колебаний стержня, если в положении равновесия он горизонтален.

Дано	Решение
m x	
Найти: τ -?	$\triangle x = l\sin\varphi = l\varphi$ (при малых φ) $M = \frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi}$ $M = k\triangle xl = kl^2\varphi$ $\frac{1}{2}ml^2 = kl^2\varphi \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{3k}{m}$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

3.59

Однородный стерржень длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси OO‘, перпендикулярной стержню и проходящей через одну из его точек. Найти расстояние между центром стержня и осью OO‘, при котором пеериод колебаний будет наименьшим

Дано

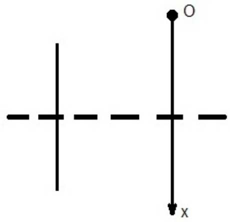
l

$\tau = min$

Найти:

CO

Решение



$(\frac{1}{12}ml^2 + m(\frac{1}{2} - x)^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx -mg(\frac{1}{2} - x)\varphi = -I\omega^2\varphi$

$\gamma = \frac{l}{2} - x$

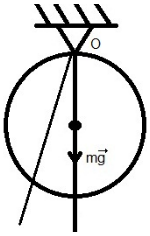
$\frac{\gamma}{\frac{1}{12}l^2 - \gamma^2} \to max : \frac{\gamma^2 + \frac{1}{12}l^2 - 2\gamma^2}{(\frac{1}{12}l^2 + \gamma^2)^2} = 0$

$\gamma_{1,2} = \pm\frac{l}{\sqrt{12}}$

$\gamma_2 = \frac{l}{\sqrt{12}} = \gamma_{max}$

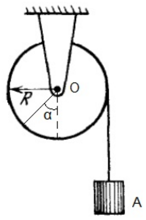
3.62

Тонкое кольцо радиуса R совершает малые колебания около точки O. Найти из период если колебания происходят:
а) в плоскости рисунка;
б) в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка.

Дано	Решение
	
R	а) $I\frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx -mgR\varphi$
Найти:	$I = mR^2 + mR^2 \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{2R}\varphi$
τ	$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$
	б) $I\frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx -mgR\varphi$
	$I = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{2g}{3R}\varphi$
	$T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$

3.67

Однородный цилиндрический блок массы M и радиуса R может свободно поворачиваться вокруг горизонтальной оси O (рис.). На блок плотно намотана нить, к свешивающемуся концу которой прикреплен груз A. Этот груз уравновешивает точечное тело массы m, укрепленное на ободе блока, кри определенном значении угла α. Найти частоту малых колебаний системы.

Дано	Решение
M R m α	 Суммарный вращающий момент: $M_{\sum} = MgR - mgR\sin\alpha'$ Когда система уравновешена: $MgR - mgR\sin\alpha = 0$ $M = m\sin\alpha \Rightarrow M_{\sum} = m\sin\alpha gR - mgR\sin\alpha'$ $M_{\sum} = mgR2\sin(\frac{\alpha-\alpha'}{2})\cos(\frac{\alpha+\alpha'}{2})$ $M_{\sum} = mgR2\sin(-\frac{\triangle\alpha}{2})\cos(-\frac{2\alpha+\triangle\alpha}{2})$ $\triangle\alpha$ - очень мало $\Rightarrow M_{\sum} = -(mgR\triangle\alpha)\cos\alpha$ Момент сил, действующих на систему, определяет её угловое ускорение относительно оси вращения: $(I + mR^2 + MR^2)\cdot\frac{d^2}{dt^2}\alpha' = M_{\sum}$ $\boxed{I = \int r^2 dm}$ $(\frac{MR^2}{2} + mR^2 + MR^2)\frac{d^2}{dt^2}(\alpha + \triangle\alpha) = M_{\sum}$ $(\frac{MR^2}{2} + mR^2 + MR^2)\frac{d^2}{dt^2}(\triangle\alpha)mgR\triangle\alpha\cos\alpha = 0$ $\frac{d^2}{dt^2}(\triangle\alpha) + \triangle\alpha(2g\frac{m}{R}\frac{\cos\alpha}{M+\alpha m+\alpha m\sin\alpha}) = 0$ Получили уравнение гармонических колебаний. Круговая частота: $\omega = \sqrt{\alpha g\frac{m}{R}\frac{\cos\alpha}{M+2m+2m\sin\alpha}}$
Найти: ω	

3.68

Сплошной однородный цилиндр радиуса r катается без скольжения по внутренней стороне цилиндрической поверхности радиуса R, совершая малые колебания. Найти из период.

Дано

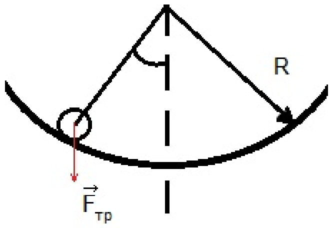
r

R

Найти:

τ

Решение



Запишем II закон Ньютона и основное уравнение динамики для цилиндра: $\begin{cases} m\frac{dv}{dt} = -mg\theta - F \\ I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = F \cdot r \end{cases}$

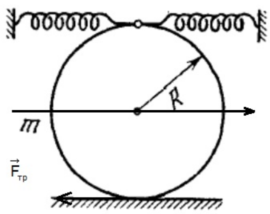
заметим, что: $\theta(R - r)\ phir$, $\frac{dv}{dt} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2}$, тогда

$m\frac{d^2\varphi}{dt^2}r \approx -mg\frac{r}{R-r}\varphi - \frac{I}{r}\frac{d^2\varphi}{dt^2}, I = \frac{1}{2}mr^2$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2}\cancel{mr}(1 + \frac{1}{2}) = -\cancel{m}g\frac{\cancel{r}}{R-r}\varphi \Rightarrow$

$\omega = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$

3.69
условие

Дано	Решение
дано	
Найти: найти	II закон Ньютона:

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -F - F = -F - x$

$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = FR - FR = FR - kxR$

$F = -m\frac{d^2x}{dt^2} - kx = \frac{I}{R}\frac{d^2\varphi}{dt^2} + kx$

$-\frac{d^2x}{dt^2}(mR - \frac{I}{R}) = 2kx$

$\frac{1}{2}mR^2 = I$ - инерция $\quad x = R\varphi$

$-mR\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{I}{R}\frac{d^2\varphi}{dt^2} - 2Rk\varphi$

$R\varphi = x$

$-(mR + \frac{I}{R})\frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2kR\varphi$

$\frac{3}{2}mk\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -2kR\varphi$

$\omega = \sqrt{\frac{4kR}{3mk}} \quad T = \pi\sqrt{\frac{3m}{4k}}$

$k\frac{l}{2} = k_0 l \quad k = 2k_0$

$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{3m}{2k_0}}k_0 -$

3.85

условие

Дано	Решение
дано	$x(t) = le^{-\beta t}\cos\omega t$
Найти: найти	$S = 2\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left\lvert x\left(\frac{\pi n}{\omega}\right)\right\rvert - l = 2l\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{-\pi\frac{\beta}{\omega}n} - l = l(\frac{2}{1-e^{-\frac{\lambda}{2}}} - 1) = l\frac{1+e^{-\frac{\lambda}{2}}}{1-e^{-\frac{\lambda}{2}}}$

3.87

Однородный диск радиуса $R = 13$ см может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через край диска. Найти период малых колебаний этого диска, если логарифический декремент затухания $\lambda = 1,00$.

Дано	Решение
$R = 13$ см	$\alpha = \beta I$
$\lambda = 1,00$	$I = IC + mR^2$
Найти:	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$
T - ?	$I = I_c + mR^2$
	$I_c = mR^2/2$
	$\omega_0 = \frac{2}{3}\frac{g}{R}$
	$I\dot{\phi} + mgR\phi = 0$
	$\dot{\phi} + \frac{mgR}{I}$
	$\omega_0 = \frac{mgR}{I}$
	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{3}\frac{g}{R} - \frac{\alpha^2}{T^2}}}$
	$T = \sqrt{\frac{12\pi^2 R + 3\alpha^2 R}{2g}}$

3.92

условие

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

$$\begin{cases} m\frac{d^2x}{dt^2} = F - \kappa x & 0 < t < T \\ m\frac{d^2x}{dt^2} = -\kappa x & t >= T \end{cases}$$

$$\lrcorner x = \tilde{x} + C \quad \frac{d^2\tilde{x}+C}{dt^2} + \frac{\kappa}{m}\tilde{x} = \frac{F}{m} - C\frac{\kappa}{m} \Rightarrow c = \frac{F}{\kappa}$$

$$\begin{cases} x = \frac{F}{\kappa} + \frac{F}{\kappa}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \frac{F}{\kappa}(1 - \cos\omega t) & t < T \\ x = A\cos(\omega(t-T) + \alpha) & t \geqslant T \end{cases}$$

$$x(T) = \frac{2F}{\kappa}\sin^2\frac{\omega T}{2} = A\cos\alpha$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\omega F}{\kappa}\sin\omega t = -\omega A\sin\alpha$$

$$\frac{F}{\kappa A}\sin\omega T = -\sin\alpha \qquad -\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\sin\frac{\omega T}{2}\cos\frac{\omega T}{2}}{1-\cos\omega T} = \operatorname{ctg}\frac{\omega T}{2}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\frac{\omega T}{2}}} = \left|\sin\frac{\omega T}{2}\right|$$

$$a = \frac{F}{\kappa}\frac{(1-\cos\frac{\omega T}{2})}{\cos\alpha} = \frac{2F}{\kappa}\left|\sin\frac{\omega T}{2}\right|$$

