

分类号 TP75

密 级 _____

U D C _____

编 号 10486

武 汉 大 学
博 士 学 位 论 文

高光谱影像多类型噪声分析
的低秩与稀疏方法研究

研 究 生 姓 名: 贺威

指导教师姓名、职称: 张良培 教授

张洪艳 副研究员

学 科 、 专 业 名 称: 摄影测量与遥感

研 究 方 向: 高光谱影像处理

二零一七年五月

PH. D. Dissertation

Hyperspectral Image Mixed Noise Analysis Using Low Rank and Sparse Based Method

Ph.D Candidate: He Wei

Superviser: Prof. Liangpei Zhang

Prof. Hongyan Zhang

Wuhan University

May 2017

论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的研究成果。除文中已经标注引用的内容外，本论文不包括任何其他个人或集体已经发表或者撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担

学位论文作者（签名）：

年 月 日

武汉大学学位论文使用授权协议书

(一式两份，一份论文作者保存，一份交学校图书馆存档)

本学位论文作者愿意遵守武汉大学关于保存、使用学位论文的管理办法及规定，即：学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并提供文献检索与阅览服务；学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；在以教学与科研服务为前提下，学校可以在校园网内公布部分及全部内容。

- 1、在本论文提交当年，同意在校园网内以及中国高等教育文献保障系统(CALIS)高校学位论文系统提供查询及前十六页浏览服务。
- 2、在本论文提交□当年/□一年/□两年/□三年/□五年以后，同意在校园网内允许读者在线浏览并下载全文，学校可以为存在馆际合作关系的兄弟高校用户提供文献传递服务和交换服务。（保密论文解密后遵守此规定）

论文作者（签名）：_____

学 号：_____

学 院：_____

日期： 年 月 日

博士论文创新点

(1) 针对高光谱混合噪声问题，首次提出了高光谱影像稀疏噪声的概念。考虑到高光谱条带噪声、信息缺失、脉冲噪声、云雾遮挡等降质因素在影像中所占比例较少，将之建模为稀疏噪声，从而构建了高光谱影像稀疏、高斯混合噪声观测模型。在此基础上，首先通过探索高光谱无噪影像光谱域的局部块低秩先验，提出了一种基于矩阵恢复模型的高光谱影像混合噪声去除方法；其次，兼顾影像光谱域全局低秩先验与空间域分段平滑先验，提出了一种联合全变差与低秩稀疏分解模型的高光谱影像多类型复合噪声去除方法；最后，利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑先验，提出了局部低秩全局空谱全变差的噪声去除方法。分三个阶段探索高光谱局部与全局、空间与光谱的先验信息，并辅以最先进的机器学习方法，如低秩稀疏表示学习、空-谱全变差、乘子交替迭代算法（ADMM）等实现高光谱混合噪声的分析与去除。

(2) 针对高光谱影像有色噪声问题，提出了噪声自适应迭代的影像噪声去除框架模型。以低秩矩阵逼近模型为基础，通过探索高光谱影像波段之间的高相关性建立低秩先验模型，然后根据各个波段的噪声强度自适应估计遥感影像的迭代参数，并利用迭代低秩逼近算法，从而实现了影像信号与高斯噪声的有效分离。同时，本文提出了高光谱噪声的估计方法以及端元数目的估计方法，为噪声自适应迭代方法的参数自适应估计提供了可能。该方法在有效的恢复高质量影像的同时，能够更好的保持原有的空间与光谱信息。实验中，噪声自适应迭代框架模型与混合噪声分析结合取得的结果也证实了其在有色噪声分析中的可扩展性。

(3) 针对高光谱混合像元分解中存在的高斯噪声、稀疏噪声和非线性散射形成的模型误差噪声，提出了鲁棒性的混合像元分解研究方法。针对高光谱高斯噪声，提出了基于全变差正则化的稀疏非负矩阵分解算法，对分解的丰度矩阵施加稀疏约束和空间平滑性约束，实现混合像元分解的同时，完成丰度图像的去噪；针对高光谱混合噪声和非线性散射问题，提出鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法，充分考虑脉冲、条带、死线等噪声以及非线性散射能量的干扰，对不同类型噪声分类建模，增加了算法的可实用性。在 HYDICE Urban高光谱数据上的实验结果证实了如下观点：尽管噪声波段含有大量的噪声信息，但是在鲁棒性算法中，噪声波段还是能为混合像元分解提供有用的信息。

目录

中文摘要	I
ABSTRACT.....	III
第一章 绪论	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 高光谱成像光谱仪介绍.....	1
1.1.2 高光谱数据的特点.....	2
1.2 研究问题和意义.....	4
1.2.1 噪声建模与分类.....	4
1.2.2 噪声分析研究现状.....	8
1.2.3 存在的问题.....	13
1.3 研究问题和意义.....	14
1.3.1 研究内容.....	14
1.3.2 论文章节安排.....	16
第二章 高光谱影像噪声分析方法	18
2.1 高光谱噪声估计.....	18
2.1.1 基于空间维的方法.....	18
2.1.2 基于光谱维的方法.....	20
2.2 噪声分析的基本方法.....	21
2.2.1 全变差先验模型.....	22
2.2.2 稀疏先验模型.....	24
2.2.3 低秩先验模型.....	27
2.3 影像质量评价方法.....	29
2.4 本章小结.....	31
第三章 高光谱影像混合噪声分析方法	33
3.1 基于低秩与稀疏分解的高光谱噪声分析方法.....	33
3.1.1 高光谱影像的低秩先验特性.....	33
3.1.2 基于低秩与稀疏分解的高光谱去噪方法.....	36

3.1.3 实验分析.....	38
3.1.4 结论.....	48
3.2 全变差正则化的低秩分解方法.....	48
3.2.1 基于全变差正则化的高光谱噪声分析方法.....	48
3.2.2 联合全变差与低秩分解的高光谱噪声分析方法.....	50
3.2.3 实验分析.....	54
3.2.4 结论.....	62
3.3 空谱全变差正则化的局部低秩分解方法.....	62
3.3.1 基于空谱全变差正则化的低秩分解高光谱去噪建模.....	63
3.3.2 模型优化求解.....	65
3.3.3 实验分析.....	68
3.3.4 结论.....	78
3.4 本章小结.....	79
第四章 高光谱影像有色噪声的分析方法	80
4.1 噪声自适应迭代的高光谱影像去噪方法.....	80
4.1.1 基于低秩分解的高光谱噪声分析方法.....	80
4.1.2 噪声自适应迭代框架.....	81
4.2 模型求解.....	82
4.2.1 随机奇异值分解（RSVD）	82
4.2.2 参数的自适应确定方法.....	83
4.2 实验分析.....	84
4.4 本章小结.....	93
第五章 鲁棒性混合像元分解的研究方法	94
5.1 高光谱混合像元分解模型.....	94
5.1.1 线性混合模型.....	94
5.1.2 非负矩阵分解.....	95
5.2 全变差正则化的稀疏非负矩阵分解方法.....	96
5.2.1 全变差正则化的重加权稀疏非负矩阵分解建模.....	96
5.2.2 模型求解.....	99

5.2.3 实验分析.....	103
5.2.4 结论.....	111
5.3 鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法.....	111
5.3.1 鲁棒性稀疏非负矩阵分解建模.....	112
5.3.2 模型求解.....	114
5.3.3 实验分析.....	117
5.3.4 结论.....	124
5.4 本章小结.....	125
第六章 总结与展望	126
6.1 本文总结.....	126
6.2 研究展望.....	127
参考文献	128
附 录	139
致谢	142

中文摘要

高光谱影像具有图谱合一的优点，能够以较高的光谱诊断能力对地物目标进行精细分类与识别，在城市规划、农林检测、地形图更新、地籍调查等诸多领域具有广泛的应用。但是，在高光谱遥感影像观测过程中，受传感器故障或天气条件的影响，高光谱数据经常会受到噪声、条带、缺失、云雾遮挡、阴影等降质因素的干扰，这些噪声问题严重影响了高光谱数据后续应用的精度和可信度。为了克服噪声问题，需要从“数据”的角度来系统发展高光谱影像噪声分析方法，从“任务”的角度构建高光谱噪声鲁棒性应用分析框架。

本文首先回顾分析了目前关于高光谱影像噪声分析取得的研究进展，并从现有的工作作为基础，归纳总结了目前关于高光谱噪声分析亟待解决的三个问题，包括混合噪声问题、有色噪声问题以及模型误差噪声问题等。针对以上高光谱噪声难题，本文结合模式识别与数据挖掘领域的最新理论，顾及高光谱遥感影像特性，提出了基于低秩表示的高光谱影像多类型噪声分析理论与方法。从“数据”的角度，解决了高光谱影像混合噪声和有色噪声的分析难题；从“任务”的角度，以混合像元分解为例，提出了噪声分析（包括混合噪声、非线性散射形成的“模型误差噪声”等）与端元/丰度盲分解一体化的研究模型。主要研究内容如下：

(1) 针对高光谱混合噪声问题，首次提出了高光谱影像稀疏噪声的概念。考虑到高光谱条带噪声、信息缺失、脉冲噪声、云雾遮挡等降质因素在影像中所占比例较少，将之建模为稀疏噪声，从而构建了高光谱影像稀疏、高斯混合噪声观测模型。在此基础上，首先通过探索高光谱无噪影像光谱域的局部块低秩先验，提出了一种基于矩阵恢复模型的高光谱影像混合噪声去除方法；其次，顾及影像光谱域全局低秩先验与空间域分段平滑先验，提出了一种联合全变差与低秩稀疏分解模型的高光谱影像多类型复合噪声去除方法；最后，利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑先验，提出了局部低秩全局空谱全变差的噪声去除方法。分三个阶段探索高光谱局部与全局、空间与光谱的先验信息，并辅以最先进的机器学习方法如低秩稀疏表示学习、空-谱全变差、乘子交替迭代算法(ADMM)等实现高光谱混合噪声的分析与去除。

(2) 针对高光谱影像有色噪声问题，提出了噪声自适应迭代的影像噪声去除框架

模型。以低秩矩阵恢复逼近模型为基础，通过探索高光谱影像波段之间的高相关性建立低秩先验模型，然后根据各个波段的噪声强度自适应估计遥感影像的迭代参数，并利用迭代低秩逼近算法，从而实现了影像信号与高斯噪声的有效分离。同时，本文提出了高光谱噪声的估计方法以及端元数目的估计方法，为噪声自适应迭代方法的参数自适应估计提供了可能。该方法在有效的恢复高质量影像的同时，能够更好的保持原有的空间与光谱信息。实验中，噪声自适应迭代框架模型与混合噪声分析结合取得的结果也证实了其在有色噪声分析中的可扩展性。

(3) 针对高光谱混合像元分解中存在的高斯噪声、稀疏噪声和非线性散射形成的模型误差噪声，提出了鲁棒性的混合像元分解研究方法。针对高光谱高斯噪声，提出了基于全变差正则化的稀疏非负矩阵分解算法，对分解的丰度矩阵施加稀疏约束和空间平滑性约束，实现混合像元分解的同时，完成丰度图像的去噪；针对高光谱混合噪声和非线性散射问题，提出鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法，充分考虑脉冲、条带、死线等噪声以及非线性散射能量的干扰，对不同类型噪声分类建模，增加了算法的可实用性。在 HYDICE Urban高光谱数据上的实验结果证实了如下观点：尽管噪声波段含有大量的噪声信息，但是在鲁棒性算法中，噪声波段还是能为混合像元分解提供有用信息。

关键词： 高光谱、混合噪声、有色噪声、混合像元分解、鲁棒性分析、低秩与稀疏分解、非负矩阵分解、空谱全变差

ABSTRACT

In recent years, with the wealth of available spectral and spatial information, hyperspectral images(HSI) have the high spectral diagnosis ability to distinguish precise land-cover details even between the similar materials, providing the possibility of application in urban planning, agriculture and forestry, cadastral inventory, target detection, biometric and so on. Unfortunately, due to the limitation of imaging equipment and external environment, hyperspectral imaging sensors unavoidably introduce Gaussain noise, stripes, pixel missing, clouds, shadow and so on, into the acquired HSI data during the imaging process, which severely degrades the quality of the imagery and limits the precision of the subsequent processing. To alleviate the influence of noise, it is necessary to systematically develop HSI noise analytical method from the data perspective, and build up robustness HSI analysis framework from the task perspective.

In this paper, we first reviewed the research progress about HSI noise analysis. Subsequently, on the basis of previous work, we summarized three problems to be solved, including mixed noise problem, color noise problem and model error noise problem. To deal with the noise problem, guilded by the most recent data mining theory and the characteristics of HSI, we proposed the low rank based HSI noise analytical method. From the data side, we reduced the mixed noise and color noise both theoretically and experimentally. From task side, we proposed a unified framework including noise analysis(mixed noise and model error noise) and endmember/abundance blind unmixing. The main contribution of this thesis are as follows:

(1)To the mixed noise problem, we propose a concept of sparse noise, which include stripes, pixel missing, impulse noise, clouds and shadow., and assume that the HSI is corrupted by Gaussian noise and sparse noise. First, on the basis of the low rank property of the local clean HSI and sparse property of sparse noise, we introduce a new HSI restoration method named low rank matrix recovery (LRMR). Second, by exploring the low rank property from the spectral perspective and piese-wize smoothness of spatial perspective, we

propose a totalvariation-regularized low-rank matrix factorization HSI mixed noise removing method. The last, by utilizing the local low rank property of spectral information and global spectral-spatial smoothness sturcture prior, we propose a spatial-spectral total variation regularized local low-rank matrix recovery method. We explore the local and global, spectral and spatial priors of HSI, and integrate the low rank and sparse representation, spectral-spatial total variation into a unified framework, to realize the mixed mixed noise analysis and removing.

(2) To the color noise problem, we propose a noise-adjusted iterative framework. Due to the low-dimensional property of clean HSI, we introducec a noise-adjusted iterative low-rank matrix approximation (NAILRMA) method for HSI denoising. Patchwise randomized singular value decomposition is first applied to each Casorati matrix. An iterative regularization technique is subsequently adopted, based on the patchwise LRMA, to further separate the signal and noise. As for the HSI, different bands have different noise levels. A noise-adjusted update mode is then proposed to update the input image of the iteration. Guided by the noise variance of each HSI band, an adaptive iteration factor selection is also proposed. The results on the simulate and real data experiments demonstrate the advantage of the proposed method in the case of color noise removing.

(3) To the Gausian noise, sparse noise and model error noise in the HSI blind unmixng problem, we propose a noise robust analysis framework. To overcome the Gaussian noise influence in the bilind unmixing, we make the best use of the structure of the abundance maps, and propose a new blind HU method named total variation regularized reweighted sparse NMF (TV-RSNMF), which integrates the endmember estimation, abundance estimation, and abundance denoising. To alleviate the influence of mixed noise and model error noise, we separately model the sparse noise and Gaussian noise, and propose a robust sparse NMF model to unmix the hyperspectral data. In the experimental part, we studied the real HYDICE Urban dataset in depth and partitioned it into three subsets, i.e., low-noise bands, noisy bands, and waterabsorption bands. We then compared the results of the proposed sparsity regularized RNMF methods with a low-noise image consisting of low-noise bands

and a noisy image consisting of both low-noise and noisy bands, and concluded that the noisy bands can also provide appropriate and useful information for urban data unmixing.

Keywords: Hyperspectral image (HSI), mixed noise, color noise, blind unmixing, robust analysis, low rank and sparse analysis, non-negative matrix factorization (NMF), spectral-spatial total variation

第一章 绪论

1.1 研究背景

众所周知，遥感是过去 50 年内迅速发展起来的一项综合性应用技术，是通过某种手段间接获取研究目标或者区域来获取相关数据，并对获得的数据进行分析与处理的一种科学和技术（张良培 and 张立福, 2005）。它极大地增强了人类在区域乃至全球范围内开发资源、成图和监测的能力，扩展了人们的视野。

高光谱遥感是以测谱学原理为基础，在电磁波谱的紫外、可见光、近红外和中红外区域，获取许多非常窄且光谱连续的图像数据的技术（浦瑞良 and 宫鹏, 2000）；（Lillesand et al., 2014）。由于具有图谱合一的优点，高光谱分辨率遥感影像能够以较高的光谱诊断能力对地物目标进行精细分类与识别，在城市规划、反演陆地细节、地形图更新、地籍调查等诸多领域具有广泛的应用（浦瑞良 and 宫鹏, 2000）。

1.1.1 高光谱成像光谱仪介绍

1983 年，最早的航空成像光谱仪 AIS-1 由美国喷气推进实验室（JPL）研制，在地球科学、矿物识别、农业监测、植被受害影响等识别方面取得了巨大的成功，显示了光谱成像在地学应用的巨大潜力。到目前为止，高光谱成像技术已经取得了长足的进展。例如，由 NASA/JPL 研制的 AIS-1 继承者航空可见光/红外成像光谱仪（AVIRIS）、搭载于 EO-1 卫星平台的高光谱成像仪（Hyperion）、美国研制的高光谱数字图像收集仪（HYDICE）、德国研制的反射光学系统成像光谱仪（ROSI）S、加拿大研制用于商业目的的小型机载成像光谱仪（CASI）等。我国高光谱成像技术发展计划发始于上世纪 80 年代初。80 年代中期，面向地质矿产资源勘探，研制了工作在短波红外光谱区间（2.0—2.5 mm）的 6—8 波段细分红外光谱扫描仪（FIMS）和工作波段在 8—12mm 光谱范围的航空热红外多光谱扫描仪（ATIMS）。以此为基础，在 80 年代后期又研制新型模块化航空成像光谱仪（MAIS）。硬件的发展也带动了中国遥感科学家在新技术手段的开发和研究。在航天高光谱方面，2002 年 3 月发射的“神舟三号”飞船、2007 年 10 月 24 日发射的“嫦娥-1”探月卫星、2008 年发射的环境与减灾小卫星（HJ-1）星座以及 2013 年

9月23日发射升空的“风云-3”气象卫星中，都搭载了一台我国自行研制的中分辨率成像光谱仪。随着高光谱技术在我国应用的普及，我国的高光谱遥感已逐步走向成熟。

表 1-1 目前部分主要高光谱传感器介绍

传感器	波段数	光谱范围/nm	波段宽/nm	主要用途	工作期间
AIS-1 (美国)	128	990~2100 1200~2400	9.3	地球化学、矿物识别及变性岩石、植被受害识别	1983~1985 年
AVIRIS (美国)	224	280~2500	9.7~12.0	生态、海洋、地质、雪、水、大气、云	始于 1987 年
CASI (加拿大)	228	430~870	1.8	生态系统、陆地表面观测	始于 1990 年
OMIS-1 (中国)	64	460~1100	10.0	农作物的识别和理化特性诊断、土地利用、海洋水质环境监测、	始于 1991 年
	16	1060~1700	40.0		
	32	2000~2500	15.0		
	8	3000~5000	250.0		
	8	8000~12500	500.0		
CHRISS (美国)	40	430~860	11	石油渗漏、植被识别、森林调查、环境监测	始于 1991 年
HYDICE (美国)	206	400~2500	7.6~14.9	军民两用、农林业、环境、资源管理等	始于 1992 年
PHI (中国)	244	400~805	7.6~14.9	陆地生态系统、资源调查	始于 1997 年
ROSIS (德国)	84	430~830	4~12	沿海地区叶绿素	始于 1993 年
Hyperion (美国)	220	400~2500	约 10	陆地生态系统成图和精确分类	始于 2000 年
HJ-1A (中国)	128	450~950	5	环境与灾害监测预报	始于 2008 年

1.1.2 高光谱数据的特点

相较于其他遥感影像，高光谱影像具有数十个至数百个连续的灰度图像，且每一个像元都能提取一条光谱曲线。高光谱成像技术把传统的二维图像遥感技术和光谱技术紧密的结合在一起，在获取地物空间信息的同时，按波长排列被测物的辐射能量，获取一个光谱区间内几百个连续的窄波段信息(陈绍林, 2012)。图 1-1 展示成像光谱学的基本概念。总的说来，高光谱数据具有以下几个特点：

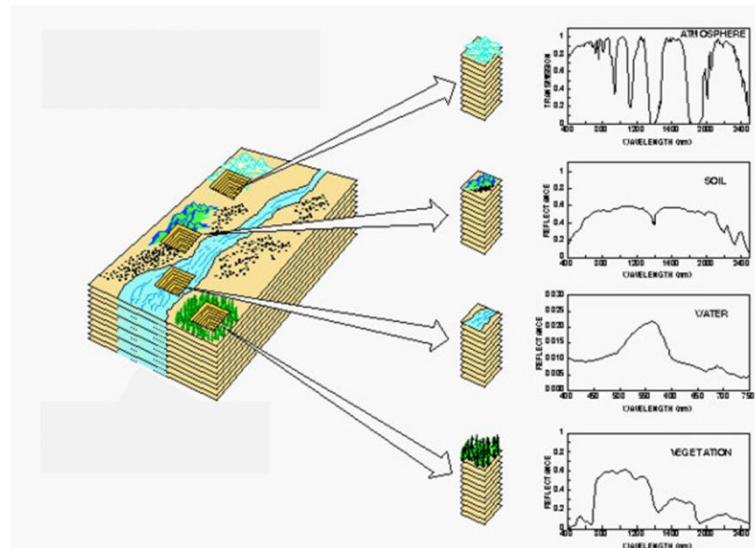


图 1-1 成像光谱学的基本概念
图示高光谱影像上记录的不同地物的完整光谱曲线(Green et al., 1998)

(1) 光谱分辨率高，波段多，在某一光谱段范围内连续成像。高光谱成像光谱仪响应的电磁波长一般覆盖400~2500nm，从可见光延伸到近红外甚至到中红外。一般而言，高光谱成像光谱采样的间隔达到纳米级（一般约为10nm），这使得在光谱域内分析研究地物的物理化学特性成为可能。又由于高光谱数据是在连续的光谱波长上采集的，其观测的光谱值是连续的，且光谱分辨率越高，光谱值越连续。

(2) “图谱合一”。高光谱数据是具有两个空间维和一个光谱维的三维数据体，包含了地物丰富的空间和光谱信息，这些信息既表现了地物的空间分布，同时也能以其中某一像元或像元组为目标获得它们的辐射强度以及光谱特征。采集的高光谱数据不仅可以用来与地面实测的同类地物光谱曲线相类比，研究地物特性，同时还可以利用其空间信息研究地物分布及含量的多少。鉴于“图谱合一”的特性，高光谱数据描述模型多，分析更加灵活(Christophe et al., 2005); (陈绍林, 2012)。从空间维的角度，高光谱数据可以看做多通道图像集，而从光谱维的角度，高光谱数据可以看成所有地物的光谱曲线集。因此，我们在进行高光谱数据分析和处理时，可以根据应用需求灵活的对高光谱数据建模。此外，虽然可以将高光谱数据看成一个三维的张量，但由于其在空间域和光谱域各具有不同的属性，如何有效地联合利用空间维和光谱维的性质，是高光谱影像处理的关键。

(3) 空间分辨率低。对于成像光谱仪，由于其较高的光谱分辨率，为了保证进入CCD上光强够强和一定的平台运动匀速，其单个像素对应的空间尺寸就不能过小，这也导致

了高光谱影像的空间分辨率较低。例如，星载的AVIRIS采集的高光谱数据分辨率仅为20m，机载的HYDICE数据分辨率虽然有所提高但也不足1m。由于高光谱数据的空间分辨率较低，导致了大部分像元都是由多种物质混合而成，形成“混合像元”问题(Keshava and Mustard, 2002)。

(4) 数据量巨大，容易受到噪声影响。由于高光谱数据在可见光到近红外电磁波谱内，以约10nm的间隔连续成像，其波段众多，数据量巨大。另外，由于相邻波段之间的相关性极高，数据的冗余性也极大。高光谱极高的光谱分辨率为诊断地物的物理化学特性提供了可能，同时数据的冗余也给数据的存储，压缩，传输，应用带来巨大的挑战。

1.2 研究问题和意义

高光谱影像独有的特点为地理信息获取和地物识别带来了便利和优势，然而高光谱技术也为我们带来的困难和挑战(李杰, 2016)。高光谱传感器通过大范围多平台的观测能够获得海量的数据，但由于数据经常受到噪声的干扰，导致了数据的利用率较低，限制了高光谱观测数据的后续应用精度(李慧芳, 2013)。目前，关于高光谱噪声的分析和处理可分为三个方面进行描述。

1.2.1 噪声建模与分类

高光谱遥感影像噪声主要由辐射噪声、热噪声、散粒噪声、转移噪声和因结构引起的空间随机不均匀性噪声(高连如 et al., 2007)等组成；另外，受观测条件(如大气环境，地形起伏等)和传感器(探测元件故障)的限制，高光谱影像的辨识度进一步降低，影响了后续解译能力。成像光谱仪在气候复杂，电磁波能量不足时工作，会引入不同类型和分布的噪声。同时，由于成像光谱仪在连续的电磁波谱上成像，而大气中各种气体、气溶胶、水汽对不同波长处电磁波的透过率不同，这势必会影响不同波长处进入 CCD 的光强，不同程度的降低数据质量。在遥感数据获取过程中，噪声的产生及其对图像质量的影响复杂多变，通过量化建模各个子系统的噪声来对整个成像系统的噪声进行估计不易实现，因此人们往往采用一个简单的模型来描述图像中的噪声，通过对简单模型进行评估来确定整个系统的信噪比(高连如 et al., 2007)。图 1-2 展示了 ROSIS、AVIRIS、HYPERION、HYDICE 等传感器上获取高光谱数据的噪声类型。本论文将国内外高光谱

噪声的研究分为四类并阐述各种噪声在高光谱成像产生的原因。

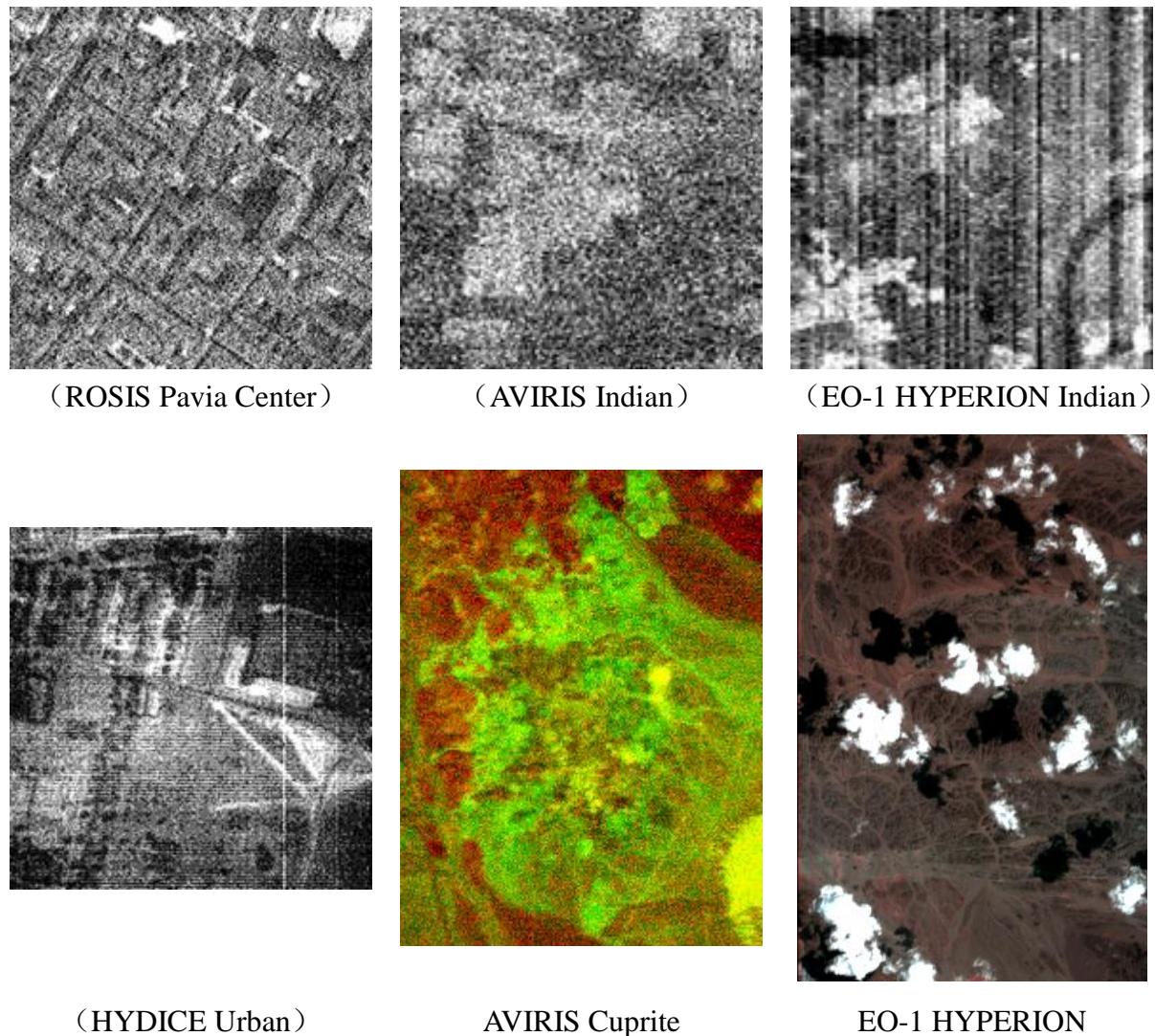


图 1-2 不同传感器上噪声波段展示

高斯白噪声/有色噪声 (Gaussian white noise/color noise)

高斯白噪声指服从高斯分布，且每个波段上强度相同的噪声。在高光谱系统成像的过程中，CCD 将电磁波能量转化为图像信号时会产生各种形式的的噪声，如暗噪声、读出噪声等(Nischan et al., 1999)。暗噪声是指 CCD 元件在不接受任何信号的情况下产生的噪声，它的强度与光积分时间成正比。读出噪声是 CCD 元件未将光子转化为信号效率为达到 100% 而产生的噪声。由于这两类噪声符合高斯分布且广泛存在于高光谱成像过程中，因此大部分学者将高光谱噪声定义为高斯噪声，并且假设每个波段上噪声强度相同。这种假设虽然不能够完美的描述高光谱噪声的统计特性，但是具有一定合理性，

并且在很大程度减弱上了高光谱噪声分析的难度(陈绍林, 2012)。

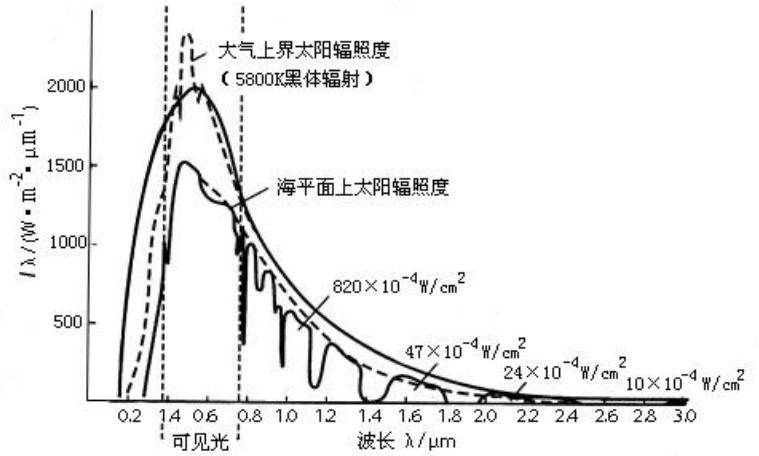


图 1-3 不同波谱的太阳光在大气层上界的辐射能量以及太阳光透过大气层到达海平面高度时的辐射能量展示

太阳光经过大气层-地物表面-大气层-传感器的传播过程中, 大气层对太阳光不同波谱的吸收强度是不一样的, 大气对不同波段处的光谱透过率也不同。图 1-3 展示了不同波谱的太阳光在大气层上界的辐射能量以及太阳光透过大气层到达海平面高度时的辐射能量(Shaw and Burke, 2003)。太阳光在到达地面之前和经过地物吸收反射后到达传感器都要经过大气的调节作用。不同波长电磁波的透过率受到大气中水汽的含量和气溶胶的状态严重影响。从图 1-3 中可以看出在 1450nm, 1900nm 附近, 太阳光能量被大气中的水蒸气几乎完全吸收, 因此在成像结果中, 这些波段信噪比非常低, 在高光谱中成为水吸收波段。而在 970nm, 1200nm 和 2500nm 附近也有较强的吸收量。在 400nm 处太阳光的透过率受到大气散射作用的严重影响, 这主要是由大气中含有的各种气溶胶引起的。这些因素都会影响传感器对真实光谱的响应, 进而影响光谱成像的质量(陈绍林, 2012)。然而, 单纯用高斯白噪声来建模高光谱噪声已经不能满足需求。考虑到各个波段噪声的强度是随波长变化的, 即在透过率最弱的波段处, 噪声的强度最强, 随着透过率的增强, 信噪比逐渐增加, 波段的质量也越来越高。因此(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)用有色噪声来建模高光谱噪声。不同于高斯白噪声, 有色噪声在不同波段上噪声的强度不同, 非常契合强度随波段变化的高光谱噪声类型。

信号相关噪声 (signal-dependent noise)

大气对地物反射光谱的吸收和散射能力与大气中各种气体的含量有关, 显然大气中

的各种气体、颗粒的含量是实时变化的。当大气中的颗粒吸收能力强时，进入成像光谱仪的光强会被逐渐减弱，当光强弱到一定程度，CCD 感光元件吸收的信号能量会弱于随机噪声的能量，就会导致高光谱影像信号被噪声主导(Faraji and MacLean, 2006)。显然这类噪声是由大气环境和 CCD 自身噪声共同引起的，其统计特性应该是 CCD 传感器中各种噪声的统计特性混合的结果。通过成像光谱仪系统入射到 CCD 中的光子的随机性会产生光子噪声。目标辐射的光子和非目标辐射的光子到达 CCD 成像区域是一个随机独立的过程，因而单位时间内 CCD 接收的光子的数量是在一个均值附近波动。非目标辐射的光子数量通常服从泊松分布，并且与接收的目标光子的强度有关。当入射光子的数量较少时，光子散粒噪声表现较为明显，噪声呈泊松分布。随着光照强度的增加，光子数量增多，光子噪声的分布逐渐接近高斯（Gaussian）分布。由于高光谱成像复杂，并不能保证足够的入射光强（与曝光时间以及入射孔径有关），因此由大气和高光谱成像元件共同形成的光子噪声可能服从高斯分布，也可能服从泊松分布，当然也可能是二者的混合。

条带噪声(stripes)

单传感器、星载和机载高光谱传感器等光谱仪采集的数据通常存在条带噪声现象。条带噪声是高光谱成像仪在扫描地物成像的过程中，由于传感器故障或响应不一致造成的，具体表现为在采集的原始数据某些波段内，在一定方向灰度值连续偏高或偏低(支晶晶, 2010)。为了保证在相同的入射亮度情况下，各传感器能够获得同样幅度的输出，各个传感器需要在卫星发射定标期间进行大气矫正和绝对定标。但是，由于定标所采用的积分球光能有限，实验产生的低光度照明难度很大。另外，成像光谱仪所工作的环境异常复杂，传感器工作的电路系统繁多，相互之间干扰实时多变，传感器之间的响应参数无法始终保持一致，因此条带噪声无法通过辐射矫正进行消除。条带噪声的存在严重影响高光谱影像的质量，给高光谱影像处理带来困难，严重影响后续的应用效果(陈绍林, 2012)。

云雾遮挡、亮度不均等

高光谱成像仪在成像过程中，由于受到大气吸收、光照条件、云雾遮挡等环境和传感器内部系统因素的影响，收集的数据往往出现亮度、色调以及反差不均匀的现象，很大程度地影响了影像对地表情况的真实反映。由此引发的影像质量下降的噪声包括有为

云雾遮挡、像元缺失、亮度不均等。这类噪声不仅影响图像的目视效果，更会影响与高光谱影像相关的一些后续处理，比如图像镶嵌、大型无缝图像数据库建立、特征提取、目标识别、分类、解译等(Shen et al., 2015)。

通常，高光谱噪声还可以建模为乘性噪声、脉冲噪声、拉普拉斯噪声(Laplace noise)等。更多相关性介绍可参考(Roger and Arnold, 1996); (Acito et al., 2011a); (Meola et al., 2011)等文献。

1.2.2 噪声分析研究现状

高光谱影像噪声的存在降低了影像质量，影响信息提取的精度与可信度，有时甚至会导致完全错误的结论。成像光谱仪一个关键的参数为信噪比(SNR, signal-to-noise ratio)，其决定了光谱仪信息获取能力和制造成本。尽管，理论上我们可以采用更高级的设计，如增加积分时间，增大传感器的尺寸等，来提高光谱仪的 SNR，然而这些手段极其昂贵。同时成像光谱仪本身的性能受限于当前材料、光学、电子、计算机等多种技术的发展，我们很难从改善硬件的角度提高成像数据的质量。因此，如何分析和处理高光谱影像的噪声对高光谱的后续应用变的尤为重要。经过国内外学者多年的研究和探索，高光谱噪声分析与处理主要集中在以下两个方向。

1.2.2.1 高光谱去噪

高光谱影像在地物分类、端元提取、目标检测、变化检测等领域有着广泛的应用。然而噪声的存在严重影响高光谱后续应用的精度和可靠性。基于噪声类型的不同，高光谱去噪研究可以分为高斯(颜色)噪声去除、泊松噪声去除、条带噪声去除、去云雾、补绘和亮度不均匀校正等。

高斯白噪声/有色噪声研究现状

在自然图像领域，对于单波段图像高斯白噪声的分析与去除已经较为成熟，主要包括有：全变差(total variation TV)的方法(Rudin et al., 1992); (Needell and Ward, 2013)、小波的方法(Foi et al., 2007); (Zhang and Chan, 2010)、非局部均值的方法(Buades et al., 2005)、滤波的方法(Dabov et al., 2007b)、稀疏的方法(Elad and Aharon, 2006a)、矩阵/张量低秩的方法(Zhang et al., 2014b); (Salmon et al., 2014); (Weisheng et al., 2013); (Rajwade

et al., 2013)、基于马尔科夫随机场的方法(Salakhutdinov and Mnih, 2008)等。基于单波段的方法可以通过分波段处理很自然的扩张为高光谱影像的去噪方法。然而这种方法并不能取得理想的效果主要是因为 1) 忽略了高光谱波段之间的强相关性; 2) 对于有色噪声, 不同波段上噪声的强度不同, 单波段方法对每个波段去噪时难以实现最优参数的统一。针对上述问题, 研究人员以对高光谱谱间高相关性建模作为基础, 并辅以对空间特性建模, 实现高光谱噪声的分析和去除。首先, 主成分分析 (principal component analysis PCA) 方法被引入来实现高光谱信号和噪声的分离。研究者认为, 将三维高光谱影像平铺为二维图像, 并采用 PCA 变换后, 前面的部分主成分波段包含了高光谱影像的主要信息, 而噪声被分离在后面的主成分(He et al., 2015)。然而 PCA 变换只针对高斯白噪声, 并且主成分波段也会包含少量的噪声信息, 并不能达到图像与噪声完美分离的效果。因此, 一些改进的方法如最小噪声分离(maximum noise fraction MNF)(Green et al., 1988)、低秩分解 (low rank matrix approximation) (He et al., 2015)和非负矩阵分解 (non-negative matrix factorization) (Ye et al., 2015); (Cerra et al., 2013)被用于高光谱去噪。上述低维子空间的方法将三维数据转化为二维图像, 虽然能充分利用光谱之间的高相关性, 却破坏了空间维信息的连续性。更多的学者将灰度图像的方法扩展到三维高光谱数据上来, 例如空谱 TV 的方法(Yuan et al., 2012); (Zhang, 2012); (Qiangqiang et al., 2014)、三维小波的方法(Othman and Qian, 2006)、三维滤波的方法(Letexier and Bourennane, 2008)、张量分解的方法(Renard et al., 2008); (Guo et al., 2013)、空谱联合稀疏的方法(Li et al., 2016); (Willett et al., 2014); (Yuan et al., 2015)等。高光谱影像空间维与光谱维具有不同的性质, 而单纯的将二维图像去噪的方法扩展到三维图像上并不能最大程度探索图像空间维与光谱维的冗余性。目前, 大部分学者融合两种或者多种去噪模型分别对高光谱数据的局部平滑性、非局部相似性和全局低维特性进行探索。在(Chen and Qian, 2009); (Bollenbeck et al., 2011); (Chen and Qian, 2011)中, 作者利用 PCA 变换解锁高光谱影像光谱维的相关性, 然后利用小波变换去除空间维的冗余性。这种对高光谱光谱维低维性、空间维冗余性分别建模的方法取得了非常好的去噪效果, 也为后面的研究工作者提供了新的高光谱噪声分析与去除思路。刘等(Xuefeng et al., 2012)将张量的低秩分解和空间滤波联合起来实现高光谱的去噪; 在(Zhao and Yang, 2015)中, 稀疏用来约束高光谱的局部相似性, 低秩用来约束影像整体低维性; Rasti 等(Rasti et al., 2014)利用稀疏主成分和小波变换分

别约束高光谱的光谱和空间特性，也取得非常好的去噪效果。

虽然对于高光谱高斯白噪声的分析和研究已经趋于成熟，然而对于有色噪声的研究却相对较少。有色噪声的特点是不同波段上噪声的强度不同。如何在保持高信噪比波段信息的同时，去除低信噪比波段的噪声是有色噪声分析的难点问题。目前，最简单的去有色噪声方法是归一化，即估计每个波段噪声强度，再将噪声归一化到单位噪声(Zhao and Yang, 2015)。虽然归一化能将高光谱各个波段噪声的方差平均，然而信噪比并没有改变，并且各个波段灰度图像的量级发生很大变化，因此并不能取得很好的去有色噪声效果。Chang 等首先将(Chang and Du, 1999)噪声自适应 PCA (noise-adjusted PCA) 变换引入到高光谱有色噪声分析中来；在(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)中，作者采用多元线性回归分析来估计有色噪声；Yuan 等人(Yuan et al., 2012)采用噪声自适应的全变差模型分析去除有色噪声；(Yuan et al., 2015)采用光谱自适应的核化正则化约束来解决有色噪声的问题。综上所述，关于有色噪声的分析与处理已经进行了相关的研究，然而相比于高斯白噪声的分析还略有不足。

信号相关噪声研究现状

高光谱影像除受到高斯噪声的干扰外，还经常受到信号相关噪声的干扰，如光子噪声等(Acito et al., 2011a)。在新一代传感器中，这种信号相关噪声占据噪声主导地位的情况时有发生(Alparone et al., 2009)。当高光谱影像受到信号相关噪声干扰时，采用传统的高斯噪声分析方法显然无法达到应用需求。因此，很多学者在高斯噪声的研究基础上，根据信号相关噪声的特点来分析建模高光谱噪声。(Aiazzi et al., 2006)采用概率密度模型(PDF) 估计航空高光谱影像中存在的信号相关噪声；(Uss et al., 2011)利用最大概率模型分析高光谱影像局部的信号相关性噪声与信号非相关噪声，并将该方法用于 AVIRIS 传感器获得数据的噪声估计上；Nicola Acito 等(Acito et al., 2011a)先利用多元线性回归模型对原始高光谱影像实现噪声和信号的分类，然后用最大似然方法估计噪声的参数，该方法同样被用于 AVIRIS 数据的噪声估计上，并取得了预计的效果；Qian 等(Qian and Ye, 2013)认为高光谱中的噪声模型为泊松-高斯混合噪声，因此利用信号与噪声在图像同质区域小波变换域内的可分离原理来估计泊松-高斯噪声的强度，然后采用方差均一变换 (variance-stabilizing transformation) 将泊松-高斯混合噪声模型转化为高斯白噪声模型，最后采用稀疏表示的方法实现混合噪声的分离。

关于信号相关噪声的分析与研究已有 20 多年的历史，而相应的论文和研就相对较少。这是因为高光谱信号相关噪声占比重较少，相比较于高斯噪声并不严重。另外，关于信号相关噪声和泊松-高斯混合噪声的分析大都采用先估计噪声强度，然后转化为高斯噪声的研究方法(Liu et al., 2012b)。因此，对于信号相关噪声的研究主要停留在噪声的估计方面。更多有关信号相关噪声的分析和建模有待进一步研究。

条带噪声研究现状

条带产生是高光谱成像仪在扫描地物成像的过程中，由于传感器故障或响应不一致造成的，具体表现为在一定方向上灰度值出现连续偏高或偏低的情况。条带噪声大体可分为规则性条带噪声、间断性规则条带噪声、随机宽度的非周期性条带噪声、随机长度的非周期性条带噪声、轻微随机噪声型条带噪声和严重随机噪声型条带噪声六类(Chang et al., 2015)。针对推扫式高光谱成像仪 CCD 感光元件产生的条带噪声，(Lawrence et al., 2003)采用修改几何控制点的方法来实现去噪的目的；(Rogass et al., 2014)采用沿条带方向梯度最小的原则进行条带噪声的分析和去除，类似的思想也被扩展到方向性全变差模型中(Chang et al., 2015)。Bisun Datt 等(Datt et al., 2003)提出了针对 EO-1 HYPERION 高光谱数据条带噪声的去除方法，并验证了相比较于去条带之前，去条带后的数据在农业应用方法的精度和可信度有很大程度的提高。Shen 等(Shen and Zhang, 2009)将去条带当做是图像补绘的过程，并在最大先验模型下构建概率密度函数以实现条带噪声的分析和去除。N. Acito 等(Acito et al., 2011b)提取高光谱数据的低维子空间，并在子空间中估计和分离出条带噪声。Lu 等(Xiaoqiang et al., 2013)将条带噪声建模为列稀疏性噪声，利用低秩与稀疏表示的方法实现高光谱条带的去除；在(Chang et al., 2016)中，作者则认为条带噪声具有低秩的特性，因此可以从矩阵分解的角度，将噪声图像分解为一个空间平滑的矩阵（全变差最小）和低秩矩阵（条带噪声）已达到条带噪声去除的目的。

鉴于高光谱成像仪线性扫描的特点和复杂多变的成像环境，高光谱影像存在严重的条带噪声。然而仅仅依靠辐射矫正的方法并不能很好的去除条带，因此需要开发和挖掘更有效的高光谱条带噪声分析方法。不同的传感器产生不同的条带类型，如何根据条带噪声的特点建模和分析是今后条带噪声去除的重点问题。

云雾遮挡、亮度不均等

高光谱成像质量与成像环境密切相关，经常出现云雾遮挡、亮度不均的情况。根据云雾的厚度和光线的明暗可以分为两种情况，对于薄云薄雾和细微色差变化的情况，云雾遮挡或者亮度不均部分的高光谱数据能够提供地物的光谱信息，只是亮度值整体有一定的偏差；对于厚云厚雾和无光的情况，云雾遮挡或者亮度不均部分的高光谱数据并不能提供有用的地物光谱信息，转化为像元缺失问题。目前高光谱云雾遮挡、亮度不均问题的研究相对较少，大体针对特殊的传感器而设置去云雾和亮度矫正算法，如针对 EO-1 HYPERION 高光谱数据云雾探测的方法(Griggin et al., 2003)，针对(He et al., 2017) CHRIS/Proba 高光谱数据云雾探测方法和针对 ENVISAT/MERIS 传感器数据的方法(Gomez-Chova et al., 2006)等。

相比较于在高分辨率/多光谱数据去云雾和矫正亮度不均方面取得的成果(Shen et al., 2015)，高光谱影像去云雾和矫正亮度不均的相关研究较少，并且方法的应用广度和可拓展性也相对较小。如何根据高光谱影像的特点，提出具有普适性的高光谱去云雾和矫正亮度不均方法是今后高光谱质量改善需要面对的难题。

1.2.2.2 高光谱鲁棒性分析

高光谱影像的噪声分析与去除提高了其后续应用的精度和可信度。在去噪过程中在剔除噪声的同时难免会剔除一些有价值地物信息，然而去噪和后续应用的分离导致高光谱信息不能完全利用。以 HYDICE Urban 数据为例，全变差模型去噪后的数据，由于空间局部信息的增强很大程度提升了后续分类的精度，而局部像素的平滑则导致亚像元目标的同化甚至消失，这为异常物体的探测带来了灾难性的影响(He et al., 2016c)。随着高光谱传感器的逐年递增，专用高光谱成像仪越来越多，例如风云-3、EO-1 HYPERION 等。将噪声分析与后续应用结合统一，设计并提出针对特定传感器或单一应用的高光谱噪声分析算法显得越来越重要。越来越多的学者在研究提高应用算法精度的同时，也在致力于提升算法的鲁棒性。传统的高光谱应用分析如分类(Melgani and Bruzzone, 2004)、降维(He et al., 2016b)、探测(Stein et al., 2002)和解混(Keshava and Mustard, 2002)中，通常假设高光谱数据受到高斯噪声的干扰。然而，经过上节分析，高光谱影像的噪声类型繁多，其统计分布也复杂多变，单纯用高斯噪声建模高光谱噪声显然无法达到物理与数学上的要求。本论文以混合像元分解为例，介绍在高光谱鲁棒性分析的研究进展。混合

像元分解分为端元数目估计、端元提取和丰度估计三个问题。在(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)中, Bioucas 等将有色噪声的分析引入到端元估计中, 取得了当时最优的结果; Sumarsono 等则用 1-范数建模高光谱噪声(Sumarsono and Du, 2015), 并用低秩表示的方法估计端元数目; 在(Li et al., 2015)中, 作者认为高光谱数据受到加性、乘性和混合噪声的干扰, 并因此提出了一种抗噪声的混合像元盲分解模型; Lu 等(Lu et al., 2013b)提出基于图论的非负矩阵方法以增强混合像元分解算法的鲁棒性; 在(Aggarwal and Majumdar, 2016); (Yang et al., 2016); (Cerra et al., 2014)中, 研究者也提出将混合像元分解和噪声分析结合起来, 在得到丰度估计的同时, 完成高光谱数据噪声的去除。

随着感光元件成像技术的进步, 高光谱数据的信噪比越来越高; 另外, 可供选择的高光谱数据越来越多, 因此受环境影响的噪声也越来越少。总的来说, 传统意义上的噪声对后续应用的影响越来越少。然而这并不是说鲁棒性分析算法变得没有意义。不同的应用背景中噪声的界定越来越模糊。从另外一个角度, 由于高光谱数据场景的复杂性, 执行某项特定任务时会受到冗余或者负面特征的影响。这种冗余或者负面特征都可以定义为“噪声”。例如, 在目标探测中, 复杂的背景干扰了目标的探测, 可以称之为噪声; 又如在特定矿物的提取与丰度估计中, 异常的矿物光谱可以称为噪声。事实上, 除了复杂的背景始终困扰着目标探测的精度和可信度(Cui et al., 2014), 在高光谱分类中, 同物异谱、异物同谱现象依然严重(Melgani and Bruzzone, 2004); 在混合像元分解中, 地物之间的多次散射和异常目标问题并未得到缓解(Bioucas-Dias et al., 2012); 在变化检测中, 成像角度和光照的变化还是难题(Cheng et al., 2014)。如何处理地物信息提取中新型“噪声”也成为高光谱应用中难点和急需解决的问题。

1.2.3 存在的问题

在高光谱影像的噪声分析中, 影像信息与噪声信息呈现不同规律的统计分布。根据影像与噪声统计规律的不同, 可以有效的建立观测模型来区分无噪影像和噪声。然而, 在高光谱影像处理中, 由于高光谱影像的特点以及噪声的特点导致了在利用统计分布区分影像和噪声时, 遇到了如下的研究难点:

(1) 不同波段上噪声类型不同。已有研究表明, 高光谱影像并非受到单一噪声的干扰, 而是受到混合噪声的污染(Zhang et al., 2014a)。不同类型的噪声呈现不同的统计分布。

高光谱高斯噪声的分析和研究非常依赖于噪声的统计分析与先验假设。因此，在高光谱影像噪声分析中，必须对不同统计类型的噪声分类建模，才能准确的描述噪声，达到影像与噪声分离的目的。有学者提出了泊松-高斯混合噪声(Qian and Ye, 2013)和条带-高斯混合噪声(Yuan et al., 2012)的相关研究方法，然而效果并不能推广到高斯-条带-像元缺失-云雾遮挡-椒盐等混合噪声的分析和去除。

(2) 不同波段上噪声强度不同。由于大气对光谱的吸收和散射随波长变化，高光谱影像不同波段上噪声的强度不同，从而形成有色噪声。目前比较主流的处理方法是归一化噪声，然而效果并不明显。Yuan 等(Yuan et al., 2012)采用空谱全变差的方法，并根据不同波段上噪声的强度自适应估计全变差正则化参数，虽然去噪目视结果有明显提高，但高信噪比波段细节损失严重。有学者在高光谱特征提取(Chang and Du, 1999)和端元数目估计(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)等应用领域验证了有色噪声分析与处理在高光谱应用精度提升的积极作用，但相关去有色噪声的分析却比较局限。

(3) 鲁棒性分析中噪声类型难以确定。鲁棒性分析模型不仅考虑传统意义混合噪声的影响，还要考虑模型误差的影响。根据不同任务建立的观测模型通常具有模型误差，可称之为模型噪声。模型噪声包括分类中的同物异谱、异物同谱(Melgani and Bruzzone, 2004)、混合像元分解中的非线性散射(Bioucas-Dias et al., 2012)、在变化检测中的视角光照差异(Cheng et al., 2014)、在异常探测中的复杂背景(Cui et al., 2014)等。如何根据任务确定的兴趣区域，分析模型噪声的统计分布与先验模型，也是高光谱影像分析处理的难点问题之一。

1.3 研究问题和意义

1.3.1 研究内容

最近几年，国际数学与统计领域的著名科学家先后提出了一些可用于信号处理的新理论，较为典型的包括在稀疏理论上发展起来的低秩理论。和稀疏表示一样，秩很早就被用作矩阵的正则化因子。但是低秩重新获得学者的关注却是近几年的事。2008 年，斯坦福大学教授 Candes 将秩极小化引入到矩阵填充问题中(Candès and Recht, 2009)，并取得了巨大成功。之后，Wright 等人(Wright et al., 2009)和 Chandrasekaran 等人(Chandrasekaran et al., 2011)同时提出了鲁棒性主成分分析 (RPCA)，他们考虑如何从含

有稀疏噪声的数据中恢复数据的低秩结构，实现低秩矩阵与稀疏矩阵的分解。目前低秩理论不仅在视频分析、背景建模、影像分割等机器学习领域得到了显著的成功，也逐渐的应用于遥感领域。本文针对高光谱影像噪声类型多样、分布复杂等问题，有效利用高光谱影像空间维连续性和光谱维低秩性，以及条带、像元缺失、云雾等噪声稀疏分布的特点，构建稀疏与低秩分解模型，实现影像与噪声的有效分离，提高高光谱影像后续应用的可靠性和准确性。本文的研究思路如图 1-4 所示，主要包含以下三个方面：

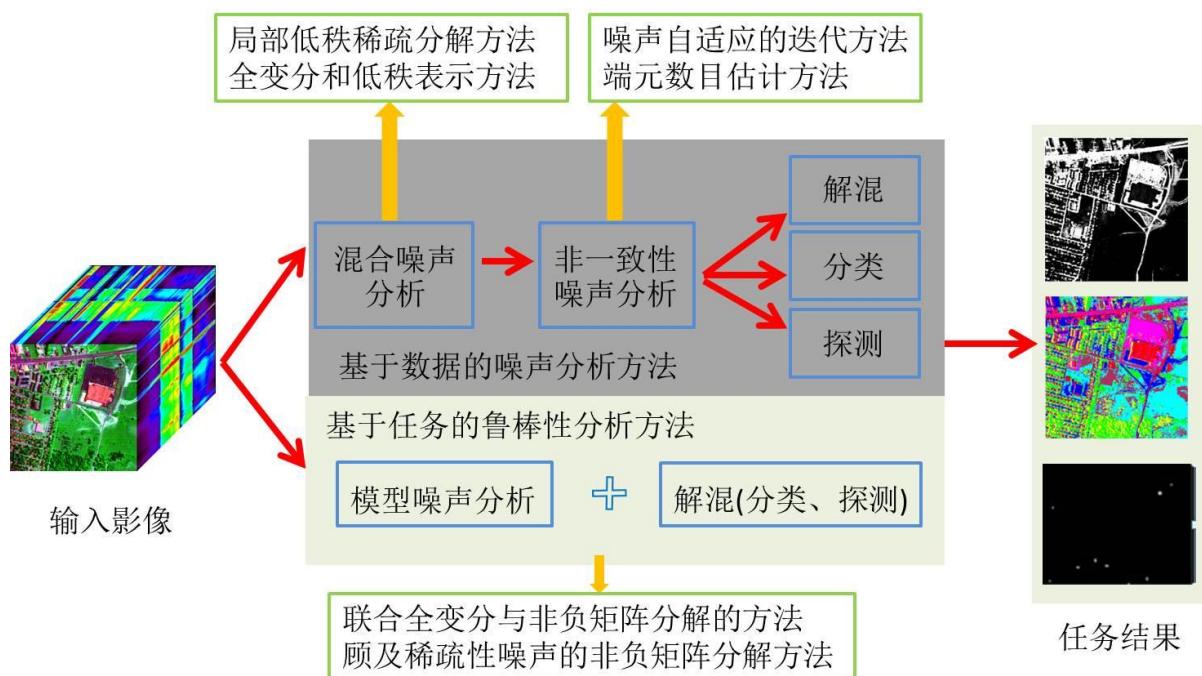


图 1-4 本文的研究思路

(1) 高光谱影像混合噪声分析方法

提出了基于矩阵低秩模型的高光谱影像混合噪声的去除方法，通过探索高光谱影像的波段之间以及局部块光谱之间的高相关性建立低秩先验，并将高光谱影像噪声划分为脉冲、条带、死线等稀疏噪声以及高斯噪声；然后分别对局部块的影像信号以及稀疏噪声施加低秩和稀疏约束，采用最新的数值方法，实现了影像信号与噪声的有效分离。提出了联合全变差与低秩稀疏分解的高光谱影像多类型混合噪声去除方法，利用低秩约束探索光谱之间的高相关性，利用全变差模型约束空间分段光滑的特性，利用稀疏约束建模高光谱的稀疏性噪声。利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑的特性，提出了局部低秩全局空谱全变分的噪声去除方法。

(2) 高光谱影像有色噪声分析方法

提出了噪声自适应迭代的影像噪声去除框架模型。以低秩矩阵恢复逼近模型为基础，通过探索高光谱影像波段之间的高相关性建立低秩先验模型，然后根据各个波段的噪声强度自适应估计遥感影像的迭代参数，并利用迭代低秩逼近算法，从而实现了影像信号与高斯噪声的有效分离。同时，提出了高光谱噪声的估计方法以及端元数目的估计方法，为噪声自适应迭代方法的参数自适应估计提供了可能。该方法在有效的恢复高质量影像的同时，能够更好的保持原有的空间与光谱信息。

(3) 鲁棒性混合像元分解的方法

非负矩阵分解模型广泛应用于高光谱混合像元分解中，然而提取的端元可信度和丰度精度非常依赖于高光谱数据的质量。因此本文将噪声分析与分解模型统一起来实现混合像元分解。针对高光谱高斯噪声问题，发展全变差正则化的稀疏非负矩阵分解算法，对分解的丰度矩阵施加稀疏约束和空间平滑性约束，实现混合像元分解的同时，完成丰度图像的去噪；针对高光谱混合噪声和非线性散射问题，提出鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法，充分考虑脉冲、条带、死线等噪声以及非线性散射能量的干扰，对不同类型噪声分类建模，增加了算法的实用性。

1.3.2 论文章节安排

本论文具体内容安排如下：

第一章，绪论。主要介绍了高光谱遥感技术的发展以及高光谱数据的特点，分析和归类噪声的类型与特点，并回顾国内外关于噪声分析的研究现状，提出论文的主要研究内容，并对论文的组织结构进行概述。

第二章，噪声分析的基本方法。介绍了高光谱影像的质量退化过程和数学建模，阐明了噪声分析中亟待解决的问题。系统介绍了目前主流的去噪方法和影像质量评价方法。

第三章，高光谱影像混合噪声的分析方法。介绍了三种高光谱混合噪声分析与去除的方法。利用高光谱影像局部与全局、空间与光谱的先验信息，并辅以最先进的机器学习方法如低秩稀疏表示学习、空-谱全变差、乘子交替迭代算法（ADMM）等实现噪声分析。

第四章，高光谱影像有色噪声的分析方法。以低秩矩阵逼近模型为基础，介绍了一种噪声自适应迭代的高光谱影像噪声去除方法，通过探索高光谱影像波段之间的高相关

性建立低秩先验模型，然后根据各个波段的噪声强度自适应估计遥感影像，并利用迭代低秩逼近算法，实现了影像信号与高斯噪声的有效分离。

第五章，鲁棒性混合像元分解的研究方法。针对高光谱混合像元分解中存在的高斯噪声、稀疏噪声以及非线性散射形成的模型误差噪声提出了鲁棒性混合像元分解研究方法。并依据 HYDICE Urban 高光谱数据上的实验结果证实了如下观点：尽管噪声波段含有大量的噪声信息，但是在鲁棒性算法中，噪声波段还是能为混合像元分解提供有用信息。

第六章，论文总结和展望。

第二章 高光谱影像噪声分析方法

由于多种因素的干扰，高光谱在成像过程中会受到噪声的严重干扰，严重影响了其后续应用的精度和准确度，因此需要对高光谱影像进行质量改善，增强信息表达和提取的能力。假设高光谱影像受到加性噪声的干扰，其退化模型为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{N}, \quad (2.1)$$

其中， \mathbf{Y} 表示观测噪声图像， \mathbf{X} 为无噪图像， \mathbf{N} 是噪声和模型误差的结合。本章将针对高光谱影像噪声分析与处理问题 (2.1)，介绍噪声的估计方法、常见的框架和模型以及图像的质量评价方法等。

2.1 高光谱噪声估计

类型、位置和强度是噪声模型的重要参数，也是后续噪声分析的基础。条带、缺失、云雾、阴影等位置的探测和确定大大简化了后续相关噪声的分析，高斯噪声强度的估计也为后续高斯噪声分析模型参数的自适应确定提供了可能。本节以高斯噪声强度估计为例，更多类型噪声的估计参考(Shen et al., 2015); (Han et al., 2002)。高光谱噪声估计主要依靠图像空间相关性或者光谱相关性。

高斯噪声的概率密度函数为

$$n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2} \quad (2.2)$$

其中， σ 为噪声的标准差。遥感图像高斯噪声评估主要有三种方法：试验室法、暗电流法和图像法(Corner et al., 2003)。试验室法是通过计算一个均匀亮目标图像的标准差来获取图像的噪声，而暗电流法则通过分析信号暗电流的变化来对图像噪声进行估算，这两种方法需要模拟成像环境，在高光谱影像中难以实现。而图像法是根据图像空间维或者光谱维的特点来估计噪声强度的方法，由于其简单实用，因此被广泛应用于高光谱噪声估计中。

2.1.1 基于空间维的方法

基于空间维的方法是在图像中，选择空间均匀性区域，通过计算这些均匀区域的均

值和标准差来获得图像的信噪比。这类估计噪声的方法简单有效，但是面临如下问题(1)均匀性区域难以自动化选择，通常满足条件的均匀化区域在图像中并不存在；(2)手动选择的均匀化区域上噪声的均值和方差并不能代表整幅图像。为解决上述问题，Gao 等提出了一种局部均值和局部方差（LMLSD）(Gao, 1993)的方法。相比较于传统方法选择一块或者几块均匀区域的方法，LMLSD 认为图像是由大量均匀的小块组成的。如果采用分割方法将图像分割成很多小块，相对于高光谱影像，这些小块可以认为是均匀或者近似均匀的。计算这些子块的标准差和方法来估计噪声强度，统计所有子块并选择包含子块数最多区间的局部标准差的平均值作为整个图像的最佳噪声估计(高连如 et al., 2007)。具体步骤如下：

(1) 将图像分割成不同大小的小块 S_i ，计算每个小块的局部均值(LM)和局部方差(LSD)

$$LM = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_i^j \quad (2.3)$$

$$LSD = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (S_i^j - LM)^2 \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

其中， S_i^j 为第 i 个图像块的第 j 的像素值， N 为第 j 个图像块的像素个数。对于均匀的图像块，其 LM 值和 LSD 值较小，而纹理和边缘丰富的图像块，其 LM 值和 LSD 值相对较大。因此，需要找出图像中所有子块的 LSD 值，并统计最大和最小的 LSD 值。

(2) 均匀划分 LSD 值的范围空间，并依据每个子块的局部方差值将其划分到相应区间。统计每个区间内子块的个数，并将包含子块个数最多的那个区间所包含所有子块方差的平均值作为整幅图像噪声方差。

(3) 计算整幅图像的平均值，并联合(2)估计的图像噪声的方差来估计图像的信噪比。

LMLSD 方法实现了空间均匀区域的自动化选择，然而当估计拥有复杂地物区域的高光谱影像噪声时，边缘和复杂的纹理信息对局部方差值的影响覆盖了噪声对局部方差值的影响，进而影响最后噪声的估计精度。因此有学者提出了基于边缘块剔除的局部均值标准差法和基于高斯波形提取的局部均值标准差法(高连如 et al., 2007)。针对边缘问题，可以采用边缘检测算子检测高光谱影像中的边缘信息，然后在剔除包含边缘信息的子块，最大程度减小不均匀子块对后续噪声估计的影响。针对复杂地物问题，包含子块数目最多的区间很可能是由复杂地物块构成，可以对子块数目的统计曲线进行傅里叶变

换，在频率域内利用低通滤波器去除高频成分，再经过傅里叶逆变换得到低频波形，之后在提取的低频波形中，将第一个波形顶点对应区间的局部方差平均值作为图像噪声方差的最优估计。

2.1.2 基于光谱维的方法

高光谱波段之间也具有很强的相关性，利用波段之前强相关性以及噪声在每个波段随机分布的特点可以很好的估计高光谱噪声。高光谱影像相邻波段的信号强度可以认为近似相等，而噪声却是随机分布在两个波段上。因此，可以对相邻两个波段做差值，然后把差值图像看做噪声。为更精确的估计噪声强度，在做差值时可以选择图像平滑区域进行而非整幅图像。这类方法能够取得很好的噪声估计效果，然而却有两个严重的问题。第一个问题，此类方法假设相邻两个波段上信号完全相同，然而在实际中并非如此；第二个问题是平滑区域的估计和自动化提取非常困难。

在差值影像估计噪声的基础上，研究者提出(Lianru et al., 2013); (Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)基于多元线性理论的方法实现噪声的估计。此方法充分利用高光谱影像相邻波段之间的高相关性估计信号信息，并实现信号和噪声的有效分离。假设 $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \cdots \mathbf{Y}_p]$ 表示高光谱数据，其中 \mathbf{Y}_i 表示第 i 个噪声波段列化之后的向量，矩阵 \mathbf{Y} 的大小为 $N \times p$ ， N 为每个波段上像素个数， p 为波段个数， $\mathbf{Y}_{\partial_i} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \cdots \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Y}_{i+1} \cdots \mathbf{Y}_p]$ 表示去除第 i 个波段之后的高光谱数据，大小为 $N \times (p-1)$ 。我们可以假设第 i 个波段的向量 \mathbf{Y}_i 可以除去第 i 个波段的高光谱数据线性表示

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{Y}_{\partial_i} \beta_i + \xi_i \quad (2.5)$$

其中， \mathbf{Y}_{∂_i} 为表示字典， β_i 为大小为 $(p-1)$ 的回归系数， ξ_i 表示模型重构误差。对任何波段 i ，回归系数 β_i 的最小平方误差估计为

$$\hat{\beta} = (\mathbf{Y}_{\partial_i}^T \mathbf{Y}_{\partial_i})^{-1} \mathbf{Y}_{\partial_i}^T \mathbf{Y}_i \quad (2.6)$$

由 (2.5) 和 (2.6) 可以估计噪声强度为

$$\hat{\xi}_i = \mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_{\partial_i} \hat{\beta} \quad (2.7)$$

因此, 可以估计噪声为 $\mathbf{N} = [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p]$ 以及噪声协方差 $\mathbf{W} = [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p]^T [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p] / (MN)$ 。

联合空间维与光谱维信息进行高光谱噪声估计能得到更好的噪声估计精度(Roger and Arnold, 1996)。然而随着噪声去除算法的不断发展, 人们发现粗略的噪声估计就能为后续噪声去除方法提供很好的自适应参数选择。因此, 越来越多的学者将高光谱噪声分析的重点放在高光谱噪声盲去除上, 而噪声强度与位置的估计发展相对缓慢。

2.2 噪声分析的基本方法

噪声的类型决定了噪声分析的模型选择, 噪声的强度影响着模型中参数的选择。因此根据噪声的类型合理建模显得非常重要。本论文假设高光谱影像受到加性噪声的干扰。当影像中只有高斯噪声时, 高光谱的退化模型为 (2.1), 当高光谱影像受到其他类型的噪声, 例如泊松噪声、条带噪声、像元缺失、云雾遮挡、阴影、椒盐噪声等, 高光谱退化模型为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (2.8)$$

其中, \mathbf{S} 表示其他类型噪声, \mathbf{N} 表示模型误差和高斯噪声。

已知观测影像 \mathbf{Y} , 求无噪影像 \mathbf{X} 的过程为去噪。从数学的角度, 由 (2.8) 建立的求解 \mathbf{X} 的方程组通常为病态问题, 即已知方程的个数少于未知变量个数。通常, 该问题的解是不确定的, 因此需要利用影像和噪声的先验信息, 引入一定的、合适的约束条件, 从而压缩不确定性问题的解空间, 将原始病态问题转化为良态问题。其求解方法称为基于正则化的方法,

$$(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}}) = \arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}} \lambda f(\mathbf{X}) + \beta g(\mathbf{S}), \text{s.t., } \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2 \leq \sigma, \quad (2.9)$$

其中, $f(\mathbf{X})$ 与 $g(\mathbf{S})$ 为正则化项, 分别约束无噪图像和噪声, λ 和 β 为正则化参数, σ 为高斯噪声标准差, $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\| \leq \sigma$ 暗示着图像的估计解与观测图像的误差与噪声强度相关。

正则化模型 (2.9) 可以采用变分的方法进行求解, 通过拉格朗日化, 将约束性最优化问题转为无约束最优化问题的求解,

$$(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}}) = \arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda f(\mathbf{X}) + \beta g(\mathbf{S}) \quad (2.10)$$

其中, $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2$ 是数据一致性项, 约束着估计图像和观测图像之间的契合程度; $f(\mathbf{X})$ 与 $g(\mathbf{S})$ 为正则化项, $f(\mathbf{X})$ 对图像的某种先验信息 (结构、统计等) 进行描述, $g(\mathbf{S})$ 对非高斯噪声的先验信息进行描述, 保证观测影像 \mathbf{Y} 分解为无噪影像 \mathbf{X} 和非高斯噪声 \mathbf{S} 时, 不会产生过大的偏离。 λ 和 β 是正则化参数, 权衡着数据一致项和正则化项的大小。正则化项代表影像先验模型, 决定解的存在性、唯一性和连续性, 模型的好坏直接影响着影像信息估计的结果(李杰, 2016)。另外, 当模型中只存在高斯噪声时, 观测模型由(2.8)退化为 (2.1), 正则化求解公式也有 (2.10) 退化为

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_F^2 + \lambda f(\mathbf{X}) \quad (2.11)$$

本节以正则化模型 (2.10) 和 (2.11) 为基础, 介绍基于全变差、稀疏和低秩的高光谱噪声分析方法。更多变分方法可参考(李杰, 2016)。

2.2.1 全变差先验模型

全变差模型首先由 Rudin 和 Osher 提出(Rudin et al., 1992), 旨在保持灰度图像的边缘信息。该模型利用图像中分段光滑的特性, 对噪声图像中突出的梯度进行抑制, 被证明能够在有效去除噪声的同时, 还能够保持边缘信息。对于一个大小为 $M \times N$ 的灰度图像 x , 各向同性全变分定义为

$$f(x) = \|x\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MN} \sqrt{(\nabla_i^h x)^2 + (\nabla_i^v x)^2} \quad (2.12)$$

其中 $\nabla_i^h x$ 和 $\nabla_i^v x$ 分别为图像像素 i 沿水平方向和垂直方向上的梯度。各向同性 TV 模型采用各个梯度上平方求和的方式, 对高斯随机噪声的探测和去除效果较好。当图像受到非高斯噪声干扰时, Li 等(Li and Santosa, 1996)采用各向异性 TV 模型

$$f(x) = \|x\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MN} |\nabla_i^h x| + |\nabla_i^v x| \quad (2.13)$$

来约束探索图像。由于各向异性 TV 采用 1-范数之和的方法, 因此对图像中存在的椒盐、脉冲等噪声去除效果较好。

鉴于 TV 模型 (2.12) 和 (2.13) 在灰度图像处理中取得的理想结果, 研究者们努力将 TV 模型扩展到彩色图像、多光谱图像以及高光谱影像中。在(Blomgren and Chan,

1998)中, 提出提出了彩色 TV (color TV) 的模型, 对于一幅多波段图像 \mathbf{X} , 彩色 TV 计算每个波段上的 TV 范数值, 并将每个波段上的值平方求和, 其表达式为

$$\|\mathbf{X}\|_{CTV} = \sum_{i=1}^{MN} \left(\sum_{j=1}^p (\nabla_{ij} \mathbf{X})^2 \right) \quad (2.14)$$

其中, p 表示波段个数, $\nabla_{ij} \mathbf{X}$ 表示各向同性或者各相异性 TV。彩色 TV 模型不仅考虑了多维图像空间维的分段平滑信息, 还顾及了光谱维的平滑信息, 在多维图像的应用上取得了很好的效果。之后, 经过研究者努力, 彩色 TV 模型逐渐简化为空谱 TV (spatial-spectral TV) (Osher et al., 2005); (Chan et al., 2011); (Zhang, 2012) 模型, 并分为各向同性空谱 TV 和各向异性空谱 TV。各向同性光谱 TV 的表达式为

$$f(\mathbf{X}) = \|\mathbf{X}\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MNp} \sqrt{(\nabla_i^h \mathbf{X})^2 + (\nabla_i^v \mathbf{X})^2 + (\nabla_i^s \mathbf{X})^2} \quad (2.15)$$

各向异性光谱 TV 表达式为

$$f(\mathbf{X}) = \|\mathbf{X}\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MNp} |\nabla_i^h \mathbf{X}| + |\nabla_i^v \mathbf{X}| + |\nabla_i^s \mathbf{X}| \quad (2.16)$$

其中, $\nabla_i^s \mathbf{X}$ 表示沿光谱方向的梯度。空谱 TV 模型保留了彩色 TV 模型的优点, 并且简化了 TV 范数的数学表达形式, 目前已被用于高光谱影像去噪中(Zhang, 2012)。但是, 针对高光谱数据, 不同波段的扩散强度不一致, 并且不同波段噪声强度也不一样, 对每个通道采用上述模型求解, 并没有充分考虑各个波段上的情况, 会造成影像边缘模糊。首先, Yuan 等(Yuan et al., 2012)将彩色 TV 模型扩展为自适应彩色 TV 模型, 通过对每个波段附一个权重来衡量不同波段之间噪声强度以及扩散强度的差异, 表达式为

$$\|\mathbf{X}\|_{CTV} = \sum_{i=1}^{MN} w_i \left(\sum_{j=1}^p (\nabla_{ij} \mathbf{X})^2 \right) \quad (2.17)$$

其次研究者在各向异性 TV 的基础上, 赋予每个维度上梯度值不同的比重, 来实现空间光谱维信号扩散强度和噪声强度的自适应(Chan et al., 2011), 其公式为

$$f(\mathbf{X}) = \|\mathbf{X}\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MNp} \lambda_h |\nabla_i^h \mathbf{X}| + \lambda_v |\nabla_i^v \mathbf{X}| + \lambda_s |\nabla_i^s \mathbf{X}| \quad (2.18)$$

模型 (2.17) 和 (2.18) 都考虑了边缘在多通道上的耦合性, 能够很好的保持影像中的边缘信息, 同时对于不同通道或波段噪声强度差异的问题, 拥有良好的自适应噪声滤除能

力。当高光谱影像受到条带噪声影响时，由于条带噪声的特殊性，其很可能被上述 TV 模型检测为边缘信息而非噪声。以竖直条带为例，当图像受到条带噪声污染时，图像水平方向的梯度有较大变化，而竖直方向梯度变化较小或者为零。利用条带噪声的这种特性，Chang 等(Chang et al., 2015)以退化模型 (2.10) 为基础，提出了方向性光谱 TV 模型

$$f(\mathbf{X}) = \|\mathbf{X}\|_{TV} = \sum_{i=1}^{MNp} \lambda_h |\nabla_i^h \mathbf{X}| + \lambda_v |\nabla_i^v \mathbf{S}| + \lambda_s |\nabla_i^s \mathbf{X}| \quad (2.19)$$

式中，沿水平方向以及光谱方向最小化估计无噪图像的梯度，在竖直方向最小化条带噪声的梯度，该方法取得了非常好的高光谱条带噪声出去效果。

由于 TV 模型的简单有效，研究者们又陆续提出几种改进 TV 模型，例如高阶 TV 模型(Chan et al., 2000)、结构 TV 模型(Lefkimiatis et al., 2015)、广义 TV 模型(Hu et al., 2014)和非局部 TV 模型(Cheng et al., 2013)等。这些模型也逐渐引入到高光谱噪声分析中。

2.2.2 稀疏先验模型

稀疏表达理论 (sparse representation, SR) 是过去近 20 年来机器学习与图像信号处理领域的一个研究热点。其主要假设是，自然图像本身为稀疏信号，当用一组过完备字典将输入的信号线性表达时，展开的系数在满足一定稀疏度的条件下，可以获得对原始输入信号的理想逼近(Candes et al., 2008); (Elad, 2010); (Baraniuk, 2007); (Donoho, 2006)。近年来，处于信号处理与应用数学交叉点的稀疏表达理论得到了应用数学家、数学家以及各行各业工程师的关注和推动，理论研究及实际应用均取得了快速发展。

信号 y 在字典 \mathbf{A} 下的线性表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} \quad (2.20)$$

其中， x 为信号 y 在字典 \mathbf{A} 下的系数。通常情况，此欠定方程有无数多个解，为了缩小解空间，就必须增加约束条件。根据系数理论假设，我们希望上式中系数向量 x 的非零元素尽量少，因此可以得到正则化约束问题：

$$\min_x \|\mathbf{x}\|_0, s.t., \mathbf{y} = \mathbf{Ax} \quad (2.21)$$

式中， $\|\mathbf{x}\|_0$ 表示向量非零元素的个数。虽然 $\|\cdot\|_0$ 范数能直观有效的对信息的稀疏性进行约束，但是由于过完备字典原子间的相似性与非零元素取值的多样性，不同大小的位置

的非零元素对影像的逼近程度不同，导致此类非凸问题的求解复杂度偏高，也无法获得全局最优解，成为一个 NP 难问题。Donoho 等(Donoho, 2006)认为，在满足有限等距(Restricted Isometry Property, RIP)条件下，可将上式转化为 $\|\cdot\|_1$ 范数松弛求解：

$$\min_x \|x\|_1, \text{s.t., } y = Ax \quad (2.22)$$

目前，稀疏表达理论集中在系数稀疏约束的探索、过完备字典的构建和稀疏重构算法研究等方面，更多详细内容可以参考综述文献(Zhang et al., 2015)。本小节主要介绍稀疏先验模型在高光谱噪声分析中的应用。

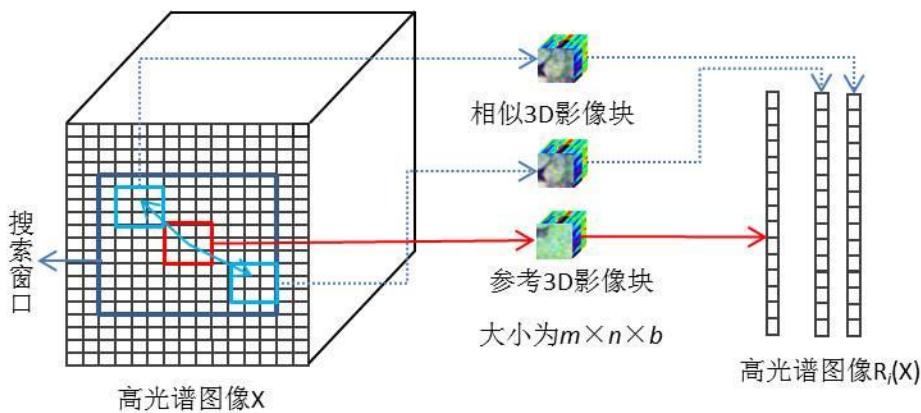


图 2-1 高光谱 3 维图与 2 维图展示

对于灰度噪声图像 y ，假设其列化的向量在某个字典下能够稀疏表示，我们可以构造如下正则化函数求解无噪图像 x ，

$$\min_{x, \alpha, A} \lambda \|y - x\|_2^2 + \left\{ \|x - A\alpha\|_2^2 + \beta \|\alpha\|_1 \right\} \quad (2.23)$$

其中，第一项为数据一致性项， $\left\{ \|x - A\alpha\|_2^2 + \beta \|\alpha\|_1 \right\}$ 稀疏约束项，表示无噪图像 x 能够在字典 A 中以系数 α 进行重建。当字典 A 为小波正交基时，上式转为小波分析方法(Chang et al., 2000)。针对三维高光谱影像 \mathbf{Y} ，我们对每个波段列化处理，很容易将(2.23)式推广为

$$\min_{x, \alpha, A} \lambda \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_2^2 + \left\{ \|\mathbf{X} - A\alpha\|_2^2 + \beta \|\alpha\|_1 \right\} \quad (2.24)$$

上式虽然能够推广到高光谱噪声分析中，然而却面临如下问题：(1) 忽略高光谱在光谱维的高冗余性；(2) 字典 A 的选择对重建结果影响深远；(3) 整幅图像用字典进行稀疏重建时，容易出现局部模糊的结果。Rasti 等(Rasti et al., 2014)在(2.24)式基础上，

通过对光谱维训练 PCA 字典，达到综合利用空间光谱维冗余性的目的，最优化模型为

$$\min_{\mathbf{x}, \alpha, \mathbf{A}, \mathbf{V}} \lambda \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_2^2 + \left\{ \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\alpha\mathbf{V}\|_2^2 + \beta \|\alpha\|_1 \right\} \text{s.t., } \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I} \quad (2.25)$$

其中矩阵 \mathbf{V} 为秩 $r (< p)$ 的正交矩阵。针对第二个问题，研究者通过选用二维小波基字典(Rasti et al., 2014)、离散余弦变换字典(Qian et al., 2013)以及自主学习字典(Zhao and Yang, 2015); (Li et al., 2016)来提高稀疏表示的精度和准确度。在灰度图像处理中，为更好的保证稀疏重建图像的局部信息，学者认为图像局部具有更强的纹理冗余信息，通常将图像分割成很多重叠小块，然后对每个小块分别稀疏重建(Elad and Aharon, 2006b); (Mairal et al., 2008); (Chatterjee and Milanfar, 2009); (Mairal et al., 2009); (Protter and Elad, 2009); (Yu et al., 2010); (Zhang et al., 2010); (Dong et al., 2011); (Dong et al., 2013); (Ruomei et al., 2013)。在(Qian and Ye, 2013); (Zhao and Yang, 2015); (Li et al., 2016)中，作者将高光谱影像分割成重叠的三维小块，如图 2-1 所示。之后将每一个三维小块列化为向量，并做稀疏表示：

$$\min_{\mathbf{x}, \alpha, \mathbf{A}} \lambda \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_2^2 + \sum_i \left\{ \|\mathbf{R}_i(\mathbf{X}) - \mathbf{A}\alpha_i\|_2^2 + \beta \|\alpha_i\|_1 \right\} \quad (2.26)$$

式中， $\mathbf{R}_i(\mathbf{X})$ 表示在三维图像中第 i 个像素攫取三维块并列化为向量，过程如图 2-1。

基于影像几何结构的自相似特性，非局部方法将 Yaroslavsky 滤波的像素加权思想 (Rosenfeld, 1976) 和基于图像块的策略结合，认为对于任意图像块，在整幅影像中总能找到与之相似的纹理或结构。非局部均值滤波的方法通过搜索参考图像块在搜索窗口内的结构相似块，采用欧氏距离计算他们的相似权重，然后对这些结构相似块进行灰度值的加权平均，用所得的新像素值代替观测影像中的噪声像素值(Buades et al., 2005)。在图 2-1 中，在搜索窗口内选择参考图块的最近邻域块并存于集合 \mathbf{G}_i ，稀疏表示理论认为，参考图块与领域块在字典表示下，具有相同的稀疏模式。应用到高光谱噪声分析上有，

$$\min_{\mathbf{x}, \alpha, \mathbf{A}} \lambda \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_2^2 + \sum_{\mathbf{G}_i} \left\{ \|\mathbf{X}_{\mathbf{G}_i} - \mathbf{A}\alpha_i\|_2^2 + \beta \|\alpha_i\|_{2,1} \right\} \quad (2.27)$$

上式也称为多任务稀疏表达噪声分析方法(Qian and Ye, 2013)，其中， \mathbf{G}_i 表示参考图块与其邻域的集合， $\|\alpha_i\|_{2,1}$ 代表联合稀疏范数。

基于稀疏的正则化方法能够很好的贴合高光谱的空间-光谱高冗余特性，设计合理的字典，不仅能高质量与高效率重建图像，还能保持图像的结构纹理和空间结构，因此

具有重要研究意义。

2.2.3 低秩先验模型

稀疏表达在信号处理和机器学习领域中被用于刻画向量的稀疏性。但在实际应用中，我们面临的是各种各样以矩阵或者张量形式存在的数据，如视频、高光谱影像和基因微阵列（Microarray）等。于是我们就自然面对着一个问题：如何度量矩阵和张量的稀疏性？如果套用向量的稀疏性，如果我们强行将这些数据转化为向量，那么势必会破坏这些数据的空间、光谱或者时间维的结构性信息。那么什么才是矩阵的稀疏性度量呢？容易想到要充分利用图像或矩阵的行及列之间的相关性。另外，作为流形学习(Roweis and Saul, 2000)的基本假定，我们了解到真实的高维数据都存在于一个低维的流形上。行列相关或者低维子空间都表示线性代数里面矩阵的低秩表示。以上的事例提示我们：秩是矩阵稀疏性的合理度量。事实上，秩是矩阵的一种非常强的正则化约束。一个 $m \times n$ 的矩阵拥有 mn 个自由度；如果它的秩是 r ，则自由度将下降为 $r(m+n - r)$ 。因此，秩是很对矩阵的正则化子（regularizer）(陈敏铭, 2010)。

对于矩阵 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ，其秩定义为所有可能分解的最小维数，表示为

$$\text{rank}(\mathbf{Y}) = \min \left\{ r : \mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T, \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{M \times r}, \mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N \times r} \right\} \quad (2.28)$$

秩很早以前就已被应用于统计学里的减秩回归(Izenman, 1975)和三维立体视觉。根据秩的定义，赋予分解矩阵 U 和 V 不同的意义，可以衍生很多不同的分解模型。如 U 为正交字典，则矩阵 \mathbf{Y} 的低秩分解变为主成分分析（principle component analysis, PCA）(Jolliffe, 2002)

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}\mathbf{X}^T, \text{s.t., } \mathbf{P}^T\mathbf{P} = \mathbf{I}_{r \times r} \quad (2.29)$$

在 PCA 分解中，变换矩阵 P 可以当做欠完备字典， X 是表示系数。对于二维矩阵 Y ，列向量与行向量都能表征矩阵低维性质，因此，在提取左表示字典的同时，通过正交化系数 X 可以获得右表示矩阵，即矩阵的奇异值分解模型（singular value decomposition, SVD）(Witten and Candes, 2013); (Cai et al., 2010),

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T, \text{s.t., } \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}_{r \times r}, \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}_{r \times r} \quad (2.30)$$

PCA、SVD 等经典矩阵低秩分解算法被广泛应用于图像与视频处理等领域。但是

他们会遇到一个问题，只有当模型中噪声或者模型误差为高斯噪声时，才能获得较高的复原精度，当矩阵受到非高斯噪声如缺失、椒盐噪声等污染时，PCA 和 SVD 分解通常不能获得可信的恢复结果。2008 年，斯坦福大学教授 E. Candes 考虑了矩阵填充(Matrix Completion, MC) 问题(Candès and Recht, 2009)：已知某矩阵 \mathbf{D} 在某些特定位置的值，可否恢复该矩阵？显然这个问题的答案并不唯一，于是他建议对矩阵 \mathbf{X} 施加秩最小约束：

$$\min \text{rank}(\mathbf{X}), \text{s.t., } \pi_{\Omega}(\mathbf{Y}) = \pi_{\Omega}(\mathbf{X}) \quad (2.31)$$

其中， Ω 是矩阵元素位置的集合， π_{Ω} 表示保持位置在 Ω 内的矩阵元素的值不变、其他位置值为 0 的投影算子。之后，Candes 等(Candes and Plan, 2010)又进一步讨论了带噪声的矩阵填充问题。在 2009 年，Chandrasekaran 等人(Chandrasekaran et al., 2011)和 Wright 等人(Wright et al., 2009)同时提出了鲁棒主元分析 (Robust PCA, RPCA)。他们考虑的是数据受到稀疏噪声污染时如何恢复数据的低秩结构：

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{E}} \text{rank}(\mathbf{X}) + \lambda \|\mathbf{E}\|_0, \text{s.t., } \mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (2.32)$$

传统的 PCA 分析假设数据受到高斯噪声的污染，可以采用 Frobenius 范数来度量噪声，相当于假定噪声是高斯噪声。对于稀疏性噪声，继续采用 PCA 分析并不能获得理想的恢复结果，甚至分析失败。由于主成分分析的重要应用意义，大量学者研究致力于 PCA 鲁棒性分析上，提出了许多号称“鲁棒”的主元分析方法，但是并没有一种方法得到理论上的证明。

J. Wright 的工作后来得到 E. Candes 的加入，获得了更严密的结果，即观测矩阵 \mathbf{Y} 为部分观测结果。推广后的模型为(Candès et al., 2011)：

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{E}} \|\mathbf{X}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_1, \text{s.t., } \|\pi_{\Omega}(\mathbf{Y}) - \pi_{\Omega}(\mathbf{X} + \mathbf{E})\|_F^2 \leq \sigma \quad (2.33)$$

模型中，非凸的秩最小化和 0-范数最小化分别由核范数 (nuclear norm, 矩阵奇异值之和) 和 1-范数进行凸逼近，从而将非凸问题 (2.32) 转化为凸优化问题 (2.33)。RPCA 模型只能有效提取单个子空间，即所有干净数据所张成一个线性子空间。于是 2010 年 Liu 等人提出了低秩表示模型 (Low-Rank Representation, LRR) (Liu et al., 2010); (Liu et al., 2013)。它受稀疏子空间聚类模型 (Sparse Subspace Clustering, SSC) (Elhamifar and Vidal, 2009); (Elhamifar and Vidal, 2013) 的启发，通过数据的自我表达，要求表达系数矩

阵尽可能低秩。在带稀疏噪声的情形，LRR 的数学模型为：

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_1, \text{s.t., } \mathbf{Y} = \mathbf{YZ} + \mathbf{E} \quad (2.34)$$

目前，PCA 变换(Chang and Du, 1999); (Chen and Qian, 2011)、SVD 分解(Zhang et al., 2012); (He et al., 2014); (He et al., 2015)、MC 与 RPCA(Zhao and Yang, 2015); (Wang et al., 2016); (Xiaoqiang et al., 2013)以及非负矩阵分解(Ye et al., 2015)等被广泛应用于高光谱噪声分析中。本论文以低秩模型为基础，针对高光谱影像有色噪声，不同类型噪声等问题进行了深入研究，并将鲁棒性低秩分析模型扩展到高光谱混合像元分解中。更多详细介绍可以参考 3-6 章的内容。

2.3 影像质量评价方法

通过对影像质量进行评价，可以有效评估算法的有效性和稳定性，因此，在影像质量改善中具有重要意义。实际应用中，通常有主观评价和客观评价两种评价方法。主观评价由人眼通过对影像信息进行目视观察，按照视觉效果进行质量判别，其人为因素强，评价结果不确定性高。另一方面，由于人眼视力的限制，许多对影像解译具有重要意义的细节或者光谱信息，无法用主观评价给出正确的判别。因此，对影像进行质量评价时，更多的是利用一些数学方法，通过计算机对影像质量进行定量描述，即客观评价。本论文用到的主要定量评价方法如下。

(1) 峰值信噪比 (Mean peak signal to noise ratio, PSNR)

灰度图像 x 峰值信噪比 PSNR 的计算公式为

$$MPSNR = PSNR = 10 * \log_{10} \frac{L^2 MN}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [\hat{x}(x, y) - x(x, y)]^2} \quad (2.35)$$

其中， M 、 N 为图像的空间大小， \hat{x} 为噪声图像， L 为图像量化的灰度级别。对高光谱影像 \mathbf{X}_i 计算所有波段的 PSNR 值，然后平均可得到 $MPSNR = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B PSNR_i$ ，单位是分贝 (dB)。通过 MPSNR 来衡量待估计图像和参考图像之间的灰度相似性，值越大说明图像与参考图像越接近，复原效果越好。

(2) 结构相似性指数 (structure similarity image Measure, SSIM)

灰度图像结构相似性指数 $SSIM$ 的计算公式为

$$SSIM_i = \frac{(2\mu_x\mu_{\hat{x}} + C_1)(2\sigma_{x\hat{x}} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_{\hat{x}}^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 + C_2)} \quad (2.36)$$

μ_x 和 $\mu_{\hat{x}}$ 分别为参考灰度图像 x 和估计灰度图像 \hat{x} 的平均值， σ_x 和 $\sigma_{\hat{x}}$ 分别为方差。 C_1 和

C_2 为非常小的正整数。对高光谱影像，其每个波段平均相似性指数为

$$MSSIM = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B SSIM_i$$

SSIM 的评价更接近人眼的视觉感，用于衡量估计图像和参考图

像之间的结果相似性，值越大，说明估计图像质量越好，结构性越完整。

(3) 均值光谱角

高光谱影像的另一个评价指标是光谱的畸变程度，通过计算待估计图像 $\hat{\mathbf{X}}$ 和参考图图像 \mathbf{X} 光谱之间的夹角获得。平均光谱角的计算公式为

$$MSAD = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{MN} \frac{180}{\pi} \times \arccos \frac{(\mathbf{X}^i)^T \cdot (\hat{\mathbf{X}}^i)}{\|\mathbf{X}^i\| \cdot \|\hat{\mathbf{X}}^i\|} \quad (2.37)$$

$MSAD$ 值越小，说明估计图像与参考图像之间的光谱夹角越小，算法保持光谱的效果越好。

(4) 分类精度评价方法

固定分类器，对参考图像和估计图像进行分类。分类的精度越高，表示估计图像的特征提取效果也好，因此分类精度可作为精度评价结果。

总体精度

总体精度（OA）等于被正确分类的像元总和除以总像元数。其中，总像元数为所有地表真实分类中的像元总和，而被正确分类的像元分布在混淆矩阵的对角线上，表示被分类到正确地表真实类别中的像元个数。OA 值越大，说明影像分类精度越高，具有更好的地物解译力。

Kappa 系数

Kappa 系数通过把所有地表真实分类中的像元总数乘以混淆矩阵对角线的和，再减去某一类地表真实像元总数与被误分成该类像元总数之积对所有类别求和的结果，再除以总像元数的平方差减去某一类中地表真实像元总数与该类中被分类像元总数之积对

所有类别求和的结果所得到的。Kappa 系数越大，说明影像分类精度越高，在利用相同分类器对不同结果进行评定时，能够通过判断 Kappa 系数的值分析地物的解译精度。

(5) 混合像元分解精度评价方法

如果真实的端元光谱为 $(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_p)$ ，估计的端元光谱为 $(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_p)$ ， \mathbf{s}_i 和 $\hat{\mathbf{s}}_i$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 分别为真实和估计第 i 个端元光谱的列向量；混合光谱中各端元的真实丰度为 $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p)$ ，估计各端元的组分丰度为 $(\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \dots, \hat{\mathbf{a}}_p)$ ， \mathbf{a}_i 和 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 分别为真实和估计第 i 个端元在各混合光谱中的组分丰度。

平均光谱角

光谱角是广泛应用的表征光谱之间相似性的度量方法，光谱角越小说明越相似，它的定义规则如下：

$$SAD_i = \arccos \left(\frac{\mathbf{s}_i^T \hat{\mathbf{s}}_i}{\|\mathbf{s}_i^T\| \|\hat{\mathbf{s}}_i\|} \right) \quad (2.38)$$

以平均光谱角 $MSAD = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p SAD_i$

衡量真实的端元光谱 $(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_p)$ 与估计的端元光谱 $(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_p)$ 之间的相似程度， $MSAD$ 越小越相似。

组分平均夹角

将端元在各个象元的组分丰度作为 N 维空间的矢量，采用定义端元光谱相似性的方式计算估计的丰度值与真实丰度值之间的均方根误差来表征他们的相似性：

$$RMSE_k = \left(\frac{1}{N} \mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{a}}_i \right)^{1/2} \quad (2.39)$$

故组分丰度平均夹角为 $MRMSE = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p RMSE_k$ ， $MRMSE$ 越小估计的组分丰度越接近真实值。

2.4 本章小结

本章首先介绍了高光谱影像的质量退化过程和数学建模，阐明了噪声分析中亟待解

决的问题；接着系统介绍了噪声分析的框架模型以及目前主流的去噪方法；最后介绍了影像质量评价方法。

第三章 高光谱影像混合噪声分析方法

高光谱影像受到混合噪声的污染，例如高斯噪声、条带噪声、脉冲噪声、像元缺失、阴影等，不同类型的噪声呈现不同的统计分布。以往的高光谱噪声分析方法只能处理一种或者两种噪声混合的问题(Qian and Ye, 2013); (Yuan et al., 2012)，在应对真实高光谱噪声处理时往往不能达到满意的效果。为此，本章将条带噪声、脉冲噪声、像元缺失、阴影等归纳为稀疏性噪声，根据稀疏噪声与高斯噪声不同统计类型分类建模。通过探索高光谱影像的波段之间以及局部块光谱之间的高相关性建立低秩先验，首先提出了基于矩阵恢复模型的高光谱影像混合噪声的去除方法；其次，在以低秩约束探索光谱之间高相关性的基础上，利用全变差模型约束空间分段光滑的特性，利用稀疏约束建模高光谱的稀疏性噪声，提出了联合全变差与低秩稀疏分解模型的高光谱影像多类型复合噪声去除方法；最后利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑的特性，提出了局部低秩全局空谱全变分的噪声去除方法。