3.96

условие

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} = \varphi$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cancel{2\beta}\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{\cancel{\omega_0^2} - \cancel{\omega_0^2} + \cancel{2}\beta^{\cancel{2}}} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\beta^2} - 2}$

3.97

условие

Дано	Решение
	$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\varkappa x - 2\beta\frac{dx}{dt}, \quad \lambda\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}\beta$
	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\varkappa}{x} + 2\beta\frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$
	$\omega = \ sqrt\omega_0^2 - 2\beta^2, \quad \beta^2 = \frac{\lambda^2\omega_0^2}{4\pi^2+\lambda^2}$
	$\omega = \omega_0\sqrt{\frac{4\pi^2-\lambda^2}{4\pi^2+\lambda^2}}$
дано	$\omega_0^2 : \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 = \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\varkappa}{m}x \Rightarrow \sqrt{\frac{\varkappa}{m}} = \omega_0^2$
Найти:	
найти	$\varkappa\Delta l = mg \Rightarrow \varkappa = \dfrac{mg}{\Delta l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta l}}$
	$\omega = \sqrt{\frac{4\pi^2-\lambda^2}{4\pi^2+\lambda^2}\frac{g}{\Delta l}}$
	$a_m ax = \frac{F_0}{m} \cdot \frac{1}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} = \frac{F_0}{m}\frac{\lambda}{2\pi\omega_0^2}\left(1 + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right) = \frac{F_0\Delta l\lambda}{4\pi mg}\left(1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right)$

3.101
условие

Дано	Решение
	$(\omega_1^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\omega_1^2 = (\omega_2^2 - \omega_0^2 + 4\beta^2\omega_2^2)$
	$\omega_1^4 - 2\omega_0^2\omega_1^2 + \cancel{\omega_0^4} + 4\beta^2\omega_1^2 = \omega_2^4 = 2\omega_2^2\omega_0^2 + \cancel{\omega_0^4} + 4\beta^2\omega_2^2$
дано	$\omega_0^2 = \frac{\omega_2^4 - \omega_1^4}{2(\omega_2^2 - \omega_1^2)} + 2\beta^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + 2\beta^2$
Найти: найти	$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}$

3.104

условие

Дано	Решение

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

Очевидно, что $E(t) = \frac{mx^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = mgx$, тогда средняя механическая энергия за период будет равна:

$\frac{1}{T}\int\limits_0^T E\,dt = \frac{\omega m}{2\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left(\frac{x^2}{2} + \omega_0^2\frac{x^2}{2} + gx\right)\,dt$

Допустим, что $t \gg \frac{1}{\beta}$, т.е. x(t) = a $\cos(\omega t + \alpha)$ (а под интеграл можно внести просто $x(t) = a\cos\omega t$, т.к. интегрируем по периоду):

$\langle E\rangle = \frac{\omega m}{4\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}}(\omega^2 a^2\sin^2\omega t + a^2\omega_0^2\cos^2\omega t + \cancelto{0}{g\cos\omega t})dt =$

$= \frac{\cancel{\omega} m}{2\cancel{\pi}}\frac{\cancel{\pi} a^2}{\cancel{\omega}}(\omega^2 + \omega_0^2) = ma^2\frac{\omega^2+\omega_0^2}{4}$

(учли, что $\langle cos^2\omega t\rangle = \langle\sin^2\omega t\rangle = \frac{\pi}{\omega}$)

3.107

условие

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

Очевидно, что $A_{tr} = -2\int\limits_{-a}^{a} F_{tr}\,dx = -2\int\limits_{-a_m}^{a_m} N_{tr}\,d\varphi$

$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} + k\frac{d\varphi}{dt} + I\omega_0^2\varphi = N(t)$, тогда

$$A = 2k\int\limits_{-\varphi_m}^{\varphi_m}\frac{d\varphi}{dt}\,d\varphi = 2\int\limits_{-\varphi_m}^{\varphi_m}(N(t) - I\ddot{\varphi} - I\omega^2\varphi)d\varphi =$$

$$= 2\int\limits_{\frac{\pi+\alpha}{\omega}}^{\frac{2\pi+\alpha}{\omega}}(N(t) - I\varphi(\omega^2-\omega^2))\dot{\varphi}dt =$$

$$= 2\omega\int\limits_{\frac{\pi+\alpha}{\omega}}^{\frac{2\pi+\alpha}{\omega}} N_m\cos\omega t\varphi_m\sin(\omega t-\alpha)dt =$$

$$= 2\omega N_m\varphi_m\int\limits_{\frac{\pi+\alpha}{\omega}}^{\frac{2\pi+\alpha}{\omega}}(\cancelto{0}{\cos\omega t\sin\omega t}\cos\alpha - \cos^2\omega t\sin\alpha)dt =$$

$$= -\cancel{2}\cancel{\omega}N_m\varphi_m\frac{\pi\sin\alpha}{\cancel{2}\cancel{\omega}} = -\pi N_m\varphi_m\sin\alpha$$

3.108
условие

Дано	Решение
	$\theta = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega'}{2\beta}\sqrt{\frac{\omega_0^2}{4\beta^2} - \frac{1}{4}}$
дано	$\operatorname{arctg}\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2} = \varphi \Rightarrow 4\beta^2 = \frac{(\omega^2-\omega_0^2)\operatorname{tg}^2\varphi}{\omega^2}$
Найти:	$\theta = \sqrt{\frac{\omega^2\omega_0^2\operatorname{ctg}^2\varphi}{(\omega_0^2-\omega^2)^2} - \frac{1}{4}} \quad \omega_0 : \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{d^2x}{dt^2}\frac{\varkappa}{m}x = 0$
ω_0	$\omega_0 = \sqrt{\frac{\varkappa}{m}}$

3.111

условие

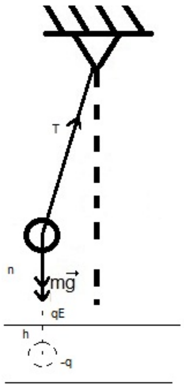
Дано

дано

Найти:

найти

Решение



$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\frac{g}{h} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{g}{h}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{\eta} \quad \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = \eta^2$

с зарядом:

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 h^2} + mg\right)\frac{x}{h}$

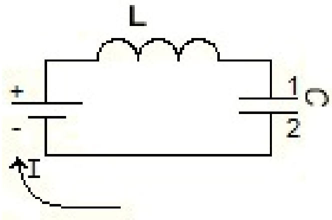
$\omega_2^2 = \left(\frac{q^2}{16m\pi\epsilon_0 h^2} + \cancel{mg}\right)\frac{1}{h}$

$\eta^2 = 1 + \frac{q^2}{16m\pi\epsilon_0 h^2} \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow q = 4h\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg(\eta^2+1)}$

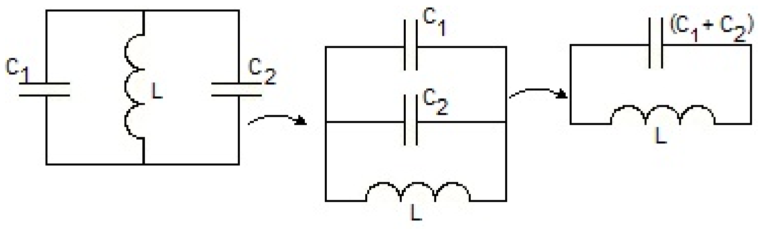
2 Электрические колебания

3.118

условие

Дано	Решение
дано	 $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{c} = \xi - L\frac{d^2q}{dt^2}$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}g = \frac{\xi}{L} \quad \rfloor g = \tilde{g} + C' \quad C' = C\xi$ $\frac{d^2(\tilde{g}+C)}{dt^2} + \frac{1}{LC}\tilde{g} = \frac{\epsilon}{L} - \frac{C'}{LC}$ $\tilde{g} = C_1\cos(\omega t + \alpha), \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\rfloor \alpha = \frac{3\pi}{2}, C_1 = C\xi$ $q(t) = C\xi(1 + \sin\omega t) \quad I = \xi\sqrt{\frac{C}{L}}\cos\omega t = \frac{dq}{dt}$ $I_{max} = \xi\sqrt{\frac{C}{L}}, U_{max} = \frac{q_{max}}{C} = 2\xi$
Найти: найти	

3.122
условие

Дано	Решение
дано	
Найти: найти	тогда: а) $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C_1+C_2}=0 \Rightarrow \omega^2=\frac{1}{L(C_1+C_2)} \quad T=2\pi\sqrt{(C_1+C_2)L}$ б) ЗСЭ:$\frac{LI_A^2}{2}=\frac{(C_1+C_2)U_A^2}{2}$ из условия $q(0)=U\dot{q}(0)=0$ $I_A=U\sqrt{\frac{C_1+C_2}{L}}$

3.123

условие

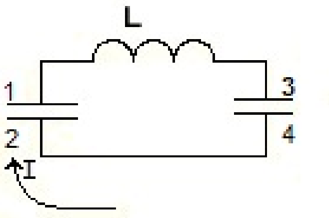
Дано

дано

Найти:

найти

Решение



$\varphi_3 - \varphi_1 = L\frac{d^2q}{dt^2}$

$\varphi_2 - \varphi_4 = 0$

$-(\varphi_3 - \varphi_4) + (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q_1}{C} - \frac{Q-q_1}{C} = -L\frac{d^2q_1}{dt^2}$

$Q = CU_0 \quad \frac{d^2q_1}{dt^2} + 2\frac{2}{LC}q_1 = \frac{Q}{LC} = \frac{U_0}{L}$