3.1 基于低秩与稀疏分解的高光谱噪声分析方法

3.1.1 高光谱影像的低秩先验特性

本小节主要介绍低秩与稀疏分解问题，并陈述高光谱无噪影像的低秩特性以及低秩与稀疏分解在高光谱噪声分析中的可行性。

3.1.1.1 低秩与稀疏分解问题概要

对于一个 $m \times n$ 大小的矩阵 A ，它的秩 $r \ll \min\{m, n\}$ 。在很多工程问题例如图像、视频和基因微阵列等形成的矩阵分析中，其元素经常受到各种噪声的干扰甚至缺失。假设观测矩阵为 D ，那么观测矩阵可以分解为 $D = A + N$ ，其中， A 为低秩矩阵或者低维子空间， N 为各种噪声或者缺失。如何从观测矩阵 D 中恢复低秩矩阵或者低维子空间 A 是我们面临的问题。

假设噪声 N 服从独立高斯分布，那么传统的 PCA(classical PCA)方法(Jolliffe, 2002)提供了估计矩阵 A 的最优方法。如图 3-1 (a) 所示是一维空间内受轻微高斯噪声污染

的样本（红色），蓝色直线表示一维空间，绿色实线表示 PCA 方法估计的子空间。可以看出，PCA 估计的子空间与本征低维空间非常接近，揭示了其在高斯扰动下的有效性。然而，当样本受到大型稀疏噪声干扰时，虽然大部分样本在本征低维空间内，但是用 PCA 方法估计的子空间严重偏离本征空间。在实际应用中，我们经常会遇到样本受到稀疏性噪声污染的情况，以人脸识别为例，由于拍照环境的不同，每个人脸图像受到阴影、变形、光照饱和度等因素的影响而略有不同，每个人脸图像却近似落在低维子空间内，如果把每张人脸向量化后重排，那么可以认为人脸矩阵是低维子空间，拍照环境等的影响就为稀疏噪声。因此，发展鲁棒性的 PCA 方法是近几年来工程领域的热门话题。

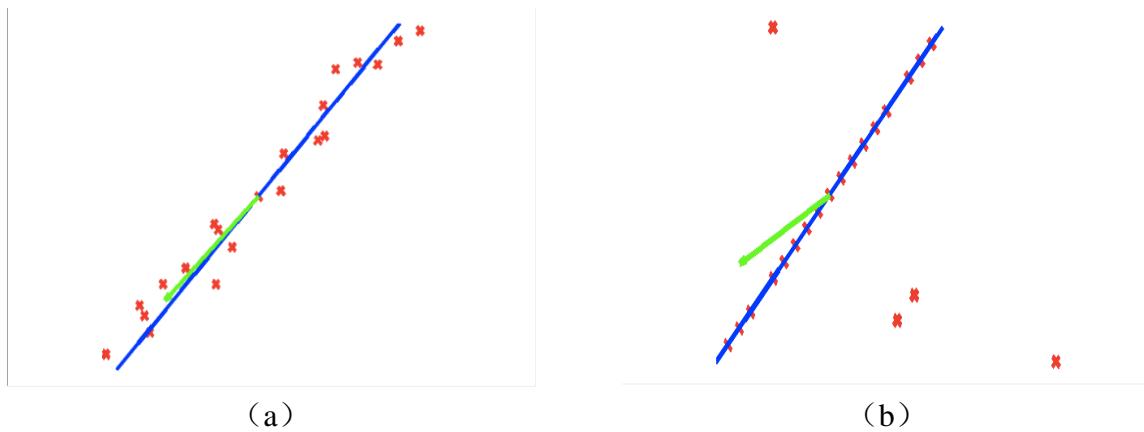


图 3-1 (a) 一维空间内受轻微高斯噪声污染的样本（红色），蓝色直线表示一维空间，绿色实线表示 PCA 方法估计的子空间；(b) 受大型稀疏噪声干扰的样本。

2001 年，(De la Torre and Black, 2001)已经提出了类似于 RPCA 的思想。论文中，De la Torre 采用一种鲁棒性能量函数约束正则化项，并采用 M-估计的方法求解代价函数。然而受约束项的限制，该方法并不能取得理论上的收敛结果，且运行速度也非常缓慢。2002 年，Fazel 在其博士论文(Fazel, 2002)中提出用核函数（矩阵奇异值之和）替代秩约束，并从理论证明满足一定条件时，矩阵的核函数与矩阵的秩在特定误差之内，从而将秩优化非凸问题转化为核范数优化凸问题。到 2009 年，Candes 等人将核范数的研究引入到 RPCA 的锥形-矩阵填充问题(Candès and Recht, 2009); (Candès and Plan, 2010); (Candès and Tao, 2010)中，并从理论与实验上取得了非常好的结果，从而引起了矩阵低秩学习的热潮。后经过 Candes、Chandrasekaran 和 Wright 等人共同努力，共同提出并确定了最终的 RPCA 模型实现观测矩阵的低秩与稀疏分解（LRMR）

$$\min_{A, N} \|A\|_* + \lambda \|N\|_1, \text{s.t., } \|D - A - N\|_F^2 \leq \sigma \quad (3.1)$$

式中，矩阵的大型稀疏噪声用 1-范数来约束，低秩矩阵用核范数来约束。如图 3-2，在满足一定条件时，我们可以很高概率将观测矩阵 D 划分为低秩矩阵与稀疏矩阵之和。

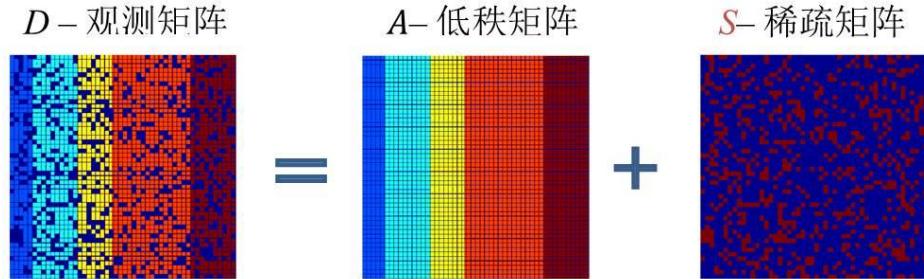


图 3-2 低秩与稀疏分解示意图

针对 RPCA 问题的求解有内点法(Chandrasekaran et al., 2011), 交替迭代法(Wright et al., 2009); (Lin et al., 2009), 加速近似梯度法(Yuan and Yang, 2009), 增广拉格朗日法(Lin et al., 2010); (Tao and Yuan, 2011), GoDec 方法(Zhou and Tao, 2011)等, 更多算法介绍可参考综述论文(Sobral and Vacavant, 2014)。上述算法的发展很好的推动了 RPCA 模型的应用, 例如人脸建模(Candès et al., 2011)、运动物体提取(Gao et al., 2012); (Zhou et al., 2013)、影像与视频质量改善(Liang et al., 2012); (Zhangyang et al., 2013)、人脸识别(Iliadis et al., 2016)等领域。

3.1.1.2 高光谱影像低秩性

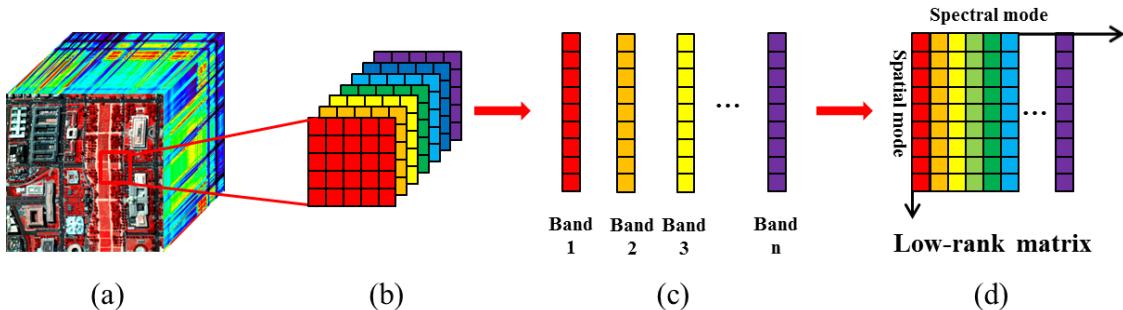


图 3-3 高光谱取块方法以及波段列化示意图

高光谱影像的低秩特性可以从光谱维和空间维两个角度来解释。从光谱维的角度, 高光谱的线性混合模型(Iordache et al., 2011); (Bioucas-Dias et al., 2012)暗示着高光谱低

秩的特性。如图 3-3 所示，将高光谱波段列化并组合成一个矩阵 \mathbf{Y} ，从线性混合模型的角度出发，矩阵 \mathbf{Y} 能够分解成端元矩阵与丰度矩阵的乘积。其示意图如图 3-4，每一个高光谱像元都是由少数几个纯净端元混合而成，并且纯净端元的个数远远小于高光谱矩阵的维数，解释了高光谱低秩的特性。

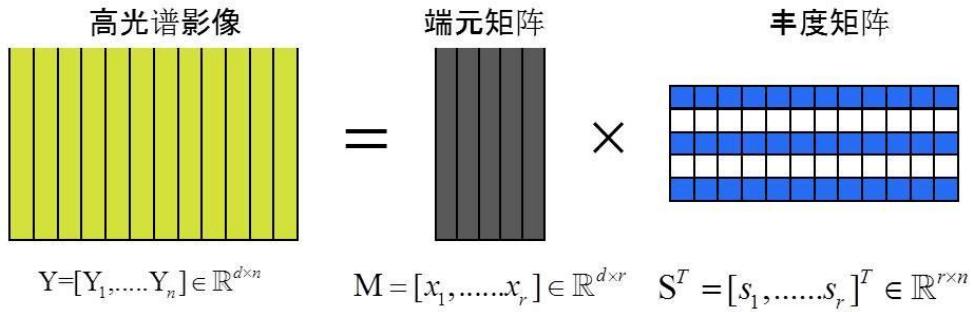


图 3-4 高光谱线性混合模型示意图

从空间维的角度，对于每一个波段的高光谱影像，非局部相似块(Weisheng et al., 2013)揭示了高光谱空间维的低秩性。非局部思想认为对于任意图像块，在整幅影像中总能找到与之相似的纹理或结构。如图 2-1 对于任意的三维影像块，在搜索窗口内选择参考图块的最近邻域块并存于集合 G_i ，稀疏表示理论认为，参考图块与邻域块在字典表示下，具有相同的稀疏模式，因此也可以认为其具有低秩的特性(Jian et al., 2014); (Nejati et al., 2015)。

3.1.2 基于低秩与稀疏分解的高光谱去噪方法

3.1.2.1 高光谱退化模型

我们假设高光谱影像受到四种噪声的干扰：高斯噪声、脉冲噪声、像元缺失、条带噪声，则高光谱影像的退化模型可以表示如下

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (3.2)$$

其中 x 是无噪高光谱影像，如图 3-3 所示， y 是观测噪声影像， s 表示脉冲噪声、像元缺失、条带噪声等稀疏性噪声的集合， n 表示高斯噪声。在退化模型中， y 、 x 、 s 、 n 的大小都为 $M \times N \times p$ 。

3.1.2.2 低秩与稀疏分解去噪模型

考虑到影像的块状处理更容易保持影像局部细节与纹理信息(Dabov et al., 2007b); (Elad and Aharon, 2006b), 在本小节中, 我们将高光谱分割成重叠三维小块, 并对每个小块并行处理。三维小块的大小为 $q \times q \times p$ 。对于任意一个以像素 (i, j) 为中心的小块, 其退化模型可以表示为

$$y_{i,j} = x_{i,j} + s_{i,j} + n_{i,j} \quad (3.3)$$

其中, $y_{i,j}$, $x_{i,j}$, $s_{i,j}$ 和 $n_{i,j}$ 是对应于 y , x , s , n 的三维图像块。将 $y_{i,j}$, $x_{i,j}$, $s_{i,j}$ 和 $n_{i,j}$ 按图 3-3 的方法列化为矩阵 $\mathbf{Y}_{i,j}$, $\mathbf{X}_{i,j}$, $\mathbf{S}_{i,j}$, 和 $\mathbf{N}_{i,j}$, 则相应的影像块退化模型为

$$\mathbf{Y}_{i,j} = \mathbf{X}_{i,j} + \mathbf{S}_{i,j} + \mathbf{N}_{i,j} \quad (3.4)$$

由于无噪影像低秩的特性, 因此 $\mathbf{X}_{i,j}$ 是低秩矩阵或者近似低秩矩阵。另外, 由于脉冲噪声、像元缺失、条带噪声等只污染部分元素, 因此可以假设这类噪声为稀疏性噪声, $\mathbf{S}_{i,j}$ 也具有稀疏的特性。最后, $\mathbf{N}_{i,j}$ 包含高斯噪声和模型误差, 总体服从高斯分布。

鉴于退化模型(3.4)与 RPCA 模型的相似性, 我们可以采用低秩与稀疏分解(LRMR)从观测的噪声矩阵 $\mathbf{Y}_{i,j}$ 中实现低秩无噪矩阵和稀疏噪声矩阵的有效分离(Zhang et al., 2014a)。对于每一个以像素 (i, j) 为重心的高光谱影像块, 我们用 LRMR 的方法并行化处理并将分离得到的无噪二维图像块逆变换为三维图像块, 通过整合平均所有的重叠三维去噪影响块, 最后得到去噪的高光谱影像。

3.1.2.3 GoDec 算法

如上所述, 关于低秩与稀疏矩阵分解的方法有内点法(Chandrasekaran et al., 2011), 交替迭代法, 加速近似梯度法, 增广拉格朗日法, GoDec 方法等。在本小节中, 我们采用 GoDec 算法(Zhou and Tao, 2011)来实现低秩无噪影像与稀疏噪声的分离。针对(3.4), GoDec 算法求解的最优化代价函数为

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2, \text{s.t., } \text{rank}(\mathbf{X}) \leq r, \text{card}(\mathbf{S}) \leq k \quad (3.5)$$

其中, $\text{rank}(\mathbf{X}) \leq r$ 是矩阵 \mathbf{X} 的秩约束, r 为影像块秩的上限, $\text{card}(\mathbf{S}) \leq k$ 为矩阵 \mathbf{S} 的稀疏度约束。采用 (3.5) 求解 LRMR 模型时, 必须得预先估计矩阵 \mathbf{X} 的秩 r 以及矩阵 \mathbf{S} 的稀疏度 k 。当确定了 r 和 k , 则最优化代价函数 (3.5) 的求解转化为如下的子问题迭代直至收敛:

$$\mathbf{X}_t = \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{X}) \leq r} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}_{t-1}\|_F^2 \quad (3.6)$$

$$\mathbf{S}_t = \arg \min_{\text{card}(\mathbf{S}) \leq k} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}_t - \mathbf{S}\|_F^2 \quad (3.7)$$

双边随机投影的方法(Zhou and Tao, 2012)可以用来解决子问题 (3.6)。对于子问题 (3.7), 我们可以采用逐像素收缩迭代的算法

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_t &= \mathbf{P}_\Omega(\mathbf{Y} - \mathbf{X}_t), \Omega : \left| (\mathbf{Y} - \mathbf{X}_t)_{i,j \in \Omega} \right| \neq 0 \\ &\text{and } \geq \left| (\mathbf{Y} - \mathbf{X}_t)_{i,j \notin \Omega} \right|, |\Omega| \leq k \end{aligned} \quad (3.8)$$

GoDec 算法的收敛性证明可以参考论文(Zhou and Tao, 2011)。

3.1.3 实验分析

为验证 LRMR 算法在高光谱噪声分析中的有效性, 我们将该方法应用于模拟和真实的高光谱数据, 并从定量评价和目视评价两个方面评价实验结果。

A. 模拟数据实验结果

模拟实验展示真实数据模拟噪声的实验结果。模拟实验采用的是 HYDICE 传感器华盛顿地区的数据。该数据全景大小为 1208×307 , 共 191 个波段。截取了大小为 $256 \times 256 \times 191$ 的子块进行实验, 其展示图如图 3-5 所示。在进行实验之前, 我们归一化该高光谱数据到 $[0,1]$ 之间, 经过算法去噪后, 去噪影像反归一化到原始灰度级别。

在模拟实验中, 我们主要模拟添加四种类型的噪声:

- a) 均值为 0 的高斯白噪声。每个波段上噪声的强度不同, 且其 SNR 值在 10dB-20dB 之间随机波动。所有波段的平均 SNR 值为 14.95dB;
- b) 从第 20 波段到第 30 波段这 11 个波段中加入脉冲噪声, 脉冲噪声强度是 20%;
- c) 从第 70 波段到 73 波段之间添加死线, 死线的宽度在 1 个像素至 3 个像素之间随机;
- d) 从第 111 波段到 114 波段之间添加条带噪声。宽度在 1 至 3 个像素之间随机。

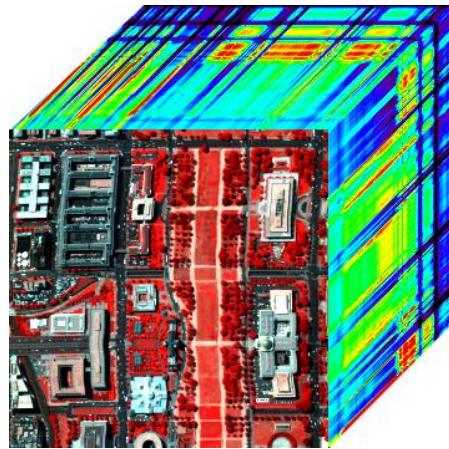
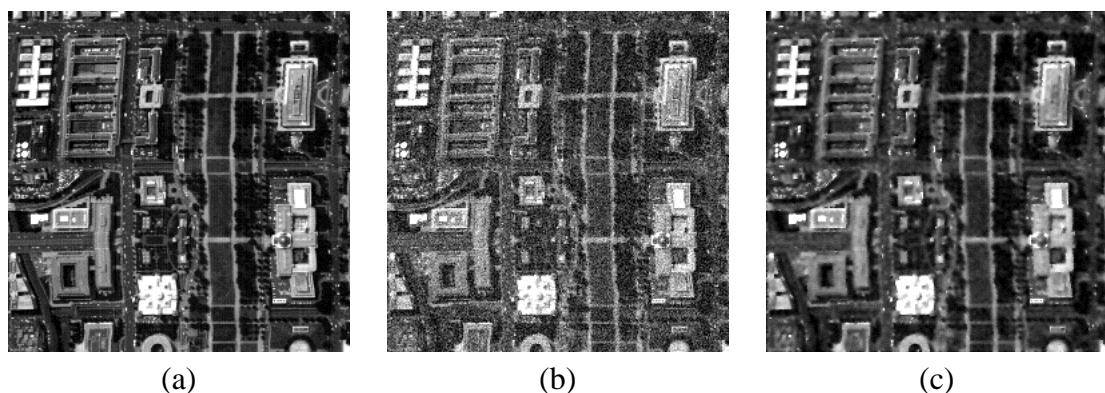


图 3-5 HYDICE 华盛顿地区高光谱数据

在用 LRMR 进行模拟噪声影像复原时, 分割的重叠小块的大小为 $20 \times 20 \times 191$ ($q=20$), 选择重叠区域步长为 4, 秩上限 r 与稀疏度 k 分别为 7 和 4000。

为更加全面的评估 LRMR 去噪方法, 我们选择了三种不同的噪声去除方法作为对比方法, 分别为小波阈值收缩算法 (wavelet)、SSAHTV 方法(Yuan et al., 2012)以及 VBM3D 方法(Dabov et al., 2007a)。小波方法中, 所有参数自适应选择。SSAHTV 方法需要手动调节正则化参数来平衡数据一致性项和 TV 正则化项, 在模拟实验中, 其取值为 5。在 VBM3D 方法中, 噪声的估计强度设置为 15。另外, 为了提升 VBM3D 去除高斯噪声和脉冲噪声等混合噪声的效果, 我们采用论文(Ji et al., 2011); (Ji et al., 2010)中的方法用块匹配程序预处理高光谱影像。用 MPSNR 与 MSSIM 作为定量评价指标, 来评价不同方法的去噪结果。通常来说, MPSNR 值与 MSSIM 值越高, 去噪后的图像质量越好, 去噪的方法越好。



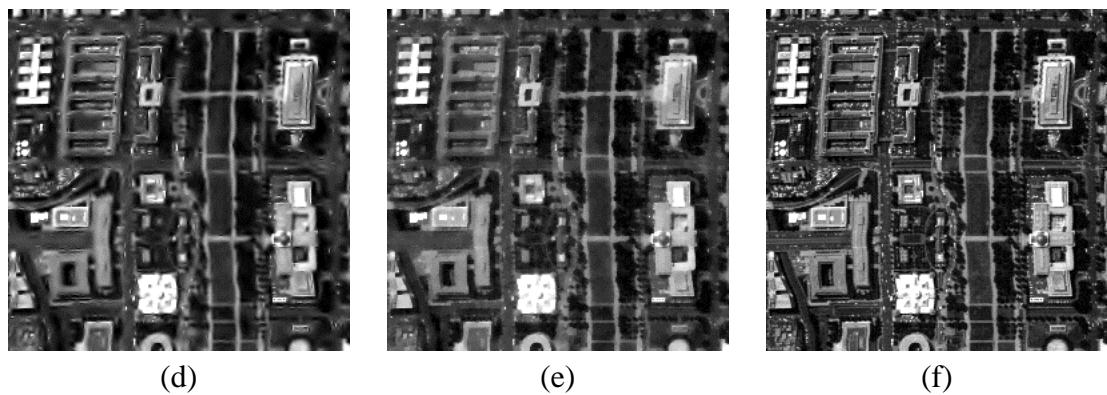


图 3-6 模拟实验去噪结果 (a) 原始第 4 个波段示意图, (b) 模拟噪声后的影像, (c) 小波去噪结果, (d) SSAHTV, (e) VBM3D, (f) LRMR。

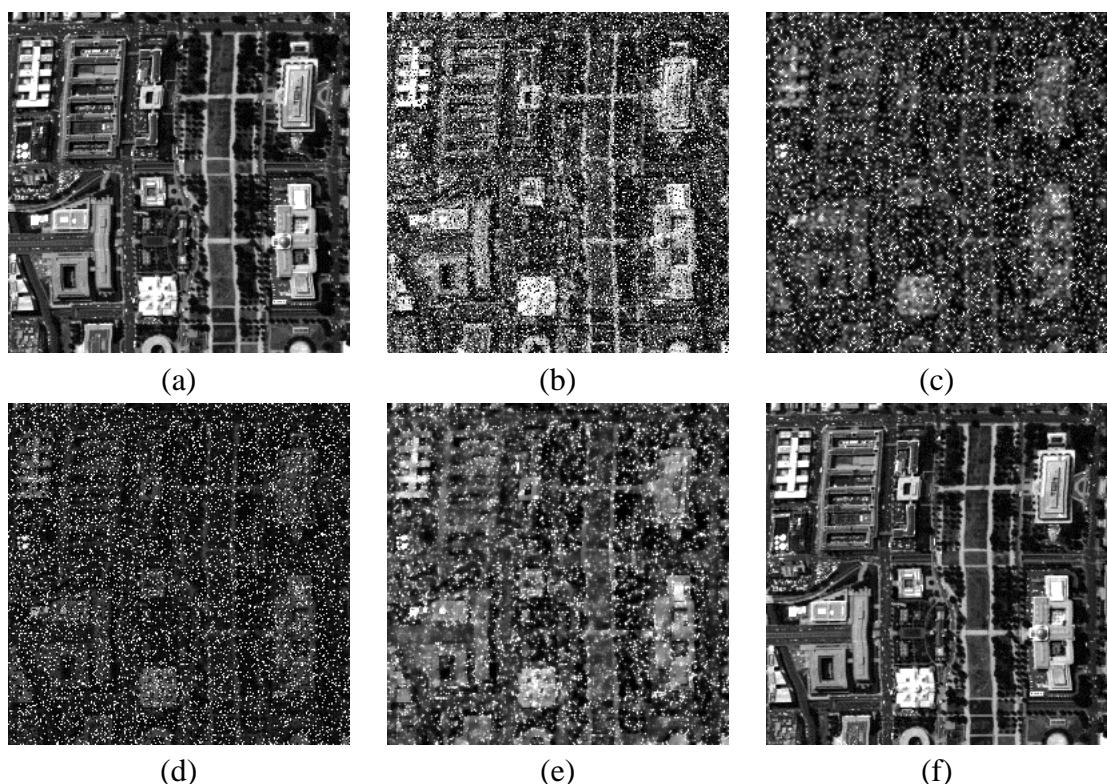
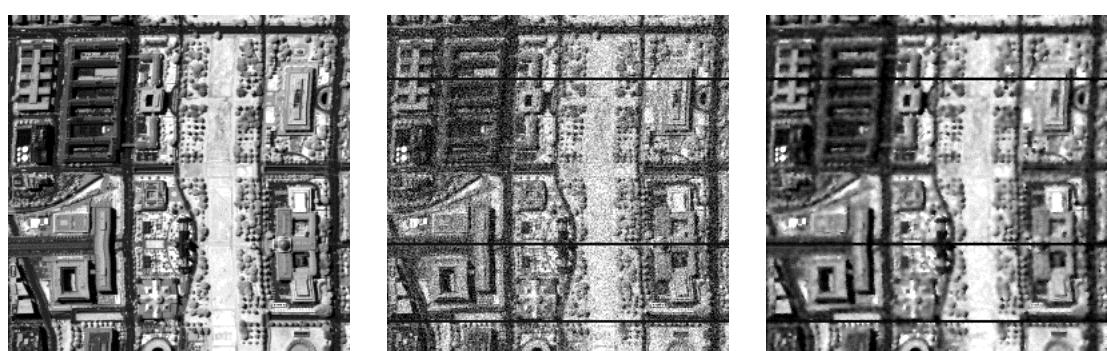


图 3-7 模拟实验去噪结果 (a) 原始第 22 个波段示意图, (b) 模拟噪声后的影像, (c) 小波去噪结果, (d) SSAHTV, (e) VBM3D, (f) LRMR。



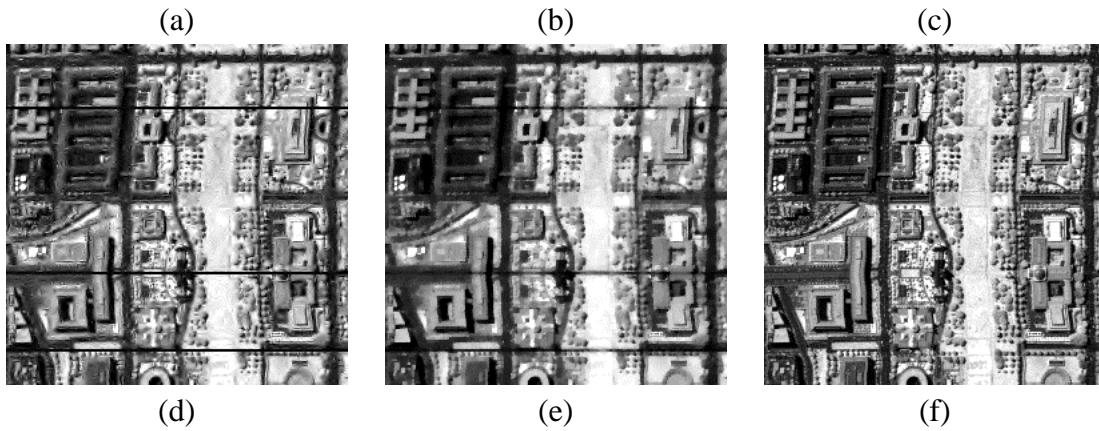


图 3-8 模拟实验去噪结果 (a) 原始第 72 个波段示意图, (b) 模拟噪声后的影像, (c) 小波去噪结果, (d) SSAHTV, (e) VBM3D, (f) LRMR。

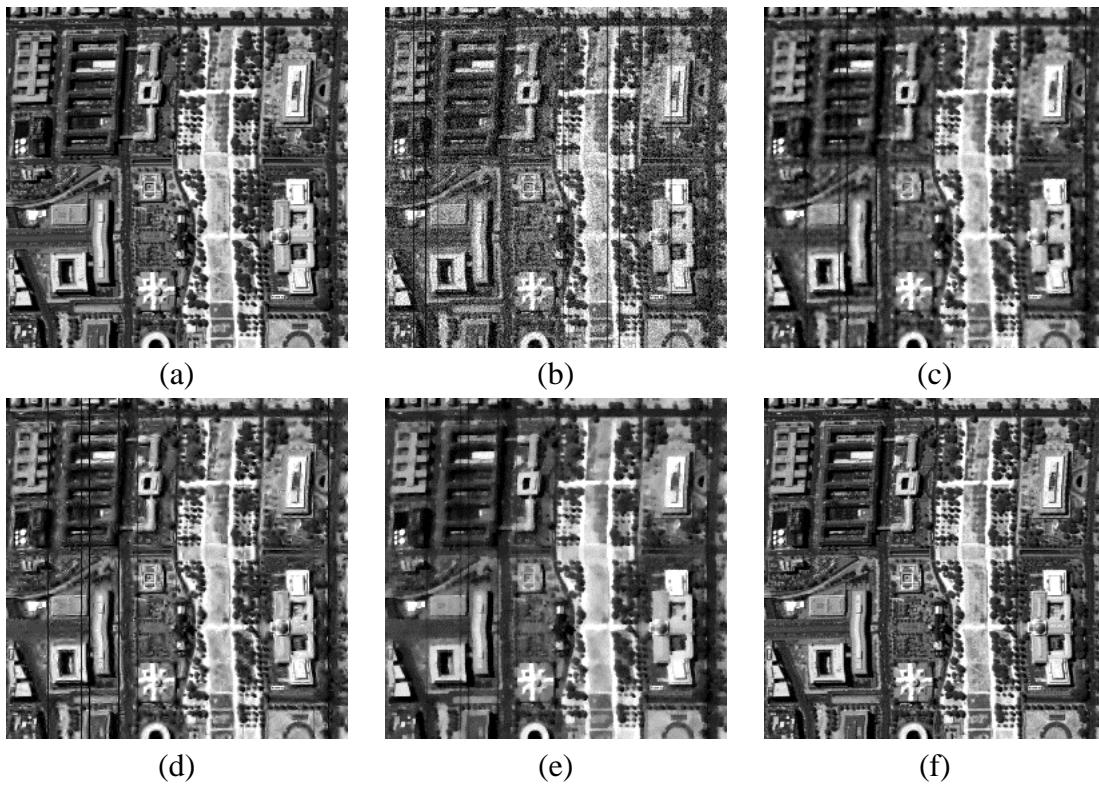


图 3-9 模拟实验去噪结果 (a) 原始第 111 个波段示意图, (b) 模拟噪声后的影像, (c) 小波去噪结果, (d) SSAHTV, (e) VBM3D, (f) LRMR。

首先, 我们展示一些典型波段在去噪前后的结果图。图 3-6 展示的是第 5 个波段在去噪前后的结果。其主要受到高斯噪声的影响, SNR 值为 11.27dB。图 3-7 展示的是第 22 个波段在去噪前后的结果, 其主要受到高斯脉冲混合噪声干扰。从对比中可以发现, LRMR 能够更好的保持细节信息, 并且最大限度的去除高斯噪声。虽然 SSAHTV 方法能够一定程度去除高斯噪声, 但是却会引起局部模糊, 并且当脉冲噪声严重时, SSAHTV 基本失去了去噪的作用。基于小波的方法并不能恢复影像的细节信息, 同时噪声去除的

结果也不理想。VBM3D 方法对于高斯噪声去除效果较好，但是并不能更好的保持细节信息，局部也会有过平滑的结果。

图 3-8 是第 72 个波段高斯缺失混合噪声去噪前后的结果图，图 3-9 展示了第 111 个波段高斯条带混合噪声去噪前后的结果图。同样，从图中可以看出 LRMR 方法能够取得最好的混合噪声去除结果。在抑制条带和死线的同时，能够最大程度去除高斯噪声。其余的方法如 wavelet、VBM3D、SSAHTV 等都不能去除条带噪声和死线，并且恢复的图像局部信息缺失严重，这证明了 LRMR 方法的有效性与可扩展性。

为更进一步展示 LRMR 方法的优越性，我们同样对比了去噪前后高光谱影像光谱曲线的变化值以及与原始影像光谱曲线的差值(Chen and Qian, 2011)。去噪后的影像与原始影像越相近或两者的差值曲线越平滑，去噪结果越好。图 3-10 展示了噪声影像和不同方法去噪后的影像在像素点 (110, 206) 的光谱曲线展示，图 3-11 是去噪后的影像光谱与原始影像光谱之间的差值曲线。可以发现，在噪声影像和小波方法、SSAHTV、VBM3D 等方法恢复的影像中，光谱曲线都有明显的波动，这是由于噪声并没有完全去除的结果，在差值曲线中的表现形式为光谱差值曲线波动明显。而 LRMR 方法能够获得与原始光谱曲线最接近的结果，也从侧面反映了此方法在高光谱去噪方面的有效性。

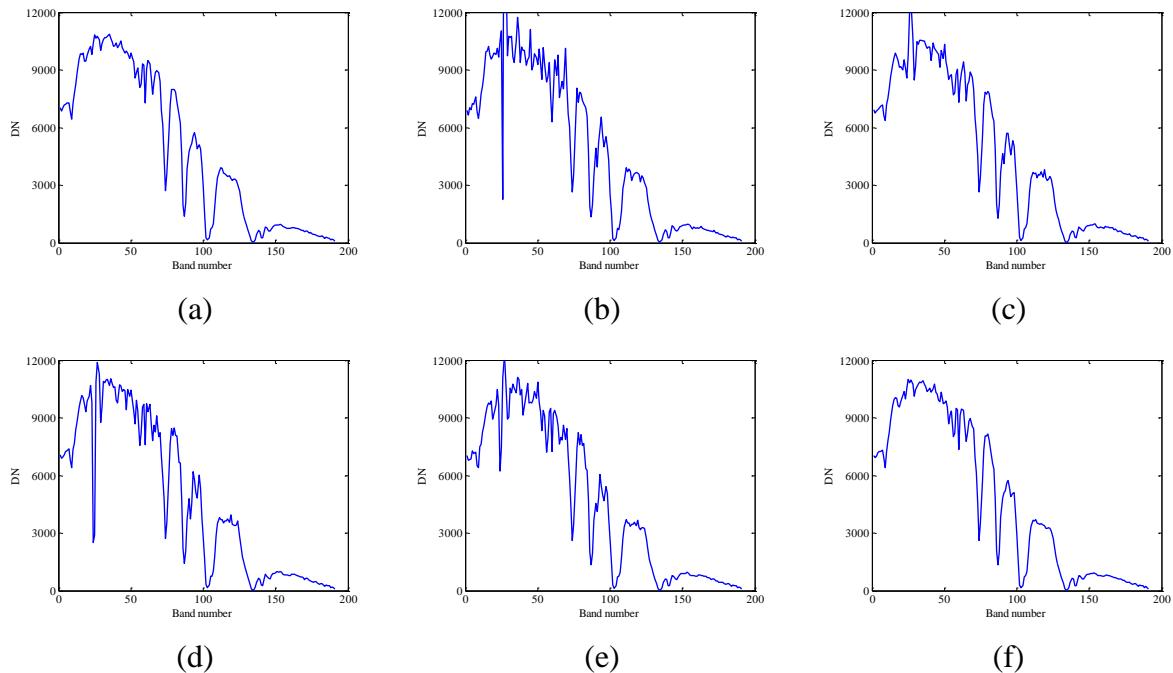


图 3-10 像素 (110, 206) 的光谱曲线，(a) 原始影像 (b) 模拟噪声后的影像，(c) 小波去噪，(d) SSAHTV，(e) VBM3D，(f) LRMR。

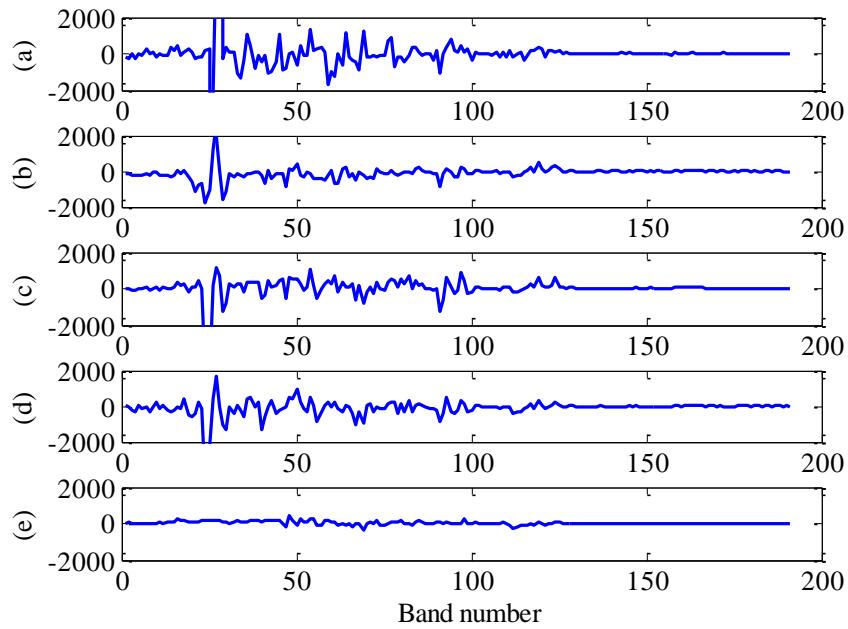


图 3-11 像素 (110, 206) 的差值曲线, (a) 噪声影像与原始影像的差值曲线 (b) 小波去噪, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

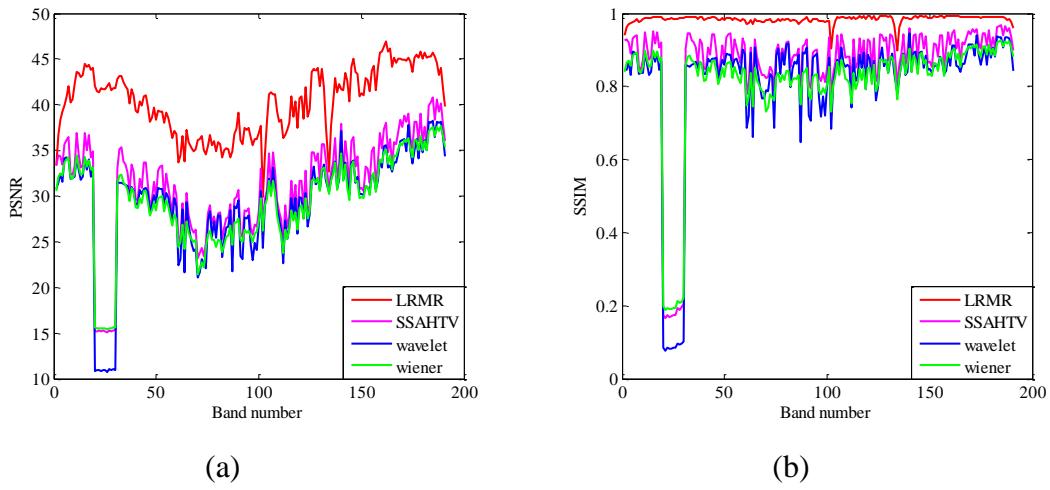


图 3-12 不同方法去噪结果在不同波段上 PSNR 与 SSIM 值。(a) PSNR, (b) SSIM。

表 3-1 定量评价 MPSNR 与 MSSIM 结果

Method	Wiener	Wavelet	SSAHTV	LRMR
MPSNR	29.4	29.23	31.14	40.37
MSSIM	0.8106	0.8108	0.8566	0.9843

由不同方法得到的每个波段的 PSNR 与 SSIM 结果在图 3-12 中展示。由图中可以

看出, 相比较于其他方法, LRMR 方法几乎在所有的波段上取得最优的 PSNR 与 SSIM 值, 显示了其在高光谱去噪方面的优势。表 3-1 是不同方法的 MPSNR 与 MSSIM 结果, 也可以看出, LRMR 方法相比较于其他方法具有很大的优势。

B. 真实数据实验结果

在本小节, 我们将 LRMR 方法以及对比算法应用到两幅真实高光谱数据上, 来验证 LRMR 方法在实际应用中的可能性与有效性。

1) HYDICE Urban 数据

HYDICE Urban 高光谱数据下载地址为 <http://www.tec.army.mil/hypercube>。影像原始大小为 $307 \times 307 \times 210$ 。排除水吸收波段后还剩下 189 个波段。图 3-13 是高光谱影像三维展示, 其假彩色由 2,103 和 204 三个波段合成。在实验中, $r=4$, $k=4000$ 。图 3-14 展示了原始影像以及不同去噪方法得到的影像的第 2 个波段的结果, 图 3-15 展示了第 206 个波段的结果。由图示可以看出, LRMR 方法能够获得目视效果最好的去噪影像, 空间细节保持更好, 对稀疏噪声特别是条带噪声的去除效果非常好。为进一步体现本方法在条带噪声去除方面的良好效果, 我们在图 3-16 中给出了第 206 个波段的均值剖面曲线。当均值剖面曲线波动明显时, 暗示有条带噪声存在。用各种不同的方法去噪后, 去噪影像均值剖面的波动得到缓解。从图 3-15 中可以看出, 小波的方法、SSAHTV 以及 VBM3D 方法去噪后的影像, 其均值剖面波动依然存在, 而 LRMR 方法对应的波动非常小, 这种现象进一步揭示了 LRMR 方法在混合噪声去除方法有着无可替代的作用。

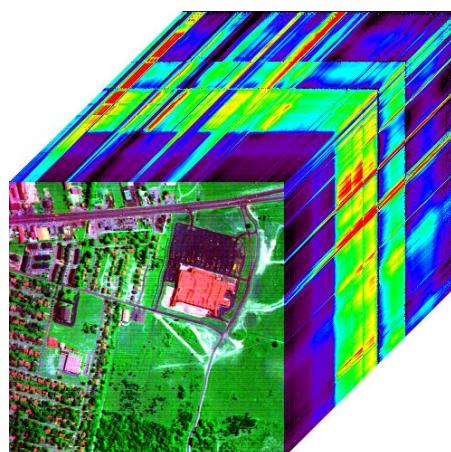


图 3-13 HYDICE URBAN 数据展示 (假彩色合成波段为 2,103 和 204)。



图 3-14 不同方法在 URBAN 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 2 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

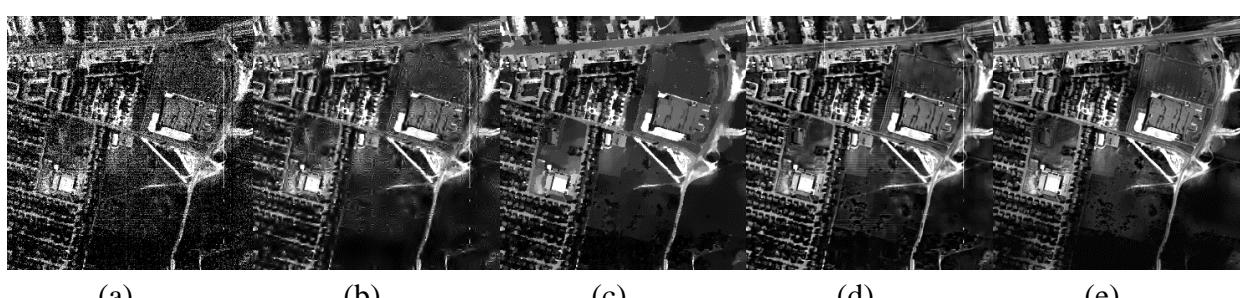


图 3-15 不同方法在 URBAN 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 206 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

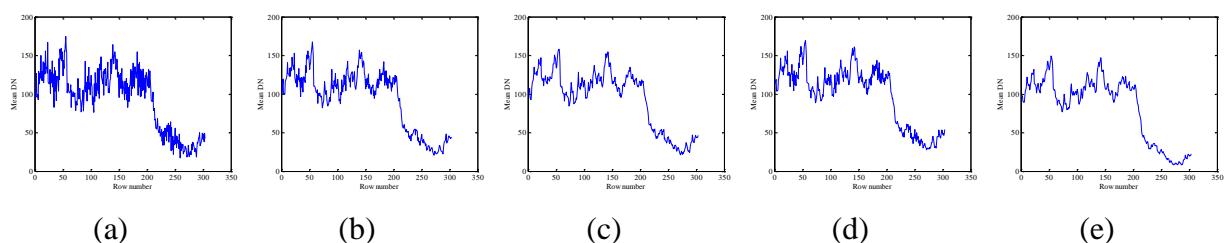


图 3-16 URBAN 影像去噪前后的竖直均值剖面曲线图。(a) 原始第 206 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

2) EO-1 Hyperion 数据

第二个真实实验数据为 EO-1 Hyperion 高光谱数据。影像原始大小为 $400 \times 1000 \times 242$ 。去除水吸收波段后, 选择大小为 $200 \times 300 \times 166$ 的子块进行实验。将 LRMR 用于此数据的去噪中, 参数选择为, $r=4$, $k=4000$ 。EO-1 Hyperion 数据中众多波段含有死线、条带等稀疏噪声。

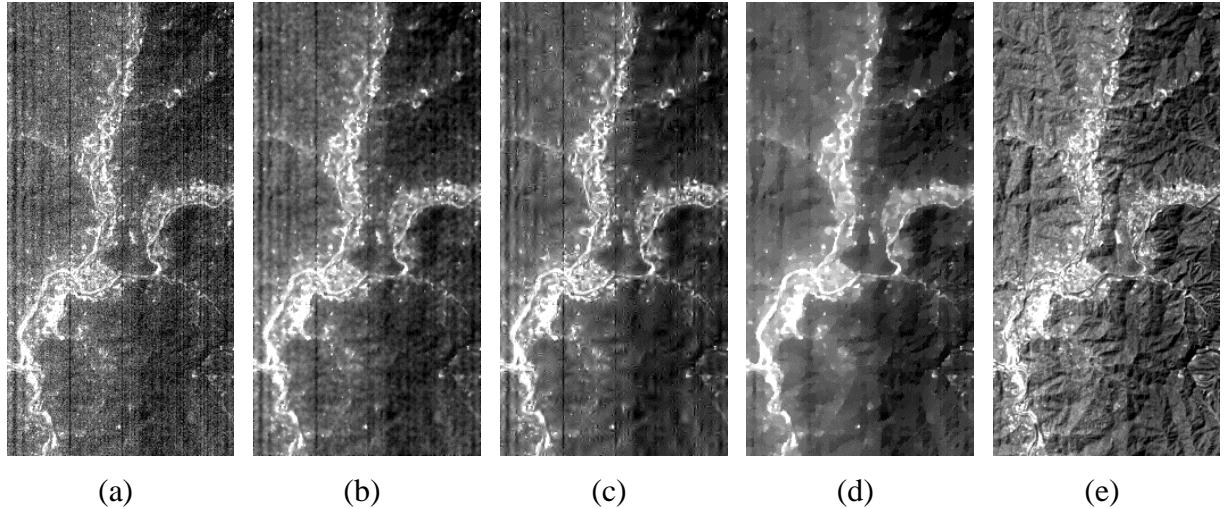


图 3-17 不同方法在 Hyperion 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 1 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

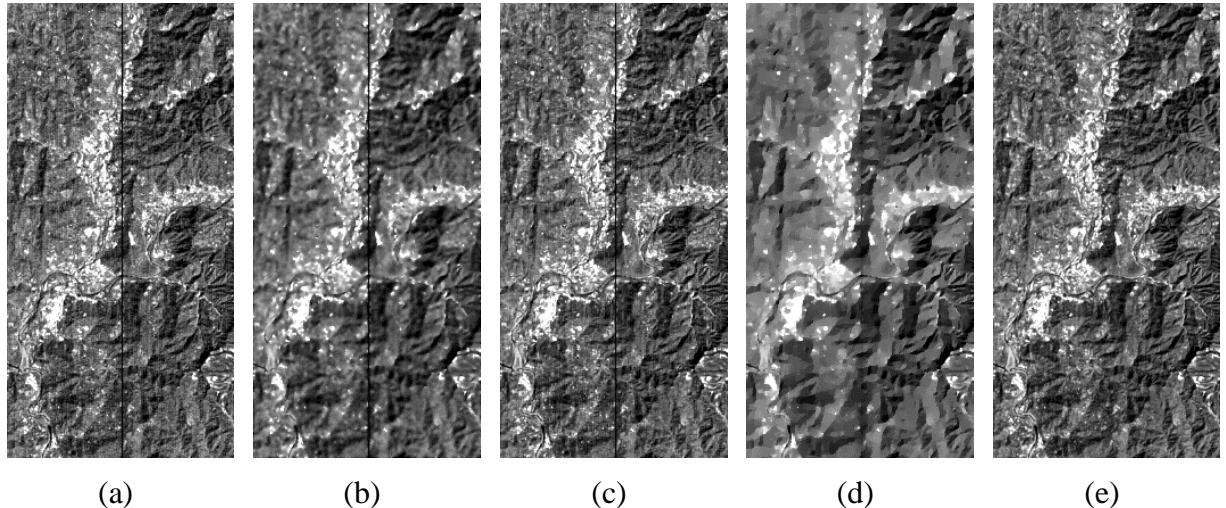


图 3-18 不同方法在 Hyperion 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 148 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

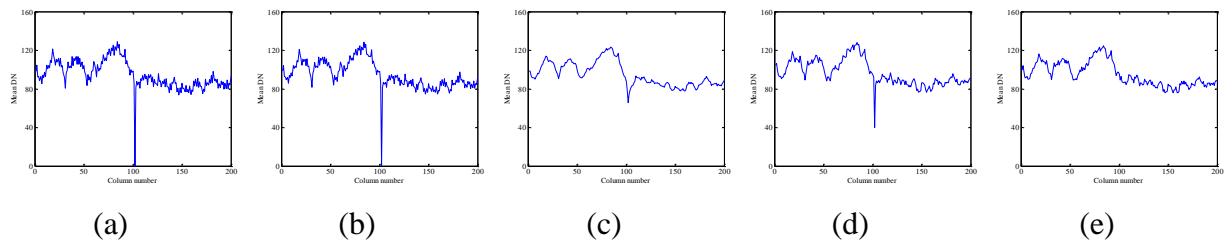


图 3-19 Hyperion 影像去噪前后的竖直均值剖面曲线图。(a) 原始第 148 个波段, (b) 小波去噪结果, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) LRMR。