$\rfloor q_1 = \tilde{q}_1 + C_1 \quad \frac{d^2q_1}{dt^2} + \frac{2}{LC}\tilde{q} = \frac{U_0}{L} - \frac{2C_1}{LC} \Rightarrow C_1\frac{CU_0}{2}$

$q_1(0) = CU_0 \Rightarrow q_1(t) = \frac{CU_0}{2}(1+\cos\omega t), \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$

$q_2 = CU_0 - q_1 = \frac{CU_0}{2}(1-\cos\omega t)$

3.125

условие

<table>
<tr><td>Дано

дано</td><td rowspan="2">Решение
$U(t) = Ue^{-\beta t}\cos\omega t$
а) $|\cos\omega t_A| = 2 \Rightarrow \omega t_A = \pi n \quad t_A = \frac{\pi n}{\omega}$
б) $\frac{dU}{dt} = -e^{-\beta t}(\omega\sin\omega t_0 + \beta\cos\omega t_0) = 0$
$-e^{-\beta t}\cdot\frac{1}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}\cos(\omega t_0 - \varphi)0 = -e^{-\beta t}\sin(\omega t_0 + \varphi)$
$\varphi = \arccos\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}} = \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\omega}$
$\omega t_0 + \varphi = \pi n \quad t_0 = \frac{\pi n - \varphi}{\omega} = \frac{\pi n - \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\omega}}{\omega}$</td></tr>
<tr><td>Найти:
найти</td></tr>
</table>

3.128
условие

Дано

дано

Найти:
найти

Решение

Дифференциальное уравнение, описывающее физический процесс:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

В момент максимума тока: $\frac{d^2q}{dt^2} = 0$

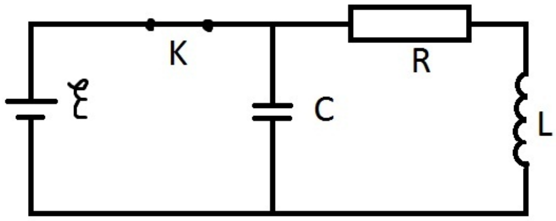
нужно найти - $\frac{CL(\frac{d^2q}{dt^2})}{q^2}$

$\frac{R^2}{\cancel{L^2}} = \frac{1}{\cancel{L^2}C^2}q^2$

$\frac{CL}{q^2} \cdot (\frac{dq}{dt})^2 = \frac{L}{CR^2}$

3.134

В схеме (рис. 3.34) ЭДС элемента $\varepsilon = 2{,}0$ В, его внутреннее сопротивление $r = 9{,}0$ Ом, емкость конденсатора $C = 10$ мкФ, индуктивность катушки $L =$100 мГн и активное сопротивление $R = 1{,}0$ Ом. В некоторый момент ключ К разомкнули. Найти энергию колебаний в контуре:
а)непосредственно после размыкания ключа;
б)через $t = 0{,}30$ с после размыкания ключа.

Дано	Решение
$\varepsilon = 2{,}0$ В $r = 9{,}0$ Ом $C = 10$ мкФ $L =$100 мГн $R = 1{,}0$ Ом	 $I_R = \frac{\varepsilon}{R+r}$ $U_C = I_R R$ $E_0 = \frac{CU_C^2}{2} + \frac{LI_R^2}{2}$ $E_0 = \frac{C(I_R R)^2}{2} + \frac{LI_R^2}{2}$ $E_0 = \frac{1}{2} I_R^2 (CR^2 + L)$
Найти: $E(t)$ - ?	$E_0 = \frac{1}{2}(\frac{\varepsilon}{R+r})^2 (CR^2 + L)$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}; T = \sqrt{LC}$ $\sigma = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания $W = W_0 e^{-\frac{R}{L}t} \cos\omega t$ - энергия $E(t) = E_0 e^{-2\sigma t} \cos\omega t$ длинный вывод формулы энергии

3.138

условие

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

Очевидно, что контур теряет энергию из-за активного сопротивления (тепло) и эти потери описываются уравнением вида:

$\frac{dQ}{dt} = I^2R$ - (закон Джоуля-Ленца), тогда искомая мощность $P = \frac{dQ}{dt}$, а $\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int\limits_0^T Q' \, dt$

$I(t) = I_m \sin\omega t$ (гармонические колебания тока), тогда $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$\langle P \rangle = \langle I^2(t)R \rangle = R\frac{\omega I_m^2}{2\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2\omega t \, dt = R\frac{\omega I_m^2}{2\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{1 \cancelto{0}{- \cos\omega t}}{2} dt = \frac{I_m^2 R}{2}$

3.139

условие

Дано	Решение
дано	Очевидно, что контур теряет энергию из-за активного сопротивления (тепло) и эти потери описываются уравнением вида:
Найти:	$\frac{dQ}{dt} = I^2R$ - (закон Джоуля-Ленца), тогда искомая мощность $P = \frac{dQ}{dt}$, а $\langle P\rangle = \frac{1}{T}\int\limits_0^T Q'\,dt$
найти	$\langle P\rangle = \frac{1}{T}\int\limits_0^T I^2R\,dt = \frac{R}{T}\int\limits_0^T \dot{q}(t)\,dt$
	$q(t) = CU_m\sin\omega$, где $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, тогда
	$\frac{dq}{dt} = U_m\omega C\cos\omega t \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$
	$\langle P\rangle = R\frac{2\pi}{\omega}u^2\omega^2C^2\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\cos^2\omega t\,dt = \frac{RU_m^2C}{L}\frac{\omega}{2\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\frac{1+\cos\omega t}{2}\,dt = \frac{CU_m^2R}{2L}$

3.140

Найти частоту затухающих колебаний контура, показанного на рисунке. Емкость , индуктивность L и активное сопротивление R предполагаются известными.

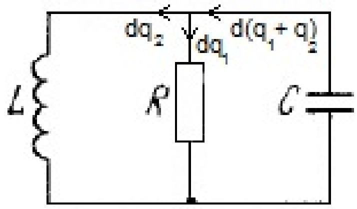
Дано

C, R, L

Найти:

ω - ?

Решение



$g(t) = g_1(t) + g_2(t)$

$d(g_1 + g_2) = dg_1 + dg_2$

По второму правилу Киргофа:

$\frac{Q_1}{dt}R + \frac{q_1+q_2}{C} = 0$

$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{d(q_1+q_2)}{Cdt}$

$\frac{q_1+q_2}{C} = \epsilon_C = -\frac{d^2q_2}{dt}$

$\frac{d^2(\varphi_1+\varphi_2)}{dt^2} + \frac{d(\varphi_1+\varphi_2)}{RCdt} + \frac{q_1+q_2}{LC} = 0$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \beta = \frac{1}{2RC}$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2C^2}}$

3.141

условие

Дано

дано

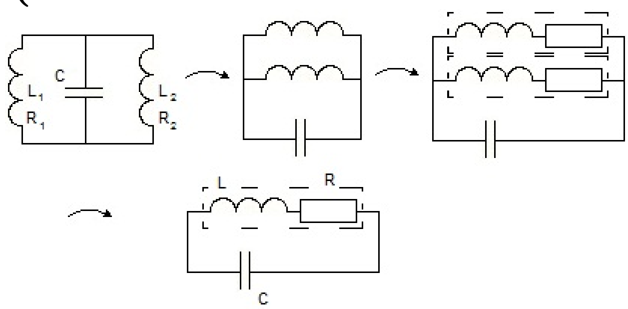
Найти:

найти

Решение

Запишем закон Ома и правило Киргофа:

$$\begin{cases} L_1\frac{dI_1}{dt} + I_1R_1 = L_2\frac{dI_2}{dt} + I_2R_2 = L\frac{dI}{dt} + IR \quad I_1 = \frac{dq_1}{dt} I_2 = \frac{dq_2}{dt} \\ I = I_1 + I_2 \quad \frac{dq}{dt} = I \end{cases}$$

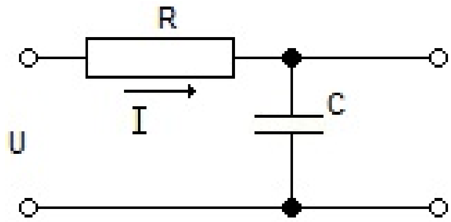


$$L\frac{dI}{dt} = L_1\frac{dI_1}{dt} = L_2\frac{dI_2}{dt}, \quad \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} = \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

$$RI = I_1R_1 = I_2R_2, I_1 + I_2 = I \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

3.147
условие

Дано	Решение



$U_0 = 1 + \cos \omega t$

а) Заметим, что $U' = \frac{q}{C}$ и запишем правило Киргофа:

$IR + IX_C = \tilde{U} \Rightarrow I = \frac{\tilde{U}}{R+X_c}$,где $\tilde{U} = e^i \omega t$

дано

$X_C = -\frac{i}{\omega C}$ - ёмкостное сопротивление

Найти:

найти

$\tilde{U}' = \frac{\tilde{U}}{\omega CR+1}(1 - i\omega CR) = Ae^{i(\omega t + \alpha)}$

$\alpha = -\operatorname{arctg} \omega CR \quad A = \frac{|\tilde{U}|}{\omega CR+1}|1 - i\omega CR| = \frac{|\tilde{U}|}{\sqrt{(\omega CR)^2+L}} = \frac{U_0}{\sqrt{L+(\omega CR)^2}}$