图 3-17 展示了原始 Hyperion 影像以及不同去噪方法得到的影像的第 1 个波段的结果, 图 3-18 展示了第 148 个波段的结果。从图中可以看出, 第一个波段含有严重的条

带噪声，在第 146 个波段有一条死线。然而，小波方法、SSAHTV 和 VBM3D 方法都不能很好的去除条带以及死线，并且导致恢复图像局部模糊。然而 LRMR 却能够很好的抑制条带噪声，同时保持影像的细节信息。图 3-19 是第 148 个波段的剖面曲线图。在原始影像中，曲线在一点接近为 0，说明在相应的位置为死线。而用小波的方法完全不能去除死线。SSAHTV 和 VBM3D 能去除部分死线，然而效果并不理想。LRMR 方法能够得到最平滑的结果，展示了去死线去除效果的有效性。

C. 讨论

在所有模拟实验和真实实验中，图像子块的大小选择为 $q=20$ ，取块的步长为 4。事实上，在 LRMR 方法中， q 的选择在一定范围内对结果影响不大。表 3-2 是 q 从 8 变化到 64 时，LRMR 方法在模拟实验上获得的 MPSNR 和 MSSIM 结果。可以看出，LRMR 方法相对于参数 q 鲁棒性非常好。当参数 q 确定为 20 之后，如何选取每一个小块秩上限约束 r 和稀疏度约束 k 是一个关键性问题。如前所述，秩 r 能够根据端元估计的方法获得，这是因为 r 代表了高光谱影像中纯净像元的个数。在一个子块中， k 代表了条带、脉冲等稀疏噪声所占像素的个数， k 的取值与子块的大小有关。在图 3-20 中展示了随着秩 r 和稀疏度 k 变化，LRMR 在模拟实验上取得的定量评价结果。很明显，在一定区域内，LRMR 能够获得非常好的结果。在模拟实验中，我们定义 $r=9$, $k=4000$ 。在真实实验中，我们确定稀疏度 k 的值为 4000，而秩上限 r 的值根据真实高光谱数据中端元的数据来确定。LRMR 算法的复杂度计算可以参考 GoDec 算法的复杂度分析(Zhou and Tao, 2011)。

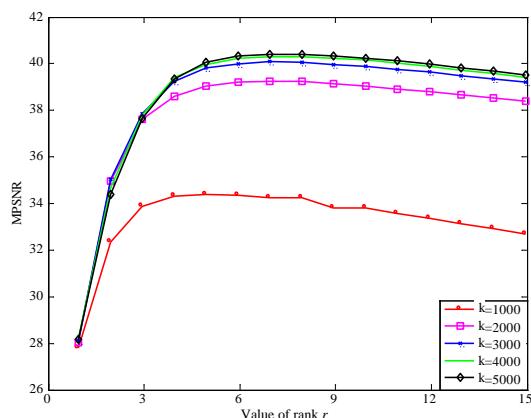


图 3-20 LRMR 方法获得 MPSNR 与 MSSIM 值随着 r 和 k 变化的结果

表 3-2 LRMR 方法获得 MPSNR 与 MSSIM 值随着 q 变化的结果

	8	12	16	20	24	64
MPSNR	39.70	39.72	40.21	40.37	40.25	40.13
MSSIM	0.9725	0.9742	0.9792	0.9843	0.9823	0.9831

3.1.4 结论

本小节提出了一种基于低秩与稀疏分解(LRMR)的高光谱影像混合噪声去除方法。通过将高光谱分割成重叠的三维小块，并将三维块列化为矩阵，采用低秩与稀疏分解的方法提取矩阵的低秩成分作为去噪影像块。将所有去噪影像块重建为三维高光谱影像完成高光谱混合噪声的去除。我们在一组模拟实验和两组真实实验中验证了 LRMR 方法的有效性，证实相比较于传统方法，该方法能够有效处理条带、脉冲、缺失等稀疏性噪声。然而该方法仍然有提升的空间。在该方法中并没有利用高光谱影像的空间平滑信息，另外当条带噪声或者缺失出现在不同波段的同一位置时，噪声也具有低秩的性质，此时 LRMR 方法很难将低秩信号和稀疏低秩噪声分离开来。最后，参数 r 和 k 的自适应确定也有待解决。

3.2 全变差正则化的低秩分解方法

针对 LRMR 方法无法区分低秩影像和稀疏低秩噪声的难题，我们提出了全变差正则化的低秩分解方法(LRTV)用于高光谱影像噪声分析与去除。该方法用低秩约束影像的光谱信息，用分波段全变差探索影像的空间平滑信息，以 L1 范数探测影像中存在的稀疏信号，实现高光谱影像空-谱联合先验的探索以及混合噪声的一体化分析(He et al., 2016c)，具体如下。

3.2.1 基于全变差正则化的高光谱噪声分析方法

在本小节，我们同样假设高光谱影像受到四种噪声的干扰：高斯噪声、脉冲噪声、像元缺失、条带噪声，则高光谱影像的退化模型可以表示如下

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (3.9)$$

其中， \mathbf{Y} 、 \mathbf{X} 、 \mathbf{S} 、 \mathbf{N} 是公式 (3.2) 中高光谱影像列化后的结果。根据退化模型 (3.9)，

我们推导基于全变差正则化的高光谱噪声分析方法。

3.2.1.1 最大后验概率模型

最近，基于概率密度函数的最大后验概率模型（MAP）受到了学者的广泛关注。它主要用于图像与信号处理中的病态反问题。根据 MAP 估计理论，高光谱噪声分析与去除能表示为如下的最小二乘估计问题：

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \left\{ \| \mathbf{Y} - \mathbf{X} \|_F^2 + \tau R(\mathbf{X}) \right\}, \quad (3.10)$$

其中， $R(\mathbf{X})$ 为正则化项，表示高光谱影像的先验参数模型， τ 是正则化参数来平衡数据一致性项和正则化项。

3.2.1.2 全变差去噪模型

TV 全变差模型首先由 Rudin 等(Rudin et al., 1992)提出用于灰度图像的噪声分析，其中各向异性 TV 范数定义为 (2.13)。扩展到高光谱影像，分波段 TV 模型为

$$\| \mathbf{X} \|_{HTV} = \sum_{j=1}^p \| \mathcal{F} \mathbf{X}_j \|_{TV}, \quad (3.11)$$

其中， \mathbf{X}_j 表示第 j 个波段列化后的向量， $\mathcal{F}: \mathbb{R}^{MN} \rightarrow \mathbb{R}^{M \times N}$ 是将矩阵逆变化为图像 $M \times N$ 大小的算子。将 (3.11) 嵌入到 MAP 模型中有基于 TV 的高光谱去噪模型：

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \left\{ \| \mathbf{Y} - \mathbf{X} \|_F^2 + \tau \| \mathbf{X} \|_{HTV} \right\}. \quad (3.12)$$

高光谱影像经常受到混合噪声的干扰，例如高斯噪声和稀疏噪声等。因此，将数据一致性项应用于所有的影像空间并不合适。如果定义稀疏噪声的位置为 Ω ，则基于 TV 的正则化方法能够表示为(Ma et al., 2013)：

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \left\{ \| P_{\Omega^T} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}) \|_F^2 + \tau \| \mathbf{X} \|_{HTV} \right\}, \quad (3.13)$$

其中， Ω^T 表示 Ω 的补空间， P_{Ω^T} 为正交投影算子。更进一步，如果我们确定了稀疏噪声的大小为 \mathbf{S} ，则 (3.13) 可以表示为

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \left\{ \| \mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S} \|_F^2 + \tau \| \mathbf{X} \|_{HTV} \right\}. \quad (3.14)$$

通过合理选择正则化参数 τ ，(3.14) 等价于如下约束性 TV 模型：

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \| \mathbf{X} \|_{HTV} \quad s.t. \quad \| \mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S} \|_F^2 \leq \varepsilon. \quad (3.15)$$

3.2.2 联合全变差与低秩分解的高光谱噪声分析方法

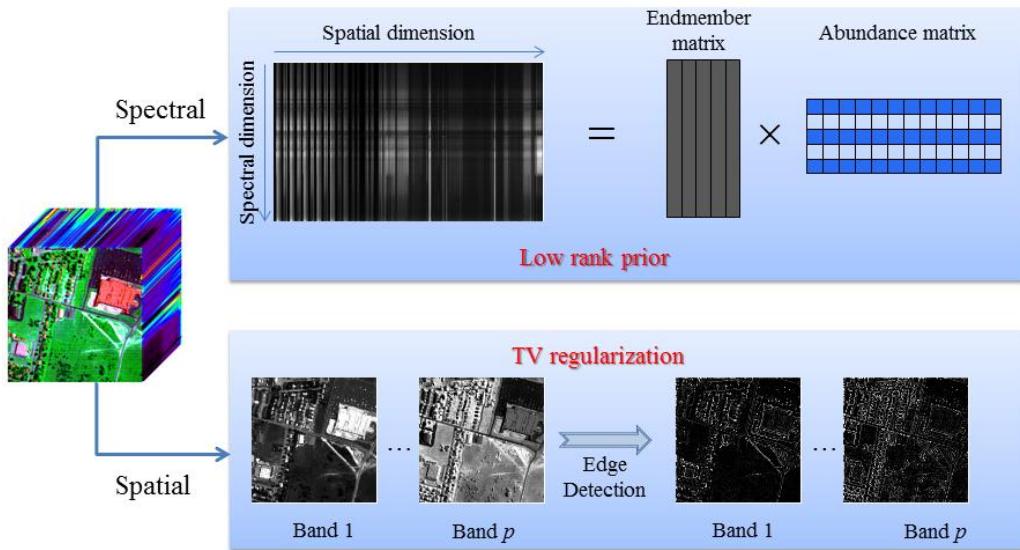


图 3-21 高光谱空间和光谱先验信息

LRMR 方法(Zhang et al., 2014a)能够高效去除混合噪声，然而当影像受到严重高斯噪声影响时，噪声去除效果并不理想。另外，当稀疏噪声呈结构性分布时，LRMR 方法去噪效果会被进一步削弱。在本小节中，我们将 TV 正则化嵌入到低秩矩阵分解用于高光谱噪声分析，用低秩约束高光谱的光谱信息，用 TV 正则化探索矩阵空间维局部平滑信息，如图 3-21 所示。区别于论文(Li et al., 2014)中分步进行低秩光谱去噪和 TV 空间去噪的方法，我们将 TV 模型和低秩模型整合到一个框架模型中。

3.2.2.1 基于低秩分解的高光谱去噪方法

前面已从线性混合模型的角度分析，高光谱影像存在于一个低维子空间上。我们可以提出如下的高光谱退化模型

$$\mathbf{Y} = \mathbf{UV} + \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (3.16)$$

其中， $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 表示端元矩阵或者字典， $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 表示丰度矩阵或者系数矩阵， \mathbf{UV} 是高光谱影像的低秩逼近， r 代表端元的个数。

在本论文中，我们假设字典 \mathbf{U} 、系数 \mathbf{V} 和噪声以及模型误差 \mathbf{N} 服从高斯分布，稀疏噪声 \mathbf{S} 服从 Laplace 分布(Mnih and Salakhutdinov, 2007); (Ding et al., 2011)。根据贝叶斯准则，我们有

$$p(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}, \lambda_u, \lambda_v, \lambda_s, \lambda_g) \propto p(\mathbf{Y} | \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}, \lambda_g) p(\mathbf{U} | \lambda_u) p(\mathbf{V} | \lambda_v) p(\mathbf{S} | \lambda_s). \quad (3.17)$$

由 MAP 估计, 式 (3.17) 等价于(Wang et al., 2012)

$$\min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV} - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 + \frac{\lambda_u}{2} \|\mathbf{U}\|_F^2 + \frac{\lambda_v}{2} \|\mathbf{V}\|_F^2, \quad (3.18)$$

我们借用论文(Mazumder et al., 2010); (Chandrasekaran et al., 2011)中的公式

$$\|\mathbf{X}\|_* = \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{L}=\mathbf{UV}} \frac{1}{2} (\|\mathbf{U}\|_F^2 + \|\mathbf{V}\|_F^2)$$

并假设 $\lambda_u' = \lambda_v' = \lambda_2$, 可以将公式 (3.18) 进一步化简为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV} - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 + \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{U}\|_F^2 + \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{V}\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV} - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 + \lambda_2 (\|\mathbf{UV}\|_*) \\ &= \min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}, \text{rank}(\mathbf{X}) \leq r} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 + \lambda_2 (\|\mathbf{X}\|_*). \end{aligned} \quad (3.19)$$

进而得到秩约束的 RPCA 模型

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \|\mathbf{X}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 \text{ s.t. } \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2 \leq \varepsilon, \text{rank}(\mathbf{X}) \leq r. \quad (3.20)$$

相比较于 RPCA 模型 (3.1), 秩约束的 RPCA 模型将无噪矩阵 \mathbf{X} 严格控制在秩 r 以内。矩阵的秩在高光谱影像处理中有非常重要的物理意义。然而, 当影像受到严重噪声污染时, 由 RPCA 得到的结果可能并非低秩的。对 \mathbf{X} 施加强制性低秩约束可以进一步提升去噪的效果。(3.20) 即定义为基于低秩矩阵分解的高光谱去噪模型。

3.2.2.2 联合全变差与低秩分解的高光谱噪声分析方法

低秩分解模型 (3.20) 能够非常高效的将稀疏性噪声从观测影像中探测并分离出来, 然而此方法却不能很好的处理强高斯噪声。另外, 当条带噪声或者缺失出现在不同波段的同一位置时, 噪声也具有低秩的性质, 此时 (3.20) 很难将低秩影像和稀疏低秩噪声分离开来。另外一个方面, 基于 TV 的方法 (3.15) 能够保持影像的空间平滑特性, 很好的去除高斯噪声, 然而却忽略了光谱之间的高相关性, 并且不能有效处理混合噪声。因此, 我们将模型 (3.20) 与模型 (3.15) 结合起来, 用低秩约束影像光谱之间的高相关性, 用 TV 正则化约束影像空间平滑特性, 用 L1 范数约束稀疏性噪声。由此提出了联合全变差与低秩分解的高光谱混合噪声分析方法 (LRTV):

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \|\mathbf{X}\|_* + \tau \|\mathbf{X}\|_{HTV} + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 \text{ s.t. } \|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{S}\|_F^2 \leq \varepsilon, \text{rank}(\mathbf{X}) \leq r, \quad (3.21)$$

其中， τ 和 λ 分别为正则化参数约束 TV 项和稀疏项对代价函数的影响。在 LRTV 模型中，当 τ 为 0 时，(3.21) 退化为低秩分解模型 (3.20)。

3.2.2.3 模型求解

增广拉格朗日方法(Lin et al., 2010)能非常高效的解决 LRTV 模型 (3.21)。通过引入冗余变量 \mathbf{L} ，我们将 LRTV 等价转化为如下模型：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{L}, \mathbf{X}, \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}} \|\mathbf{L}\|_* + \tau \|\mathbf{X}\|_{HTV} + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 \\ & \text{s.t. } \|\mathbf{Y} - \mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 \leq \varepsilon, \text{rank}(\mathbf{L}) \leq r, \mathbf{L} = \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

对 (3.22) 采用 ALM 方法，得到增广拉格朗日方程：

$$\begin{aligned} \min \ell(\mathbf{L}, \mathbf{X}, \mathbf{S}, \Lambda_1, \Lambda_2) = & \min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}, \mathbf{L}, \Lambda_1, \Lambda_2} \|\mathbf{L}\|_* + \tau \|\mathbf{X}\|_{HTV} + \lambda \|\mathbf{S}\|_1 \\ & + \langle \Lambda_1, \mathbf{Y} - \mathbf{L} - \mathbf{S} \rangle + \langle \Lambda_2, \mathbf{X} - \mathbf{L} \rangle + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{Y} - \mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 + \|\mathbf{X} - \mathbf{L}\|_F^2) \\ & \text{s.t. } \text{rank}(\mathbf{L}) \leq r, \end{aligned} \quad (3.23)$$

其中 μ 是惩罚参数， Λ_1 和 Λ_2 为拉格朗日乘子。可以采用交替迭代的方法来解决增广拉格朗日方程 (3.23)。固定其余的变量，只更新当前变量，特别的，在 $k+1$ 次迭代时，我们更新变量的方式为：

$$\mathbf{L}^{(k+1)} = \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{L}) \leq r} \ell(\mathbf{L}, \mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{S}^{(k)}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}); \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{X}} \ell(\mathbf{L}^{(k+1)}, \mathbf{X}, \mathbf{S}^{(k)}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}); \quad (3.24b)$$

$$\mathbf{S}^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{S}} \ell(\mathbf{L}^{(k+1)}, \mathbf{X}^{(k+1)}, \mathbf{S}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}); \quad (3.24c)$$

$$\Lambda_1^{(k+1)} = \Lambda_1^{(k)} + \mu(\mathbf{Y} - \mathbf{L}^{(k+1)} - \mathbf{S}^{(k+1)}); \quad (3.24d)$$

$$\Lambda_2^{(k+1)} = \Lambda_2^{(k)} + \mu(\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{L}^{(k+1)}). \quad (3.24e)$$

此时，LRTV 模型的优化问题转化为三个主要凸函数 (3.24a-c) 的优化问题。针对子问题 (3.24a)，我们能够推导出

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^{(k+1)} &= \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{L}) \leq r} \ell(\mathbf{L}, \mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{S}^{(k)}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}) \\ &= \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{L}) \leq r} \|\mathbf{L}\|_* + \mu \|\mathbf{L} - \frac{1}{2}(\mathbf{Y} + \mathbf{X}^{(k)} - \mathbf{S}^{(k)} + (\Lambda_1^{(k)} + \Lambda_2^{(k)}) / \mu)\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

最优化函数 (3.25) 的解能根据定理 1 直接获得。

定理 1(Cai et al., 2010): 假设 \mathbf{W} 为大小 $MN \times p$ 的矩阵, 其秩 r 的奇异值分解为

$$\mathbf{W} = U \mathbf{E}_r V^*, \quad \mathbf{E}_r = \text{diag}(\{\sigma_i\}_{1 \leq i \leq r}). \quad (3.26)$$

奇异值收缩算子定义为

$$D_\delta(\mathbf{W}) = \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{L}) \leq r} \delta \|\mathbf{L}\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{L} - \mathbf{W}\|_F^2, \quad (3.27)$$

其中, $D_\delta(\mathbf{W}) = U D_\delta(\mathbf{E}_r) V^*$, $D_\delta(\mathbf{E}_r) = \text{diag}\{\max((\sigma_i - \delta), 0)\}$ 。

利用定理 1, 我们容易得到 (3.25) 的最优解为

$$\mathbf{L}^{(k+1)} = D_{1/(2\mu)}\left(\frac{1}{2}(\mathbf{Y} + \mathbf{X}^{(k)} - \mathbf{S}^{(k)} + (\Lambda_1^{(k)} + \Lambda_2^{(k)})/\mu)\right). \quad (3.28)$$

至于子问题 (3.24b), 我们有

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(k+1)} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \ell(\mathbf{L}^{(k+1)}, \mathbf{X}, \mathbf{S}^{(k)}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{X}} \tau \|\mathbf{X}\|_{HTV} + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{L}^{(k+1)} + \frac{\Lambda_2^{(k)}}{\mu}\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

(3.29) 能够分解成 p 个子问题, 每个子问题可以由 FGP 方法(Beck and Teboulle, 2009a) 求解。对于第三个子问题 (3.24c), 推导的最优化函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(k+1)} &= \arg \min_{\mathbf{S}} \ell(\mathbf{L}^{(k+1)}, \mathbf{X}^{(k+1)}, \mathbf{S}, \Lambda_1^{(k)}, \Lambda_2^{(k)}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{S}} \lambda \|\mathbf{S}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{S} - (\mathbf{Y} - \mathbf{L}^{(k+1)} + \frac{\Lambda_1^{(k)}}{\mu})\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.30)$$

通过定义如下的收缩算子

$$\mathfrak{R}_\Delta(x) = \begin{cases} x - \Delta, & \text{if } x > \Delta \\ x + \Delta, & \text{if } x < -\Delta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.31)$$

可以完成 (3.30) 的快速最优化求解。

$$\mathbf{S}^{(k+1)} = \mathfrak{R}_{\lambda/\mu}(\mathbf{Y} - \mathbf{L}^{(k+1)} + \frac{\Lambda_1^{(k)}}{\mu}). \quad (3.32)$$

经总结, LRTV 模型的最优化求解方法流程可以参考算法 3-1。

算法3-1：LRTV最优化求解

输入： $MN \times p$ 矩阵 \mathbf{Y} , 秩约束 r , 迭代终止条件 ε_1 和 ε_2 , 正则化参数 τ , λ

输出：复原高光谱影像 \mathbf{X}

初始化： $\mathbf{L} = \mathbf{X} = \mathbf{S} = 0, \Lambda_1 = \Lambda_2 = 0, \mu = 10^{-2}, \mu_{\max} = 10^6, \rho = 1.5, k = 0$

重复以下步骤直至收敛

通过 (3.24) 更新 $\mathbf{L}^{(k+1)}$, $\mathbf{X}^{(k+1)}$, $\mathbf{S}^{(k+1)}$, $\Lambda_1^{(k+1)}$, 和 $\Lambda_2^{(k+1)}$

更新 $\mu := \min(\rho\mu, \mu_{\max})$

检验迭代终止条件

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{L}^{(k+1)} - \mathbf{S}^{(k+1)}\|_F / \|\mathbf{Y}\|_F \leq \varepsilon_1 \text{ 和 } \|\mathbf{L}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1)}\|_\infty \leq \varepsilon_2$$

3.2.2.4 参数分析

如算法 1 所示, LRTV 中的待估计参数有秩上限 r , 迭代终止条件 ε_1 和 ε_2 , 正则化参数 τ 和 λ 等。如(Candès et al., 2011), 我们设置 $\lambda = 1/\sqrt{MN}$ 以及 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-8}$ 。现在我们关心的问题有秩 r 的估计以及正则化参数 τ 的设置。

秩 r 代表了高光谱影像中端元的数目。我们可以采用子空间数目确定的方法 HySime(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008) 来确定 r 。参数 τ 用来协调核范数与 TV 范数。当 τ 趋近于 0 时, LRTV 模型退化为低秩分解模型。在实验中, 我们选择 $\tau = 0.01$ 。

3.2.3 实验分析

本小节, 我们将 LRTV 方法应用于模拟实验和真实实验以验证其高光谱去噪的有效性。选择的对比算法有 SSAHTV 方法(Yuan et al., 2012)和 LRMR 方法(Zhang et al., 2014a), 对比方法参数手动调至最优。在去噪前, 高光谱影像分波段归一化至 [0 1]。

A. 模拟数据实验结果

模拟实验数据由 AVIRIS Indian 数据地表真实反映图合成, 选择的光谱来自于 USGS 光谱库。对 Indian 影像每一类别样本赋予一类别光谱, 加上未标记样本, 共有 17 条光谱。无噪模拟数据大小为 $145 \times 145 \times 224$ 。

为模拟噪声数据，我们在模拟 Indian 数据每一波段分别添加高斯噪声和椒盐噪声，具体如下两种情况：

情况 1：对不同的波段添加相同强度的噪声，共有四种不同强度，高斯噪声强度分别为 $G = 0.025, 0.05, 0.075$, 和 0.1 ，椒盐噪声的强度分别为 $P = 0.05, 0.1, 0.15$, 和 0.2 。

情况 2：对不同波段添加不同强度的噪声。其中每个波段高斯噪声的强度在 $0-0.2$ 之间变化，椒盐噪声的强度在 $0-0.2$ 之间变化。

在模拟实验中，由于 SSAHTV 方法不能去除椒盐噪声，因此我们先用 RPCA 方法对噪声影像做预处理去除椒盐噪声，之后再用 SSAHTV 方法去除高斯噪声。采用 MPSNR、MSSIM 和 MSA 评价指标对去噪后结果进行定量评价。

表 3-3 模拟实验中的定量评价结果

噪声强度	评价指标	SSAHTV	RPCA- SSAHTV	LRMR	LRTV
G=0.025 P=0.05	MPSNR (dB)	29.34	39.89	<u>43.73</u>	47.26
	MSSIM	0.9216	<u>0.9965</u>	0.9904	0.9984
	MSA	3.1177	0.7779	<u>0.6465</u>	0.2710
G=0.050 P=0.10	MPSNR (dB)	25.50	35.81	<u>38.89</u>	41.63
	MSSIM	0.8814	<u>0.9921</u>	0.9722	0.9942
	MSA	4.8130	1.3683	<u>1.0634</u>	0.6304
G=0.075 P=0.15	MPSNR (dB)	23.73	32.92	<u>34.44</u>	39.12
	MSSIM	0.8207	<u>0.9655</u>	0.9282	0.9879
	MSA	6.1168	1.9602	<u>1.8662</u>	0.9660
G=0.10 P=0.20	MPSNR (dB)	22.24	30.73	<u>31.69</u>	36.52
	MSSIM	0.7384	<u>0.9472</u>	0.8892	0.9787
	MSA	7.4864	2.5327	<u>2.4969</u>	1.2833
G=0-0.2 P=0-0.2	MPSNR (dB)	22.31	31.01	<u>31.23</u>	36.35
	MSSIM	0.7985	<u>0.9485</u>	0.8867	0.9791
	MSA	7.0395	2.8912	<u>2.7439</u>	1.4995



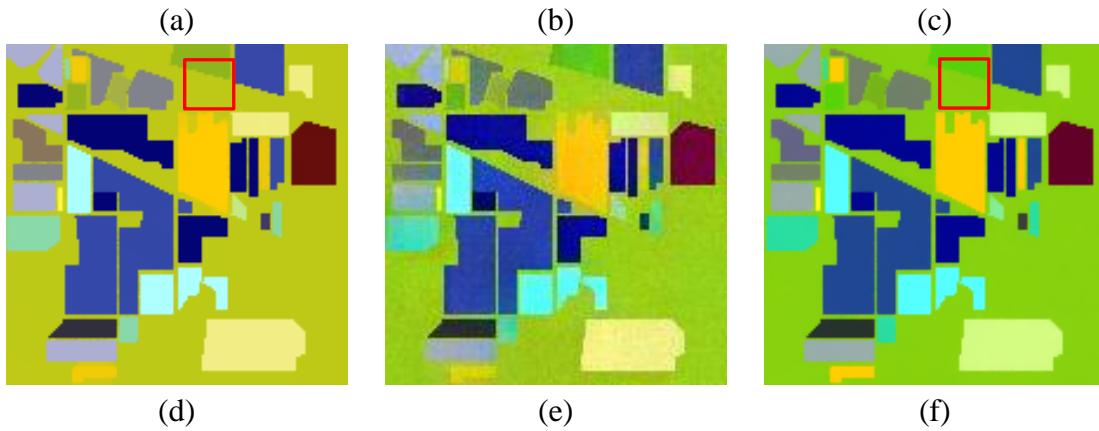


图 3-22 模拟实验去噪结果 (a) 原始数据假彩色示意图(R: 6, G: 88, B: 221),, (b) 模拟噪声后的影像, (c) SSAHTV, (d) RPCA-SSAHTV, (e) LRMR 和 (f) LRTV.

表 3-3 呈现了不同方法在情况 1 和情况 2 中的定量评价结果。最优结果用黑体表示, 次优结果用下划线表示。可以看出, LRTV 方法在定量评价结果上具有明显优势。在图 3-22 中, 我们展示了在情况 2 中不同方法去噪前后的波段图。从图中也可以看出, LRTV 方法取得目视上最好的去噪效果。SSAHTV 方法能够一定程度上去除噪声, 然而却会引起影像边缘模糊。RPCA-SSAHTV 方法能够去除噪声并且保持影像边缘, 但是去噪后光谱发生了畸变, 如图 3-22 (d) 中颜色的变化。LRMR 方法不能够很好的去除高斯噪声。综上所述, LRTV 方法不仅能够高效去除噪声, 还能够保持图像边缘和光谱形状。图 3-23 展示了情况 2 中不同方法去噪结果在不同波段上的 PSNR 与 SSIM 值。图中可以看出, LRTV 方法在所有波段上可以获得最高的 PSNR 和 SSIM 值。另外, LRMR 方法能够获得比 RPCA-SSAHTV 方法更高的 PSNR 值, 然而却有更低的 SSIM 值。这也说明了相较于 RPCA-SSAHTV 方法, LRMR 方法能够更好的保持光谱结构, 然而对于高斯噪声的去除效果并不理想。

为更进一步比较不同算法光谱结构保持的效果, 我们选择了一个像素点, 并在图 3-24 中呈现其去噪前后的变化结果。由图可以看出, 噪声影像中该像素点的光谱波动非常明显, 暗示了严重的噪声干扰。经过不同的方法去噪后, 光谱曲线的波动得到了很大的抑制。相比较于其他方法如 SSAHTV、RPCA-SSAHTV 和 LRMR 等, LRTV 方法能够获得最平稳的光谱曲线, 暗示了其最优的去噪结果。

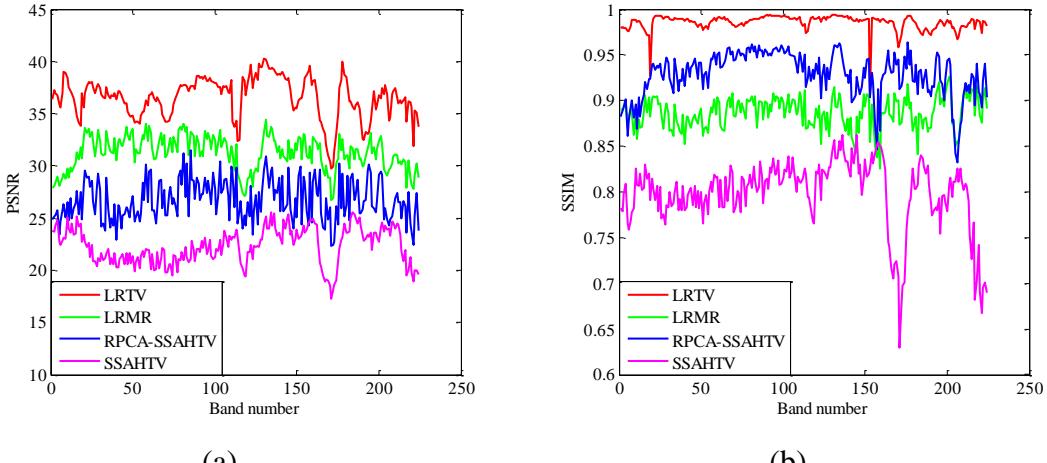


图 3-23 情况 2 中不同方法去噪结果在不同波段上 PSNR 与 SSIM 值。(a) PSNR,
(b) SSIM。

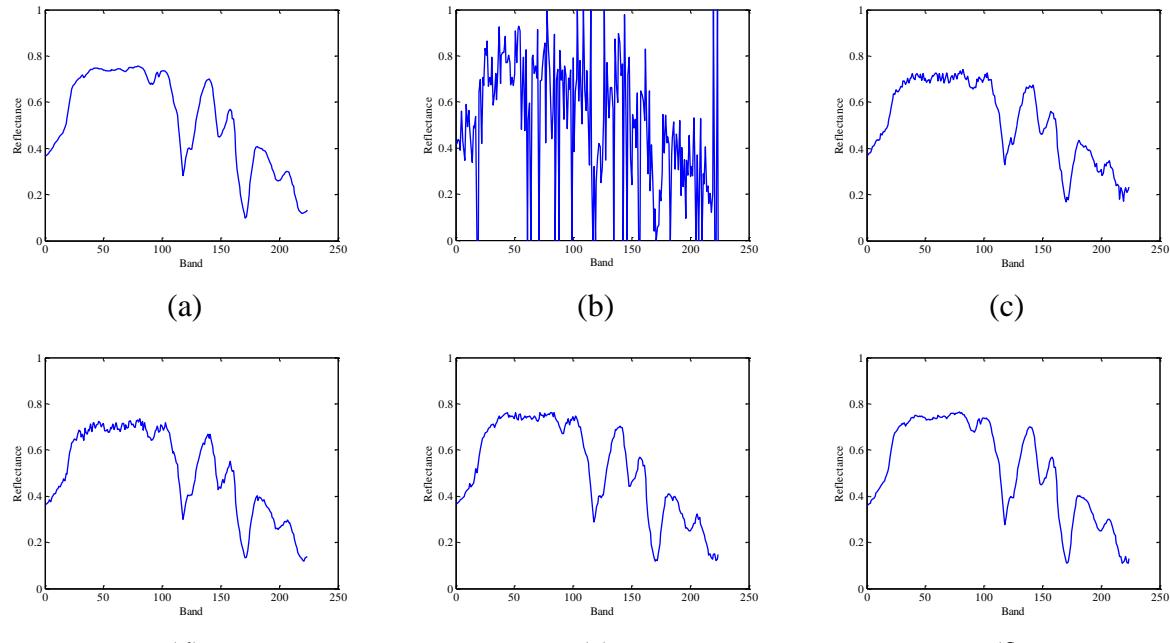


图 3-24 像素 (110, 100) 的光谱曲线,(a)原始影像(b)模拟噪声后的影像,(c)SSAHTV,(d) RPCA-SSAHTV,(e) LRMR 和 (f) LRTV。

B. 模拟数据实验结果

在本小节，我们将 LRMR 方法以及对比算法应用到两幅真实高光谱数据上，来验证 LRTV 方法在实际应用中的有效性。

1) HYDICE URBAN 数据

HYDICE URBAN 高光谱数据由之前介绍。本次实验中截取大小为 $200 \times 200 \times 210$ 的

子块进行实验。对比算法 LRMR 的参数设置为 $r=4$, $k=4000$, SSAHTV 算法的正则化参数设置为 3。图 3-25 展示了原始影像以及不同去噪方法得到的影像的第 103 个波段结果, 图 3-26 展示了第 206 个波段的结果。在两组实验展示中, SSAHTV 方法都产生了过平滑的结果。LRMR 方法能在一定程度上去除条带噪声, 然而如图 3-26 所示, 效果并不突出。这是因为在 URBAN 高光谱影像中, 从 199 个波段至 210 个波段条带噪声存在于相同的位置。LRMR 方法默认为这些条带噪声为低秩影像信息从而失去了去噪的效果。联合空间平滑与光谱低秩的 LRTV 方法能够在去除混合噪声的同时, 保持影像的边缘与结构信息。图 3-27 是第 206 个波段的剖面曲线图。在原始影像中, 曲线剧烈波动, 说明影像中存在严重的条带噪声。SSAHTV 的方法能够获得平滑的结果, 然而部分局部区域波动依然剧烈。LRMR 方法在 3.1.3 节的试验中有良好的结果。在本小节中, 噪声波段与水吸收波段联合一起进行噪声分析, 条带噪声出现在相同的位置导致条带噪声与低秩信号不能区分开来, 从而出现图 3-27 (c) 中曲线剧烈波动的情况。综合来说, LRTV 方法能够得到最平滑的结果。这也说明了空间平滑约束在高光谱噪声去除中所体现的价值与意义。

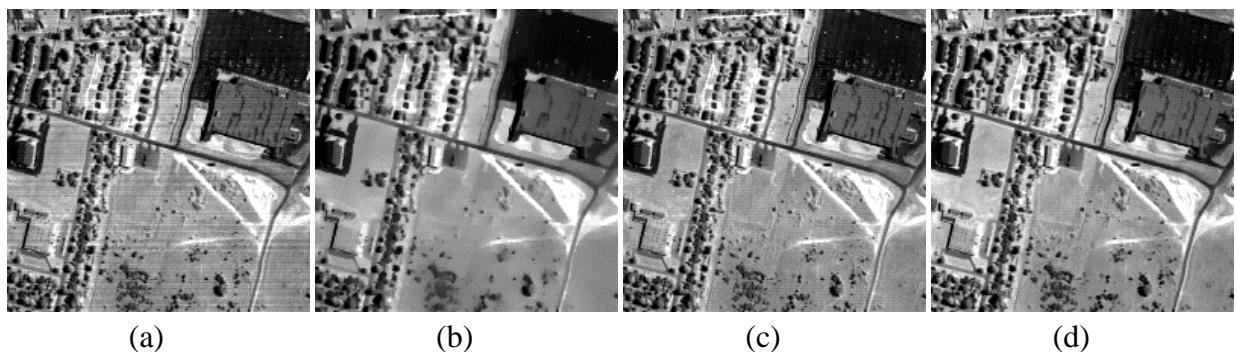


图 3-25 不同方法在 URBAN 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 103 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) LRMR, (d) LRTV。

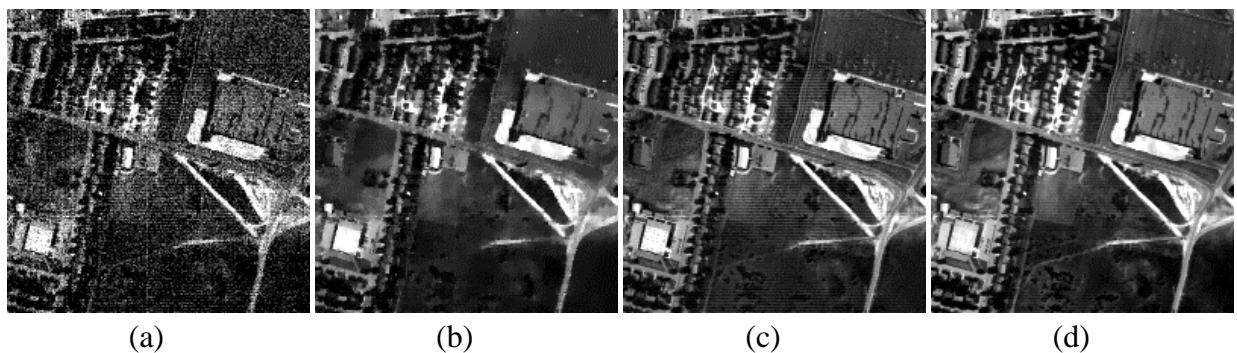


图 3-26 不同方法在 URBAN 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 206 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) LRMR, (d) LRTV。

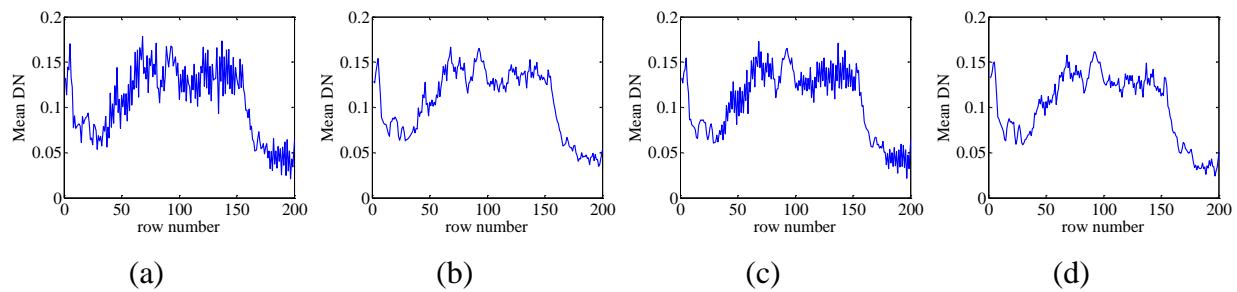


图 3-27 URBAN 影像去噪前后的竖直均值剖面曲线图。(a) 原始第 206 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) LRMR, (d) LRTV。

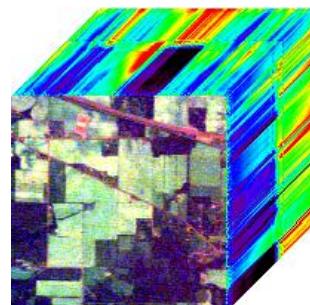


图 3-28 AVIRIS Indian 数据展示。

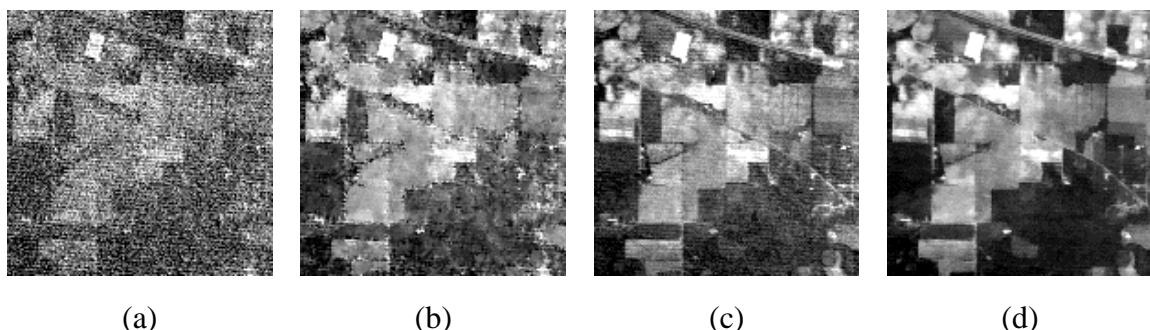


图 3-29 不同方法在 Indian 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 1 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) LRMR, (d) LRTV。

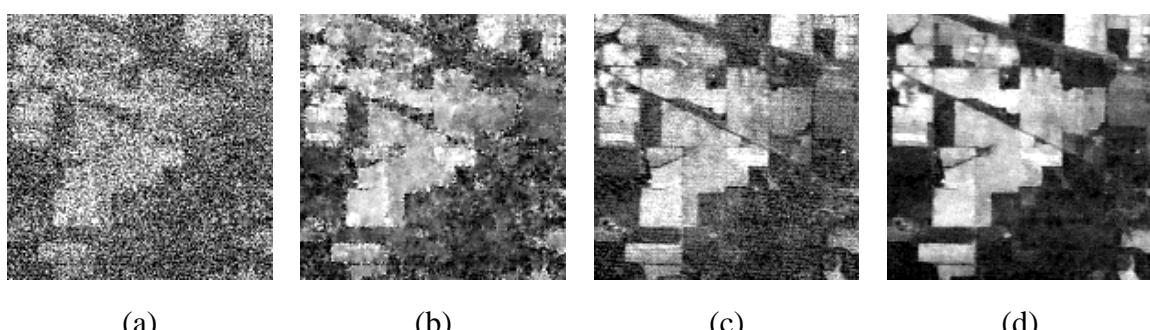


图 3-30 不同方法在 Indian 数据上的去噪结果展示。(a) 原始第 220 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) LRMR, (d) LRTV。

2) AVIRIS Indian 数据

第二个真实实验数据为 AVIRIS Indian 数据，由 NASA AVIRIS 传感器于 1992 年在美国印第安纳西北地区拍摄。图 3-28 展示了其三维立体图像，假彩色由波段 3,147,219 三个波段合成。实验中，对比算法 LRMR 的参数设置为 $r=4$, $k=4000$, SSAHTV 算法的正则化参数设置为 3。

Indian 高光谱数据噪声主要来源于环境和水吸收，其前几个波段和最后几个波段受到严重的高斯噪声和脉冲噪声的干扰。图 3-29 展示了不同方法在第 1 个波段上去噪的结果，图 3-30 呈现了在第 220 个波段上的结果。从对比图中可以看出，SSAHTV 在噪声非常严重时，效果很差。LRMR 方法也不能得到理想的结果，部分噪声不能够去除。对比而言，LRTV 方法能够获得目视效果最优的结果。

C. 讨论

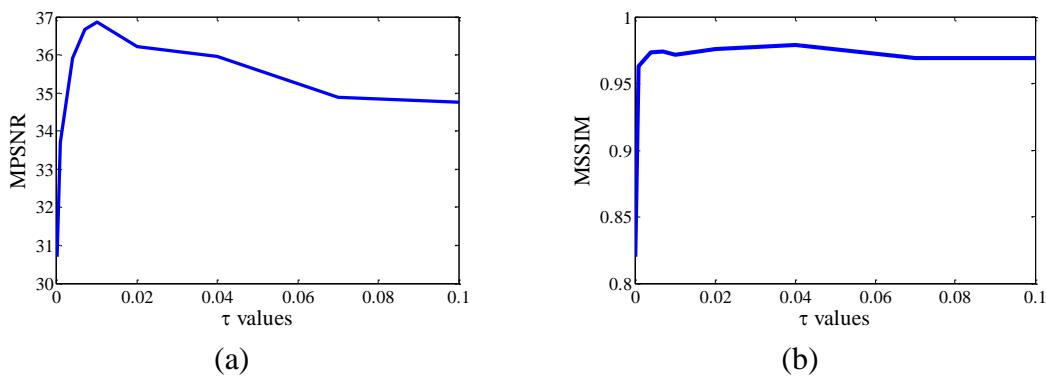


图 3-31 参数 τ 的敏感性分析。(a) MPSNR 值随着 τ 的变化, (b) MSSIM。

在 LRTV 的所有实验中，我们设置 TV 的正则化参数为 $\tau = 10^{-2}$ ，设置稀疏正则化参数为 $\lambda = 1/\sqrt{MN}$ ，并且用 HySime 方法估计高光谱的秩。在本部分，我们解释参数选择的原因，并且展示 LRTV 算法的收敛性。所有的实验都在模拟实验第二种情况下进行。

1) 参数 τ 的敏感性分析：在 LRTV 方法中，参数 τ 用以平衡低秩项和 TV 正则化项对于模型的贡献。当 τ 取值非常大时，则 TV 约束更强，反之亦然。特别的，当 τ 为 0 时，LRTV 方法退化为矩阵分解方法。图 3-31 展示了参数 τ 的敏感性分析图。 τ 的变化区域为 $[0, 0.001, 0.004, 0.007, 0.01, 0.02, 0.04, 0.07, 0.1]$ 。从图中可以看出，当 τ 取 0 时，LRTV 方法获得的 MPSNR 与 MSSIM 值非常低，从侧面反映的 TV 正则化项的作用。当 τ 取值 0.01 时，LRTV 能获得相对较优的评价结果。

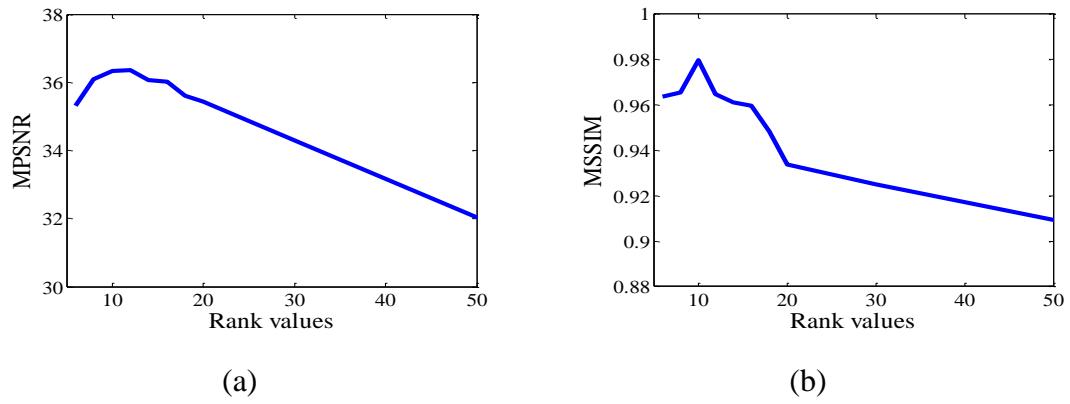


图 3-32 秩约束的敏感性分析。(a) MPSNR 值随着 r 的变化, (b) MSSIM。

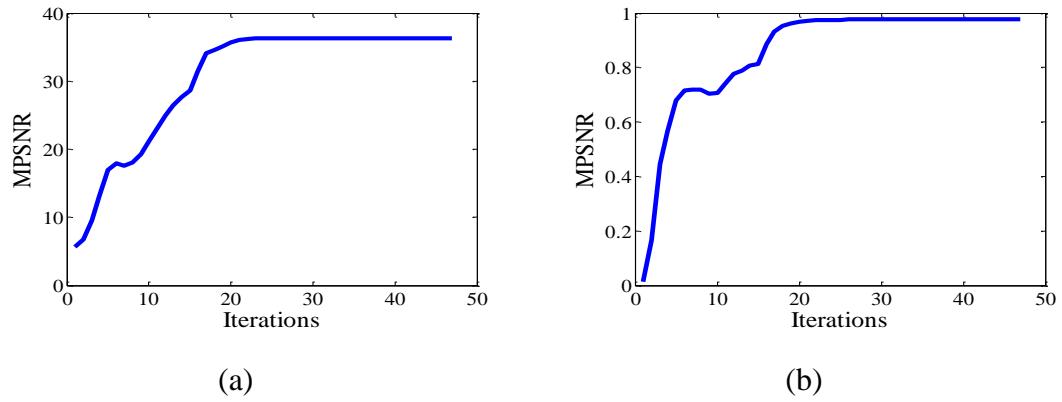


图 3-33 MPSNR 与 MSSIM 值随着迭代次数变化的结果。(a) MPSNR 值, (b) MSSIM。

2) 秩约束的敏感性分析: 在 LRTV 最优化模型中, 尽管核范数是矩阵秩的一种近似逼近, 我们还是对无噪影像进行了强制秩约束。相比较于 RPCA 模型, 输出无噪影像的秩受 TV 正则化参数影响很大。图 3-32 展示了 MPSNR 与 MSSIM 值随着秩 r 的变化而变化的结果。可以看出, 当 r 从 6 到 50 变化时, MPSNR 与 MSSIM 值先上升, 之后下降。并且在 10 左右达到最优。而 10 正好是用 HySime 估计的端元数目, 在噪声影像中也表示为信号与噪声的分离边界。

3) LRTV 方法的收敛性分析: 图 3-33 展示了 LRTV 方法随着迭代次数的变化, MPSNR 值与 MSSIM 值变化的结果。随着迭代的进行, MPSNR 值与 MSSIM 值趋于平稳, 从而反应了算法的收敛性。

3.2.4 结论

本小节提出了一种基于 TV 正则化和低秩矩阵分解 (LRTV) 的高光谱影像去噪方法。在 LRTV 方法中，用低秩约束影像的光谱信息，用分波段全变差探索影像的空间平滑信息，以 L1 范数探测影像中存在的稀疏信号，实现高光谱影像空-谱联合先验的探索以及混合噪声的一体化分析。该方法克服了 LRMR 模型中无法提取稀疏低秩性噪声以及无法有效去除高强度高斯噪声的弱点，在高光谱影像去噪中取得了非常好的结果。实验也证明了该方法在定量和目视评价方法的优势。

尽管 LRTV 方法取得了更好的高光谱去噪结果，但是还有待进一步改善。高光谱不同波段上噪声强度不同，因此光谱噪声自适应的 TV 模型可以进一步提升高光谱去噪结果。

3.3 空谱全变差正则化的局部低秩分解方法

如图 3-34 所示，高光谱影像具有局部低秩性和空间-光谱光滑性。在本小节，我们利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑的特性，提出了局部低秩全局空谱全变差的噪声去除方法 (LLRSSTV)。具体如下。

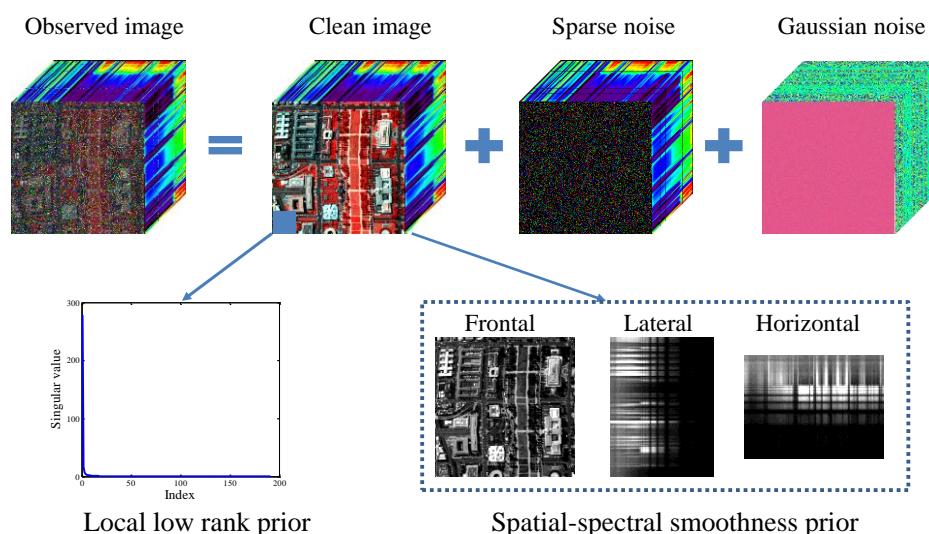


图 3-34 高光谱降质模型与整体-局部先验

3.3.1 基于空谱全变差正则化的低秩分解高光谱去噪建模

3.3.1.1 基于局部低秩稀疏分解的高光谱去噪方法

高光谱影像相邻波段之间具有很强的相关性，同时相邻像素之间也有很强相关性，因此可以假设高光谱影像是低秩的。根据 3.2 节理论，我们建立了基于低秩分解的高光谱影像去噪方法 (3.20)。模型 (3.20) 可直接用于高光谱影像混合噪声的去除。对于一景遥感影像列化的矩阵 \mathbf{Y} ，其大小为 $MN \times p$ ，其空间维度远远高于光谱维度 ($MN \gg p$)，因此 \mathbf{Y} 是一个瘦高的病态矩阵。当将低秩矩阵分解模型 (3.20) 直接用于观测影像 \mathbf{Y} 时会出现局部模糊与细节丢失的情况。(E. J. Candes et al., 2013)。另外，高光谱中存在的光谱可变性会降低矩阵 \mathbf{Y} 的全局低秩性，进而降低 (3.20) 模型的去噪效果。幸运的是，高光谱影像局部像素之间具有更强的相似性，更有可能是同一种地物。因此，我们可以将矩阵分解为很多重叠小块，然后对每个小块采用低秩分解的高光谱去噪方法。

接下来，我们将 \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{S} 和 \mathbf{N} 当做大小为 $M \times N \times p$ 的三维高光谱影像，分别代表无噪影像，观测噪声影像，稀疏噪声和高斯噪声。定义算子 $R_{i,j} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}_{i,j}$ 表示从高光谱影像空间位置 (i, j) 截取大小为 $m \times n \times p$ 的子块并列化为矩阵 $\mathbf{X}_{i,j}$ 。则基于局部低秩稀疏分解的高光谱去噪方法可表示为

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{S}} \sum_{(i, j) \in [0, M] \times [0, N]} (\|\mathbf{X}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1) \text{ s.t. } \|\mathbf{Y}_{i,j} - \mathbf{X}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 \leq \varepsilon, \text{rank}(\mathbf{X}_{i,j}) \leq r. \quad (3.33)$$

其中， r 表示所有子块中端元数目的上限。基于块的 RPCA 模型已经用于高光谱影像的去噪(Zhang et al., 2014a)，然而不同于以往每个块单独处理的策略，我们将所有的块以空间正则化的方法整合起来，从而达到利用高光谱全局空谱信息去噪的目的。

3.3.1.2 基于空谱全变差正则化的低秩分解方法

基于局部低秩的方法已经广泛应用于高光谱中(Dong et al., 2015), (Peng et al., 2014)。然而，这些方法只利用了高光谱局部低秩的特性。当稀疏噪声呈现低秩分布时，仅仅依靠光谱低秩的方法很难分离信号和噪声。另外，当高光谱受到严重高斯噪声干扰时，基于光谱低秩的方法效果也会受到影响。因此空间信息的发掘对于高光谱去噪也非常重要。

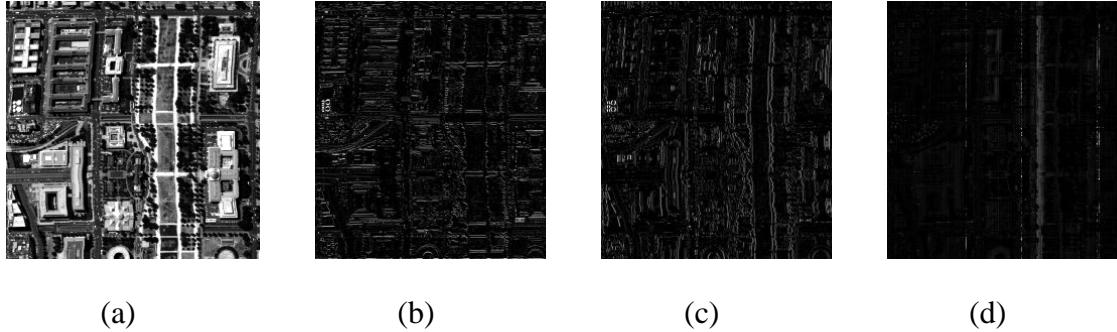


图 3-35 不同方向的梯度图像。(a) 原始波段, (b) x 方向梯度图像, (b) y 方向梯度图像, (c) z 方向梯度图像。

基于 TV 的方法(Rudin et al., 1992)自提出以来, 被广泛应用于图像处理领域(Chang et al., 2015); (Yuan et al., 2012)。针对三维高光谱影像, 其空谱 TV 模型 (SSTV) 可以表示为

$$\|\mathbf{X}\|_{SSTV} = \|\mathbf{D}_x \mathbf{X}\|_1 + \|\mathbf{D}_y \mathbf{X}\|_1 + \|\mathbf{D}_z \mathbf{X}\|_1 \quad (3.34)$$

其中差分算子 \mathbf{D}_x , \mathbf{D}_y , 和 \mathbf{D}_z 表示为

$$\begin{cases} \mathbf{D}_x \mathbf{X} = \mathbf{X}(x+1, y, z) - \mathbf{X}(x, y, z) \\ \mathbf{D}_y \mathbf{X} = \mathbf{X}(x, y+1, z) - \mathbf{X}(x, y, z) \\ \mathbf{D}_z \mathbf{X} = \mathbf{X}(x, y, z+1) - \mathbf{X}(x, y, z) \end{cases} \quad (3.35)$$

利用公式(3.34), 我们可以同时探索高光谱影像空间与光谱平滑的性质。但是模型(3.34)平等对待不同方向的梯度。从图 3-35 容易发现, 不同方向梯度的强度不同。我们可以对不同方向的梯度添加正则化约束因子,

$$\|\mathbf{X}\|_{SSTV} = \lambda_x \|\mathbf{D}_x \mathbf{X}\|_1 + \lambda_y \|\mathbf{D}_y \mathbf{X}\|_1 + \lambda_z \|\mathbf{D}_z \mathbf{X}\|_1 \quad (3.36)$$

来控制不同方向梯度对空谱全变差的贡献程度。我们将正则化因子 (3.36) 嵌入到局部低秩分解模型 (3.33) 中, 可以得到基于空谱全变差正则化的低秩分解方法 (LLRSSTV)

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{L}, \mathbf{S}} \sum_{i,j} (\|\mathbf{X}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1) + \tau \|\mathbf{X}\|_{SSTV} \\ & s.t \|\mathbf{Y}_{i,j} - \mathbf{X}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 \leq \varepsilon, rank(\mathbf{X}_{i,j}) \leq r. \end{aligned} \quad (3.37)$$

值得注意的是, 在 LLRSSTV 模型中, 局部低秩与稀疏分解的方法用于高光谱无噪影像与稀疏噪声的分离。从另一个角度, SSTV 被用于重建低秩无噪影像块, 保证影像的空间与光谱的平滑性。采用这种策略, 在低秩影像中存在的噪声能被进一步清除。反过来, 更干净的低秩影像能够帮助影像局部块的稀疏噪声的探测和提取。这两个步骤重复进行

直至收敛。

3.3.2 模型优化求解

我们采用增广拉格朗日方法求解模型(3.37)。首先,引入三个冗余变量 $\mathbf{J}, \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{M \times N \times p}$, 和 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{M \times N \times p \times 3}$, 则目标式(3.37)转化为:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{L}, \mathbf{S}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}} \sum_{i,j} (\|\mathbf{L}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1) + \tau \|\mathbf{U}\|_1 \\ & s.t \quad \mathbf{L}_{i,j} = \mathbf{J}_{i,j}, \mathbf{J} = \mathbf{X}, \mathbf{U} = \mathbf{D}\mathbf{X}, \|\mathbf{Y}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 \leq \varepsilon, rank(\mathbf{L}_{i,j}) \leq r \end{aligned} \quad (3.38)$$

其中, $\mathbf{D} = [\lambda_x \mathbf{D}_x, \lambda_y \mathbf{D}_y, \lambda_z \mathbf{D}_z]$ 表示空谱 TV 算子。最优化模型(3.38)可以拉格朗日化为

$$\begin{aligned} \min \ell(\mathbf{L}, \mathbf{S}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) = & \min_{\mathbf{L}, \mathbf{S}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}} \sum_{i,j} (\|\mathbf{L}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1 + \langle YO_{i,j}, \mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j} \rangle \\ & + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 + \langle YL_{i,j}, \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}\|_F^2) + \tau \|\mathbf{U}\|_1 \\ & + \langle Y, \mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} \rangle + \langle YX, \mathbf{J} - \mathbf{X} \rangle + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2 + \|\mathbf{J} - \mathbf{X}\|_2^2) \end{aligned} \quad (3.39)$$

其中, μ 表示惩罚系数, $YO_{i,j}$, $YL_{i,j}$, Y , 和 YX 是拉格朗日乘子。另外, $Y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3]$, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3]$, $\|\cdot\|_2^2$ 表示矩阵或者张量所有元素的平方和。

可以采用交替迭代的方法求解拉格朗日模型(3.39)。在第 k 步迭代时, 可以转化为如下两个关键性问题:

$$(\mathbf{L}^{k+1}, \mathbf{S}^{k+1}) = \arg \min_{\mathbf{S}, rank(\mathbf{L}_{i,j}) \leq r} \ell(\mathbf{L}, \mathbf{S}, \mathbf{J}^k) \quad (3.40a)$$

$$(\mathbf{J}^{k+1}, \mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{U}^{k+1}) = \arg \min_{\mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}} \ell(\mathbf{L}^{k+1}, \mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) \quad (3.40b)$$

在式(3.40)中, (3.40a)可以当做局部低秩分解问题, (3.40b)是基于 SSTV 正则化的低秩块重建问题。

3.3.2.1 局部低秩分解问题

固定其他参数, 求解 (\mathbf{L}, \mathbf{S}) 可以简化为:

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{S}, rank(\mathbf{L}_{i,j}) \leq r} \sum_{i,j} (\|\mathbf{L}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1 + \langle YO_{i,j}, \mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 \\ + \langle YL_{i,j}, \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}\|_F^2) \end{aligned} \quad (3.41)$$

最优化式 (3.41) 对于每一个局部块的处理是可分离的, 因此可以转化为如下子问题的求解:

$$\begin{aligned} \arg \min_{\text{rank}(\mathbf{L}_{i,j}) \leq r, \mathbf{S}_{i,j}} & \|\mathbf{L}_{i,j}\|_* + \lambda \|\mathbf{S}_{i,j}\|_1 + \langle YO_{i,j}, \mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}\|_F^2 \\ & + \langle YL_{i,j}, \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}\|_F^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

求解可参考 LRTV 算法。

3.3.2.2 基于 SSTV 正则化的低秩块重建问题。

最优化式 (3.40b) 可展开为

$$\begin{aligned} \arg \min \ell(\mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}) = & \min_{\mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U}} \sum_{i,j} (\langle YL_{i,j}, \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}\|_F^2) + \tau \|\mathbf{U}\|_1 \\ & + \langle Y, \mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} \rangle + \langle YX, \mathbf{J} - \mathbf{X} \rangle + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2 + \|\mathbf{J} - \mathbf{X}\|_2^2) \end{aligned} \quad (3.43)$$

同理, 固定低秩块 $\{\mathbf{L}_{i,j}\}$, 我们也采用交替迭代的思想求解 $(\mathbf{J}, \mathbf{X}, \mathbf{U})$, 具体如下。

1) 求解 \mathbf{J}

固定 \mathbf{X}, \mathbf{U} , 未知量 \mathbf{J} 的更新为

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{J}} \sum_{i,j} & (\langle YL_{i,j}, \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}\|_F^2) + \langle YX, \mathbf{J} - \mathbf{X} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{J} - \mathbf{X}\|_2^2 \\ = \arg \min_{\mathbf{J}} & \frac{\mu}{2} \|\mathbf{J} - \mathbf{X} + YX / \mu\|_2^2 + \sum_{i,j} \left(\frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j} + YL_{i,j} / \mu\|_F^2 \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

(3.44) 是一个凸优化模型, 有如下的解析解

$$\mathbf{J} = \left(\mathbf{X} - YX / \mu + \sum_{i,j} R_{i,j}^T (\mathbf{L}_{i,j} + YL_{i,j} / \mu) \right) / \left(\mathbf{1} + \sum_{i,j} R_{i,j}^T R_{i,j} \right) \quad (3.45)$$

其中, $R_{i,j}$ 是取样算子, 如前所述, $R_{i,j}^T$ 是其逆算子。

2) 求解 \mathbf{X}

子问题 \mathbf{X} 的求解可以表示为

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{X}} & \langle Y, \mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} \rangle + \langle YX, \mathbf{J} - \mathbf{X} \rangle + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_F^2 + \|\mathbf{J} - \mathbf{X}\|_F^2) \\ = \arg \min_{\mathbf{X}} & \frac{\mu}{2} \|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} + Y / \mu\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{J} - \mathbf{X} + YX / \mu\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.46)$$

可转化为如下最优化问题求解

$$(\mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{1}) \mathbf{X} = \mathbf{D}^T (\mathbf{U} + Y / \mu) + (\mathbf{J} + YX / \mu) \quad (3.47)$$

(3.47) 可以采用快速傅里叶求 \mathbf{X}

$$\mathbf{X} = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{\mathcal{F}((\mathbf{J} + Y\mathbf{X} / \mu) + \mathbf{D}^T(\mathbf{U} + Y / \mu))}{1 + (\mathcal{F}(\lambda_x \mathbf{D}_x))^2 + (\mathcal{F}(\lambda_y \mathbf{D}_y))^2 + (\mathcal{F}(\lambda_z \mathbf{D}_z))^2} \right] \quad (3.48)$$

3) 求解 \mathbf{U}

关于 \mathbf{U} 问题的最优化代价函数为

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{U}} \tau \|\mathbf{U}\|_1 + \langle Y, \mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{U}} \tau \|\mathbf{U}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{U} - \mathbf{D}\mathbf{X} + Y / \mu\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.49)$$

其中, $Y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3]$, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3]$ 。 (3.49) 可由如下收缩迭代算子求解

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 = \mathcal{R}_{\tau/\mu}(\lambda_x \mathbf{D}_x \mathbf{X} - \mathbf{y}_1 / \mu) \\ \mathbf{u}_2 = \mathcal{R}_{\tau/\mu}(\lambda_y \mathbf{D}_y \mathbf{X} - \mathbf{y}_2 / \mu) \\ \mathbf{u}_3 = \mathcal{R}_{\tau/\mu}(\lambda_z \mathbf{D}_z \mathbf{X} - \mathbf{y}_3 / \mu) \end{cases} \quad (3.50)$$

算法3-2: LLRSSTV模型求解

输入: $M \times N \times p$ 大小高光谱影像 \mathbf{Y} , r , 子块大小 $m \times n$, 迭代终止条件 ε , 正

则化参数 λ , τ , $(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$

输出: 无噪影像 \mathbf{x}

初始化: $\mathbf{L} = \mathbf{X} = \mathbf{S} = \mathbf{J} = 0$, $\mathbf{U} = 0$, $YO_{i,j}, YL_{i,j}, Y, YX = 0$, $\mu = 10^{-2}$, $\mu_{\max} = 10^6$,

$\rho = 1.5$, $k = 0$

重复直至收敛

局部低秩分解问题求解 (3.40a)

SSTV正则化的低秩块重建问题求解 (3.40b)

更新拉格朗日参数

检验算法收敛性

$$\max \left\{ \|\mathbf{Y}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j}^{k+1} - \mathbf{S}_{i,j}^{k+1}\|_\infty, \|\mathbf{J}^{k+1} - \mathbf{X}^{k+1}\|_\infty, \|\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{D}\mathbf{X}^{k+1}\|_\infty \right\} \leq \varepsilon$$

最后, 更新拉格朗日参数:

$$\begin{cases} YO_{i,j} = YO_{i,j} + \mu(\mathbf{O}_{i,j} - \mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{S}_{i,j}) \\ YL_{i,j} = YL_{i,j} + \mu(\mathbf{L}_{i,j} - \mathbf{J}_{i,j}) \\ Y = Y + \mu(\mathbf{U} - \mathbf{DX}) \\ YX = YX + \mu(\mathbf{J} - \mathbf{X}) \end{cases} \quad (3.51)$$

总结如上分步迭代的最优化策略，可以获得算法 3-2 的 LLRSSTV 模型求解。

3.3.3 实验分析

为验证算法的有效性，我们将 LLRSSTV 应用于模拟和真实实验。选择五种不同的高光谱噪声去除方法作为对比算法：SSAHTV(Yuan et al., 2012), SSTV(Chang et al., 2015), BM4D(Maggioni et al., 2013), LRMR(Zhang et al., 2014a) 和 LRTV(He et al., 2016c)。去噪之前，将高光谱数据归一化至[0,1]区间。所有对比算法的参数手动调节至最佳。

A. 模拟数据实验结果

1) 数据介绍

有两个数据用于模拟实验。第一个数据是 HYDICE 华盛顿数据(Landgrebe, 2002)，如图 3-5 所示。第二个为 ROSIS Pavia 数据。由于 Paiva 数据前几个波段受噪声影响严重，我们去除噪声波段，截取 $200 \times 200 \times 80$ 的子块用于实验。实验中，我们采用 MPSNR、MSSIM 和 MSA 对去噪效果进行定量评价。

为模拟噪声数据，我们为高光谱数据每一波段分别添加高斯噪声和椒盐噪声，具体如下两种情况：

情况 1：对不同的波段添加相同强度的噪声，共有四种不同等级，高斯噪声强度分别为 $G = 0.025, 0.05, 0.075$, 和 0.1 ，椒盐噪声的强度分别为 $P = 0.05, 0.1, 0.15$, 和 0.2 。

情况 2：对不同波段添加不同强度的噪声。其中每个波段高斯噪声的强度在 0-0.2 之间变化，椒盐噪声的强度在 0-0.2 之间变化。

2) 参数分析

在 LLRSSTV 算法中，正则化参数 λ 和 τ ，秩约束 r ，以及方向梯度的平衡参数($\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$)等的选择至关重要。接下来，我们将讨论这些参数对 LLRSSTV 的影响。

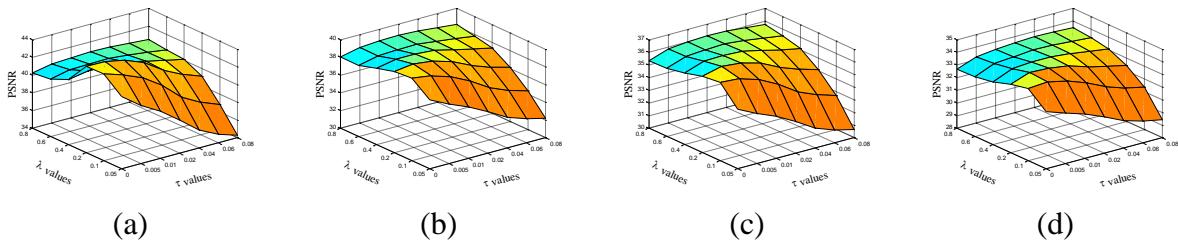


图 3-36 随着参数 λ 和 τ 的变化, LLRSSTV 方法在华盛顿数据上取得的 MPSNR 值。(a) $G = 0.025$, $P = 0.05$, (b) $G = 0.05$, $P = 0.1$, (c) $G = 0.075$, $P = 0.15$, (d) $G = 0.1$, $P = 0.2$ 。

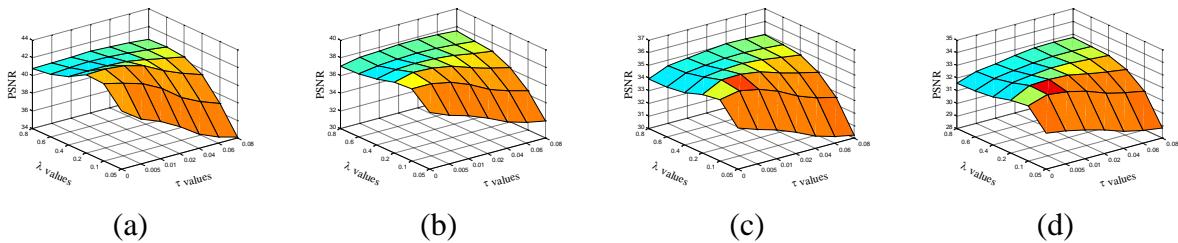


图 3-37 随着参数 λ 和 τ 的变化, LLRSSTV 方法在 Pavia 上取得的 MPSNR 值。(a) $G = 0.025$, $P = 0.05$, (b) $G = 0.05$, $P = 0.1$, (c) $G = 0.075$, $P = 0.15$, (d) $G = 0.1$, $P = 0.2$ 。

我们首先分析在第一种噪声模拟情况下, 正则化参数 λ 和 τ 对结果的影响。显著的, 我们参考论文(Zhang et al., 2014a); (Chan et al., 2011)估计参数为 $m \times n = 20 \times 20$, $(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z) = (1, 1, 0.5)$ 。对于华盛顿数据, 秩约束 r 取值为 9, 对于 Pavia 数据, r 取值为 4。我们将 λ 从 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 到 0.8 之间变化, τ 从 0, 0.005, 0.01, 0.02, 0.04, 0.06, 到 0.08 变化, 并记录 LLRSSTV 在不同测试影像上获得的 MPSNR 值, 如图 3-36 和图 3-37 所示。从图 3-36 (a) 和图 3-37 (a) 可以看出, 在 τ 从 0 到 0.005 变化时, LLRSSTV 方法获得的 MPSNR 值非常平稳, 这也说明了在低噪声情况下, 基于 SSTV 的低秩块重建方法与叠加平均重建块的方法效果近似。然而, 当噪声比较严重时, 如图 3-36 (d) 和图 3-37 (d), 基于 SSTV 的低秩块重建方法效果体现出来, 相应的, LLRSSTV 也获得更高的 MPSNR 值。经分析, 我们在所有的实验中固定两个参数为 $\lambda = 0.2$ 和 $\tau = 0.005$ 。

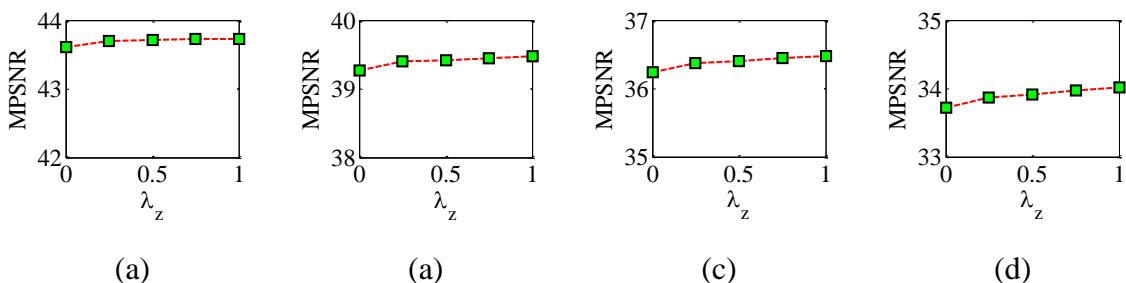


图 3-38 随着参数 λ_z 的变化, LLRSSTV 方法在华盛顿上取得的 MPSNR 值。 (a) G = 0.025, P = 0.05, (b) G = 0.05, P = 0.1, (c) G = 0.075, P = 0.15, (d) G = 0.1, P = 0.2。

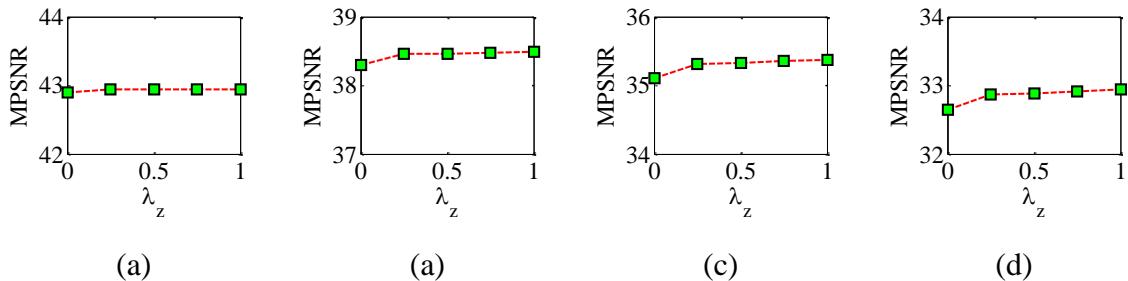


图 3-39 随着参数 λ_z 的变化, LLRSSTV 方法在 Pavia 上取得的 MPSNR 值。 (a) G = 0.025, P = 0.05, (b) G = 0.05, P = 0.1, (c) G = 0.075, P = 0.15, (d) G = 0.1, P = 0.2。

其次, 我们分析在第一种噪声模拟情况下, 正则化参数 λ_z 对结果的影响。我们将 λ_z 从 0, 0.25, 0.5, 0.75, 变化至 1, 并且固定其他参数不变。当 λ_z 取值为 0 时, LLRSSTV 退化为 LLRTV 模型。图 3-38 与图 3-39 分别展示了随着 λ_z 的变化, LLRSSTV 方法在华盛顿数据和 Pavia 数据上取得的 MPSNR 值。容易看出, 当 λ_z 取值大于 0 时, LLRSSTV 能够取得比 $\lambda_z=0$ 更好的结果, 这说明了光谱平滑性约束的有效性。当 λ_z 取值为 0.5 时, LLRSSTV 方法在所有噪声情况下都能获得可观的结果。因此, 在之后的所有实验中, 我们确定参数 λ_z 为 0.5。

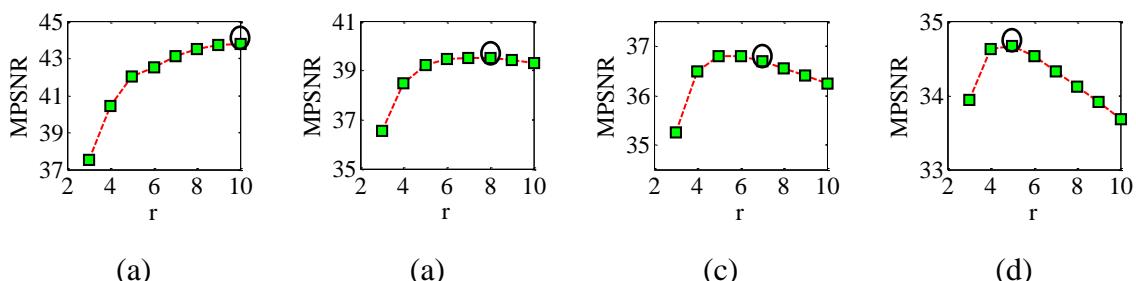


图 3-40 随着参数 r 的变化, LLRSSTV 方法在华盛顿上取得的 MPSNR 值。 (a) G = 0.025, P = 0.05, (b) G = 0.05, P = 0.1, (c) G = 0.075, P = 0.15, (d) G = 0.1, P = 0.2。

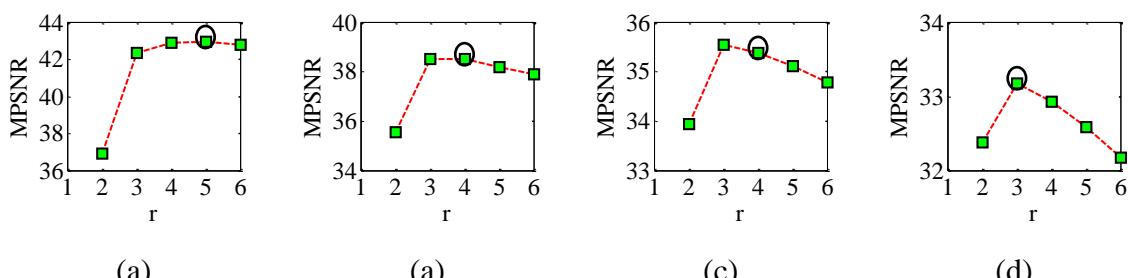


图 3-41 随着参数 r 的变化, LLRSSTV 方法在 Pavia 上取得的 MPSNR 值。 (a) G = 0.025, P = 0.05, (b) G = 0.05, P = 0.1, (c) G = 0.075, P = 0.15, (d) G = 0.1, P = 0.2。

参数 r 代表着信号和噪声的分界线。这意味着对任何一个子块，前 r 个主成分分量包含着更多的有用信息，而剩下的分量包含更多的噪声。由图 3-40 和图 3-41 所示，在华盛顿数据和 Pavia 数据上，当噪声强度较低时， r 取值较大时去噪效果较好，当噪声强度较高时， r 最优值较小。这是因为，当噪声强度较高时，区分信号和噪声更不容易，因此更少的主成分信号能够和噪声分量分离开来。椭圆表示了用噪声估计方法估计所得结果。容易发现，我们提出的秩 r 估计方法能够获得最优或者次优的去噪结果。在接下来的实验中，为简化 LLRSSTV 算法，我们采用自适应的参数估计方法。

到目前为止，LLRSSTV 方法中的参数可以自适应确定或者设置为常值。接下来，我们展示 LLRSSTV 方法与其他最先进去噪算法的比较结果。

3) 对比方法比较

表 3-4 模拟实验中的定量评价结果

Data	Noise case	Level	Evaluation index	SSAHTV		SSTV		BM4D		LRMR	LRTV	LLRSS TV
				NO	RPCA	NO	RPCA	NO	RPCA			
华盛顿	情况 1	G=0.025 P=0.05	MPSNR	25.13	37.88	27.12	38.63	26.23	39.65	<u>42.40</u>	41.17	44.16
			MSSIM	0.653	0.981	0.814	0.985	0.812	<u>0.989</u>	<u>0.989</u>	0.988	0.992
			MSAD	12.07	3.78	12.41	3.61	13.09	3.56	3.62	<u>3.07</u>	2.88
		G=0.05 P=0.1	MPSNR	22.55	35.52	24.32	35.66	23.48	35.99	36.94	<u>37.50</u>	39.60
			MSSIM	0.505	0.961	0.729	<u>0.975</u>	0.605	0.975	0.967	0.972	0.980
			MSAD	12.83	5.22	14.43	5.01	15.98	5.28	5.81	<u>4.57</u>	4.14
		G=0.075 P=0.15	MPSNR	20.77	32.7	22.39	33.43	23.39	33.48	32.71	<u>35.17</u>	36.68
			MSSIM	0.450	0.948	0.668	0.961	0.604	0.967	0.926	0.951	<u>0.964</u>
			MSAD	15.91	6.19	15.75	6.17	14.70	6.69	7.87	<u>5.73</u>	5.23
		G=0.1 P=0.2	MPSNR	19.21	29.39	20.22	31.57	21.71	31.49	29.24	<u>33.18</u>	34.37
			MSSIM	0.379	0.873	0.537	<u>0.942</u>	0.552	0.924	0.871	0.926	0.946
			MSAD	16.37	7.91	17.34	7.33	14.76	7.94	9.84	<u>6.85</u>	6.04
	情况 2	----	MPSNR	21.99	32.59	23.66	33.55	24.14	33.83	33.70	<u>34.39</u>	36.59
			MSSIM	0.486	0.949	0.711	0.963	0.630	<u>0.966</u>	0.941	0.938	0.968
			MSAD	14.90	6.50	14.73	<u>6.20</u>	16.37	6.43	7.50	8.21	5.90
Pavia	情况 1	G=0.025 P=0.05	MPSNR	25.60	35.56	28.20	35.49	27.15	38.04	<u>41.09</u>	40.43	42.99
			MSSIM	0.696	0.968	0.837	0.970	0.805	0.987	<u>0.989</u>	0.985	0.991
			MSAD	10.12	3.72	9.23	3.45	8.46	3.32	<u>3.15</u>	3.30	2.98
		G=0.05 P=0.1	MPSNR	23.95	33.08	25.31	33.11	25.2	34.09	35.89	<u>36.48</u>	38.29
			MSSIM	0.592	0.952	0.757	0.955	0.701	<u>0.965</u>	0.960	0.963	0.974
			MSAD	10.62	4.63	10.38	4.41	10.37	5.02	5.31	4.98	<u>4.50</u>

	G=0.075 P=0.15	MPSNR	21.52	31.04	23.15	31.58	24.30	31.40	31.88	<u>33.95</u>	35.33
		MSSIM	0.502	0.933	0.692	<u>0.946</u>	0.682	0.937	0.913	0.936	0.954
		MSAD	13.85	<u>5.41</u>	10.86	5.50	9.24	6.32	7.08	6.42	5.17
	G=0.1 P=0.2	MPSNR	20.04	29.33	21.29	29.47	22.47	29.39	29.00	<u>31.58</u>	33.13
		MSSIM	0.459	0.912	0.621	<u>0.917</u>	0.617	0.906	0.861	0.898	0.928
		MSAD	12.68	6.15	11.70	<u>6.02</u>	9.83	7.24	8.14	7.89	5.82
情况 2	----	MPSNR	22.41	30.60	24.43	31.36	25.31	31.34	32.58	<u>33.67</u>	34.98
		MSSIM	0.551	0.932	0.768	<u>0.949</u>	0.710	0.947	0.924	0.931	0.956
		MSAD	14.50	6.23	10.98	<u>5.91</u>	10.89	6.46	6.88	7.07	5.87

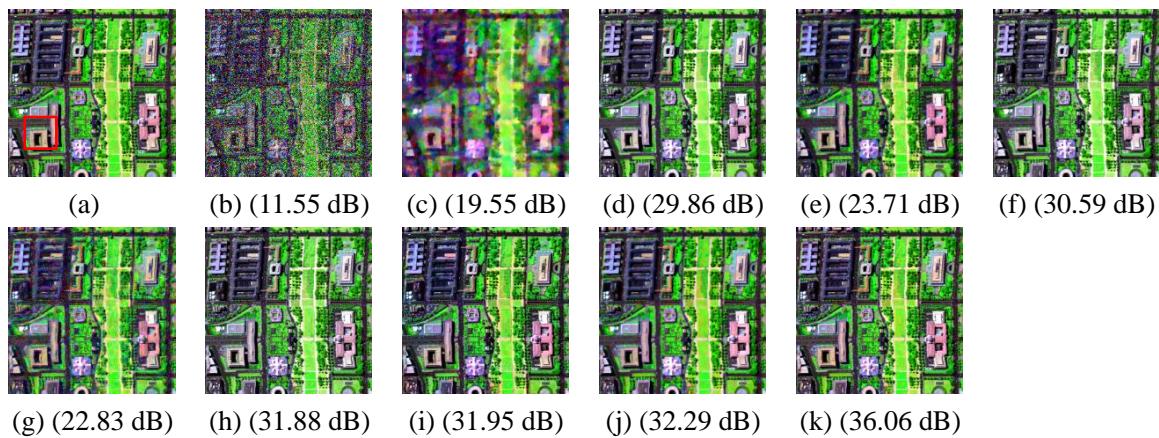


图 3-42 模拟实验情况 2 华盛顿数据的去噪结果 (a) 原始数据假彩色示意图(R: 145, G: 68, B: 17), (b) 模拟噪声影像, (c) SSAHTV 去噪结果, (d) RPCA-SSAHTV, (e) SSTV, (f) RPCA-SSTV, (g) BM4D, (h) RPCA-BM4D, (i) LRMR, (j) LRTV, and (k) LLRSSTV. 三个波段的平均 PSNR 值如图下所示。

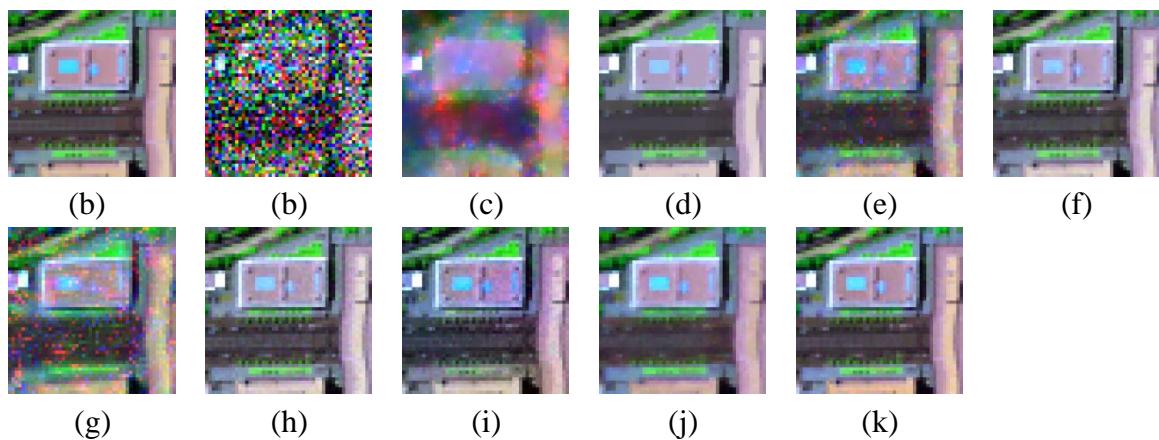


图 3-43 模拟实验情况 2 华盛顿数据的局部放大结果 (a) 原始数据假彩色示意图(R: 145, G: 68, B: 17), (b) 模拟噪声影像, (c) SSAHTV 去噪结果, (d) RPCA-SSAHTV, (e) SSTV, (f) RPCA-SSTV, (g) BM4D, (h) RPCA-BM4D, (i) LRMR, (j) LRTV, 和 (k) LLRSSTV。

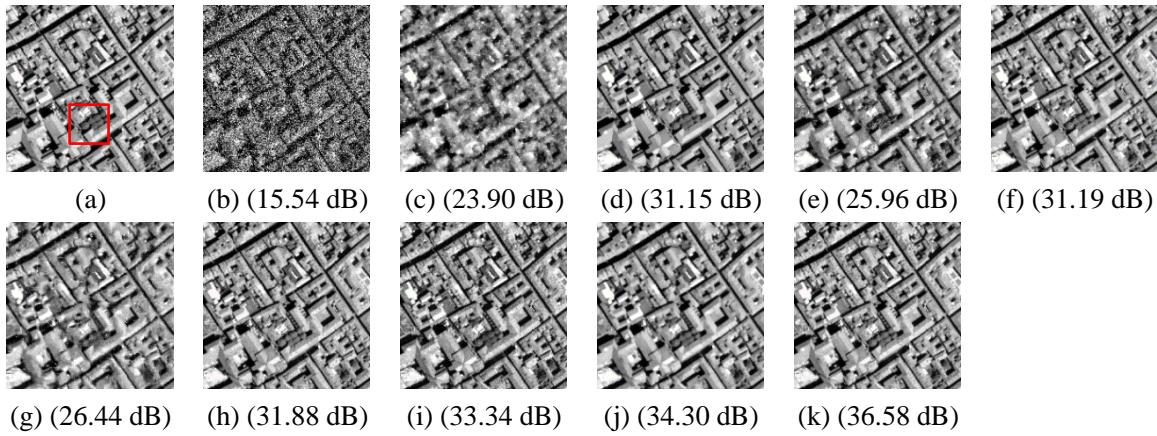


图 3-44 模拟实验情况 2Pavia 数据的去噪结果 (a) 原始波段, (b) 模拟噪声影像, (c) SSAHTV 去噪结果, (d) RPCA-SSAHTV, (e) SSTV, (f) RPCA-SSTV, (g) BM4D, (h) RPCA-BM4D, (i) LRMR, (j) LRTV, and (k) LLRSSTV. 三个波段的平均 PSNR 值如图下表所示。

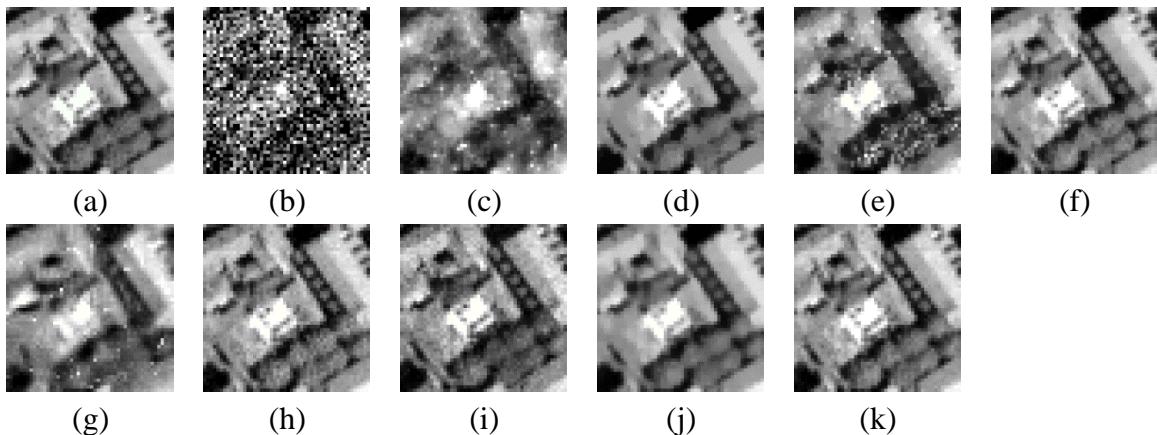


图 3-45 模拟实验情况 2 华盛顿数据的局部放大结果 (a) 原始波段, (b) 模拟噪声影像, (c) SSAHTV 去噪结果, (d) RPCA-SSAHTV, (e) SSTV, (f) RPCA-SSTV, (g) BM4D, (h) RPCA-BM4D, (i) LRMR, (j) LRTV, and (k) LLRSSTV。

在本部分，我们比较 LLRSSTV 方法与其他对比算法的实验结果。表 3-4 表示不同方法在两个高光谱数据不同噪声情况下的定量评价结果。相应评价指标最优的用黑体标示，次优的用斜体标示。由于 BM4D 方法只适合于高斯噪声，并且 SSAHTV 与 SSTV 方法也不适合大范围稀疏噪声，因此我们采用 RPCA 方法预处理混合噪声影像，在采用相应的方法去噪，分别标记为 RPCA-BM4D, RPCA-SSAHTV 和 RPCA-SSTV。整体来说，LLRSSTV 方法几乎能在所有的情况下取得最优的评价指标。由于光谱平滑性的利用，SSTV 方法的评价指标高于 SSAHTV 评价方法。LRMR 方法将高光谱数据分割成重叠小块并对每个小块分别去噪，最后合成去噪后的高光谱影像。作为比较，LLRSSTV 方法采用基于 SSTV 的块重建方法，因此取得了更优的评价指标。LRTV 方法只利用了

各波段平滑的先验信息，忽略了光谱维的平滑信息。另外，整体低秩的方法具有一定的局限性，而局部低秩更能够描述影像的结构信息。这也解释 LLRSSTV 相比较于 LRTV 能够取得更好的去噪结果。

图 3-42 显示了不同去噪方法在华盛顿数据上的去噪结果。图 3-42 (a) 为假彩色图像，图 3-42 (b) 为情况 2 模拟的噪声影像。图 3-42 (c-k) 展示了不同方法去噪后的影像。图 3-43 是图 3-42 中波段局部方法后的结果。图 3-44 与图 3-45 分别是不同方法在 Pavia 数据上的去噪结果展示。明显的，SSAHTV、SSTV 和 BM4D 方法不能够去除稀疏性噪声。而 RPCA 预处理的步骤与该方法结合能够达到很好的去噪效果，但是也同时引入了局部模糊。LRMR 方法能够一定程度上去除噪声，但是在部分波段上仍然有噪声残留。LRTV 方法取得了很好的去噪效果，然而由于全局低秩的约束，影像的部分细节信息丢失。如图 3-43 (j) 所示，由 LRTV 的结果导致停在路边的车辆信息被平滑和模糊。综合来说，LLRSSTV 方法能够获得最好的去噪目视结果，并且能够保持影像的局部信息。

在图 3-46 与图 3-47 中，我们显示了不同去噪方法在两个数据上去噪结果的每个波段 PSNR 值与 SSIM 值。由图中可以看出，LLRSSTV 方法在大部分波段上能够获得最高的 PSNR 与 SSIM 值，显示了该方法在混合噪声分析中所具有的巨大优势。

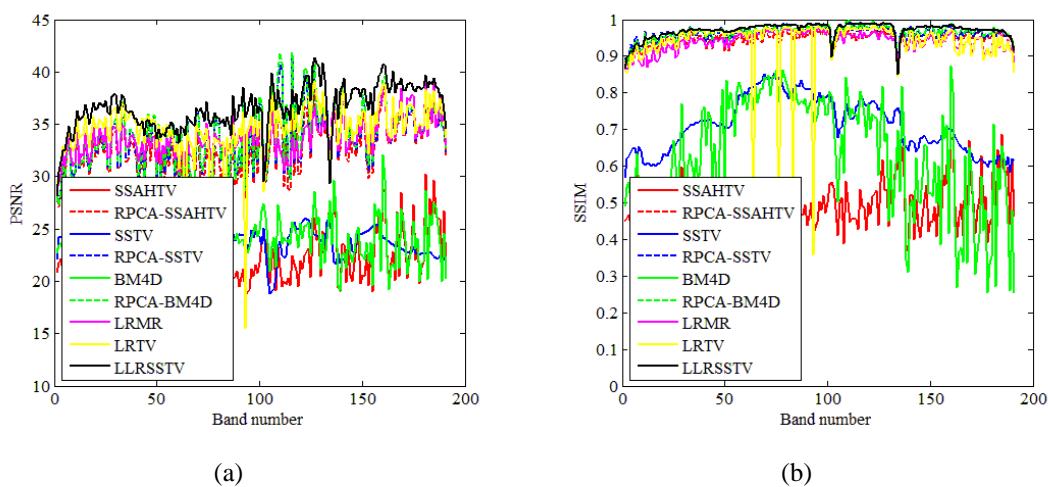


图 3-46 情况 2 中不同方法在华盛顿数据去噪结果的不同波段上 PSNR 与 SSIM 值。(a) PSNR, (b) SSIM。

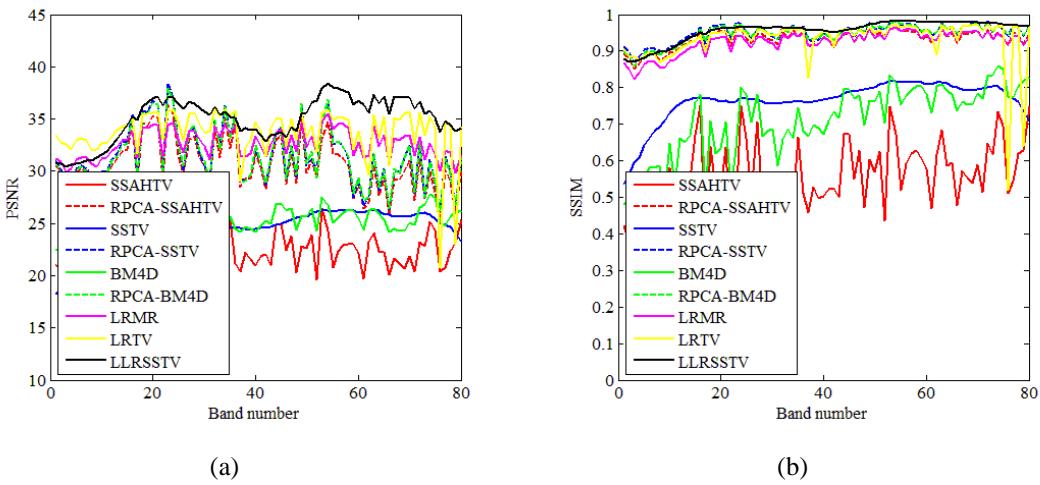


图 3-47 情况 2 中不同方法在 Pavia 数据去噪结果的不同波段上 PSNR 与 SSIM 值。
(a) PSNR, (b) SSIM。

B. 真实数据实验结果

1) AVIRIS Indian 数据

第一个真实实验数据为 AVIRIS Indian 数据。图 3-48 与图 3-49 展示了不同方法去噪结果的第 150 个波段以及第 220 个波段。另外，我们用 Q-测度(Zhu and Milanfar, 2010)