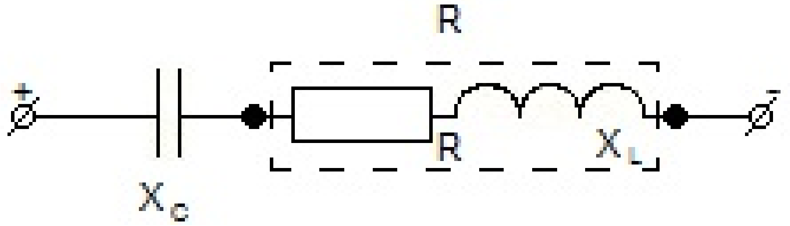
Постоянная составляющая $U(H$ пройдёт до U' без изменений, поэтому

$U'(t) = U_0 + Re\tilde{U}' = (1 + \frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}} \cos(\omega t - \operatorname{arctg} \omega CR))$

б) $\frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}} = \frac{1}{\eta} \quad (\omega CR)^2 = \eta^2 - 1$, $CR = \frac{\sqrt{\eta^2-1}}{\omega}$

3.150

условие

Дано	Решение
	$\rfloor U = U_m \cos\omega t$
	а) $I_m \lvert Z\rvert = U_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{\lvert Z\rvert}$, где
	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C} - \omega L)^2}$
	б) Запишем закон Ома для переменного тока:
	$I_m e^{\cancel{i\omega t}+\alpha}(R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})) = U_m \cancel{e}^{i\omega t}$
	$e^{i\alpha} \lvert Z\rvert e^{i\psi} = \left(\frac{I_m}{U_m}\right)^{-1} e^0$
	$\alpha = -\psi = -\operatorname{arctg}\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR}$
дано	
Найти:	в) $U_c = \lvert I \cdot X_C\rvert = \lvert I\rvert \cdot \lvert X_C\rvert = I_m \cdot \frac{1}{\omega C}$
найти	$U_L = \lvert I \cdot R_L\rvert = \lvert I\rvert \lvert R + i\omega L\rvert = I_m\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$
	

3.152
условие

Дано	Решение
	Очевидно (3.150), что $U_L \ I_m \ \frac{1}{\lvert Z \rvert}$
	$\lvert Z \rvert \to min \Rightarrow \frac{1}{\omega C} - L\omega = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L}$
дано	$U_L = I_m\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{U_m}{R}\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = U_m\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R})^2}$
Найти:	
найти	$U_C = I_m \frac{1}{\omega C} = \frac{U_m}{R} \cdot L\omega = U_m \frac{L\omega}{R}$

3.153
условие

Дано	Решение
дано	Закон Ома для переменного тока:
Найти: найти	$$I_m e^{\cancel{i\omega t}+\alpha}\left(R - \frac{i}{\omega C}\right) = U_m \cancel{e^{i\omega t}}$$
	$\alpha = \operatorname{arctg} \omega RC, \quad I_m = \frac{U_m \omega C}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$

3.154
условие

Дано	Решение
	Составим закон Ома для переменного тока для каждого контура: $\frac{d}{dt} = \begin{cases} I_1(t)(i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega c}) = -L_{12}\frac{dI_2}{dt} \\ I_2(t) i\omega L_2 = -L_{12}\frac{dI_1}{dt} \end{cases}$
	$\frac{dI_2}{dt} = -\frac{L_{12}}{i\omega L_{12}}\frac{d^2 I_1}{dt^2}$, тогда
дано	$I_1(t)(i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega c}) = -\frac{iL_{12}^2}{\omega L_2}\frac{d^2 I_1}{dt^2}$
Найти: найти	$\frac{d^2 I_1}{dt^2} + \frac{\omega L_2}{iL_{12}^2}\left(i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C}\right) I_1 = 0$
	Из вида этого уравнения видно, что
	$\omega^2 = \frac{\omega^2 L_1 L_2}{L_{12}^2} - \frac{L_2}{CL_{12}^2}, \omega^2(L_1 L_2 - L_{12}^2) = \frac{L_2}{C}$
	$\omega^2 = \frac{L_2}{(L_1 L_2 - L_{12}^2)C}$

3.157

условие

Дано дано	Решение $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\nu c}-L\omega)^2}}, \omega = 2\pi\nu$ Совпадение амплитуд может объяснить как: $\frac{1}{\omega_1 c} - L\omega_1 = L\omega_2 - \frac{1}{\omega_2 c}$ $\Rightarrow L = \frac{1}{\omega_1\omega_2 c} = \frac{1}{4\pi^2\nu_1\nu_2 c}$
Найти: найти	

3.160

Для зарядки аккумулятора постоянным током I_0 требуется t_0часов. Сколько времени понадобится длязарядки такого аккумулятора от сети через однополупериодный выпрямитель, если действующее значение тока тоже равноI_0.

Дано	Решение
	$I_0 = \sqrt{\overline{I^2}}, \alpha = \omega t$
	$\overline{I^2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi I_m^2 \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{I_m^2}{2}$
I_0	$I_c = \frac{I_m}{2} \Rightarrow I_m = 2I_0$
t_0 $I = I_0$	$I = \begin{cases} 2I_0 \sin \omega t, 0 < \omega t < \pi \\ 0, \pi <= \omega t < 2\pi \end{cases}$
Найти: t	$\overline{I} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\pi 2I_0 \sin \alpha d\alpha = \frac{2I_0}{\pi} \Rightarrow$ $t =?$

3.161

условие

Дано

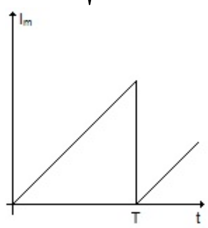
дано

Найти:

найти

Решение

$I_\partial = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T i^2\,dt}$



а) $I_0 = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T I\,dt} = \frac{I_m}{Q} \Rightarrow I_m = 2I_0$

Очевидно, что $I(t) = kt, 0 \leqslant t \leqslant T$, тогда

$I_\partial = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T kt\,dt} = \frac{kT}{\sqrt{3}} = \frac{I_m}{\sqrt{3}} = \frac{2I_0}{\sqrt{3}}$

б) $I\ \ |\sin\omega t|\,, T = \frac{\pi}{\omega}$

$I(t) = I_m \sin\omega t, 0 < t < T$

$I_0 = \frac{\omega}{\pi} I_m \int\limits_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin\omega t\,dt = \frac{\omega}{\pi}\cdot I_m \cdot 2 = \frac{2\omega I_m}{\pi}$

$I_\partial = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T I^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi}\cdot I_m^2 \int\limits_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin^2\omega t\,dt} = \sqrt{\frac{\cancel{\omega}}{\pi}\cdot I_m^2 \int\limits_0^{\pi} \sin^2 t\,dt} =$

$\frac{I_m}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi}(1 - \cancelto{0}{\cos 2t})\omega t\,dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\pi I_0}{2\sqrt{2}}$

3.164

Катушка с индуктивностью L = 0,70 Гн и r = 20 Ом соединена последовательно с безындукционным сопротивлением R, и между концами этой цепи приложено переменное напряжение с действующим значением U = 220 В и частотой $\omega = 314^{-1}$. При каком значении сопротивления R в цепи будет выделяться максмальная тепловая мощность. Чему она равна.

Дано

L, r, U, ω

Найти:

R- ? P_{max}-?

Решение

$z = R + r + \omega L$ комплексное сопротивление цепи

$|z| = \sqrt{(R+r)^2 + (\omega L)^2}$

$I_0 = \frac{U_0}{|z|}$

$P(R) = \frac{I^2(R+r)}{2} = \frac{U^2(R+r)}{2((R+r)^2+(\omega L)^2)}$ амплитудная мощность

$\frac{d}{dR}P(R) = -U^2(R + r - \omega L)$
$\frac{R+r+\omega L}{(R^2+2Rr+r^2+\omega^2L^2)^2}$

$R_{max} = \omega L - r$

$P_{max} = P(R_{max})$

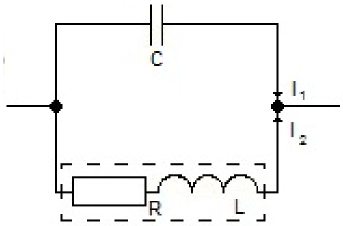
$P_{max} = \frac{U^2(\omega L)}{(\omega L)^2+(\omega L)^2}$

$P_{max} = \frac{U^2}{2(\omega L)}$

3.172
условие

Дано	Решение
	Правило Киргофа:
	$I_1 + I_2 - I_1$
	Нам надо найти разность фаз между U и I.
	$\tilde{I}_1 X_c = \tilde{U}$
дано	$\tilde{I}_2(X_L + R) = \tilde{U} \Rightarrow \tilde{I}_1 = i\tilde{U}\omega c, \bar{I}_2 = \frac{\tilde{U}}{i\omega L + R}$
Найти:	разность фаз $= arg\tilde{I} - arg\tilde{U} = arg\tilde{I} - \omega t:$
найти	$\tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 = \frac{\tilde{U}}{R^2+\omega^2 L^2}(R + i(\omega c(R^2 + \omega^2 L^2) - \omega L))$
	$arg\tilde{I} = \omega t + \alpha, \alpha = \operatorname{arctg}\frac{\omega c(R^2+\omega^2 L^2)-\omega L}{R}$

3.173
условие

Дано	Решение
дано	 Правило Киргофа:
Найти: найти	$I_1 X_c = I_2(R+X_L) = U$ $I = I_1 + I_2, IZ = U$ $Z = \frac{U}{I_1+I_2}, \frac{1}{Z} = \frac{I_1}{U}\frac{X_1}{X_c} + \frac{I_2(R+X_L)}{(R+X_L)U} =$ $= \frac{1}{X_c} + \frac{1}{X_L+R}$ $\frac{1}{X_c} + \frac{1}{R+X_L} = \frac{X_c+R+X_L}{X_c(R+X_L)}$ $\lvert Z\rvert = \frac{\lvert X_c\rvert\cdot\lvert R+X_L\rvert}{\lvert X_C+R+X_L\rvert} = \frac{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}{\sqrt{(\omega RC)^2+(1-\omega^2CL)^2}}$

3 Упругие волны

3.177

За сколько времени звуковые колебания пройдут расстояние l между точками 1 и 2, если температура воздуха между ними меняется линейно от T_1 до T_2? Скорость звука в воздухе $\nu = \alpha\sqrt{T}$, где α - постоянная.

Дано	Решение
$\upsilon_l = \alpha\sqrt{T}$	$\upsilon_1 = \alpha\sqrt{T_1}$ $\upsilon_2 = \alpha\sqrt{T_2}$ Вывести нужно формулу через x $\upsilon_2 = \upsilon_1 + at \Rightarrow a = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t}$ $l = \upsilon_1 t + \frac{at^2}{2} = \upsilon_1 t + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t}\frac{t^2}{2} =$ $\upsilon_1 t + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{2}t = \upsilon_1 + \frac{\upsilon_2 t}{2} - \frac{\upsilon_1 t}{2} =$ $\frac{t}{2}(\upsilon_2 + \upsilon_1)$ $t = \frac{2l}{\upsilon_2 + \upsilon_1} = \frac{2l}{\alpha(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2})}$
Найти: t - ?	

3.183
условие

Дано	Решение
	$\vec{k} = k\vec{n}, \quad \vec{n} = \vec{e}_x \cos\alpha + \vec{e}_y \cos\beta + \vec{e}_x \cos\gamma$
дано	$k = \frac{\omega}{v}, \quad \cos\alpha = \frac{v}{v_1} \quad \cos\beta = \frac{v}{v_2} \quad \cos\gamma = \frac{v}{v_3}$
Найти: найти	$\vec{k} = \omega\left(\frac{\vec{e}_x}{v_1} + \frac{\vec{e}_y}{v_2} + \frac{\vec{e}_z}{v_3}\right)$

3.189
условие

Дано	Решение
	т.к. волна плоская, то $\xi(x,t) = f(t - \frac{x}{\upsilon})$
	Запишем простое волновое уравнение: $$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{\upsilon}\frac{\partial \xi}{\partial t}$$
дано	и заметим (внезапно!) :
Найти:	$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = U_x$
найти	а υ находится из уравнения
	$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\rho}{E}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
	следовательно $\frac{\partial \xi}{\partial t} = U_x = -\upsilon\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\sqrt{\frac{E}{\rho}}\varepsilon$

3.191

Найти радиус-вектор, характеризующий положение точечного источника сферических волн, если известно, что он находится на прямой между точками с радиус-векторами r_1и r_2, в которых амплитуды колебаний частиц среды равны a_1 и a_2. Среда однородная, затухания волн нет.

Дано	Решение
дано	решение
Найти:	
найти	

3.192

Точечный изотропный источник испускает звуковые волны с частотой $\nu = 1,45$ кГц. На расстоянии $r_0 = 5,0$ м от него амплитуда смещения частицсреды a_0=50мкм, а в точке P на расстоянии $r = 10,0$ м от источника амплитуда смещения в η = 3,0 раза меньше a_0. Найти:
а)коэффициент затухания волны γ
б)амплитуду скорости частиц среды в точке P.

Дано	Решение
ν	а) Уравнение затухания волны $\xi = \frac{a_0 e^{-\gamma r}}{r} \cos(\omega t - kr)$ где r - амплитуда
r_0	2)$r_0 a_0 = \frac{a_0' e^{-\gamma r}}{r_0}$
a_0	3).$\frac{a_0}{\eta} = \frac{a_0' e^{-\gamma r}}{r_0}$
$r_p - \frac{a_0}{\eta}$	2)
Найти:	$\gamma = \frac{\ln \frac{\eta r}{r}}{r - r_0}$
а) γ -? б) $\frac{d\xi}{dt}$−?	

3.194

В точке O однородной среды находится точечный изотропный источник звука мощностью $P = 1,7$. Найти среднюю (по времени) энергию упругих волн в области, ограниченной сферой радиуса R=5,0 м с центром в точке O, если скорость волн $\nu = 340$ м/с и их затухание пренебрежимо мало.

Дано	Решение
$P = 1,7$ $R = 5,0$	$d\omega = \omega dV$ так как источник точечный, то волну можно считать сферической $\Phi = P$ $\omega V dt dS_{\perp} = dW$
Найти: ω–?	$\int \omega V dS_{\perp} = \Phi = P = 4\pi R^2 \omega v$ $w(R) = \frac{P}{4\pi R^2 V} W = \int \frac{PdV}{4\pi R^2 V} = \int\limits_0^1 \frac{p 4\pi R^2}{4\pi R^2 V} dR = \frac{PR}{v}$

3.198
условие

Дано	Решение
	Для начала заметим, что $\langle j(r)\rangle = e^{-2\gamma r}\langle J_0\rangle$ $\left(\langle\omega\rangle = \langle\rho\xi^2\rangle = \frac{\langle j\rangle}{v}\right)$, а также можно ввести вектор (в нашем случае он будет скалярном) Умова для потерь энергии: $\langle\vec{J}_p\rangle = \langle\vec{J}_0\rangle - \langle\vec{J}(\vec{r})\rangle$, тогда
дано	
Найти:	потери энергии можно записать в виде
найти	$W = \int\limits_{t_1}^{t_2}\int\limits_{S(r)}\langle\vec{J}_p\rangle\, d\vec{S} = (t_2 - t_1)\int\limits_{S(r)}\langle\vec{J}_0\rangle - \langle\vec{J}(r)\rangle\, d\vec{S}$
	$W = 4\pi r^2\langle J_0\rangle(1 - e^{-2\gamma r})t = 4\pi r^2\langle J_0\rangle(e^{2\gamma r} - 1)t$

3.204
условие

Дано	Решение
дано	Если в струне установились полуволны, значит $\nu = 50$Гц - собственная частота струны.
Найти: найти	Из соотношения $\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \Rightarrow F = \upsilon^2 \rho_l$
	Очевидно, что $\rho_l = \rho S = \rho \frac{\pi d^2}{4}$, ρ - объёмная плотность
	$\upsilon = \lambda \nu$ из условия $l = \eta \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{\eta}$
	таким образом $F = \rho \pi d^2 \cdot \frac{l^2}{\eta^2} \nu^2$

3.205

условие

Дано	Решение
дано	Если в струне установились полуволны, значит $\nu = 50$Гц - собственная частота струны.
Найти:	Из соотношения $\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \Rightarrow F = \upsilon^2 \rho_l$
найти	Очевидно, что $\rho_l = \rho S = \rho \frac{\pi d^2}{4}$, ρ - объёмная плотность
	$\upsilon = \lambda\nu$ из условия $l = \eta\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{\eta}$
	Как и в предыдущий задаче, только из условия того, что ν - основной тон, надо положить $\eta = 1$:
	таким образом $F = \rho\pi d^2 l^2 \nu^2$

3.211

условие

Дано	Решение
дано	Так как стержень закреплён в середине, то свободные концы должны быть пучностями:
Найти: найти	$\frac{1}{2}l = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}(n + \frac{1}{2}), \quad \nu_c = \frac{v}{\lambda} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{(n+\frac{1}{2})}{l}$

3.213
условие

Дано	Решение
дано	$E = \frac{pS}{2}\int\limits_0^{\frac{\lambda}{2}}(a^2\omega^2\sin^2\omega t + a^2k^2\upsilon^2\cos^2 kx\cos^2\omega t)dx = \left[\frac{\lambda}{2} = \frac{\upsilon}{2\nu} = \frac{\upsilon\cdot 2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{k}\right] =$
Найти: найти	$= \frac{pS}{2}\left(\frac{a^2\omega^2\pi}{2k}\sin^2\omega t + \frac{a^2k^2\pi\upsilon^2}{2k}\cos^2\omega t\right) = \frac{pSa^2\pi}{4k}\left(\omega^2\sin^2\omega t + (k\upsilon)^2\cos^2\omega t\right) = \frac{\rho Sa^2\omega^2\pi}{4k}$

3.233

Плоская электромагнитная волна падает нормально на поверхность плоскопараллельного слоя толщины l из диэлектрика, проницаемость которого уменьшается экпоненциально от ε_1 на передней поверхности до ε_2 на задней. Найти время распространения заданной фазы волны через этот слой.

Дано	Решение
l - толщина диалектрика	$\varepsilon(X) = \varepsilon_0 e^{-\frac{x}{x_0}} \varepsilon(0) = \varepsilon_1 \Rightarrow \varepsilon_0 = \varepsilon_1$ $\varepsilon(l) = \varepsilon_1 e^{\frac{l}{x_0}} = \varepsilon_2 \Rightarrow x_0 = \frac{l}{\ln \varepsilon_l - \ln \varepsilon_2}$ $\frac{dx}{dt} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon(x)}} \Rightarrow t = \frac{1}{c} \int\limits_0^l \sqrt{\varepsilon(x)} dx =$
Найти: t - ?	

3.235

Плоская электромагнитная волна частоты $\nu = 10$ МГц распространяется в слабо проводящей среде с удельной проводимостью $\sigma = 10$мСм/м и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9$. Найти отношение амплитуд плотностей токов проводимости и смещения.