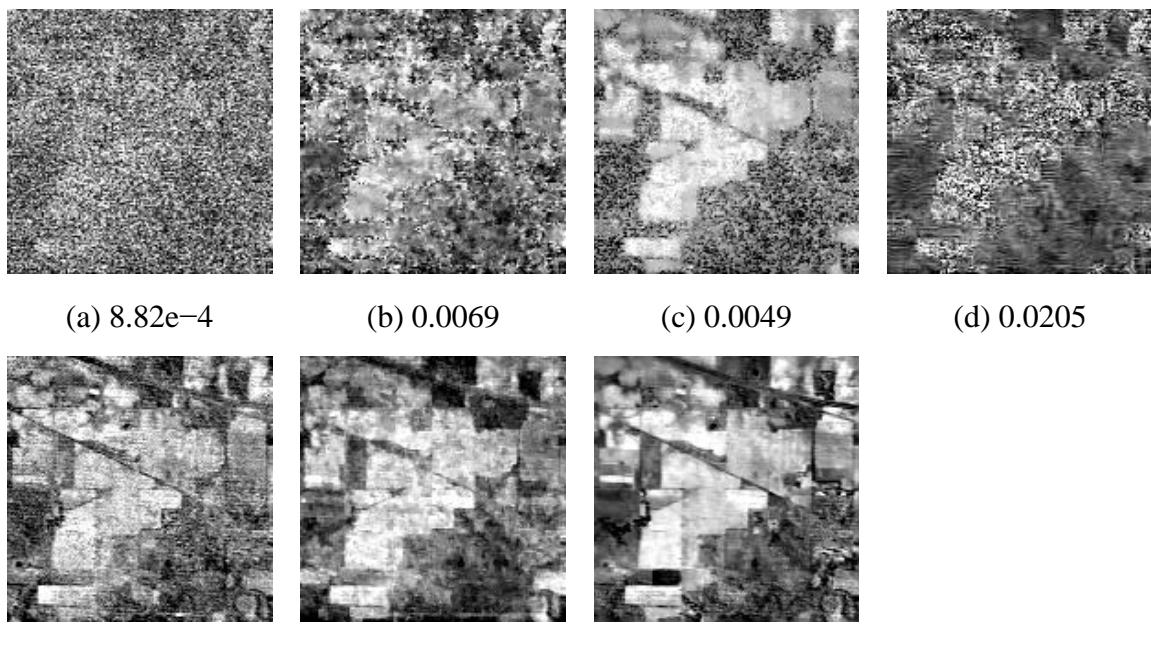


图 3-48 不同方法在 Indian 数据上的去噪结果展示。(a)原始影像第 150 个波段, 以及 Q-测度评价指标, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) SSTV, (d) BM4D, (e) LRMR, (f) LRTV, 和 (g) LLRSSTV。

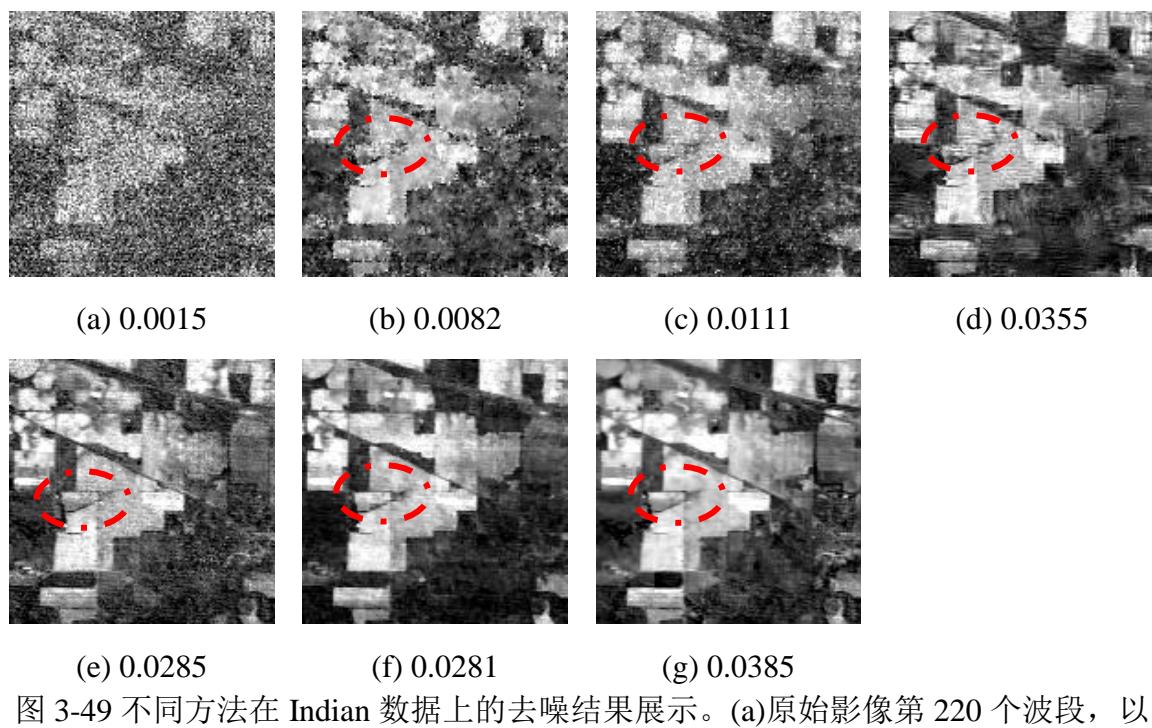


图 3-49 不同方法在 Indian 遥感数据上的去噪结果展示。 (a) 原始影像第 220 个波段, 以及 Q-测度评价指标, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) SSTV, (d) BM4D, (e) LRMR, (f) LRTV, 和 (g) LLRSSTV。

2) EO-1Hyperion 数据

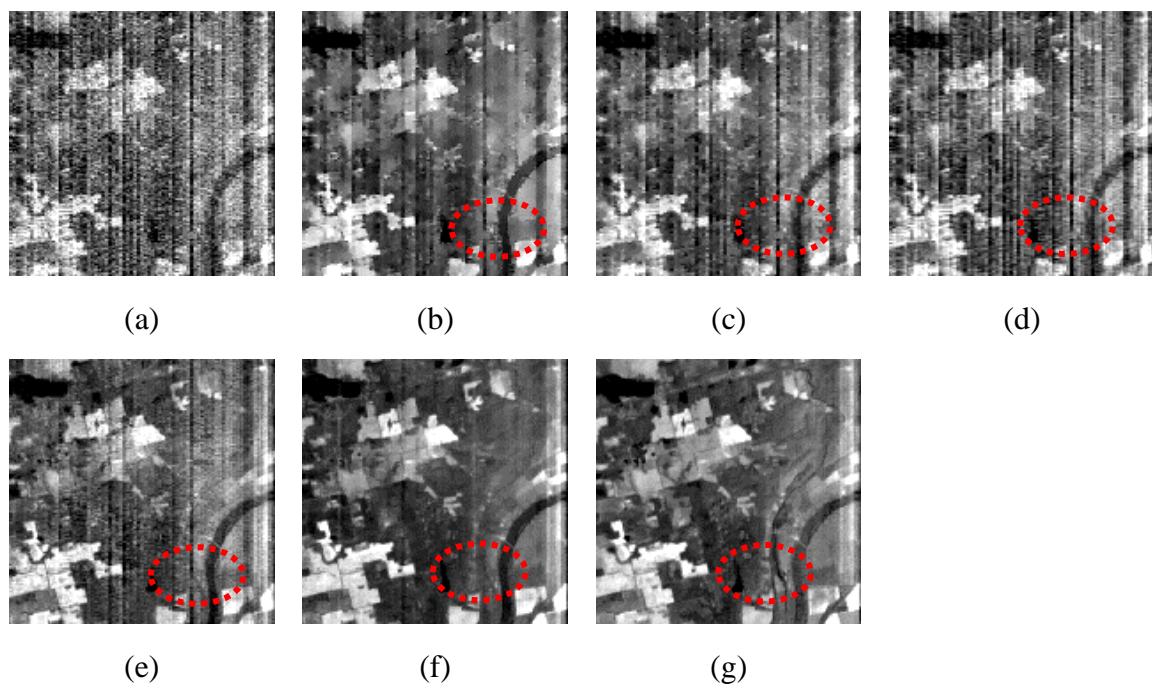


图 3-50 不同方法在 EO-1Hyperion 遥感数据上的去噪结果展示。 (a) 原始影像第 160 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) SSTV, (d) BM4D, (e) LRMR, (f) LRTV, 和 (g) LLRSSTV。

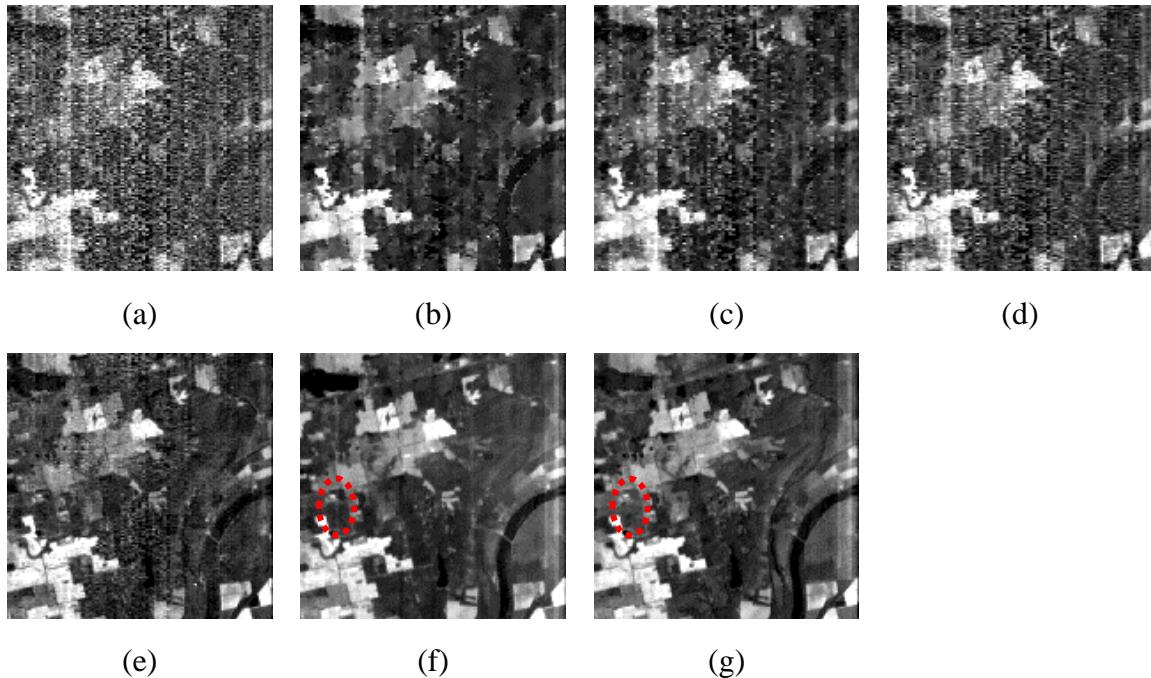


图 3-51 不同方法在 EO-1Hyperion 数据上的去噪结果展示。(a)原始影像第 195 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) SSTV, (d) BM4D, (e) LRMR, (f) LRTV, 和 (g) LLRSSTV。

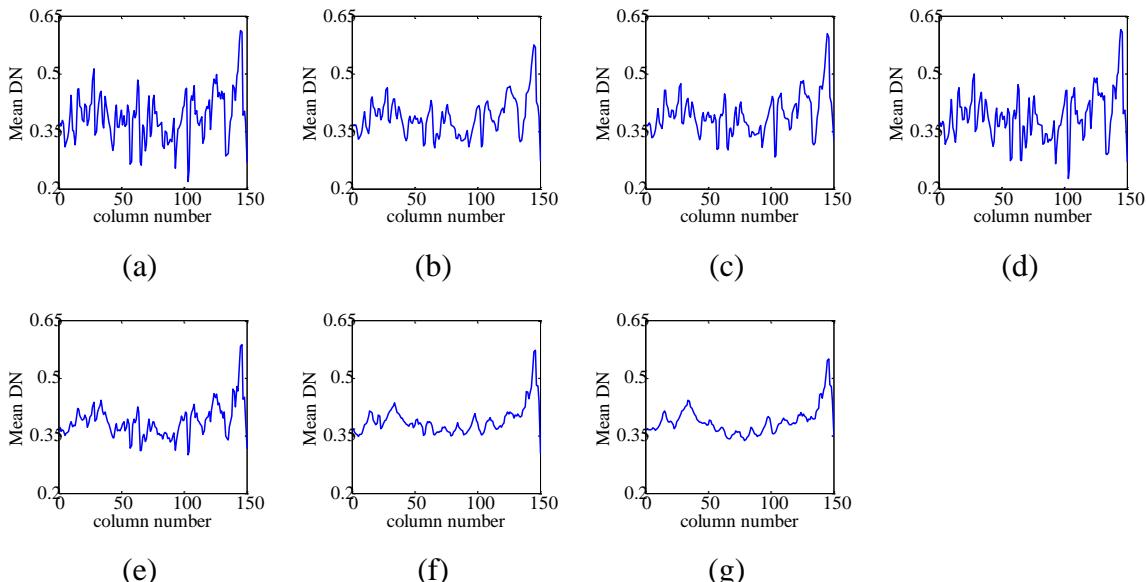


图 3-52 EO-1 Hyperion 影像的竖直均值剖面曲线图。(a)原始影像第 195 个波段, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) SSTV, (d) BM4D, (e) LRMR, (f) LRTV, 和 (g) LLRSSTV。

对去噪后影像进行盲评价。Q-测度值越高, 影像质量越好。其指标在图 3-48 与图 3-49 所示。可以发现, LLRSSTV 方法不仅能够取得最高的 Q-测度评价结果, 另外在目视效果上, 也能获得最好的去噪效果。

第二个实验数据为 EO-1 Hyperion 数据。其拍摄地点为美国印第安纳地区, 总共 242

个波段。去除空白波段和水吸收波段之后，选择空间大小 $150 \times 150 \times 192$ 的子块进行实验。EO-1 Hyperion 数据受到严重条带噪声的干扰。

图 3-50 与图 3-51 分别展示了去噪后第 116 个波段和 195 个波段的结果。这两个波段受到严重条带噪声的干扰。可以发现 LRTV 与 LLRSSTV 都能够很好的去除条带噪声。从另外一个角度，LLRSSTV 能够更好的保持影像的细节信息，如在图 3-51 中红色标记所示。然而 LRTV 方法的结果仍然有部分条带噪声。另外，其余的方法如 BM4D, SSAHTV, SSTV 和 LRMR 都不能有效的去除条带。为更进一步评价验证实验结果，图 3-52 展示了第 116 个波段是竖直均值剖面曲线。从图中容易看出，噪声影像的剖面曲线波动明显，经过各种方法去噪以后，这种波动被一定程度压制。经比较，LLRSSTV 能够获得最稳定的结果，从侧面反映了相比较其他方法，其在混合噪声去除上的优势。

C. 讨论

图 3-53 展示了在不同数据的模拟实验情况 1 中，LLRSSTV 方法的 MPSNR 与 MSSIM 值随着迭代次数变化的结果。从图中可以看出，在第十次迭代以后，MPSNR 与 MSSIM 值趋于平稳，展现了 LLRSSTV 方法良好的收敛性。

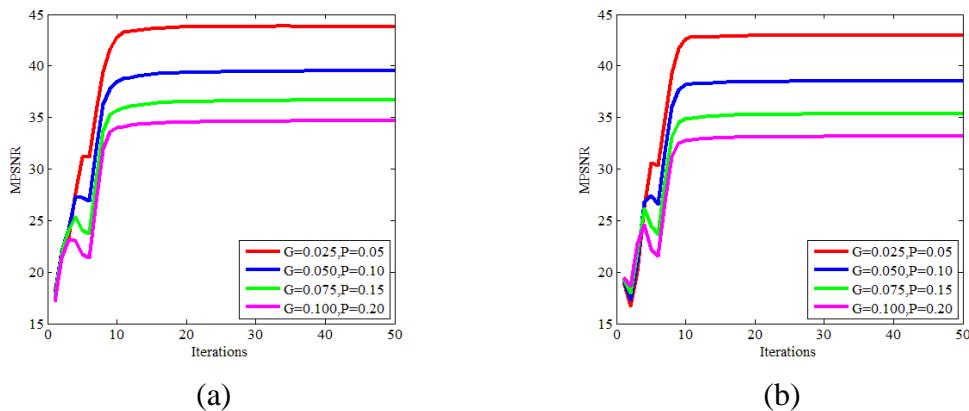


图 3-53 在不同数据的模拟实验情况 1 中，MPSNR 与 MSSIM 值随着迭代次数变化的结果。 (a) 华盛顿数据，(b) Pavia 数据。

3.3.4 结论

在本小节，我们提出了一种基于空谱全变差正则化的低秩分解高光谱去噪方法 (LLRSSTV)。首先将高光谱影像分割成重叠小块，对每个小块并行实现低秩信号与稀

疏噪声分解，之后采用 SSTV 的方法重建低秩无噪小块，在进一步去除噪声的同时，保持影像空谱平滑信息。反过来，重建后的影像作为下一次迭代的输入数据，再次被分割成重叠小块，并行实现低秩与稀疏分解，促进稀疏噪声的进一步去除。在实验中，LLRSSTV 方法在目视以及定量评价上都取得了可观的效果。

3.4 本章小结

本章主要贡献在于提出了高光谱稀疏噪声的概念，将高光谱条带噪声、缺失、脉冲噪声、云雾遮挡等建模为稀疏噪声，并且假设高光谱受到稀疏噪声和高斯噪声混合噪声干扰。在此假设基础上，首先通过探索高光谱无噪影像局部的低秩先验，提出了基于低秩矩阵恢复模型的高光谱影像混合噪声的去除方法；其次，顾及影像全局低秩先验与空间平滑先验，提出了联合全变差与低秩稀疏分解的高光谱影像多类型复合噪声去除方法；最后利用高光谱局部块低秩先验与全局空谱光滑先验，提出了局部低秩全局空谱全变分的噪声去除方法。本章涉及到高光谱局部与全局、空间与光谱的先验信息，另外基于非局部相似性的先验信息也能很好的融合到已有框架中来，进一步提升高光谱混合噪声的分析与去除能力。

第四章 高光谱影像有色噪声的分析方法

高光谱遥感影像在带来丰富光谱特征的同时，也萌生了更多的困难和挑战。由于大气对光谱的吸收和散射随波长变化，高光谱影像不同波段上噪声的强度不同而形成有色噪声。目前比较主流的处理方法是归一化噪声，然而效果并不明显。针对此问题，本章充分利用高光谱低噪声波段的影像信息与波段之间的强相关性建立噪声自适应迭代方法，实现强噪声波段噪声与影像的分离。

4.1 噪声自适应迭代的高光谱影像去噪方法

假设影像受到高斯噪声干扰，则高光谱退化模型为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (4.1)$$

其中， $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \cdots \mathbf{Y}_p]$ 是观测影像 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{M \times N \times p}$ 的列化矩阵。 \mathbf{X} 和 \mathbf{N} 分别为无噪影像 $f \in \mathbb{R}^{M \times N \times p}$ 和噪声影像 $\mathcal{N} \in \mathbb{R}^{M \times N \times p}$ 的列化矩阵。 \mathcal{N} 假设服从高斯分布。本章的目的是从观测影像 \mathbf{Y} 中恢复无噪影像 \mathbf{X} 。我们用 $\mathbf{W} = diag(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \cdots, \sigma_p^2)$ 表示每个波段上噪声的方差。

4.1.1 基于低秩分解的高光谱噪声分析方法

假设高光谱影像受到独立同分布高斯噪声的干扰，利用高光谱波段之间以及像素之间的强相关性，可以建立如下低秩分解的去噪模型（LRMA）

$$\min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_F^2, \quad s.t. \quad rank(\mathbf{X}) \leq r \quad (4.2)$$

其中 r 为高光谱端元数目。考虑到大小为 $MN \times p$ 的 \mathbf{Y} 是严重病态的矩阵，即 $MN \gg p$ ，因此如果用 LRMA 模型进行高光谱去噪，其结果会出现模糊和局部细节丢失。经分析，我们采用一种基于块的方法(E. J. Candes et al., 2013)进行高光谱去噪。我们用 R_b 定义为如前所述的高光谱块提取算子， R_b^* 是其逆算子。则基于块的低秩分解算法（PLRMA）可以定义为

$$\text{PLRMA}_r(u) = \left(\sum_{b \in \Omega} R_b^* \text{LRMA}_r(R_b u) \right) / \left(\sum_{b \in \Omega} R_b^* R_b \right) \quad (4.3)$$

其中, LRMA_r 表示高光谱块的秩- r 逼近, 如 (4.2) 所示; Ω 表示重叠块的集合。简单来说, PLRMA 方法是将 LRMA 平行应用于高光谱的重叠小块, 加权平均得到去噪结果。特别的, 当 $m=M, n=N$ 时, (4.3) 退化为全局 LRMA 模型。

4.1.2 噪声自适应迭代框架

LRMA 模型 (4.2) 只适合于噪声独立同分布的情况。然而, 在高光谱影像中, 不同波段上噪声的强度通常不同。为了更好的分离信号和噪声, 我们结合 LRMA 方法提出了一种噪声自适应迭代的高光谱去噪方法。迭代的方法被广泛应用于逆问题中(Beck and Teboulle, 2009b), 其效果在 TV 模型(Osher et al., 2005)和双边滤波模型(Weisheng et al., 2013)中已经得到验证。

迭代的基本思想是将去噪的结果和输入的噪声影像线性组合成下一次迭代去噪的输入影像

$$u^{k+1} = (1-\delta) f^k + \delta u^k \quad (4.4)$$

其中, k 表示迭代次数, δ 为在 [0, 1] 中间的松弛参数, u^k 表示第 k 次迭代输入的噪声影像, f^k 是采用 PLRMA 方法在第 k 次迭代输出的影像。在迭代过程中, 如果噪声均匀分布于高光谱影像的各个波段, 基于 (4.4) 的迭代方法能取得非常好的效果。然而对于大部分高光谱影像, 不同波段上噪声的强度不同, 因此我们扩展迭代模型 (4.4) 并提出了噪声自适应的迭代模型,

$$u_i^{k+1} = (1-\delta_i) f_i^k + \delta_i u_i^k, i=1, 2, \dots, p \quad (4.5)$$

其中松弛参数 δ 根据各波段噪声的强度自适应确定

$$\delta_i = e^{-c(\mathbf{W}(i,i))}, i=1, 2, \dots, p \quad (4.6)$$

在 (4.5) 和 (4.6) 中, u_i^k 表示第 k 次迭代输入影像的第 i 波段, f_i^k 表示第 k 次迭代输出影像的第 i 个波段, $\mathbf{W}(i,i)$ 表示第 i 个波段上噪声的方法, c 是需要预先设定的衰变参数。

噪声自适应迭代模型 (4.5) 和 (4.6) 的直观解释如下。当迭代开始时, 只有强信号 (具有较大的奇异值) 能够在 PLRMA 去噪过程中保存下来, 并且得到初始估计的无噪影像 \hat{f} 。初始估计无噪影像通过 (4.5) 反馈到输入的影像中, 并合成下一次迭代的输入影像, 降低了原始影像的噪声, 并且弱信号通过叠加组合也能够保留。更重要的, 当第 i 个波段噪声强度较低时, 少量的去噪影像 \hat{f} 将被反馈到输入影像, 反之亦然。这种策略能够保持在高 SNR 波段弱信号, 同时能够更大程度去除低 SNR 波段噪声。随着迭代的进行, 估计噪声的强度是逐渐下降的。同时, 高光谱影像的结构信息也逐渐恢复直至收敛。本章的 NAILRMA 方法在算法 4-1 中所示。

算法4-1 NAILRMA

- 1 输入: 噪声影像 u , 噪声方差 \mathbf{W} , 秩约束 r
 - 2 输出: 去噪影像 \hat{f}
 - 3 初始化: $u^0 = f^0 = u$, $k = 0$
 - 4 如果 $\|f^{k+1}(\cdot) - f^k(\cdot)\|_2 / \|f^k(\cdot)\|_2 > \varepsilon$ 和 $k < iter$,
 - 5 通过 (4.5) 和 (4.6) 更新 u^{k+1} ;
 - 6 通过 (4.3) 更新 $f^{k+1} = \text{PLRMA}_r(u^{k+1})$;
 - 7 更新 $k = k + 1$;
-

4.2 模型求解

4.2.1 随机奇异值分解 (RSVD)

在 NAILRMA 方法中, 主要的优化任务是模型 (4.2) 的求解。假设噪声独立同分布时, 低秩模型 (4.2) 能够采用 SVD 方法高效求解。(Fazel, 2002)。最近 Cai 和 Candes 等(Cai et al., 2010)提出了一种软阈值收缩的方法, 采用核范数替代秩约束求解模型(4.2), 取得了较好的效果。Candes 等(E. J. Candes et al., 2013)在此基础上, 提出用 Stein 无参风险估计 (SURE) 来确定核范数约束模型的最优化参数。然而, 上述方法都没有脱离 SVD 方法计算效率低的难题。本小节采用随机奇异值方法 (RSVD) (Witten and Candès, 2013);

(Halko et al., 2011)来求解模型 (4.2), 很大程度降低了算法的复杂度。

RSVD 方法的思想是对于高维数据 \mathbf{Y} , 采用随机矩阵投影的方法将高光数据降维到低维空间, 在低维空间实现信号与噪声分离之后, 再逆变换到原始空间。其主要依据如下两个推理:

推理 1: 对于一个秩为 r 的矩阵 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{MN \times p}$, 其列空间能够用 $\mathbf{\Omega} = \mathbf{Y}\mathbf{G}$ 表示, 其中 $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{p \times r}$ 是一个高斯随机矩阵。

推理 2: 如果 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{MN \times r}$ 是矩阵 \mathbf{Y} 的列空间生成的随机正交基, 那么有

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{Q}\mathbf{Q}^*\mathbf{Y}\| \approx \min_{\text{rank}(\mathbf{X}) \leq r} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\| \quad (4.7)$$

根据推理 1 和推理 2, 可以总结 RSVD 的算法如算法 4-2 所示。

算法4-2 RSVD

输入: 噪声矩阵 \mathbf{Y} , 秩 r

输出: \mathbf{X}

1 生成大小为 $p \times r$ 的随机高斯矩阵 \mathbf{G}

2 对输入数据 \mathbf{Y} 实现随机投影: $\mathbf{H} = \mathbf{Y}\mathbf{G}$

3 对投影矩阵 \mathbf{H} 进行 QR 分解, 并得到矩阵 \mathbf{H} 的列正交基矩阵 \mathbf{Q}

4 矩阵 \mathbf{Y} 的秩 r 逼近 $\mathbf{X} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^*\mathbf{Y}$

从算法 4-2 可以发现, RSVD 方法每次迭代的计算量为 $O(MNp \log(r) + (MN + p)r^2)$, 相比较于 SVD 方法更加高效。

4.2.2 参数的自适应确定方法

在真实高光谱数据中, 我们并不能直接获得高光谱的噪声方差矩阵 \mathbf{W} 和端元数目 r 。在本部分, 我们介绍噪声协方差矩阵的估计方法以及端元数目 r 的自适应估计方法。

高光谱噪声估计的研究具有很长的历史。在本章中, 我们采用 2.1.2 节介绍的多元线性理论的方法来估计噪声。估计的噪声用 $\mathbf{N} = [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p]$ 表示, 每个波段上噪声的方差用 $\mathbf{W} = [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p]^T [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_p] / (MN)$ 表示。另一方面, 在 PLRMA 算法中端元数目的上限也可以根据估计的噪声 \mathbf{N} 采用 SVD 方法进行估计, 具体过程如下。

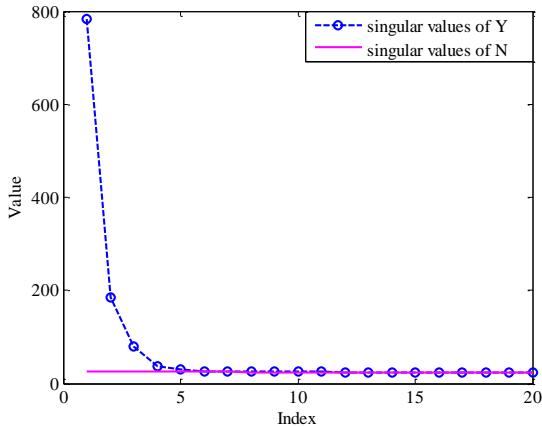


图 4-1 模拟实验中，噪声影像 \mathbf{Y} 和估计噪声 \mathbf{N} 的前 20 个奇异值展示。

对于输入矩阵 \mathbf{Y} 以及估计的噪声估计 \mathbf{N} ，我们对 \mathbf{Y} 和 \mathbf{N} 分别做 SVD 分解，且奇异值分别表示为 $[\sigma_1, \dots, \sigma_p]$ 和 $[S_1, \dots, S_p]$ 。我们找到值 r ，使得 $\sigma_r \geq S_1$ 并且 $\sigma_{r+1} < S_1$ 。秩约束的值设置为 r ，表示前 r 个主成分中包含更多的有用信息。图 4-1 展示了模拟实验中噪声影像 \mathbf{Y} 和估计噪声 \mathbf{N} 前 20 个奇异值。由图中可以参数，端元数目 r 估计为 7。接下来是采用 PLRMA 方法分离每个子块的 7 维信号。

到目前为止，PLRMA 方法还有三个参数需要确定：子块的大小，步长以及衰变参数 c 。根据第三章描述，我们设置子块的大小为 $20 \times 20 \times p$ ，步长设置为 8。直观来说，在每一次迭代中，我们需要重新估计输入影像的噪声。然而，这是一个耗时耗力的过程，并且随着迭代的进行，粗略的噪声估计方法形成的估计误差会累积到下一次迭代中，最后导致噪声估计明显偏差。另一个方面，在每次迭代过程中，噪声的衰减是按比例进行的。因此各个波段之间的噪声强度的相对值并没有改变。我们简单的设置衰变参数为 5，更多相关分析可以参考实验部分。

4.2 实验分析

在本小节，我们将 NAILRMA 方法应用模拟实验和真实实验中来验证其去噪的有效性。我们选择了五种对比算法，即 SSAHTV, VBM3D, BM4D, SURE-SVT 和 LRMR。在去噪前，将影像按波段归一化到 $[0, 1]$ 。对比算法的参数手动调节至最优。

A. 模拟数据实验结果

模拟实验采用的是两组高光谱数据，即 HYDICE 华盛顿数据和 ROSIS Pavia 数据，相关介绍如前所述。我们采用 MPSNR、MSSIM 和 MSA 对去噪效果进行定量评价。为模拟噪声数据，我们为高光谱数据每一波段分别添加高斯噪声，具体如下两种情况：情况 1：对不同的波段添加相同强度的噪声，高斯噪声强度分别为 $G = 0.02, 0.04, 0.08$ 和 0.1。

情况 2：对不同波段添加不同强度的噪声。其中每个波段高斯噪声的强度在 0-0.1 之间变化。

表 4-1 不同去噪方法在华盛顿数据第一种噪声模拟情况下的定量评价结果

Noise variance	Evaluation index	SSAHTV	VBM3D	BM4D	SURE-SVT	LRMR	NAILRMA
0.02	MPSNR(dB)	36.74	42.77	42.93	43.79	<u>44.79</u>	46.59
	MSSIM	0.9628	0.9902	0.9880	<u>0.9937</u>	0.9936	0.9954
0.04	MPSNR(dB)	32.48	38.38	38.85	39.76	<u>40.48</u>	42.64
	MSSIM	0.9094	0.9745	0.9728	<u>0.9860</u>	0.9864	0.9896
0.06	MPSNR(dB)	30.33	35.79	36.00	37.21	<u>37.81</u>	40.12
	MSSIM	0.8584	0.9549	0.9543	<u>0.9771</u>	0.9730	0.9826
0.08	MPSNR(dB)	28.53	33.77	34.39	35.40	<u>35.80</u>	38.21
	MSSIM	0.7999	0.9280	0.9328	<u>0.9672</u>	0.9588	0.9742
0.1	MPSNR(dB)	27.65	32.12	32.92	33.99	<u>34.22</u>	36.92
	MSSIM	0.7512	0.9167	0.9121	<u>0.9563</u>	0.9425	0.9667

表 4-2 不同去噪方法在 Pavia 数据第一种噪声模拟情况下的定量评价结果

Noise variance	Evaluation index	SSAHTV	VBM3D	BM4D	SURE-SVT	LRMR	NAILRMA
0.02	MPSNR(dB)	36.79	43.41	43.55	42.87	<u>44.84</u>	46.53
	MSSIM	0.9663	0.9923	0.9924	0.9935	<u>0.9944</u>	0.9949
0.04	MPSNR(dB)	33.14	38.92	39.23	38.75	<u>40.30</u>	41.40
	MSSIM	0.9285	0.9793	0.9803	0.9847	<u>0.9850</u>	0.9866
0.06	MPSNR(dB)	30.91	36.34	36.74	36.06	<u>37.29</u>	38.74
	MSSIM	0.8844	0.9633	0.9662	<u>0.9735</u>	0.9723	0.9763
0.08	MPSNR(dB)	29.30	34.38	35.00	34.13	<u>35.24</u>	36.80
	MSSIM	0.8363	0.9431	0.9504	<u>0.9610</u>	0.9571	0.9647
0.1	MPSNR(dB)	28.36	32.71	33.68	32.61	<u>33.80</u>	35.27
	MSSIM	0.8079	0.9167	0.9342	<u>0.9474</u>	0.9395	0.9534

表 4-1 展示了不同对比方法在华盛顿数据第一种噪声模拟情况下的定量评价结果, 表 4-2 展示了 Pavia 数据下的结果。可以看出, 相比较于其他的方法, NAILRMA 在 MPSNR 与 MSSIM 评价结果上具有明显的优势。

对第二种情况, 我们首先展示了不同方法在华盛顿数据与 Pavia 数据上的去噪结果的波段图, 如图 4-2 与图 4-3 所示。图中可以看出, NAILRMA 方法能够做到最好的去噪效果的同时, 还能够保持影像的局部细节信息。事实上, SSAHTV 方法更适合于低程度的噪声去除。VBM3D 与 BM4D 方法能够取得较好的噪声抑制效果, 但是在高光谱去噪结果中还是存在着人工伪痕。SURE-SVT 方法不能取得很好的去噪效果, LRMR 方法能够一定程度上去除高斯噪声, 但是相比较于 NAILRMA, 效果也并不理想。

表 4-3 不同去噪方法第二种噪声模拟情况下的定量评价结果

Data	Evaluation index	SSAHTV	VBM3D	BM4D	SURE-SVT	LRMR	NAILRMA
Washington	MPSNR(dB)	30.59	35.35	35.98	35.61	<u>37.64</u>	42.05
DC Mall	MSSIM	0.8593	0.9459	0.9553	0.9405	<u>0.9698</u>	0.9882
Pavia city center	MPSNR(dB)	31.30	36.12	36.79	34.79	<u>37.49</u>	41.40
	MSSIM	0.8885	0.9576	0.9683	0.9381	<u>0.9730</u>	0.9880

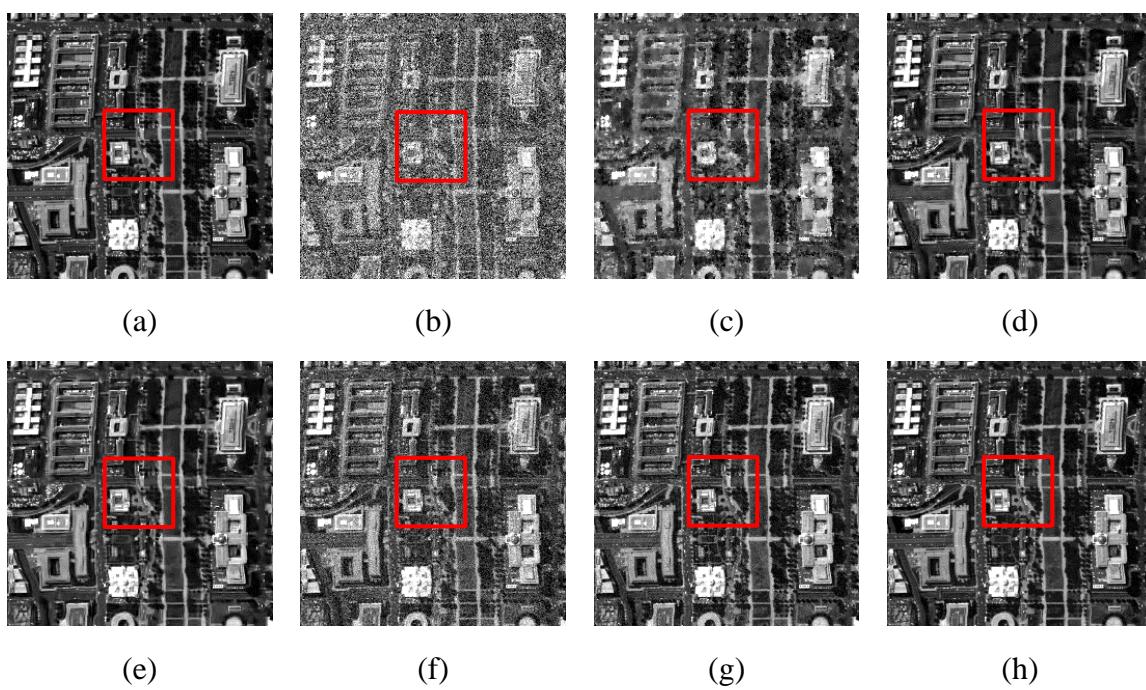


图 4-2 情况 2 的去噪结果展示: (a)原始华盛顿数据的第 11 个波段,(b) 噪声影像, (c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) BM4D, (f) SURE-SVT, (g) LRMR, 和(h) NAILRMA.

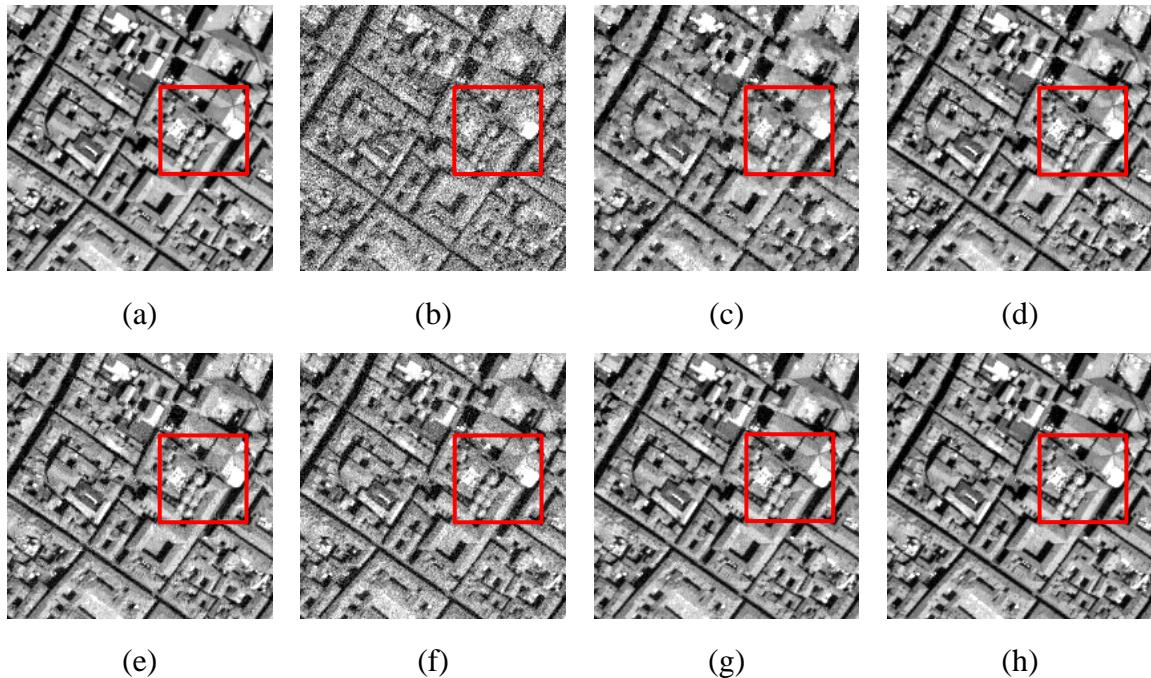


图 4-3 情况 2 的去噪结果展示: (a) 原始 Pavia 数据的第 59 个波段,(b) 噪声影像,(c) SSAHTV, (d) VBM3D, (e) BM4D, (f) SURE-SVT, (g) LRMR, 和(h) NAILRMA.