Дано	Решение
	H - циркуляция по производной поверхности S
	$\int Hdl = \int jds + \frac{d}{dt}\int PdD$
$\gamma, \sigma, \varepsilon$	$j = E\sigma; D = \xi\xi_0 E$
	$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$
Найти:	$0 = E\sigma + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{d}{dt}E = E\sigma + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{d}{dt}E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) =$
$\frac{dj}{j} - ?$	$E\sigma - \varepsilon\varepsilon_0 \omega E_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$ (нет стационарных полей)
	$\frac{j}{dj} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0\omega} = \frac{\sigma}{2\pi\nu\varepsilon\varepsilon_0}$

3.238

условие

Дано	Решение
дано	При данной конфигурации магнитной волны и кольца магнитный поток считается по формуле $\Phi = n\beta(t)S$,
	а $\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = nS\frac{\partial B}{\partial t}$
Найти:	Для амплитудного значения ЭДС индукции: $\varepsilon_i = nS\omega B_m$
найти	Заметим, что $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu_0\mu}E_M = B_M$, а $\omega = 2\pi\nu$ и $S = \pi R^2$:
	$\varepsilon_i = \frac{2\pi^2 R^2 \nu n E_M}{C}, C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}, \mu = \varepsilon = 1$

3.240

условие

Дано	Решение
	Найдём модуль среднего вектора Пойнтинга:
	$\lvert <\vec{\Pi}> \rvert = \lvert <[\vec{E},\vec{H}]> \rvert = <\lvert\vec{E}\rvert \cdot \lvert\vec{H}\rvert>$
	$\vec{E}(t) = \vec{E}_M \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \quad \vec{H}(t) = \vec{H}_M \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$
	$<\lvert\vec{E}\rvert \cdot \lvert\vec{H}\rvert> = <\lvert\vec{E}_M\rvert \cdot \lvert\vec{H}_M\rvert \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})> = \frac{<\lvert\vec{E}_M\rvert \cdot \lvert\vec{H}_M\rvert>}{2}$
	$\sqrt{\epsilon_0}\lvert\vec{E}_M\rvert = \sqrt{\mu_0}\lvert\vec{H}_M\rvert \Rightarrow \lvert\vec{H}_M\rvert = \varepsilon_0 C \lvert\vec{E}_M\rvert$
дано	т.к. волна плоская, то будем считать, что $\vec{E}_M$ - тогда
Найти: найти	$$\lvert <\vec{\Pi}> \rvert = \frac{\varepsilon_0 c E_M^2}{2}$$ Направление $\vec{\Pi}$ совпадает с направлением скорости распространения волны и $\vec{k}$: $\vec{\Pi} = \frac{\vec{k}}{\lvert\vec{k}\rvert}\frac{\varepsilon_0 c E_M^2}{2} = \vec{k}\frac{\varepsilon_0 c^2 E_M^2}{2\omega} \quad \lvert\vec{k}\rvert = \frac{\omega}{c}$

3.244

условие

Дано	Решение
дано	В плоскости $y = x$ векторы $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ будут колебаться в фазе с амплитудой $E_m = 2E_0$. Векторы же $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_2$ — тоже в фазе, но под углом $\pi/2$ друг к другу, поэтому амплитуда результирующего вектора $H_m = \sqrt{2}H_0$, где H_0 связано с E_0 соотношением $\sqrt{\mu_0}H_0 = \sqrt{\varepsilon_0}E_0$. Поэтому среднее значение плотности потока энергии в плоскости $y = x$ равно $$\langle S\rangle = \langle 2E_0 \cdot H_0\sqrt{2}\rangle = \sqrt{2\varepsilon_0/\mu_0}E_0^2,$$ где учтено, что $\langle \cos^2 \omega t\rangle = 1/2$.
Найти: найти	

3.252

условие

Дано

дано

Найти:

найти

Решение

$I\frac{dq}{dt} = enSv$, где e - заряд электрона

n - концетнрация электронов

S - площадь сечения

v - скорость электрона

По теореме Гаусса:

$\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}$

Возьмём цилиндр с центральной осью лежащей на оси провода, радиусом r и толщиной x:

(поле $\vec{E}$ - аксиально-симметрическое)

$2E(r)\pi rx = \frac{enSx}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{enS}{2\pi\varepsilon_0 r}$

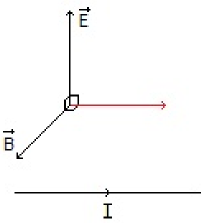
Для вектора $\vec{H}$ применим теорему о циркуляции:

$$\oint\limits_e \vec{H}d\vec{e} = I$$

В качестве контура возьмём окружность радиуса r с центром на оси провода:

$2H\pi r = I \Rightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r}$

$\Pi = EH = \frac{I^2}{4\pi^2 r^2 \varepsilon v} = \frac{I^2\sqrt{m_e}}{4\pi^2 r^2 \varepsilon\sqrt{2eU}}$



Из ЗСЭ: $\frac{m_e v^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$

3.265

Найти среднюю мощность излучения электрона, совершающего гармонические колебания с амплитудой a = 0,10 нм и частотой ω = 6,5 $\cdot 10^{14} c^{-1}$.

Дано	Решение
	$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q^2a^2}{3c^3}$
	$a(t) = \frac{d^2x(t)}{d^2t}$
a	$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \phi)$
ω	$a(t) = -x_0\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$
	$P = \frac{1}{4\ pi\epsilon_0}\frac{2e^2(-x_0\omega^2\sin(\omega t+\phi))^2}{3c^3}$
Найти:	среднее значение $\sin^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2}$
$< P > -?$	$< P > = \frac{P_{max}}{2}$

3.266
условие

Дано	Решение
дано	т.к. частица движется по круговой орбите, то $a = const$, причём $a = k\frac{qe}{mR^2}$, тогда
Найти: найти	$P = \alpha e^2 a^2 = \frac{2k}{3c^3} \cdot \left(\frac{qe^2}{mR^2}\right)^2 \cdot k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

3.270

условие

Дано	Решение
	$I\ \frac{1}{r^2}\sin\theta$, тогда сделаем следующее:
дано	$\frac{I}{I_0} = \frac{r_0^2}{r^2}\sin^2\theta \Rightarrow I = I_0\frac{r_0^2}{r^2}\sin^2\theta$
Найти:	Из определения $I_0 =< \Pi >= \frac{\varepsilon_0 E_M^2 c}{2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{E_M^2}{2}$
найти	следует,что $I = \frac{1}{2}E_M^2\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\frac{r_0^2}{r^2}\sin^2\theta$

3.274

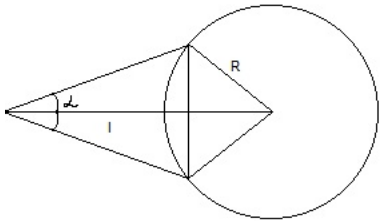
Считая, что частица имеет форму шарика и поглощает весь падающий на ней свет, найти радиус частицы, при котором гравитационное притяжение её к Солнцу будет компенсироваться силой светового давления. Мощность светового излучения Солнца $P = 4 \cdot 10_{26}$ Вт, плотность частицы $\rho = 1,0$г/см^2

Дано	Решение
	$\oint\limits_S \vec{p}d\vec{S} = G\frac{M}{R^2}\frac{4}{3}\pi r^3\rho$
дано	$\lvert p\rvert =< \omega >= \frac{P}{4\pi r^2 c}$
Найти:	$\frac{P\pi r^2}{4\pi r^2 c} = G\frac{M}{R^2}\frac{4}{3}\pi r^3\rho$
найти	$r = \frac{3P}{16\pi\rho GMc} \approx \frac{10^{26}10^{11}}{10^3 10^8}$

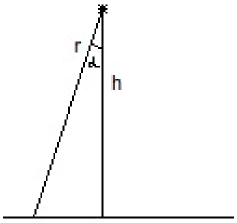
4 Оптика

4.4

условие

Дано	Решение
	а) $\frac{1}{S}\int\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{2\pi R^2}E_0 \iint\limits_{x^2+y^2\leqslant R^2} dxdy = \frac{1}{2}E_0$
	б) $<E>= \frac{\Phi}{S}$
	
дано	
Найти: найти	$\Phi = \int\limits_\Omega Id\Omega = I\frac{\pi(l^2-R^2)\sin^2\frac{\alpha}{2}}{l^2-R^2} =$
	$= 2\pi(1-\cos\alpha)I$
	$\cos\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{R}{l}\right)^2}$
	$S = \int dS = 2\pi R^2 \int\limits_0^{90-\alpha} \sin\alpha' d\alpha' = 2\pi R^2(1-\frac{R}{l})$
	$<E>= \frac{I}{R^2}\frac{1-\sqrt{1-\gamma^2}}{1-\gamma}, \quad \gamma = \frac{R}{l}$

4.8
условие

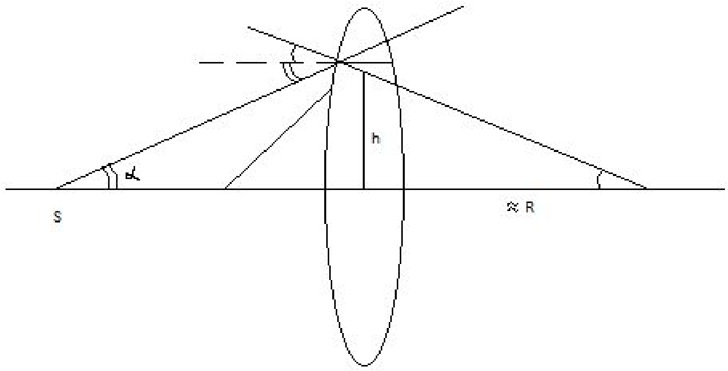
Дано	Решение
	т.к. освещённость равномерная, то 
дано	
Найти:	
найти	$E = I_0 \frac{\cos\alpha}{r^2} = cosnt = \frac{I_0}{h^2}$ $I(\alpha) = \frac{Er^2}{\cos\alpha} = \frac{Eh^2}{\cos^3\alpha} = \frac{I_0}{\cos^3\alpha}$ $d\Phi = EdA \Rightarrow \Phi = \int EdS = 2\pi \int\limits_0^R Erdr = \pi R^2 E = \frac{\pi R^2 I_0}{h^2}$

4.48

условие

Дано

Решение



дано

Найти:

найти

Я расположу источник таким образом, чтобы луч был параллельным.