表 4-4 不同去噪方法在华盛顿数据第二种噪声模拟情况下的 MSA 评价结果

Data	Noisy	SSAHTV	VBM3D	BM4D	SURE-SVT	L	MR	NAILRMA
Washington DC Mall	22.8116	8.5707	6.5860	6.1913	8.7799	<u>6.3830</u>	3.8220	
Pavia city center	21.4757	9.3221	6.3710	6.4215	9.5098	<u>6.1203</u>	3.4970	

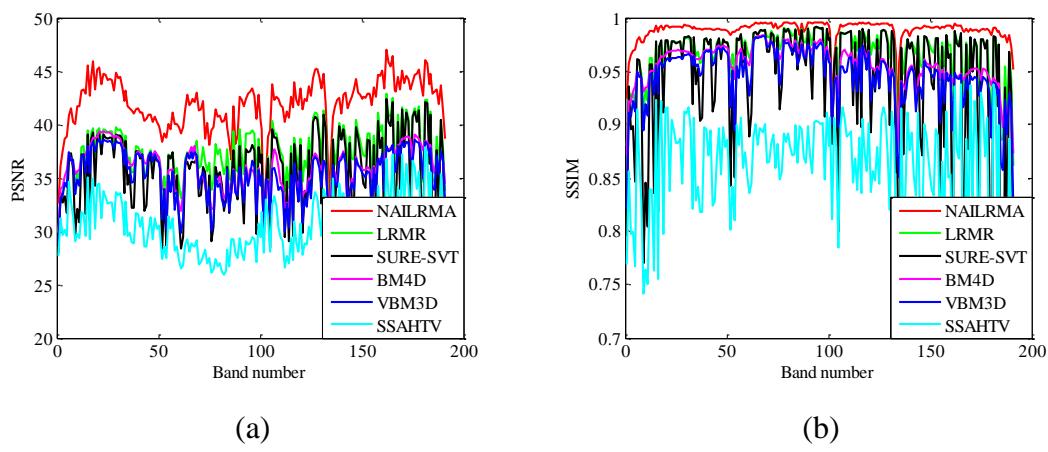


图 4-4 情况 2 中不同方法在华盛顿数据去噪结果在的同波段上 PSNR 与 SSIM 值。
(a) PSNR, (b) SSIM。

表 4-3 展示了不同去噪方法第二种噪声模拟情况下的定量评价结果, 表 4-4 展示了

MSA 的结果。从评价结果可以看出，NAILRMA 能够取得最优的结果。图 4-4 展示了情况 2 中不同方法在华盛顿数据去噪结果在的同波段上 PSNR 与 SSIM 值，图 4-5 显示了 Pavia 数据上的结果。NAILRMA 方法几乎在所有波段上能够获得最高的 PSNR 与 SSIM 值，侧面反映了其优越性。

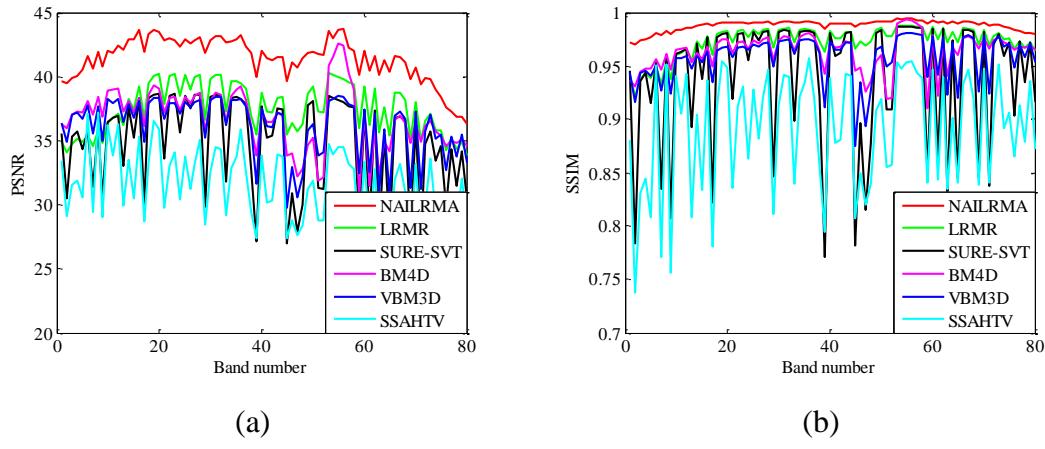


图 4-5 情况 2 中不同方法在 Pavia 数据去噪结果在的同波段上 PSNR 与 SSIM 值。
(a) PSNR, (b) SSIM。

B. 真实数据实验结果

真实实验数据为 AVIRIS Indian 数据，其由 NASA AVIRIS 传感器于 1992 年在美国印第安纳西北地区拍摄。图 4-6 展示了其三维立体图像，以及十类地物真实分布情况。在实验中，我们用 NAILRMR 表示将噪声自适应框架应用到 LRM 模型中取得的去噪结果。

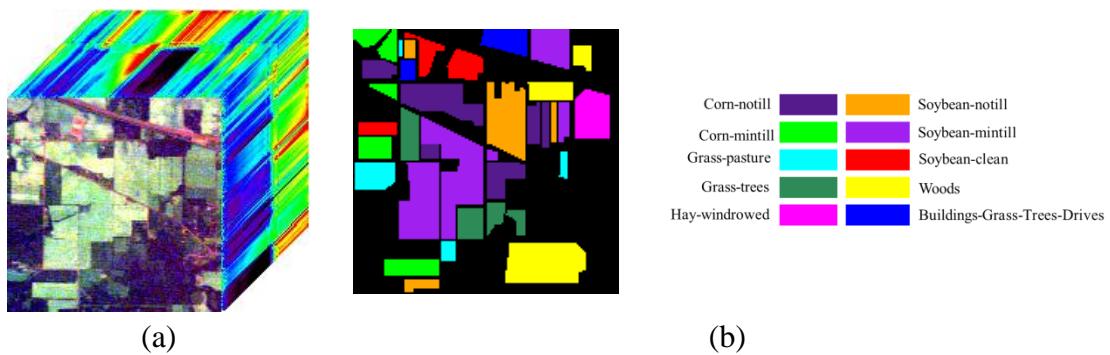


图 4-6 AVIRIS Indian 数据 (a) 假彩色合成影像, (b) 十类地物真实分布情况。

首先，我们在图 4-7 中展示了有波段 1,103 和 220 组成的假彩色图像在去噪前后的

结果。图 4-8 是相应的放大结果。Indian 高光谱数据主要受到高斯噪声的干扰，部分波段受脉冲噪声干扰。从图中可以参数，NAILRMR 能够取得最好的目视效果，在去除噪声的同时能够更好的保持图像的边缘信息。NAILRMA 方法稍微逊色于 NAILRMR，这是因为在影像中脉冲噪声等稀疏噪声的存在导致 PLRMA 去噪效果并不理想。LRMR 方法能够去除部分噪声，然而从放大的结果可以看出去噪后的结果仍然有部分噪声残留。对于 SSAHTV 方法的结果，其边缘信息得到了加强，但是影像过度平滑，并且在边缘地带带有明显的模糊现象。VBM3D 方法与 BM4D 方法的结果都引入了人工伪痕。SURE-SVT 能一定程度去除噪声，但是有图示结果可以看出去噪结果仍然存在大量噪声。

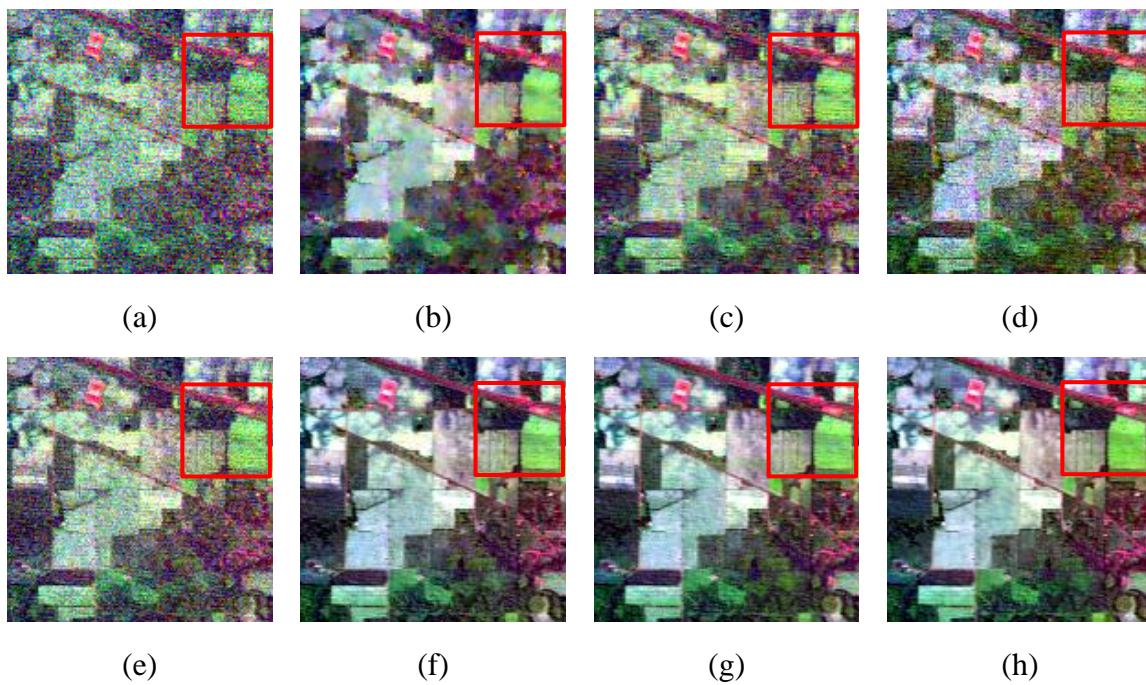
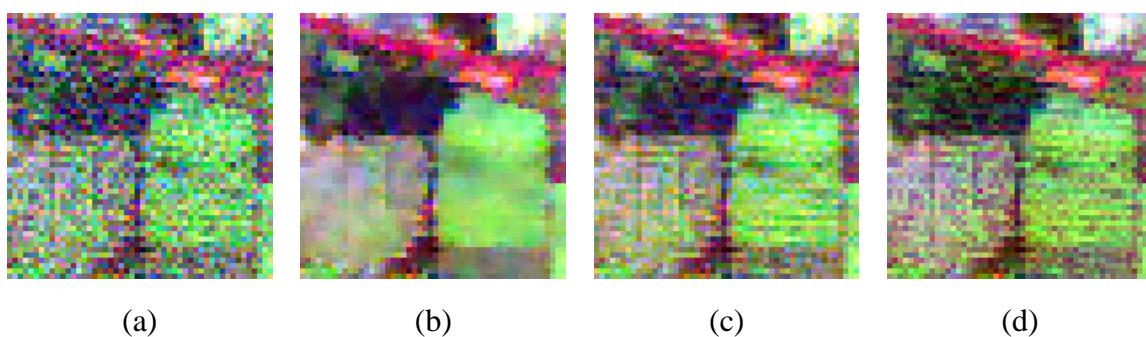


图 4-7 不同方法在 Indian 数据上的去噪结果展示。(a) 假彩色合成图像 (R: 1, G: 103, B: 220), (b) SSAHTV 去噪结果, (c) VBM3D, (d) BM4D, (e) SURE-SVT, (f) LRMR, (g) NAILRMA, 和 (h) NAILRMR。



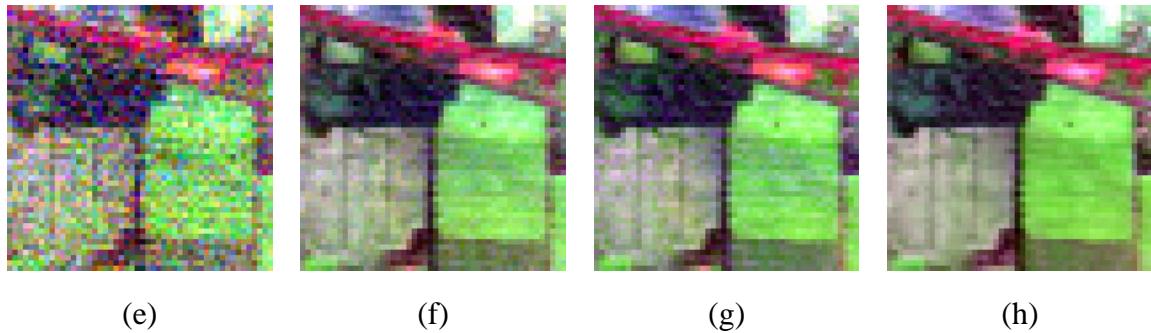


图 4-8 放大结果展示。(a) 假彩色合成图像, (b) SSAHTV 去噪结果, (c) VBM3D, (d) BM4D, (e) SURE-SVT, (f) LRMR, (g) NAILRMA, 和 (h) NAILRMR。

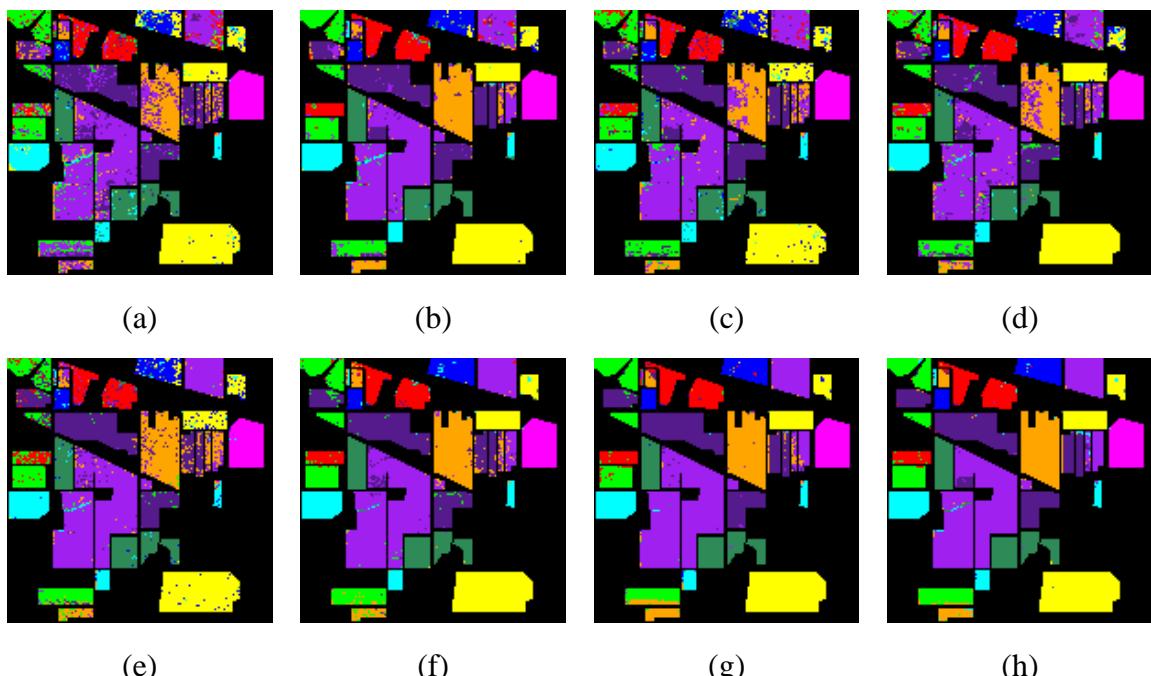


图 4-9 SVM 分类器在不同方法去噪图像上的分类图展示。(a)原始影像的分类结果
(b)SSAHTV, (c) VBM3D, (d) BM4D, (e) SURE-SVT, (f) LRMR, (g) NAILRMA, (h)
NAILRMR.

我们对不同的去噪结果进行分类来更进一步评价不同方法去噪的效果。在本实验中, SVM 方法(Melgani and Bruzzone, 2004)用于对不同的去噪影像进行分类, 并且用交叉验证的方法选择最优化参数。对每一类别选择 10% 作为训练样本, 并且对不同的去噪影像, 我们做十次随机独立实验, 平均后作为最终评价结果。图 4-9 展示了 SVM 分类器在不同的去噪图像上的分类图结果。分类的每一个类别的精度和整体的 OA、Kappa 等评价指标在表 4-5 中展示。由图中可以看出, 经过去噪的预处理后, 影像的分类精度得到了大幅度的提高。原始图像的分类结果呈碎裂状, 证明分类结果受到噪声的严重干扰。经过去噪后, 分类结果的平滑度得到了很大程度的提升。在所有的其中分类结果中,

NAILRMR 取得了最高的分类精度，暗示着其最好的去噪效果。

表 4-5 SVM 分类器在不同方法去噪图像上的分类结果精度评价

Class Name	Train./Test	Origin	SSAHTV	VBM3D	BM4D	SURE-SVT	LRMR	NAILRMA	NAILRMR
Corn-notill	143/1285	0.7505	0.9128	0.8777	0.8587	0.8774	0.8875	<u>0.9268</u>	0.9492
Corn-mintill	83/747	0.61245	0.8436	0.7740	0.7689	0.8308	0.9229	0.9428	<u>0.9426</u>
Grass-pasture	48/435	0.8418	0.9549	0.8903	0.9434	0.9053	0.9639	0.9563	<u>0.9632</u>
Grass-trees	73/657	0.9154	0.9871	0.9335	0.975	0.9537	<u>0.9941</u>	0.9907	0.9953
Hay-windrowed	48/430	0.9923	<u>0.9988</u>	0.9949	0.9974	0.9960	0.9974	0.9981	0.9995
Soybean-notill	97/875	0.6398	0.8582	0.7584	0.7454	0.771429	0.8511	<u>0.9285</u>	0.9381
Soybean-mintill	246/2209	0.7531	0.9011	0.8762	0.8537	0.9019	0.9518	<u>0.9699</u>	0.9820
Soybean-clean	59/534	0.6112	0.8779	0.7629	0.8223	0.7903	0.9238	<u>0.9507</u>	0.9624
Woods	127/1138	0.9100	0.9639	0.9199	0.9645	0.9385	<u>0.9960</u>	0.9939	0.9962
Buildings-Grass-Trees-Drives	39/347	0.5568	0.8470	0.6473	0.8346	0.6536	0.9735	<u>0.9761</u>	0.9767
OA	---	0.7618	0.9123	0.8562	0.8689	0.8757	0.9406	<u>0.9615</u>	0.9707
Kappa	---	0.7398	0.9009	0.8394	0.8536	0.8604	0.9323	<u>0.9558</u>	0.9663

C. 讨论

1) NAILRMA 的收敛性：为验证算法的收敛性，我们在图 4-10 中展示了华盛顿数据在情况 2 中前 100 次迭代的 MPSNR 值与 MSSIM 值。从图中可以看出，随着迭代的进行，MPSNR 与 MSSIM 值稳步提升，证实了该迭代框架的有效性。另外，当迭代到达一定次数后，评价指标趋于平稳，从侧面反映了 NAILRMA 方法的收敛性。在实验中，我们设置迭代终止条件为 $\varepsilon = 1e-3$ ，最大迭代次数为 50.

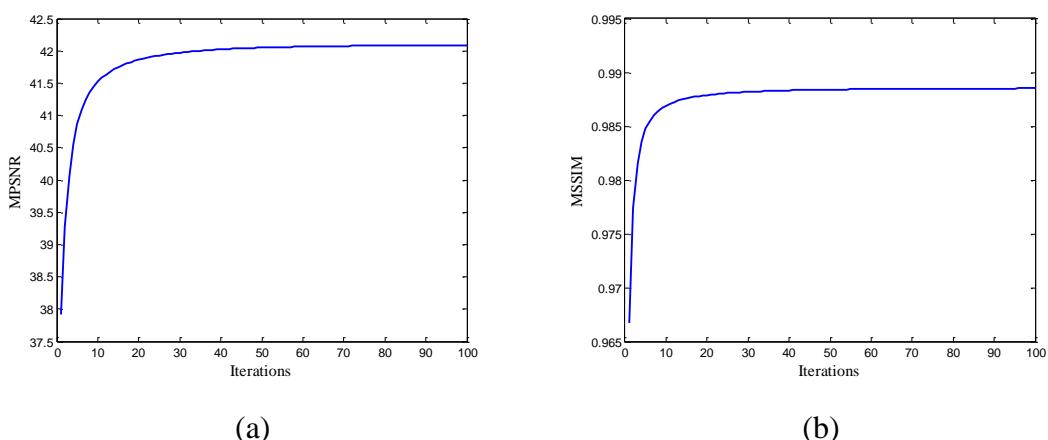


图 4-10 在华盛顿数据模拟实验情况 2 中，MPSNR 与 MSSIM 值随着迭代次数变化的结果。(a) MPSNR 值的变化结果，(b) MSSIM 值。

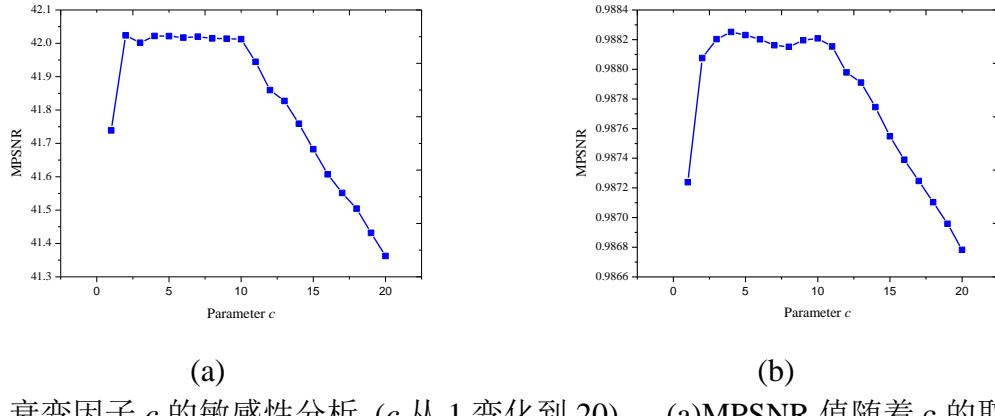


图 4-11 衰变因子 c 的敏感性分析 (c 从 1 变化到 20)。 (a)MPSNR 值随着 c 的取值变化, (b)MSSIM 值。

2) 衰变因子 c 的敏感性分析: 在迭代模型 (4.5) 中, 迭代因子 δ 的值与衰变参数 c 正相关。为验证 c 的取值对最后结果的影响, 我们分析 NAILRMA 算法在华盛顿数据模拟情况 2 的表现。如图 4-11 所示, 随着 c 值的增加, NAILRMA 方法获得的 MPSNR 与 MSSIM 值先增加至趋于平稳, 之后下降。当 c 取值为 5 时, NAILRMA 能取得稳定的结果。图 4-12 展示了两种迭代模型 (4.4) 与 (4.5) 的比较结果。对于迭代模型 (4.4), 迭代因子 δ 在所有波段上取值相同, 并且我们将 δ 取值从 0.2, 0.4, 0.6 到 0.8 变化。从图中可以参数, 迭代模型 (4.4) 获得的 MPSNR 与 MSSIM 值远远低于迭代模型 (4.5)。这也说明了噪声自适应迭代框架在处理有色噪声方面的巨大优势。

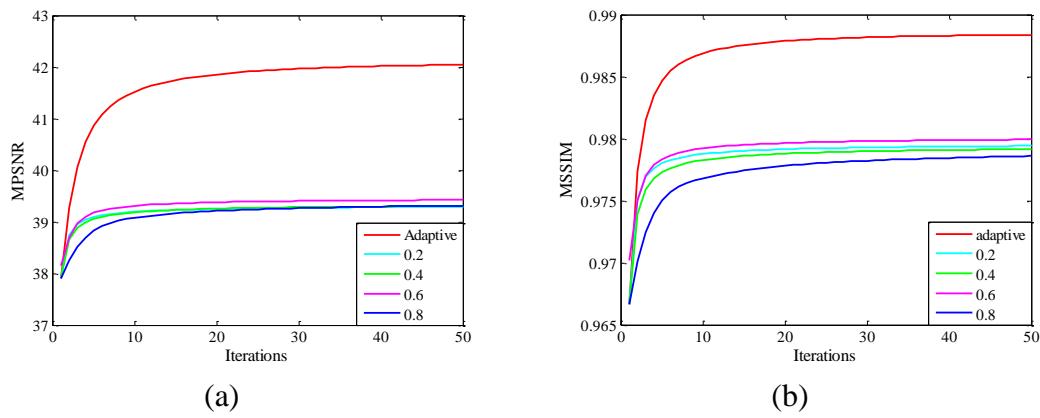


图 4-12 不同的迭代模型 (4.4) 与 (4.5) 的比较结果。在迭代模型 (4.4) δ 取值从 0.2, 0.4, 0.6 到 0.8。 (a) MPSNR 值随着迭代的变化 (b) MSSIM 值。

4.4 本章小结

针对遥感影像的噪声非一致性问题，本章提出了噪声自适应迭代的低秩分解方法。该方法有效避免了非一致性噪声带来的建模难题，化困难为机遇，通过噪声自适应迭代的方法，充分利用高光谱低噪声波段的影像信息与波段之间的强相关性，实现强噪声波段噪声与影像的分离。同时，本文提出了高光谱噪声的估计方法以及端元数目的估计方法，为噪声自适应迭代方法的参数自适应估计提供了可能。

第五章 鲁棒性混合像元分解的研究方法

在第三章和第四章中, 我们针对高光谱噪声的特点提出了基于数据的高光谱噪声分析方法。本章顾及高光谱混合像元分解任务中遇到的稀疏噪声、高斯噪声以及模型误差噪声, 提出了噪声鲁棒性混合像元分解方法。

5.1 高光谱混合像元分解模型

高光谱遥感影像上, 不同地物常常共同组成一个像元, 这样的像元称为“混合像元”。混合像元的光谱称为混合光谱(Miao and Qi, 2007); (Keshava and Mustard, 2002); (Bioucas-Dias et al., 2012)。混合像元现象导致单一像元的光谱不再能直接反映不同类别地物的光谱属性, 高光谱遥感图像丰富的光谱信息难以得到充分利用。混合像元分解技术, 通过建立光谱混合模型, 将混合像元表达为对混合光谱具有贡献的各物质(端元)的函数, 可以将分类深入到亚像元的尺度, 从而解决上述问题, 因此得到了广泛研究(Iordache et al., 2012)。

混合光谱分解方法从模型上划分可以分为线性混合光谱模型和非线性混合光谱模型两类方法。(1)线性混合模型: 该模型是目前研究最多, 应用最广泛的模型, 其结构简单, 物理意义明确, 但传统的线性混合模型由于没有用到任何约束条件, 混合像元分解效果不理想, 会出现端元成分小于 0 或大于 1 的情况。对此, 国内外研究主要集中在限制性线性混合分解方法上。限制性线性混合分解分析主要考虑混合像元端元组分比和为 1, 以及端元组分比不能为负数两个限制性条件, 典型的实现是基于非负最小二乘最优约束的限制性线性分解算法。(2)非线性混合模型: 线性模型认为像元的光谱反射率仅为各组成成分光谱反射率的简单相加, 而事实证明在大多数情况下, 各种地物的光谱反射率是以非线性形式组合。对此, 学者们发展了非线性混合光谱分解模型。非线性分解的研究主要体现在新方法的引进与新思路的不断探索中。

5.1.1 线性混合模型

在混合像元分解中, 通常假设光谱是线性混合的。线性混合模型具有非常合理的物理意义, 并且计算简单、适用性广的特点, 也是目前研究最为深入的一种模型。利用线

性混合光谱模型 (LMM)，通过模型求逆，就能够从像元的表观光谱特性(辐亮度或反射率)，分离和提取纯净像元和丰度估计。

LMM 模型假设高光谱数据有 K 个纯净像元线性组合而成，纯净像元也称作端元可表示为 $\mathbf{A}:=[a_1, a_2, \dots, a_K] \in \mathbf{R}^{L \times K}$ ，其中 $a_i \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 是第 i 个端元的光谱， L 表示光谱维数。相应的纯净像元所占的比例称作丰度矩阵，表示为 $\mathbf{S}:=[s_1, s_2, \dots, s_N] \in \mathbf{R}^{K \times N}$ ， N 表示像元个数。依据 LMM，高光谱数据可以表示为端元矩阵和丰度矩阵的乘积

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AS} + \mathbf{N} \quad (5.1)$$

其中， $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{L \times N}$ 表示输入高光谱数据， \mathbf{N} 代表了噪声或者模型误差，并假设服从高斯分布。在高光谱的 LMM 模型中，通常假设端元矩阵与丰度矩阵非负，并且每个高光谱像元中，各端元所占的比例和为 1，即满足如下的非负约束(ANC)与和为 1 约束(ASC)：

$$\mathbf{A}, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T \quad (5.2)$$

5.1.2 非负矩阵分解

D.D.Lee 等于 1999 年在科学杂志《Nature》提出了一种新的矩阵分解方法——非负矩阵分解(Non-negative Matrix Factorization, NMF)算法(Lee and Seung, 1999)，即在矩阵中所有元素均为非负数约束条件之下的矩阵分解方法。在高光谱数据的 LMM 模型中，端元矩阵 \mathbf{A} 以及丰度矩阵 \mathbf{S} 都要求有非负的特性，可以将非负矩阵分解算法直接用于高光谱影像的混合像元分解中来。另外，考虑丰度矩阵和为 1 的特性，可以建立如下的 NMF 模型

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2, \text{s.t. } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T. \quad (5.3)$$

最优化模型 (5.3) 相对于端元矩阵 \mathbf{A} 和丰度矩阵 \mathbf{S} 的求解是非凸的，解空间非常不稳定。因此研究者集中在挖掘高光谱端元矩阵与丰度矩阵的先验特性，建立正则化模型压缩解空间，具体模型为

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + g(\mathbf{A}) + h(\mathbf{S}), \text{s.t. } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T. \quad (5.4)$$

其中， $g(\mathbf{A})$ 与 $h(\mathbf{S})$ 分别表示端元矩阵与丰度矩阵的约束函数。目前，基于已有的正则化 NMF 模型 (5.4) 的高光谱解混方法有(Heinz and Chang, 2001); (Miao and Qi, 2007);

(Qian et al., 2011); (Yang et al., 2011); (Bioucas-Dias et al., 2012); (Liu et al., 2012a); (Dobigeon and Févotte, 2013); (Lu et al., 2013a); (Lu et al., 2013b); (Wang et al., 2013); (Sigurdsson et al., 2014); (He et al., 2016a); (He et al., 2017)等。本章节也是以非负矩阵分解为基础, 研究鲁棒性高光谱混合像元分解的方法。

5.2 全变差正则化的稀疏非负矩阵分解方法

NMF 模型已经广泛应用于高光谱混合像元分解中。然而由于解的不确定性, 其分解结果严重受到噪声的影响, 导致丰度矩阵呈碎裂状。因此需要对端元矩阵和丰度矩阵施加更多的先验条件。如图 5-1 所示, 从丰度矩阵列的角度, 其表示特定高光谱像素中各端元向量的比重, 通常只有少数几个位置非 0。这是因为对于单一高光谱像素, 通常只有一个或者少数几个纯净像元构成, 暗示了丰度矩阵稀疏的性质。从丰度矩阵行的角度, 其表示一个端元向量在所有像素点所在的比例。从空间位置上来说, 相邻两个像素所含纯净像元以及比重是近似相等的, 因此具有空间平滑的性质。在本小节, 我们将丰度矩阵稀疏的性质和空间平滑的性质作为先验条件以约束 NMF 混合像元分解模型的解空间, 提出了全变差正则化的稀疏非负矩阵分解解混方法。

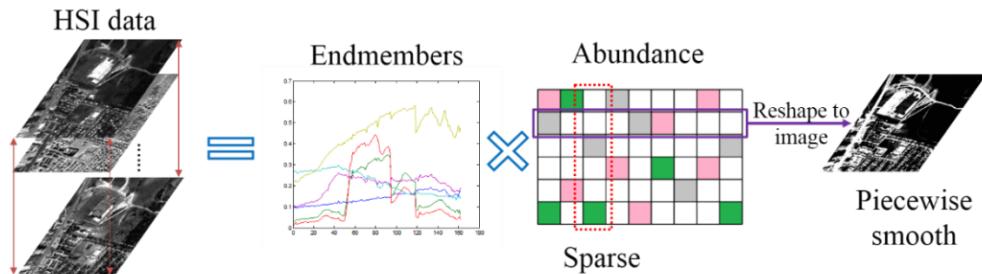


图 5-1 丰度矩阵稀疏与空间平滑的性质。

5.2.1 全变差正则化的重加权稀疏非负矩阵分解建模

5.2.1.1 重加权稀疏先验

如图 5-1 所示, 从列的角度丰度矩阵具有稀疏的性质。经典的稀疏表达模型为如下 (L_0) 最优化问题

$$\min_s \| s \|_0, \text{s.t. } y = \mathbf{As}. \quad (5.5)$$

其中, $\|s\|_0$ 表示向量 s 中的非零元素的个数。由于 (L_0) 问题为非凸的 NP-难问题, 因此我们可以将其松弛为 (L_1) 最优化问题

$$\min_s \|s\|_1, \text{s.t. } y = \mathbf{As}. \quad (5.6)$$

尽管 (L_1) 最优化问题被广泛应用于稀疏问题的求解, 但是其理论上并不能产生最稀疏的解。另外在非负矩阵分解中, 和为 1 约束能够产生与 (L_1) 约束类似的效果, 其并不能促进丰度矩阵的稀疏表达。因此, 更多稀疏约束的替代品被提议用于丰度矩阵的稀疏约束, 如 S-测度约束(Yang et al., 2011), $L_{1/2}$ 约束(Qian et al., 2011), L_p 约束(Sigurdsson et al., 2014)和数据引导的稀疏约束(Zhu et al., 2014)等。不同于以上方法, 我们在本小节采用加权稀疏正则化方法来加强丰度矩阵的稀疏性。

Candes 等在论文(Candes et al., 2008)中证明了通过合理选择权重参数, 加权稀疏正则化方法能够生成比 (L_1) 更稀疏的解。加权稀疏正则化模型如下所示

$$\min_s \|w \odot s\|_1, \text{s.t. } y = \mathbf{As} \quad (5.7)$$

其中, $w \in \mathbf{R}^{K \times 1}$ 为权重向量, \odot 表示向量对应位置元素相乘的算子。容易例证, 如何选择加权稀疏正则化方法 (5.7) 中的权重是一个关键性问题。理论上, 在模型 (5.7) 中, 向量在 s_i 位置的权重为 w_i 。当 w_i 值较大时, 模型 (5.7) 促进 s_i 的值为 0; 反之当 w_i 很小时, 促进其非 0。因此, 可以凭借经验设置权重为向量 s 真实值的倒数。然而, 如果向量 s 真实值事先不能确定, 那么如何按经验确定权值也是非常困难的问题。幸运的是, Candes 等提出了一种迭代重加权的方法, 通过求解一系列加权稀疏正则化问题来实现估计权值的目的。在迭代过程中, 本次迭代输出的稀疏 s 的倒数作为下次迭代的权重, 以此解决了权重的自适应估计问题。我们将加权正则化因子加入到 NMF 模型中得到了如下的重加权稀疏非负矩阵分解模型 (RSNMF)

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|W \odot S\|_1, \text{s.t. } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T \quad (5.8)$$

其中, W 表示权重矩阵。迭代重加权稀疏非负矩阵分解模型 (5.8) 的求解算法 5-1 所示, 其中权重矩阵 W 的确定准则为

$$W_{i,j}^{(k+1)} := 1 / (|S_{i,j}^{(k)}| + eps) \quad (5.9)$$

式中, $S_{i,j}^{(k)}$ 表示第 k 次迭代的稀疏系数, eps 是预设的非常小的正常数。

算法5-1 迭代重加权的非负矩阵分解 (RSNMF)

1 输入：高光谱数据 \mathbf{Y} , 参数 λ
 2 输出：端元矩阵 \mathbf{A} 和丰度矩阵 \mathbf{S}

3 初始化： $\mathbf{A}^{(0)}$, $\mathbf{S}^{(0)}$, and $\mathbf{W}^{(0)}$.

4 重复以下步骤直至收敛

5 根据 (5.9) 更新迭代参数 \mathbf{W}

6 固定 $\mathbf{S}^{(k)}$, 更新 $\mathbf{A}^{(k+1)}$

7 固定 $\mathbf{A}^{(k+1)}$, 更新 $\mathbf{S}^{(k+1)}$

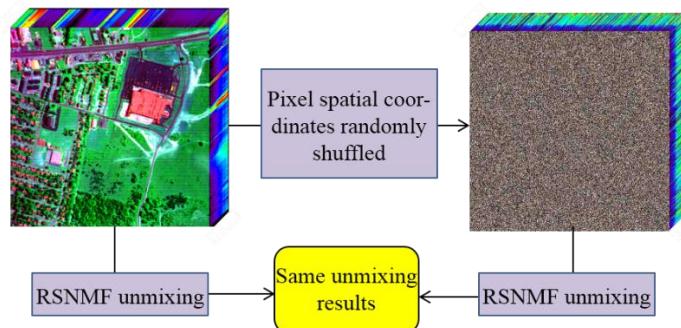
5.2.1.2 全变差正则化

图 5-2 举例说明空间维的重要性。

最优化 (5.8) 可等价变换为如下最优化问题

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{Y}_j - \mathbf{AS}_j\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W}_j \odot \mathbf{S}_j\|_1 \right), \text{s.t. } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T \quad (5.10)$$

其中, \mathbf{W}_j 表示权重矩阵 \mathbf{W} 的第 j 列, 列向量 \mathbf{S}_j 表示第 j 个像素的丰度值。从最优化模型 (5.8) 可以看出, RSNMF 模型对每一个高光谱像素独立解混, 忽略了其空间位置上的上下文关联性。在论文(Iordache et al., 2012)中, 作者论述了空间维信息在高光谱影像处理中的重要性。如图 5-2 所示, 如果只有光谱信息用于高光谱解混, 那么左边规则高光谱影像与右边像素重排类噪声影像的解混结果相同。在本小节中, 我们将 TV 正则化融入到 RSNMF 模型以探索高光谱丰度矩阵的空间平滑性。

TV 全变差模型首先由 Rudin 等(Rudin et al., 1992)提出用于灰度图像的噪声分析,

其中各向异性 TV 范数定义为

$$\|\mathbf{x}\|_{TV} = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \{ |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_{i+1,j}| + |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_{i,j+1}| \} + \sum_{i=1}^{m-1} |\mathbf{x}_{i,n} - \mathbf{x}_{i+1,n}| + \sum_{j=1}^{n-1} |\mathbf{x}_{m,j} - \mathbf{x}_{m,j+1}|. \quad (5.11)$$

扩展到高光谱影像，分波段 TV 模型为

$$\|\mathbf{X}\|_{HTV} = \sum_{j=1}^p \|\mathcal{F}\mathbf{X}_j\|_{TV}, \quad (5.12)$$

其中， \mathbf{X}_j 表示第 j 个波段列化后的向量， $\mathcal{F}: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$ 是将矩阵逆变化为图像 $m \times n$ 大小的算子。根据最大后验概率估计模型 (MAP)，我们可以将定义的 TV 正则化模型嵌入到高光谱丰度矩阵的空间平滑性探索中，建立如下的 TV 去噪模型

$$\hat{\mathbf{L}} = \arg \min_{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{L \times N}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 + \tau \|\mathbf{L}\|_{HTV} \right\}. \quad (5.13)$$

其中， \mathbf{S} 为含噪声的丰度矩阵， $\hat{\mathbf{L}}$ 为去噪后的丰度矩阵。特别的，与输入的含噪声丰度矩阵相比，(5.13) 输出的丰度矩阵能够更好的保持空间平滑信息。

5.2.1.3 全变差正则化的重加权稀疏非负矩阵分解模型

将 TV 正则化参数嵌入到 RSNMF 模型中，所提出全变差正则化的重加权稀疏非负矩阵分解模型 (TV-RSNMF) 的目标函数式为

$$J(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{S}\|_1 + \tau \|\mathbf{S}\|_{HTV}, \text{s.t. } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T \quad (5.14)$$

其中，第一项为数据一致性项，第二项为丰度矩阵的稀疏约束项，第三项是丰度矩阵的空间平滑性约束项， λ 和 τ 为正则化参数。

理论上，RSNMF 模型 (5.8) 是 TV-RSNMF 模型 (5.14) 的特殊形式。与传统的 NMF 解混方法相比，TV-RSNMF 模型有两个创新点。首先，引入了迭代重加权的稀疏正则化模型探索丰度矩阵的稀疏度，取得了比以往方法更好的结果；其次，TV 模型被应用于丰度矩阵的去噪，提高了其空间平滑性。

5.2.2 模型求解

理论上，最优化模型 (5.14) 是非凸的。为了更高效的求解 TV-RSNMF 模型，我们首先引入冗余变量 \mathbf{L} 将最优化模型等价转化为

$$\begin{aligned} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}) &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{S}\|_1 + \tau \|\mathbf{L}\|_{HTV} \\ \text{s.t. } &\mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{L} = \mathbf{S}, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T. \end{aligned} \quad (5.15)$$

如果将变量 \mathbf{S} 看做冗余变量 \mathbf{L} 的噪声模式, 则等式约束 $\mathbf{L}=\mathbf{S}$ 能够被吸收至最优化模型, 可以获得如下的的最优化模型

$$\begin{aligned} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}) &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{S}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 + \tau \|\mathbf{L}\|_{HTV} \\ \text{s.t. } &\mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_K^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_N^T \end{aligned} \quad (5.16)$$

模型 (5.16) 可采用交替迭代的思想进行求解, 将最优化 (5.16) 的求解转化为如下子问题

$$\mathbf{A} = \arg \min_{\mathbf{A}} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}) \quad (5.17a)$$

$$\mathbf{S} = \arg \min_{\mathbf{S}} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}) \quad (5.17b)$$

$$\mathbf{L} = \arg \min_{\mathbf{L}} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}) \quad (5.17c)$$

交替迭代算法分为如下三个步骤: 1) 端元估计, 2) 丰度估计, 3) 丰度去噪。在每一个步骤中, 固定其他变量, 只更新当前变量。具体描述如下。

5.2.2.1 更新准则

1) 端元估计

端元估计的目标函数式为

$$J(\mathbf{A}) = \min \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|_F^2 + Tr(\Psi \mathbf{A}). \quad (5.18)$$

在 (5.18) 中, 我们采用拉格朗日正则化将非负约束转化为无约束问题, 其中, $\Psi \in \mathbf{R}^{L \times K}$ 表示拉格朗日乘子。为求最优化式 (5.18) 最小, 最直观做法是对其求导并使其偏导为 0。依据 KKT 条件, 最优化 (5.18) 求解转化为如下线性方程组求解

$$\nabla_{\mathbf{A}} J(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^T - \mathbf{Y} \mathbf{S}^T + \Psi = \mathbf{0} \quad (5.19a)$$

$$\mathbf{A} \odot \Psi = \mathbf{0} \quad (5.19a)$$

求解可得端元 \mathbf{A} 的更新模式为

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} \odot (\mathbf{Y} \mathbf{S}^T) \oslash (\mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^T). \quad (5.20)$$

其中， \odot 表示矩阵元素相乘， \oslash 代表元素相除。

2) 丰度估计

第二步 (2.17b) 为丰度估计，目标函数式为

$$J(\mathbf{S}) = \min \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}_f - \mathbf{A}_f \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{S}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 + Tr(\Gamma \mathbf{S}). \quad (5.21)$$

其中， \mathbf{Y}_f 与 \mathbf{A}_f 为增广矩阵：

$$\mathbf{Y}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \delta \mathbf{I}_N^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \delta \mathbf{I}_K^T \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$\Gamma \in \mathbf{R}^{K \times N}$ 为拉格朗日乘子，权重矩阵 \mathbf{W} 由 (5.9) 估计。数学的角度，最优化模型 (5.21) 的 KKT 条件为

$$\nabla_{\mathbf{S}} J(\mathbf{S}) = \mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_f \mathbf{S} - \mathbf{A}_f^T \mathbf{Y}_f + \lambda \mathbf{W} + \mu (\mathbf{S} - \mathbf{L}) + \Gamma = \mathbf{0} \quad (5.23a)$$

$$\mathbf{S} \odot \Gamma = \mathbf{0} \quad (5.23b)$$

类似的，丰度矩阵 \mathbf{S} 的更新模式为

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} \odot (\mathbf{A}_f^T \mathbf{Y}_f + \mu \mathbf{L}) \oslash (\mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_f \mathbf{S} + \lambda \mathbf{W} + \mu \mathbf{S}) \quad (5.24)$$

3) 丰度去噪

第三步 (5.17c)，TV 正则化方法用于丰度矩阵的去噪，并提升丰度矩阵局部平滑的性质。最优化模型为

$$J(\mathbf{L}) = \min_{\mathbf{L}} \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L} - \mathbf{S}\|_F^2 + \tau \|\mathbf{L}\|_{HTV}, \quad (5.25)$$

等价为

$$J(\mathbf{L}) = \min_{\mathbf{L}} \sum_{j=1}^K \left(\frac{\mu}{2} \|\mathcal{F} \mathbf{L}^j - \mathcal{F} \mathbf{S}^j\|_F^2 + \tau \|\mathcal{F} \mathbf{L}^j\|_{TV} \right). \quad (5.26)$$

因此，丰度去噪过程可以分解为如下 K 个 TV 正则化求解问题

$$\hat{\mathbf{L}}^j = \min_{\mathbf{L}^j} \frac{\mu}{2} \|\mathcal{F} \mathbf{L}^j - \mathcal{F} \mathbf{S}^j\|_F^2 + \tau \|\mathcal{F} \mathbf{L}^j\|_{TV}, \quad j=1, \dots, K \quad (5.27)$$

在本章节中，我们采用最速梯度投影法 (FGP) (Beck and Teboulle, 2009a) 来求解子问题 (5.27)。

总结以上描述，我们可以获得如算法 5-2 的 TV-RSNMF 模型求解。

算法5-2: TV-RSNMF解混模型

1 输入: 观测数据 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{L \times N}$, 端元个数 K , 正则化参数 λ, τ, μ , and δ

2 输出: 端元矩阵 \mathbf{A} 和丰度矩阵 \mathbf{S}

3 初始化 $\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{L}$ 以及权重矩阵 \mathbf{W}

4 重复直至收敛

5 根据公式 (5.9) 更新权重矩阵 \mathbf{W}

6 根据公式 (5.20) 更新端元矩阵 \mathbf{A}

7 分别增广矩阵 \mathbf{Y} 和 \mathbf{A} 为 \mathbf{Y}_f 和 \mathbf{A}_f

8 根据 (5.24) 更新丰度矩阵 \mathbf{S}

9 根据 (5.27) 更新矩阵 \mathbf{L}

5.2.2.2 参数设置

由于 TV-RSNMF 模型的整体非凸性, 变量的初始化以及参数的设置对最后的结果非常重要。我们在本小节重点描述此问题。

第一个问题是端元矩阵 \mathbf{A} 、丰度矩阵 \mathbf{S} 、冗余变量 \mathbf{L} 以及权重矩阵 \mathbf{W} 的初始化问题。冗余变量可以设置为 $\mathbf{L}=\mathbf{S}$, 权重矩阵可以初始化为 $\mathbf{W}_{i,j} := 1 / (|\mathbf{S}_{i,j}| + eps)$ 。因此我们只需完成端元矩阵 \mathbf{A} 以及丰度矩阵 \mathbf{S} 的初始化。通常, 丰度矩阵 \mathbf{A} 有两种初始化策略: 随机初始化以及端元提取方法。第一种策略是随机生成一个值在 [0 1] 之间的矩阵作为初始端元矩阵。第二种策略通常有两种端元提取的方法。第一种是如(He et al., 2017)中介绍的基于光谱夹角的方法 (SID) 从原始影像中选择光谱组成初始矩阵 \mathbf{A} 。另外一种非监督端元提取的方法, 例如 VCA(Nascimento and Bioucas Dias, 2005)等。确定端元矩阵 \mathbf{A} 后, 采用全约束最小二乘方法 (FCLS) (Heinz and Chang, 2001)估计初始丰度矩阵 \mathbf{S} 。

第二个问题是非负约束 (ANC) 与和为 1 约束 (ASC) 问题。通常情况, 假设初始化矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{S} 与 \mathbf{L} 是非负的, 那么在更新模式 (5.20) 与 (5.24) 下, 矩阵 \mathbf{A} 与 \mathbf{S} 的非负性保持不变。另外如论文(Beck and Teboulle, 2009a)中介绍, 矩阵 \mathbf{L} 在更新模式 (5.27) 下也能保持非负的特性。ASC 约束由参数 δ 控制。在本小节中, 我们确定 δ 值为 15。

参数 λ 、 τ 与 μ 的确定也是一个关键性问题。 μ 是对等式约束 $\mathbf{L}=\mathbf{S}$ 的控制程度, 在实验部分我们详细分析了其敏感程度, 并最终确定值为 1e3。参数 λ 取决于丰度矩阵的稀疏程度, 参数 τ 控制着平滑性约束对丰度矩阵结果的影响。然而这两个参数的自适应

选择仍然是我们将来需要关心的问题。

如何选择终止条件是我们关心的另外一个问题。在算法中，我们选择了两个终止条件。第一个是设置误差的容忍程度。当连续十次迭代的误差结果都在误差容忍程度内时，迭代终止。第二个是迭代次数的上限，当达到迭代次数上限时，迭代自动终止。我们设置迭代次数的上限为 3000。

最后一个关键的问题是端元数目问题。尽管端元数目的确定对最后的结果影响非常大，但是这是另外一个独立的研究话题。在模拟实验中，我们假设端元数目是确定的；在真实实验中，我们采用 HySime 方法(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)估计单元数目。

5.2.3 实验分析

在本小节，我们将算法 RSNMF 与 TV-RSNMF 用于模拟数据以及真实数据的混合像元分解。我们将这两种方法与 $L_{1/2}$ -NMF(Qian et al., 2011)、ASSNMF(Liu et al., 2011)、GLNMF(Lu et al., 2013b)以及 VCA/FCLS(Nascimento and Bioucas Dias, 2005); (Heinz and Chang, 2001)方法进行比较，并采用 SAD 与 RMSE 对估计的端元和丰度进行定量评价。

A. 模拟数据实验结果

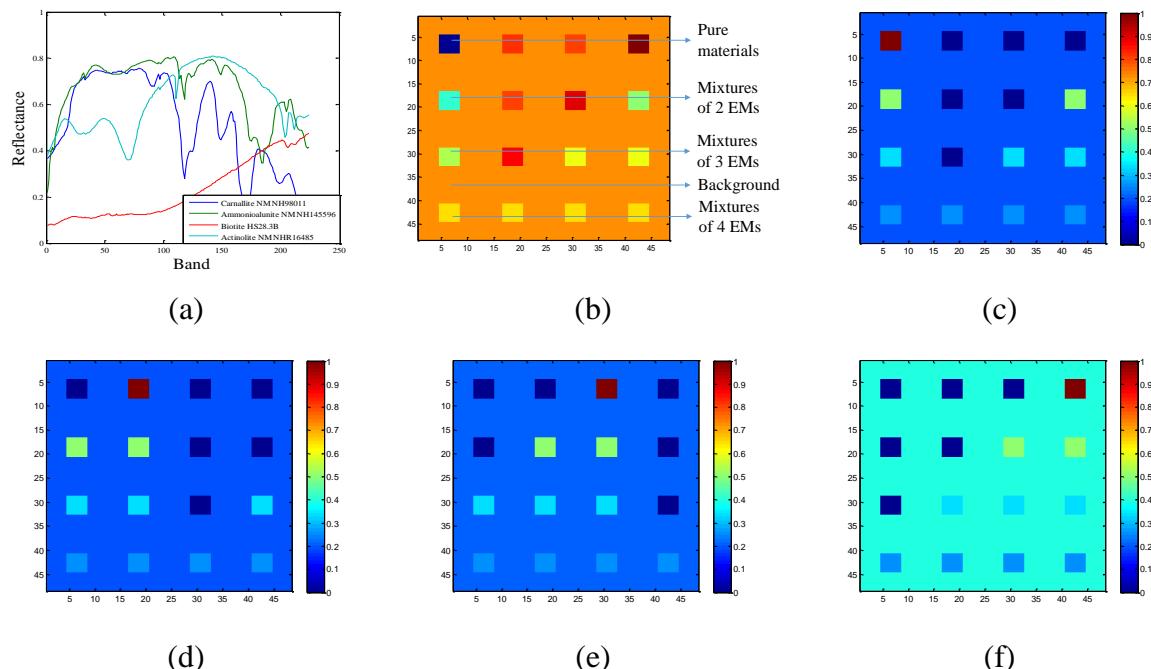


图 5-3 模拟端元矩阵以及丰度矩阵展示。(a) 用于模拟数据的端元展示, (b) 模拟高光谱数据, (c) 第一个端元丰度矩阵, (d) 第二个, (e) 第三个, 和 (f) 第四个端元丰度矩阵。

如图 5-3 所示，在模拟实验中，从 USGS 数据库中选择了四条光谱作为纯净端元来合成高光谱数据。光谱合成方法如论文(Iordache et al., 2012)中描述，生成一个 $48 \times 48 \times 187$ 大小的高光谱数据。模拟数据满足 LMM 光谱混合模型以及 ASC 和 ANC 约束。图 5-3b 展示了模拟的高光谱数据。在模拟数据中，既有纯净像元，也有由 2-4 个端元合成的混合像元。图 5-3 (c-f) 展示了每个端元对应的丰度矩阵。其中，背景由四种端元光谱混合而成。另外，在模拟影像中，我们按照 SNR 的强度添加高斯白噪声。在实验中，采用 SID 方法初始化端元矩阵，由 FCLS 计算初始的丰度矩阵。

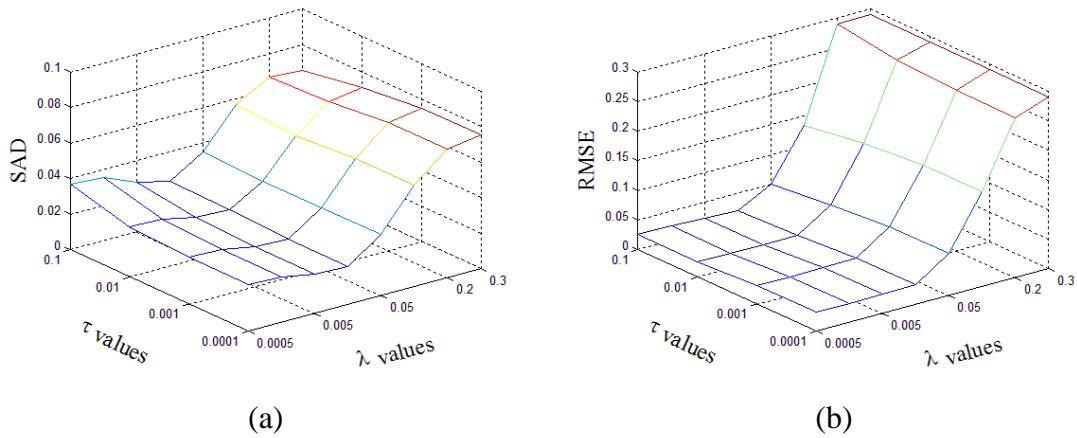


图 5-4 正则化参数 λ 和 τ 变化时，TV-RSNMF 方法的解混精度评价结果。(a) SAD, (b) RMSE。

1) 参数分析

我们首先分析稀疏正则化参数 λ 和 TV 正则化参数 τ 对结果的影像。模拟高光谱噪声强度为 $SNR=20dB$ 。实验中，我们将 λ 从 $5e-4, 1e-3, 5e-3, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ 变化至 0.3，将 τ 从 $1e-4, 1e-3, 0.01$ 变化至 0.1，并记录不同参数下 TV-RSNMF 方法解混的精度评价结果。图 5-4 分别展示了不同情况下 TV-RSNMF 解混结果的 SAD 与 RMSE 评价。从图中可以看出，当 λ 与 τ 的值较小时，TV-RSNMF 方法能够取得相对较小的 SAD 与 RMSE 值。但是，当 λ 与 τ 设置为 0 时，SAD 与 RMSE 值相对较大。这侧面反映了稀疏约束和 TV 正则化约束的有效性。在实验中，我们设置 TV 正则化参数 τ 为 0.01。参数 λ 的值与丰度矩阵的稀疏程度有关，可参考论文(Qian et al., 2011)中的估计方法。

接着，我们展示了参数 μ 对结果的影响。在实验中，我们将参数 μ 从 $1e1, 1e2, 1e3$ ，变化至 $1e4$ ，并保持其余参数不变。在不同 μ 的取值下，TV-RSNMF 解混结果的 SAD