$\Theta_1 = \Theta_1' + \alpha$

$\Theta_1 \approx \frac{h}{R} + \frac{h}{S}$

$\Theta_2' = \Theta - \Theta_1'$

$\Theta + \Theta_2 = 2\Theta - \Theta'$

$\frac{\Theta}{2} \approx \sin\frac{\Theta}{2} = \frac{n}{R}$

$n(2\Theta - \Theta_1') \approx \xi = \frac{h}{S'} + \frac{h}{R}$

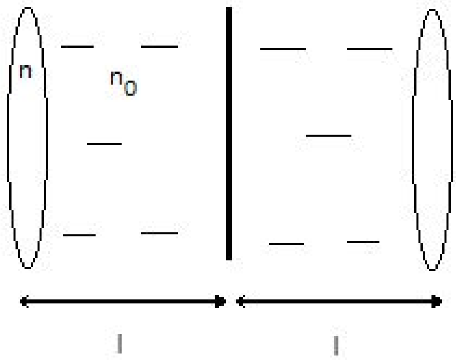
$n\Theta_1' \approx \Theta_1 \Rightarrow \Theta_1' = \frac{h}{n}(\frac{1}{R} + \frac{1}{S})$

4.65

условие

Дано

Решение



R

l

Найти:

$\Phi -?$

1)оптическая сила для системы 2-х линз

$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n}\Phi_1\Phi_2$

$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi'$

$2)\Phi'_1 = \frac{n'-n}{R}$

$3)\Phi'_1 = \frac{n-1}{R} + \frac{n_0-n}{R} = \frac{2n-n_0-1}{R}$

$d = 2l$

$\Phi = 2\Phi' - \frac{2l\Phi'^2}{n}$

4.86
условие

Дано

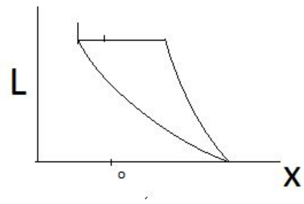
L, d, h

Найти:
x-?

Решение

$\Delta_1' = (hn_0 - hn_0) = 0$

$\Delta_2' = (hn - hn_0) = h(n_{glass} - 1)$



$\Delta'' = \sqrt{L^2 + (x+S)^2} - \sqrt{L^2 + (x-S)^2}$

$\Delta'' = \sqrt{1 + \frac{(x+S)^2}{L^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x-S)^2}{L^2}}$

$S/D << 1$

разложим в ряд $\Delta'' = \left(1 + \frac{(x+S)^2}{2L^2} - 1 - \frac{(x-S)^2}{2L^2}\right)$

$\Delta'' = \frac{(x+S)^2 - (x-S)^2}{2L} = x\frac{2S}{l}$

при отс. ст.

$\Delta = \Delta'' - \Delta_1'$(центр в точке - $0\Delta = 0$)

центр $0 = \Delta'' - \Delta_2'$

$0 = x^2\frac{s^2}{L} - h$

$x = \frac{hL}{d}(n_{glass} - 1)$

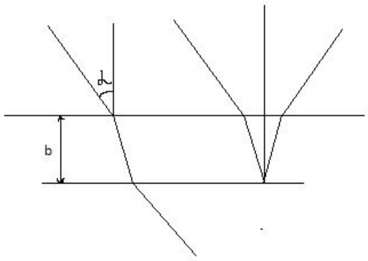
в сторону цели со стеклянной пластиной.

4.90

условие

Дано

Решение



дано

Найти:

найти

условие - $2b\sqrt{U^2 - \sin^2\alpha} = (N + \frac{1}{2})\alpha$

$2b\sqrt{U^2 - \sin^2\alpha} = m_2\alpha_2$

$(m_1 + \frac{1}{2})\alpha_1 = m_2\alpha_2$

$0,64(m_1 + \frac{1}{2})\alpha_1 = 0,4m_2$

$m_1 = 2m_2 = 4$

$b = \frac{(m_1+\frac{1}{2})\alpha_1}{2\sqrt{n^2-n^2\alpha}} = \frac{2{,}5\alpha_1}{2\sqrt{1{,}33-\frac{1}{4}}} = 0.65$

4.91

условие

Дано	Решение
дано	$n' = \sqrt{n}$
	$\Delta = 2bn'$
	$\Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda_0$
Найти:	$2bn' = (m + \frac{1}{2})\lambda_0$
найти	$b = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n'}$
	$b = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4\sqrt{n}}$

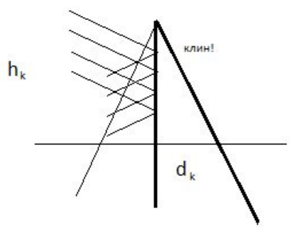
4.94
условие

Дано

h $\alpha << 1$ Θ_1

Найти:
найти

Решение



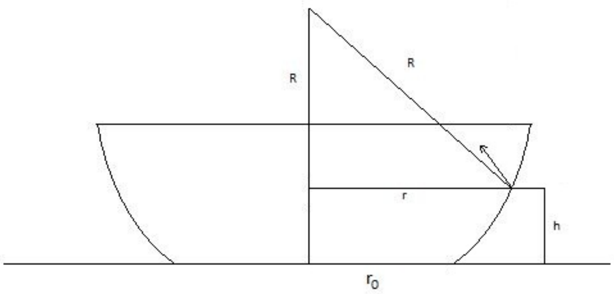
1) Условие максимумов при интерференции света, отражённого от тонкой пластинки толщиной $b = hk\alpha = d_k$

$2hk\alpha\sqrt{h^2 - \sin^2\Theta_1} = (k + \frac{1}{2})\alpha$

$[h_k\alpha \approx d_k]; h_k\frac{(k+\frac{1}{2})\alpha}{2\alpha\sqrt{h^2 \sin^2\Theta_1}}$

$\Delta = (h - h_k)\cos\Theta_1 = \frac{\alpha\cos\Theta_1}{2\alpha\sqrt{h^2 - \sin^2\Theta_1}}$

4.98
услвоие

Дано	Решение
дано	
Найти: найти	$h = \sqrt{R^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r^2} = R\left(\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{R^2}} - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}\right)$
	$\stackrel{R>>r}{=} R\left(1 - \frac{r_0^2}{2R^2} - 1 + \frac{r^2}{2R^2}\right)$
	$h(r) = \frac{r^2 - r_0^2}{2R}$
	$\Delta = 2h + \frac{\alpha}{2}\Delta = kh \Rightarrow k\alpha = \frac{r^2 - r_0^2}{R} + \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$
	$\Rightarrow r = k\sqrt{\alpha(k - \frac{1}{2})R + r_0^2} = 6$

4.100
условие

Дано	Решение
$\lambda = 0.610^{-6}$м $d = 1.5 \cdot 10^{-3}$м	$\Phi\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = (n-1)(\frac{1}{R_1+R_2})$ $r^2(\frac{1}{R_1+R_2}) = \frac{2k+1}{2}\lambda$ $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{9}{2}\lambda\frac{4}{d^2} = \frac{18\lambda}{d^2}$ $\Phi = (n-1)\frac{18\lambda}{d^2}$
Найти: $\Phi -?$	

4.117
условие

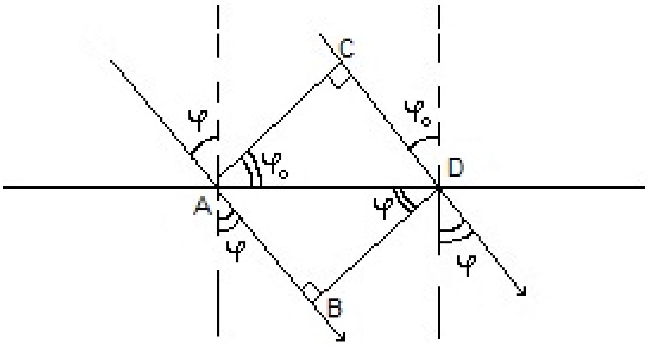
Дано	Решение
$\lambda = 0.60$ мкм	$\Delta = h(n-1)b = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$
	а) $I_{max} : \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$
	$\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k = \frac{3+8k}{4}\pi h = \frac{3+8k}{8}\frac{\lambda}{n-1}$
Найти:	$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$
h, I_{max}–?	б) I_{min}
h, I_{min}–?	$h = \frac{\lambda(k+7/8)}{n-1}$
$h, I = I_{falling}$–?	в) $I = I_{falling} \left\|\vec{a} + \vec{b}\right\| h = \frac{\lambda(k+3/4)}{n-1}$

4.120
условие

Дано	Решение
	$r^2 = f^2 - (f-h)^2 = (f-f+h)(f+f-h) = (2f-h)h;\ h \ll b 2fh$
	$r^2 = \left(b - \frac{m\lambda}{2}\right) - (b-h)^2 = b^2 - bm\lambda - \left(\frac{m\lambda}{2}\right)^2 - b^2 + 2bh + h^2 =$
дано	$= -mb\lambda + 2bh$
Найти:	$2fh = -mb\lambda + 2bh \Rightarrow h = \frac{mb\lambda}{2(b-f)}$
найти	$r^2 = \sqrt{\frac{fmb\lambda}{b-f}} - max$

4.135

условие

Дано	Решение
λ b φ_0	
Найти: $\varphi_1-?$ $\varphi_{-1}-?$	$\Delta = AB - CD = b(\sin\varphi - \sin\varphi_0)$ $\Delta = +-m\lambda, m = 1, 2...$ $m = 1$ $b(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0) = \lambda; \varphi_{-1} = \arcsin(\sin\varphi_0 - \frac{\lambda}{b})$ $\sin\varphi_{+1} = \sin\varphi_0 + \frac{\lambda}{b}; \varphi_{+1} = \arcsin(\sin\varphi_0 + \frac{\lambda}{b})$ $b(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0) = -\lambda$ $\sin\varphi_{-1} = \varphi_0 - \frac{\lambda}{b}$

4.143
условие

Дано	Решение
	$1)\Phi = \frac{1}{f} = (n - n_0)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$
λ	т.к. плосковыпуклая линза $\Rightarrow \frac{1}{R_2} = 0, n_0 = 1$
R	$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R_1} \Rightarrow f = \frac{R_1}{n-1}$
d	$k = 1$, условие диф.точки - $d\sin\theta = K\lambda$
Найти:	$\sin\theta\frac{\lambda}{d}, \operatorname{tg}\theta = \frac{1}{\sqrt{(\frac{d}{\lambda})^2-1}}, a = 2f\operatorname{tg}\theta$
$a-?$	$a = \frac{2R}{(n-1)\sqrt{(\frac{d}{\lambda})^2-1}}$

4.183
условие

Дано	Решение
P, k	$k = \frac{I_{polarized}}{I_{est}}$
	$P = \frac{I_{full}}{I}$
Найти:	$k = \frac{p}{p-1}$
найти	

4.193

условие

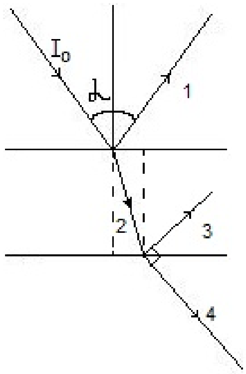
Дано

дано

Найти:

найти

Решение



$$P_1 = P_3 = 1$$

$$I_{1\perp} = \frac{1}{2}(1-\rho)I_0 I_{1\parallel} = \frac{1}{2}I_0$$

$$P_2 = \frac{I_{1\parallel} - I_{1\perp}}{I_{1\parallel} + I_{1\perp}} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$I_{4\parallel} = \frac{1}{2}I_0; I_{4\parallel} = \frac{1}{2}(1-\rho)I_0 - \rho(1-2\rho)I_0$$

$$P_4 = \frac{I_{4\parallel} - I_{4\perp}}{I_{4\parallel} + I_{4\perp}} = \frac{2\rho(1-\rho)}{1-2\rho(1-\rho)}$$

4.235

условие

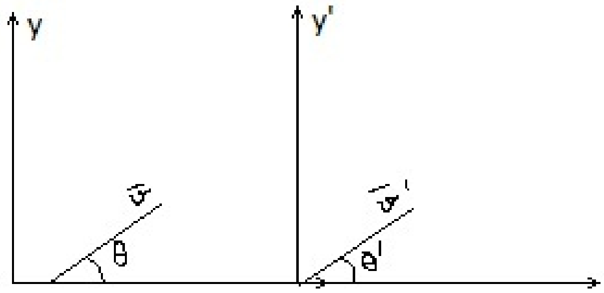
Дано	Решение
а)$\upsilon\ \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ б)$\upsilon\ k$ в)$\upsilon\ \frac{1}{V^2}$	а)$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\lambda}},\ a = const$ формула Френеля $U = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda} = \frac{a}{\sqrt{\lambda}} - \lambda(-\frac{1}{2}n\lambda^{-\frac{2}{3}}) =$ $= \frac{3}{2}\frac{a}{\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2}\upsilon$ б)$\begin{cases} \upsilon = bk, b = const; \\ \upsilon = \frac{\omega}{k} \end{cases} \Rightarrow$
Найти: $U(\upsilon)-?$	$bk^2 = \omega^2; u = \frac{d\omega}{dk} = 2bk = 2\upsilon$ в)$\upsilon = \frac{c}{\nu^2}, c = const \begin{cases} \upsilon = \frac{\omega}{k} \\ \upsilon = \frac{c}{\nu^2} \end{cases} \Rightarrow$ $[\omega = 2\pi\nu] \Rightarrow \omega^3 = ck;$ $U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{3}c^{\frac{1}{3}}k^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\upsilon$

4.419

условие

Дано

Решение



дано

Найти:

найти

$$\operatorname{tg}\Theta' = \frac{\upsilon_y^{x'}}{\upsilon'_x}$$

$$\upsilon'_y = \frac{\upsilon_y\sqrt{1-\frac{\upsilon}{c}^2}}{1-\upsilon_x\frac{V}{c^2}}$$

$$\upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - V}{1-\frac{\upsilon_x V}{c^2}}$$

$$\upsilon_x = \upsilon\cos\Theta$$

$$\upsilon_y = \upsilon\sin\Theta$$

$$\operatorname{tg}\Theta' = \frac{\upsilon\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}\sin\Theta}}{1-\upsilon_x\frac{V}{c^2}}\frac{1-\upsilon_x\frac{V}{c^2}}{\upsilon\cos\Theta - V}$$

$$\operatorname{tg}\Theta' = \frac{\sin\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{\cos\Theta-\frac{V}{\upsilon}}$$

4.492
условие

Дано	Решение
	уравнение Френеля
	$\frac{I_ogr}{I_naz} = \frac{\sin^2(\lambda-\beta)}{\sin^2(\lambda+\beta)} =$
	$E_\perp = E_0 \sin\varphi; E\ I^2$
	$I_\perp = I_0 \sin^2\varphi$
	$\operatorname{tg}\lambda = \frac{n_2}{n_1} = K_2 \Rightarrow \lambda = \operatorname{arctg} n_2$
дано	$\frac{\sin\lambda}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_2 = \frac{\sin(\operatorname{arctg} n_2)}{\sin\beta} = n \Rightarrow$
Найти:	
найти	$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{1+n_2^2}}$
	arctg
	$\rho = \frac{I_{otr\perp}}{I_0} =$
	$= \frac{\sin^2(\lambda-\beta)}{\sin^2(\lambda+\beta)} \sin^2\varphi = \frac{(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2} \sin^2\varphi$

5 Волновые свойства частиц, уравнение Шрёдингера

5.57

условие

Дано	Решение
m	1) 2-ой закон Ньютона $m\frac{v^2}{r} = \frac{\partial n}{\partial r} = \kappa r$
$U = \frac{\kappa r^2}{2}$	2) Согласно правилу квантования : $m = n\hbar$
Найти:	
$r_n - ?$	
$\Phi_n - ?$	

5.81

условие

Дано	Решение
	$\oint pdq = 2\pi\hbar n$ - третий постулат Бора
	а) $\oint p_1 dx = 2lp = 2\pi\hbar n$
	$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\pi^2\hbar^2 h^2}{2ml^2}$
	б) $\oint pdr = 2\pi rp = 2\pi\hbar n$
	$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2\hbar^2}{2mr^2}$
дано	в) $\oint pdq \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p\frac{dq}{dt}dt =$
Найти:	$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\alpha \Rightarrow q(t) = a\cos\omega t$
найти	$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}, T = \frac{2T}{\omega}$
	$ma^2\omega^2\frac{T}{2} = ma^2\pi\omega = 2\pi\hbar n \Rightarrow a^2 = \frac{2\hbar n}{m\omega}$
	$E = \frac{mq^2}{2} = \frac{ma^2\omega^2}{2} = \hbar n\sqrt{\frac{\alpha}{m}}$

5.110
условие

Дано	Решение
дано	$\delta x \approx l$ так как $E \to min$
Найти: возможно не правильное решение	$\delta p_x = p$
	по т. неопределён. $\delta x \delta p_x \approx p\lambda = 2\pi n$
	$p = \frac{\pi}{l}$
	двигаем стенку на dl $Fdl = -dE = \frac{\hbar^2}{ml^3}$
	$F = \frac{\hbar^2}{ml}$

5.112
условие

Дано	Решение
	$\delta p \delta x \approx \frac{\hbar}{2}$
	$\delta p \approx p$
$U = \frac{kx^2}{2}$	$\delta x \approx x$
	$p = \frac{\hbar}{2x}$
Найти:	$E = \frac{p^2}{2m} + U = \frac{\hbar^2}{8mX^2} + \frac{kx^2}{2} - \frac{\hbar^2}{4mx^3} + kx = 0$
$E_{min}-?$	$E_{min} = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{b}{8}}$

6 Теория относительности

1.445

условие

Дано	Решение
	$\begin{cases} E_1 + E_2 + E_3 = m_0c^2 \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0 \end{cases}$
дано	$\begin{cases} (E_1 + m_0c^2)^2 = (E_2 + E_3)^2 \\ -\vec{p}_1^2c^2 = -(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2c^2 \end{cases}$
Найти: найти	$(E_1 - m_0C^2)^2 - \vec{p}_1^2c^2 = \frac{(E_2+E_3)^2-(\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2}{?}$