评价如图 5-5 所示。可以看出, TV-RSNMF 方法对参数 μ 的鲁棒性效果很好, 在实验中, 确定为 $1e3$ 。

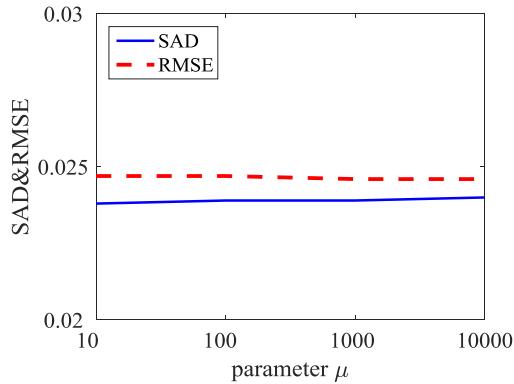


图 5-5 正则化参数 μ 变化时, TV-RSNMF 方法解混结果的 SAD 与 RMSE 评价结果。

2) 对比方法

本小节展示了不同对比方法在不同的高斯噪声强度下解混结果的定量评价。噪声强度从 $SNR = 10 \text{ dB}, 20 \text{ dB}, 30 \text{ dB}$ 至 40 dB 变化。表 5-1 展示了不同方法在不同高斯噪声下的 SAD 评价结果, 表 5-2 是 RMSE 结果展示。在表格中, 最优的结果用黑体标示, 次优的结果用下划线标示。从表中可以看出, RSNMF 方法获得的 SAD 与 RMSE 结果低于对比方法 $L_{1/2}$ -NMF, ASSNMF, GLNMF 以及 VCA-FCLS, 证实了带权重稀疏约束的有效性。另外, 针对 RMSE 评价, TV-RSNMF 取得了比其他对比方法更优的结果。特别的, 当噪声强度较高时, 这种优势特别明显, 暗示着在噪声情况下, TV 约束的有效性。

表 5-1 不同方法的 SAD 评价结果

Method	TV-RSNMF	RSNMF	$L_{1/2}$ -NMF	ASSNMF	GLNMF	VCA-FCLS
SNR=10 dB	0.0452	0.0492	0.0525	0.0627	<u>0.0460</u>	0.0751
SNR=20 dB	0.0230	<u>0.0248</u>	0.0257	0.0283	0.0314	0.0374
SNR=30 dB	0.0091	<u>0.0094</u>	0.0157	0.0152	0.0147	0.0297
SNR=40 dB	<u>0.0060</u>	0.0047	0.0141	0.0130	0.0089	0.0196

表 5-2 不同方法的 RMSE 评价结果

Method	TV-RSNMF	RSNMF	$L_{1/2}$ -NMF	ASSNMF	GLNMF	VCA-FCLS
SNR=10 dB	0.0496	0.0774	0.0910	0.0818	<u>0.0771</u>	0.0919
SNR=20 dB	0.0213	<u>0.0328</u>	0.0417	0.0522	0.0491	0.0625
SNR=30 dB	0.0129	0.0168	0.0224	0.0330	0.0198	<u>0.0137</u>
SNR=40 dB	0.0051	<u>0.0109</u>	0.0207	0.0256	0.0134	0.0112

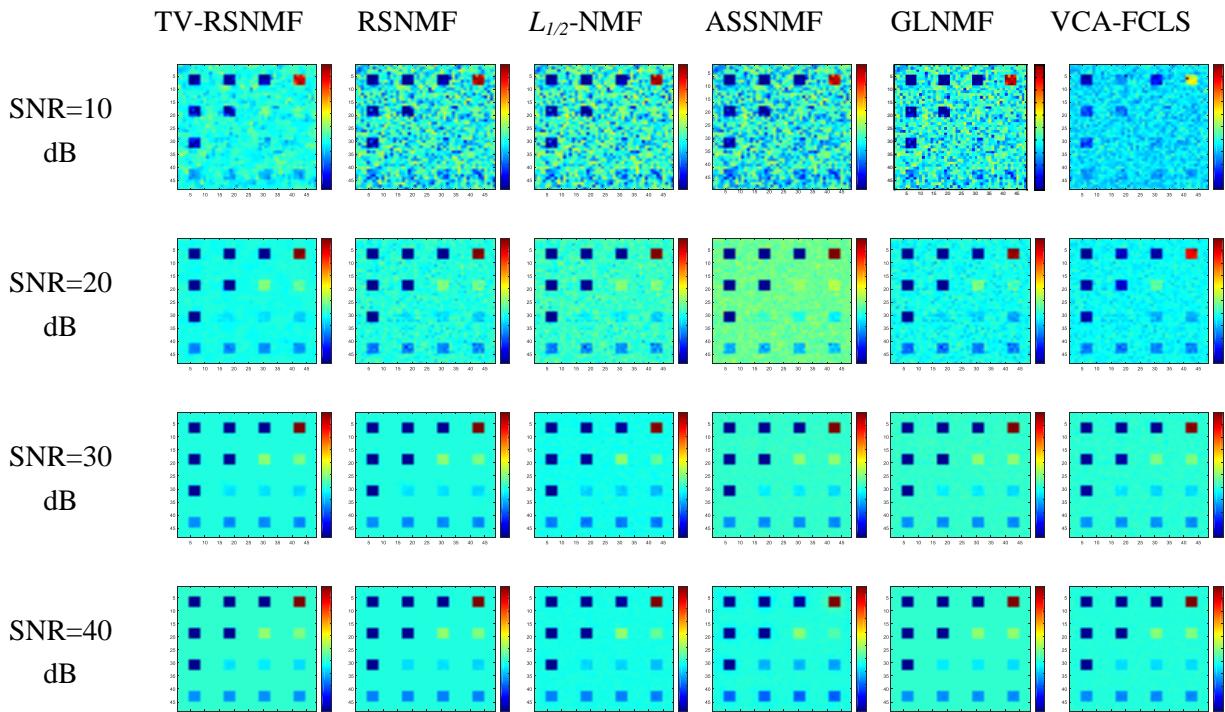


图 5-6 不同方法获得的第 4 个端元对应的丰度矩阵结果展示。

为更进一步对比各种方法的优劣，我们在图 5-6 中展示了不同方法获得的第 4 个端元对应的丰度矩阵。从图中可以看出，在任何噪声强度下，TV-RSNMF 都能取得最平滑的结果。以 SNR=20dB 为例，TV-RSNMF 方法提取的第 4 条光谱对应的丰度矩阵有整体平滑的性质。然而，其余的方法在背景部分或多或少存在部分噪声。综上所述，TV 正则化作为一种空间处理方法，在噪声强度较高时，能够大幅提升影像解混的精度。

B. 真实数据实验结果

本小节，我们将各种方法应用到 HYDICE Urban 数据和 AVIRIS Cuprite 数据的混合像元分解上。在所有真实数据的解混中，我们采用 SID 方法估计初始端元矩阵。所有对比方法的初始端元矩阵相同。另外，我们重复独立实验十次，以确保实验结果的可靠

性。在 TV-RSNMF 方法中，我们设置参数 λ 为 0.2。

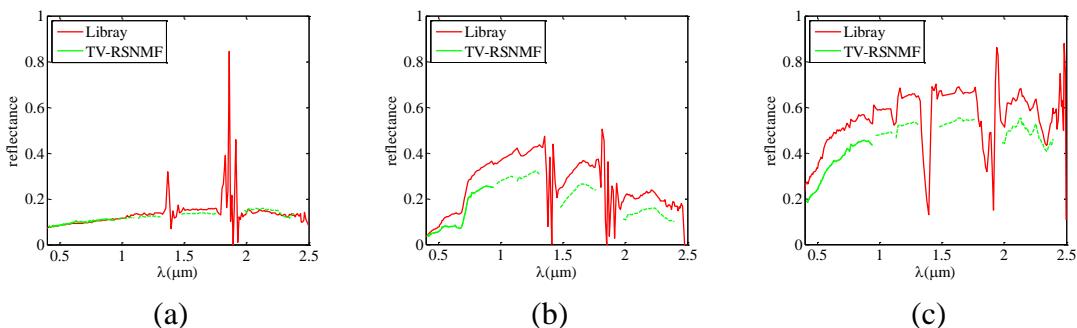
1) HYDICE Urban 数据

第一个数据为 HYDICE Urban 数据。剔除水吸收波段(1–4, 76, 87, 101–111, 136–153, 和 198–210)后，剩余 162 个波段用于混合像元分解。在 Urban 影像中，主要有六种地物：“Asphalt”，“Grass”，“Concrete road”，“Roof#1”，“Roof#2”，和 “Tree”。他们的真实光谱曲线从网站 <http://www.agc.army.mil/> 下载。

表 5-3 展示了不同方法在 Urban 数据上提取端元的 SAD 评价结果。从表中可以看出，相比较于其他方法，TV-RSNMF 与 RSNMF 方法能够得到更低的 SAD 值，验证了带权重稀疏约束的有效性。另一个方面，TV-RSNMF 能够获得比 RSNMF 更低的 SAD 值，这也说明了 TV-正则化参数的有效性。在图 5-7 中我们展示了真实端元光谱与 TV-RSNMF 方法提取的光谱信息，图 5-8 展现了 TV-RSNMF 提取的不同端元对应的丰富度矩阵信息。在图 5-8 中，黑色像素表示相应端元在该位置所在比例较低。

表 5-3 不同方法在 HYDICE URBAN 数据上的 SAD 评价结果

Method	TV-RSNMF	RSNMF	$L_{1/2}$ -NMF	ASSNMF	GLNMF	VCA-FCLS
Asphalt road	<u>0.0944</u>	0.0933	0.1046	0.1772	0.1054	0.2903
Grass	0.1165	<u>0.1182</u>	0.1206	0.1663	0.1205	0.4906
Concrete road	<u>0.0630</u>	0.0656	0.0609	0.1034	0.0686	0.1887
Roof#1	0.1229	<u>0.1270</u>	0.1364	0.1594	0.1339	0.4008
Roof#2	0.1553	<u>0.1750</u>	0.2363	0.3291	0.2397	0.5268
Tree	0.0613	<u>0.0642</u>	0.0857	0.2238	0.0836	0.2722
Mean	0.1022	<u>0.1073</u>	0.1241	0.1932	0.1253	0.3616



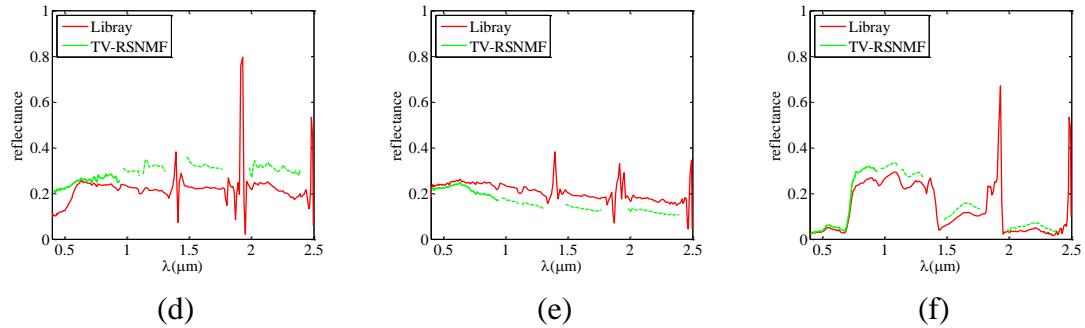


图 5-7 Urban 数据中真实端元光谱与 TV-RSNMF 方法提取的光谱之间的比较。
(a) Asphalt road, (b) Grass, (c) Concrete road, (d) Roof#1, (e) Roof#2, (f) Tree。

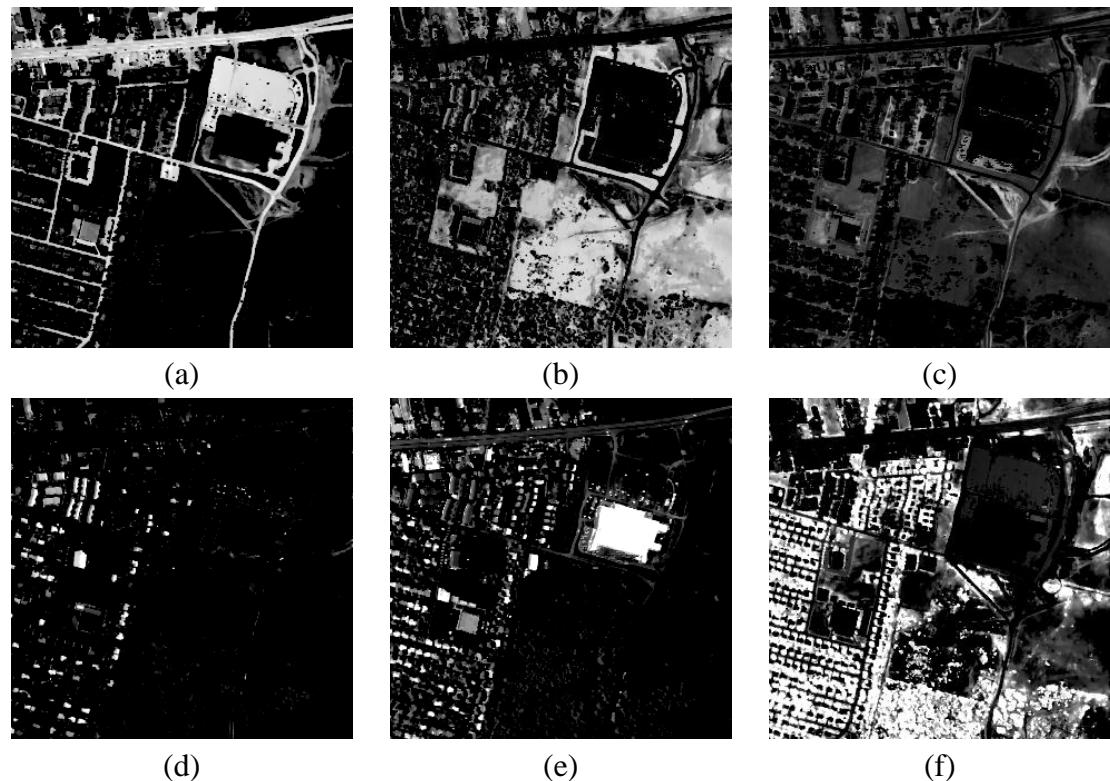


图 5-8 TV-RSNMF 方法在 Urban 数据上提取各端元矩阵的丰度图展示。(a) Asphalt road, (b) Grass, (c) Concrete road, (d) Roof#1, (e) Roof#2, (f) Tree。

表 5-3 不同方法在 AVIRIS CUPRITE 数据上的 SAD 评价结果

Method	TV-RSNMF	RSNMF	$L_{1/2}$ -NMF	ASSNMF	GLNMF	VCA-FCLS
Alunite	0.1930	<u>0.2013</u>	0.2305	0.2380	0.2030	0.2045
Andradite	<u>0.0711</u>	0.0745	0.0673	0.0750	0.0821	0.0716
Buddingtonite	<u>0.1059</u>	0.1160	0.1117	0.1015	0.1189	0.1161
Dumortierite	0.0959	<u>0.0988</u>	0.1230	0.1173	0.1081	0.1031
Kaolinite_1	<u>0.0963</u>	0.0999	0.1025	0.1360	0.1480	0.0871
Kaolinite_2	<u>0.0740</u>	0.0728	0.0968	0.1374	0.0922	0.0821
Muscovite	<u>0.1306</u>	0.1194	0.1516	0.1434	0.1479	0.1472
Montmorillonit	0.0616	<u>0.0611</u>	0.0635	0.0601	0.0697	0.1070

e						
Nontronite	0.0784	<u>0.0782</u>	0.0824	0.0864	0.0781	0.07882
Pyrope	0.0610	0.0871	0.0809	0.1267	0.0541	<u>0.0745</u>
Sphene	0.1099	<u>0.0956</u>	0.1168	0.2490	0.1005	0.0889
Chalcedony	<u>0.0988</u>	0.0916	0.1315	0.1045	0.1218	0.1327
Mean	0.0981	<u>0.0997</u>	0.1132	0.1313	0.1104	0.1078

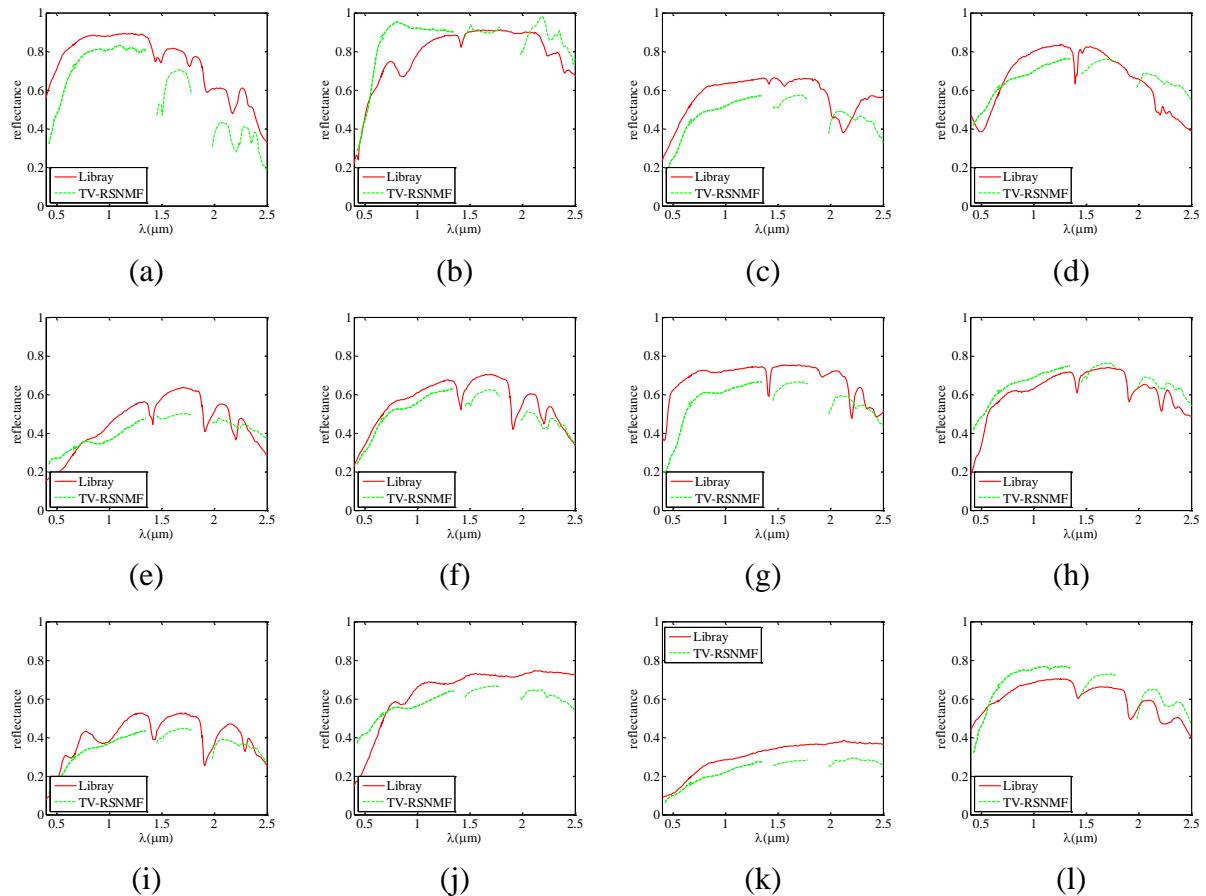
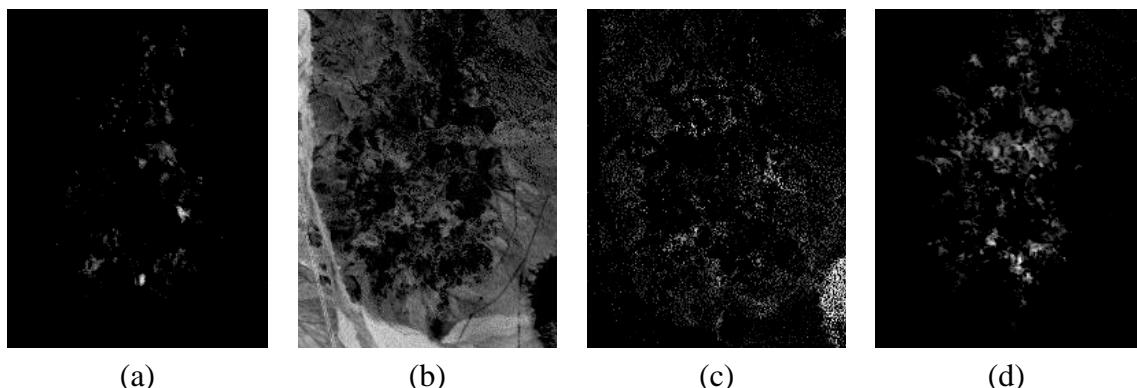


图 5-9 Cuprite 数据中 USGS 光谱库与 TV-RSNMF 方法提取的光谱之间的比较 (a) Alunite. (b) Andradite. (c) Buddingtonite. (d) Dumortierite. (e) Kaolinite_1. (f) Kaolinite_2. (g) Muscovite. (h) Montmorillonite. (i) Nontronite. (j) Pyrope. (k) Sphene. (l) Chalcedony.



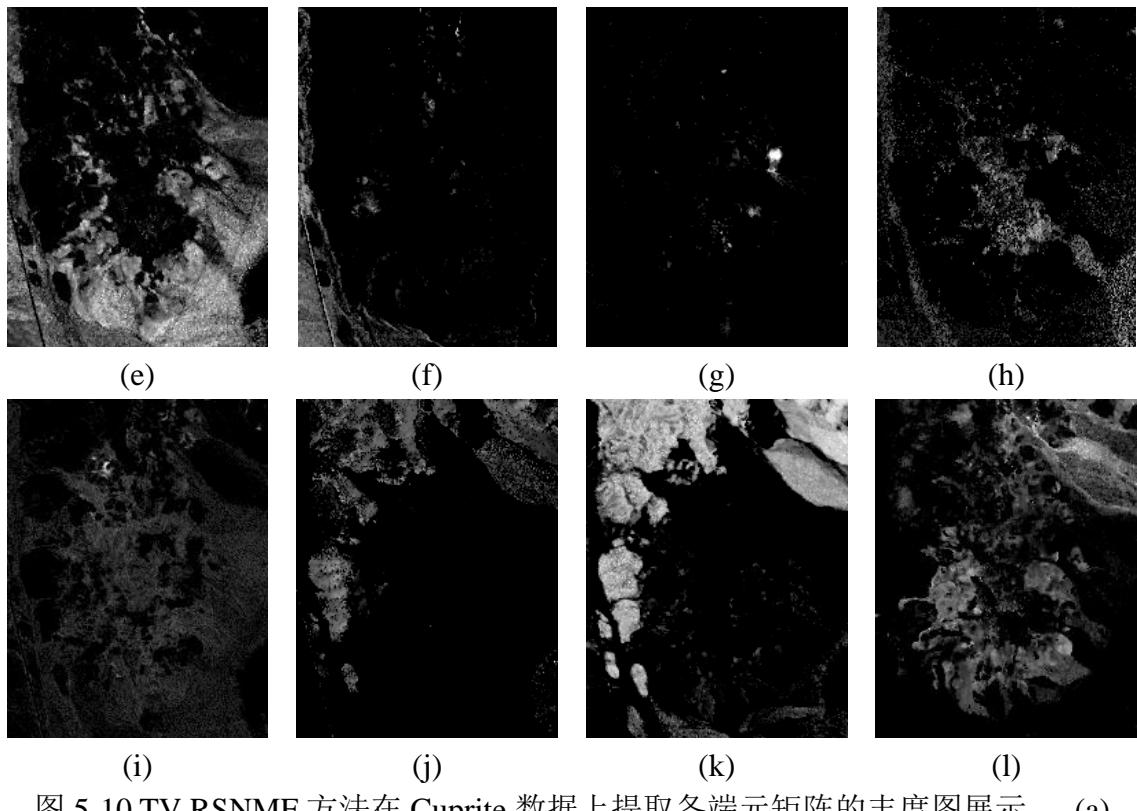


图 5-10 TV-RSNMF 方法在 Cuprite 数据上提取各端元矩阵的丰度图展示。 (a) Alunite. (b) Andradite. (c) Buddingtonite. (d) Dumortierite. (e) Kaolinite_1. (f) Kaolinite_2. (g) Muscovite. (h) Montmorillonite. (i) Nontronite. (j) Pyrope. (k) Sphene. (l) Chalcedony.

2) AVIRIS Cuprite 数据

第二个真实实验数据为 AVIRIS Cuprite 数据，Cuprite 数据包含 224 个波段，去除水吸收波段和高噪声波段(1–3, 104–113, 148–167, 221–224)后，还剩 187 个波段用于混合像元分解。攫取的影像空间大小为 250×191 。地物的真实光谱曲线从 USGS 光谱库获得，下载地址为 <http://speclab.cr.usgs.gov/spectral.lib>。

Cuprite 数据中，端元的数量确定为 12。表 5-3 展示了不同方法在 Cuprite 数据上的 SAD 结果。可以看出，TV-RSNMF 与 RSNMF 方法能够取得更小的 SAD 值。然而，在 Cuprite 数据中，TV-RSNMF 相比较于 RSNMF 优势并不明显。这是因为其大部分光谱对于的丰度矩阵呈现离散化分布，并不符合空间平滑的性质。图 5-9 展示了参考光谱与 TV-RSNMF 提取的光谱之间的比较，图 5-10 表示不同端元对应的丰度矩阵信息。由图中可以看出，TV-RSNMF 方法提取的光谱与由 USGS 库提取的光谱非常相似，从侧面反映了 TV-RSNMF 方法的有效性。

5.2.4 结论

本小节针对高光谱混合像元分解提出了全变差正则化的稀疏非负矩阵分解方法 (TV-RSNMF)。该方法充分利用丰度矩阵的结构先验压缩 NMF 解混结果的解空间。首先，重加权的稀疏正则化模型用于丰度矩阵稀疏先验的探索；其次，TV 正则化模型用于丰度矩阵空间平滑先验的探索。TV-RSNMF 方法包含三个步骤：1) 端元估计，2) 丰度估计，3) 丰度去噪。模拟实验和真实实验的目视和定量评价结果验证了该方法在混合像元分解中的重要意义。

尽管 TV-RSNMF 在混合像元分解中取得了非常好的结果，然而该方法还有待改善。首先，稀疏参数 λ 的自适应确定有待进一步解决。另外，该方法只考虑了高斯噪声对丰度矩阵的影响，在真实实验中，高光谱影像通常受到稀疏噪声、模型噪声以及非线性误差的影响，如何提高算法对噪声的鲁棒性是值得将来深究的问题。

5.3 鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法

TV-RSNMF 混合像元分解模型假设高光谱数据受到高斯噪声的干扰。然而，高光谱影像的噪声类型繁多，其统计分布也复杂多变，单纯用高斯噪声建模高光谱噪声显然无法达到物理与数学上的要求。从另外一个角度，传统意义上的噪声对后续应用的影响越来越少。然而这并不是说鲁棒性分析算法变得没有意义。不同的应用背景中噪声的界定越来越模糊。从另外一个角度，由于高光谱数据场景的复杂性，执行某项特定任务时会受到冗余或者负面特征的影响。这种不利于按任务驱动所确定的兴趣区域（光谱）提取的特征都可以定义为“噪声”。在本小节，我们将假设高光谱影像受到稀疏噪声、高斯噪声等混合噪声的干扰，同时假设由太阳光二次散射形成的模型误差（相对 LMM 模型）为稀疏噪声，提出了多类型混合噪声鲁棒性的非负矩阵分解方法。

5.3.1 鲁棒性稀疏非负矩阵分解建模

5.3.1.1 鲁棒性线性混合模型

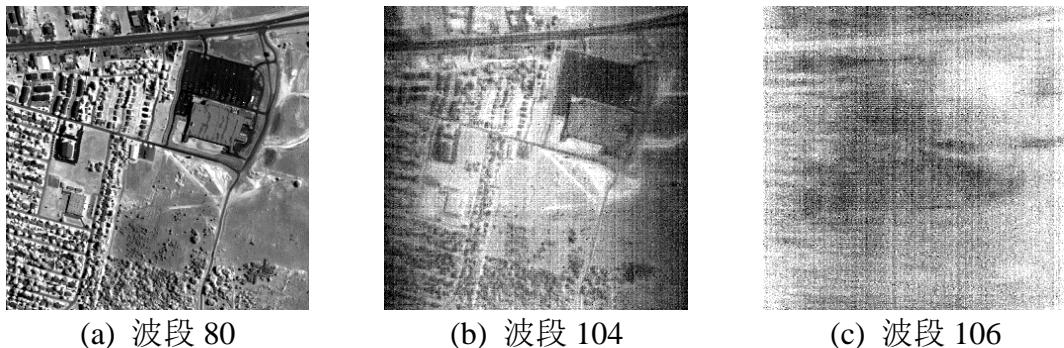


图 5-11 HYDICE Urban 数据的一些典型波段展示。(a) 低噪声波段, (b) 噪声波段, (c) 水吸收波段。

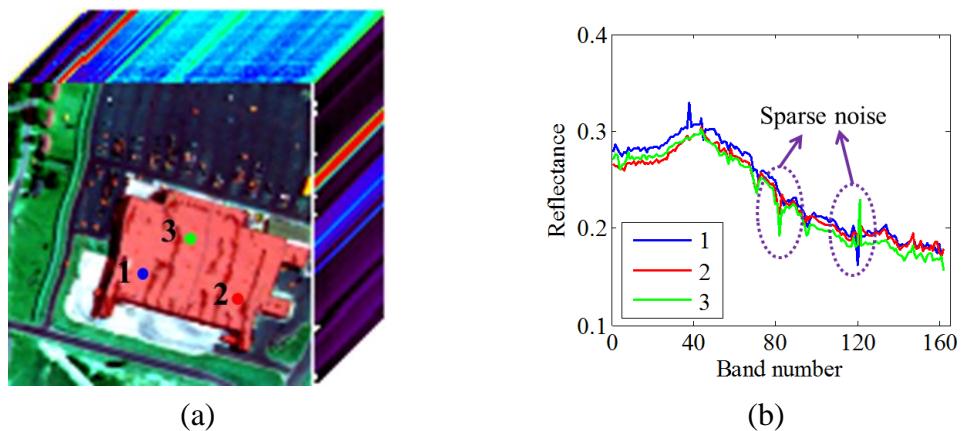


图 5-12 高光谱数据的稀疏噪声展示。(a) 去除噪声波段和水吸收波段的高光谱数据, (b) 图 (a) 中对应的三个像素的光谱曲线。

传统的 LMM 模型只考虑了高斯噪声对混合像元分解的影响。然而高光谱数据不可避免的会引入稀疏噪声，例如条带噪声、缺失、脉冲噪声、云雾遮挡(Shaw and Burke, 2003); (He et al., 2016a)等。图 5-11 展示了 HYDICE Urban 高光谱数据的几个典型波段，包含低噪声波段、噪声波段以及水吸收波段。另外，由于光照条件以及气候环境的变化，即使在低噪声波段也存在着稀疏性噪声。在图 5-12 中，我们展示了同一种地物的三个像素的光谱曲线。从图中可以看出，像素 1 和像素 3 在某些波段仍然有剧烈波段。这两个像素可以看做是异常像素。在本小节中，我们建模这些异常像素为稀疏噪声。

根据以上假设，考虑稀疏性噪声的 LMM 模型（ELMM）为

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS} + \mathbf{E} + \mathbf{N} \quad (5.28)$$

其中, \mathbf{E} 代表稀疏性噪声, 并且假设只存在于部分波段。端元矩阵 \mathbf{A} 与丰度矩阵 \mathbf{S} 满足 ANC 和 ASC 约束。

与传统的 LMM 模型相比, ELMM 模型将噪声按统计特性划分为两个部分: 稀疏噪声和高斯噪声。接下来, 我们基于 ELMM 模型介绍鲁棒性非负矩阵分解方法用以高光谱数据混合像元分解。

5.3.1.2 鲁棒性稀疏非负矩阵分解

针对高斯噪声和泊松噪声分别有基于欧式距离的 NMF 模型与基于 KL 散度的 NMF 模型。然而, 针对 ELMM 模型中的稀疏噪声问题, 由于稀疏性噪声的统计特性与高斯噪声和泊松噪声有很大差别, 传统的 NMF 模型并不能取得理想的效果。

受鲁棒性主成分分析 (RPCA) 模型(Candès et al., 2011)相关研究的启发, 我们提出了鲁棒性的非负矩阵分解方法(RNMF)(Fevotte and Dobigeon, 2015); (He et al., 2016a)。以 ELMM 模型为基础, 我们假设高光谱数据受到稀疏噪声和高斯噪声的干扰, 并且稀疏噪声只存在于某些特定的波段。因此, 我们需要在高斯误差下, 用端元矩阵 \mathbf{A} 与丰度矩阵 \mathbf{S} 的乘积来逼近 $\mathbf{X}-\mathbf{E}$, 损失函数可表示为

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 \quad (5.29)$$

由于 \mathbf{E} 的存在, 在损失函数中, 端元矩阵 \mathbf{A} 与丰度矩阵 \mathbf{S} 能够免受稀疏噪声的干扰, 因此能够获得比传统 NMF 模型更稳定的分解结果。用 $\|\cdot\|_{0,2}$ 表示矩阵的 $L_{0,2}$ 范数, 表示矩阵相应的非 0 行的个数。由于稀疏矩阵 \mathbf{E} 只有部分特定的波段非 0, 因此可以用 $L_{0,2}$ 范数进行约束。RNMF 的损失函数可以表示为

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2, s.t. \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \|\mathbf{E}\|_{0,2} \leq r \quad (5.30)$$

为高效求解 $L_{0,2}$ 范数, 我们用 $L_{1,2}$ 范数替代 $L_{0,2}$ 而得到最优化模型为

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_{1,2}, s.t. \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \quad (5.31)$$

其中, $\|\mathbf{E}\|_{1,2} := \sum_{i=1}^L \|\mathbf{E}_{i,:}\|_2$, 正则化参数 $\lambda \geq 0$ 控制着噪声的稀疏度。考虑到丰度矩阵稀疏的特性, 我们建立如下高光谱混合像元分解的最优化模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_{1,2} + \gamma g(\mathbf{S}) \\ \text{s.t. } \mathbf{A} &\geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \end{aligned} \quad (5.31)$$

其中，参数 $\gamma \geq 0$ 控制着丰度矩阵的稀疏度， $g(\bullet)$ 为稀疏正则化因子。

在本小节，我们分别利用 L_1 和 $L_{1/2}$ 正则化因子约束探索 RNMF 模型中丰度矩阵的稀疏性。相关的 L_1 -RNMF 模型表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_{1,2} + \gamma \|\mathbf{S}\|_1 \\ \text{s.t. } \mathbf{A} &\geq 0, \mathbf{S} \geq 0. \end{aligned} \quad (5.32)$$

$L_{1/2}$ -RNMF 模型表示

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_{1,2} + \gamma \|\mathbf{S}\|_{1/2} \\ \text{s.t. } \mathbf{A} &\geq 0, \mathbf{S} \geq 0. \end{aligned} \quad (5.33)$$

在下一部分，我们将分别介绍鲁棒性的稀疏非负矩阵分解模型求解的更新准则、收敛性以及其他补充条件。

5.3.2 模型求解

5.3.2.1 更新准则

本部分，我们采用交替迭代算法求解 L_1 -RNMF 模型和 $L_{1/2}$ -RNMF 模型。在鲁棒性的稀疏 NMF 模型中，如果我们将 $\mathbf{X}-\mathbf{E}$ 当做一个整体，我们可以采用论文(Qian et al., 2011)中的迭代方法。对于稀疏噪声 \mathbf{E} 的更新，我们采用软阈值收缩方法(Liu et al., 2013)求解。

定理 5-1： \mathbf{Q} 为给定的矩阵，如果如下最优化模型

$$\min_{\mathbf{W}} \lambda \|\mathbf{W}\|_{1,2} + \frac{1}{2} \|\mathbf{W} - \mathbf{Q}\|_F^2$$

的解为 $\mathbf{W}^* = \text{soft}_\lambda(\mathbf{Q})$ ，那么 \mathbf{W}^* 的第 i 行为

$$[\mathbf{W}^*]_{i,:} = \begin{cases} \frac{\|[\mathbf{Q}]_{i,:}\|_2 - \lambda}{\|[\mathbf{Q}]_{i,:}\|_2} [\mathbf{Q}]_{i,:}, & \text{if } \|[\mathbf{Q}]_{i,:}\|_2 \geq \lambda; \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

通过定理 5-1，可以确定 L_1 -RNMF 方法的更新模式为

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{E}) \mathbf{S}^T ./ \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^T \quad (5.34a)$$

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^T (\mathbf{X} - \mathbf{E}) ./ (\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{S} + \gamma) \quad (5.34b)$$

$$\mathbf{E} \leftarrow \text{soft}_\lambda(\mathbf{X} - \mathbf{A} \mathbf{S}) \quad (5.34c)$$

类似的, $L_{1/2}$ -RNMF 的更新模式为

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{E}) \mathbf{S}^T ./ \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^T \quad (5.35a)$$

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}^T (\mathbf{X} - \mathbf{E}) ./ (\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{S} + \frac{\gamma}{2} \mathbf{S}^{-1/2}) \quad (5.35b)$$

$$\mathbf{E} \leftarrow \text{soft}_\lambda(\mathbf{X} - \mathbf{A} \mathbf{S}) \quad (5.35c)$$

L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF 方法与 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF 方法在迭代方式、算法收敛性、初始化等有类似的性质。

5.3.2.2 L_1 -RNMF 的收敛性证明

为保证 RNMF 模型在混合像元分解应用的可行性, 我们有必要分析算法的收敛性, 我们以 $L_{1/2}$ -RNMF 为例进行说明。 $L_{1/2}$ -RNMF 的目标函数式为 $f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E})$, 如 (5.33) 所示。我们需要验证在每一步迭代中, $f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E})$ 的值是不上升的。如果用 $\mathbf{A}^k, \mathbf{S}^k, \mathbf{E}^k$ 表示第 k 步迭代的值, $\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{E}^{k+1}$ 为第 $k+1$ 步的值, 那么应该满足

$$f(\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^k, \mathbf{E}^k) \leq f(\mathbf{A}^k, \mathbf{S}^k, \mathbf{E}^k) \quad (5.36a)$$

$$f(\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{E}^k) \leq f(\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^k, \mathbf{E}^k) \quad (5.36b)$$

$$f(\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{E}^{k+1}) \leq f(\mathbf{A}^{k+1}, \mathbf{S}^{k+1}, \mathbf{E}^k) \quad (5.36c)$$

在迭代 (5.35a-b) 中, 假设 $\mathbf{M} := \mathbf{X} - \mathbf{E}^k$ 为一个非负矩阵, 则 (5.36a-b) 容易验证, 具体参考 $L_{1/2}$ -NMF 的收敛性证明。因此, 我们只需要验证 $\mathbf{M} := \mathbf{X} - \mathbf{E}^k$ 的非负性以及不等式 (5.36c)。由定理 5-1 容易证明不等式 (5.36c)

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{E}^{k+1} - \mathbf{A}^{k+1} \mathbf{S}^{k+1}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}^{k+1}\|_{1,2} \leq \|\mathbf{X} - \mathbf{E}^k - \mathbf{A}^{k+1} \mathbf{S}^{k+1}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}^k\|_{1,2} \quad (5.37)$$

从另外一个角度, 只要端元矩阵 \mathbf{A} 与丰度矩阵 \mathbf{S} 初始值非负, 并且 \mathbf{E} 的初始值为 0, 那么就能保证每一步迭代中 $\mathbf{X} - \mathbf{E}^k$ 的非负性。反过来, $\mathbf{X} - \mathbf{E}^k$ 的非负性又能保证下

一次迭代中矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{S} 的非负性。并且经过软阈值收缩方法 (5.35c) 后, $\mathbf{X}-\mathbf{E}^{k+1}$ 还是非负的。因此, 初始化 \mathbf{X}, \mathbf{A} , 和 \mathbf{S} 非负, 就能保证目标函数值 $f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E})$ 在每一步迭代中下降直至收敛。

5.3.2.3 参数设置

如前所述, 鲁棒性的稀疏非负矩阵分解方法针对变量 \mathbf{A} 和 \mathbf{S} 是非凸的, 参数的初始化对混合像元分解结果非常重要。我们初始化稀疏噪声矩阵 \mathbf{E} 为 0, 端元矩阵 \mathbf{A} 与丰度矩阵 \mathbf{S} 的初始化可以参考 5.2.2.2 节。

我们关心的第二个问题是端元矩阵的 ANC 约束和丰度矩阵的 ASC 约束。事实上, 在迭代模式 (3.35) (或者 (3.34)) 中, 只要满足 \mathbf{A} 和 \mathbf{S} 的初始值非负, 并且 \mathbf{E} 的初始值为 0, 就能保证解混结果的 ANC 条件。另外, 我们将将 $\mathbf{X}-\mathbf{E}$ 与 \mathbf{A} 做增广矩阵为

$$(\mathbf{X}-\mathbf{E})_f = \begin{bmatrix} \mathbf{X}-\mathbf{E} \\ \delta \mathbf{1}_N^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \delta \mathbf{1}_K^T \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

其中正则化参数 δ 控制着 ASC 约束的作用强度。在本论文中, δ 取值为 15。

第三个问题是正则化参数 λ 和 γ 的自适应选择问题。当 λ 取值为 0 时, 模型最优解为 $\mathbf{A}=\mathbf{S}=\mathbf{0}$ 以及 $\mathbf{E}=\mathbf{X}$ 。当 λ 值足够大时, 鲁棒性稀疏 NMF 模型退化为稀疏 NMF 模型。关于参数 λ 的进一步分析在实验中给出。另一个正则化参数 γ 控制着丰度矩阵的稀疏程度。我们采用自适应的方法估计其大小

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_l \frac{\sqrt{N} - \|x_l\|_1 / \|x_l\|_2}{\sqrt{N-1}}$$

其中, x_l 表示高光谱数据的第 i 个波段。

在算法中, 我们选择了两个终止条件。第一个是设置误差的容忍程度。当连续十次迭代的误差结果都在误差容忍程度内时, 迭代终止。第二个是迭代次数的上限, 当达到迭代次数上限时, 迭代自动终止。我们设置迭代次数的上限为 3000。

最后一个关键问题是端元数目问题。尽管端元数目的确定对最后的结果影响非常大, 但是这是另外一个独立的研究话题。在模拟实验中, 我们假设端元数目是确定的; 在真实实验中, 我们采用 HySime 方法(Bioucas-Dias and Nascimento, 2008)估计端元数目。

综上所述，可以归纳如下的鲁棒性稀疏非负矩阵分解的求解方法：

算法5-3 鲁棒性稀疏非负矩阵分解算法

1 **输入:**高光谱数据 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times N}$, 端元数 K , 正则化参数 λ 和 γ

2 **输出:** 端元矩阵 \mathbf{A} 和丰度矩阵 \mathbf{S}

3 **初始化:** \mathbf{A}, \mathbf{S} , 以及 \mathbf{E}

4 **重复直至收敛**

5根据 (5.34a)、(5.34a) 更新端元矩阵 \mathbf{A}

6分别增广矩阵 $\mathbf{X}-\mathbf{E}$ 和 \mathbf{A} 为 $(\mathbf{X}-\mathbf{E})_f$ 和 \mathbf{A}_f

7根据 (5.34b)、(5.35b) 更新丰度矩阵 \mathbf{S}

8根据 (5.34c)、(5.35c) 更新稀疏噪声 \mathbf{E}

5.3.3 实验分析

在本小节，我们将算法 L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF 方法与 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF 用于模拟数据以及真实数据的混合像元分解。在模拟实验中，我们将 L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF 方法与 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF 方法进行比较，用来验证鲁棒性非负矩阵分解有效性。在真实实验中，我们将 L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF 方法与 L_1 -NMF, $L_{1/2}$ -NMF(Qian et al., 2011), $L_{1/2}$ -WNMF, 鲁棒性 NMF (rNMF)(Fevotte and Dobigeon, 2015), EDCNMF(Wang et al., 2013), SISAL(Bioucas-Dias, 2009) 等方法进行比较。 $L_{1/2}$ -WNMF 方法表示先对高光谱数据进行噪声白化的预处理工作，之后采用 $L_{1/2}$ -NMF 方法实现混合像元分解。实验结果采用 SAD 以及 RMSE 进行评价。

A. 模拟数据实验结果

模拟数据的纯净端元光谱从 USGS 光谱库中获得。类似(Miao and Qi, 2007)，丰度图的生成步骤为 1) 64×64 大小的图像分割为 8×8 的块；2) 对每个小块的每一个像素，赋值为从 USGS 光谱库中随机选择一条光谱作为纯净端元；3) 用 7×7 的低通滤波器处理每一个像素；4) 替换其中丰度值大于 0.8 的像素，并采用所有端元均匀混合得到的光谱替代；5) 添加噪声。

模拟过程中，我们添加两种类型的噪声：高斯噪声和稀疏噪声。高斯噪声的强度由 SNR 值控制，稀疏噪声由脉冲噪声模拟。我们用 *ratio* 表示受稀疏噪声污染波段的比例，

用 sp 表示受稀疏噪声污染波段的脉冲噪声强度。例如， $ratio = 0.1$ 、 $sp = 0.1$ 表示10%模拟高光谱数据的波段受到了脉冲噪声的干扰，并且脉冲噪声的强度为0.1。

根据以上流程，我们模拟了受混合噪声污染的高光谱数据。在模拟实验中，端元矩阵 \mathbf{A} 的值从[0 1]中随机生成，之后采用FCLS方法反演丰度矩阵 \mathbf{S} ，稀疏噪声的初始值为0。为确保实验的可行度，我们重复十次实验取平均结果。

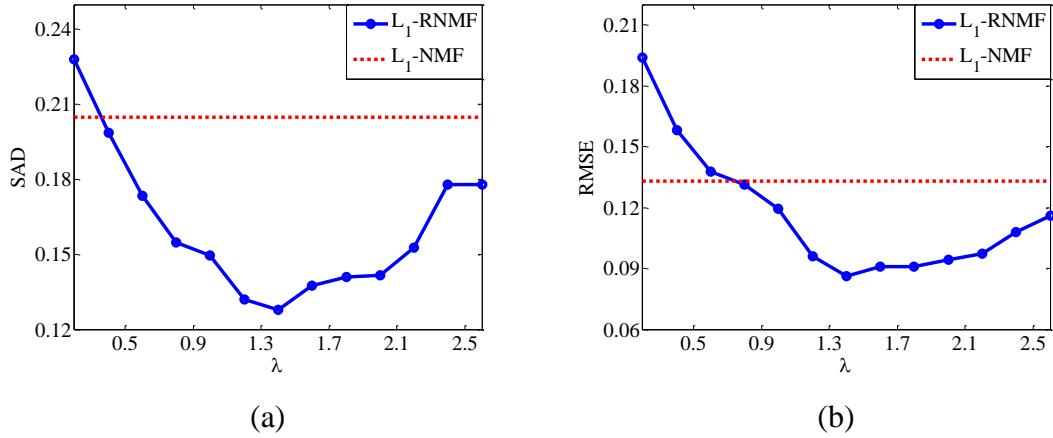


图5-13 L_1 -RNMF方法中参数 λ 的敏感性分析。(a)SAD值随着 λ 取值变化,(b)RMSE值。

1) 实验1-参数分析：在实验1中，我们固定 $SNR=3$ (dB), $K=4$, $ratio=0.2$, 和 $sp=0.2$ ，通过变化参数 λ 来分析其对RNMF解混结果的影响。其中， L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法作为基准算法。图5-13展示了 L_1 -RNMF方法的定量评价结果随着参数 λ 变化的情况，图5-14展示了 $L_{1/2}$ -RNMF的情况。从图中容易看出，随着 λ 值的增加， L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法的SAD与RMSE值先逐渐变小，之后缓慢变大。另外，当 λ 值大于特定的阈值时， L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法能够取得比 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法更优的结果，暗示了鲁棒性分析的有效性。随着 λ 值的增加， L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法的解混结果逐渐趋近于 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法。这是因为当 λ 足够大时， L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法退化为 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法。在实验中，我们从区间[0.1, 5]内随机选择最优参数。

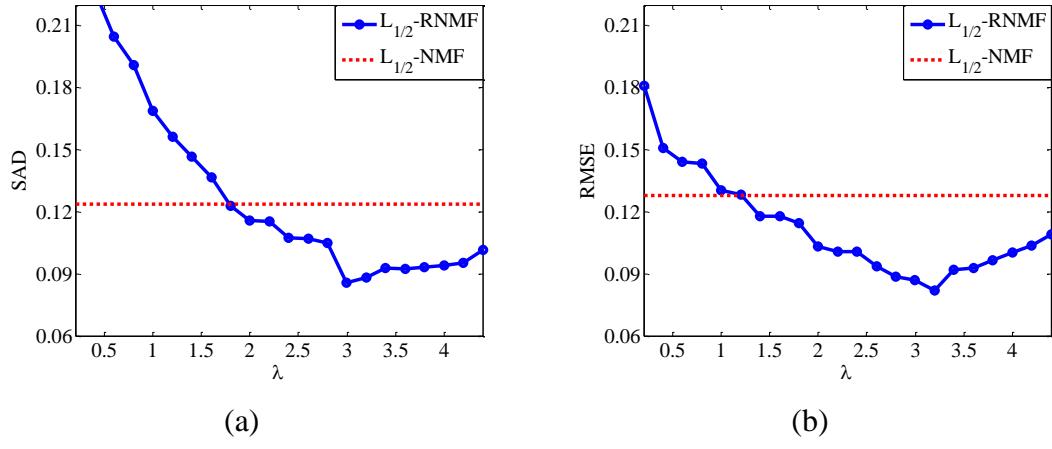


图 5-14 $L_{1/2}$ -RNMF 方法中参数 λ 的敏感性分析。 (a)SAD 值随着 λ 取值变化, (b)RMSE 值。

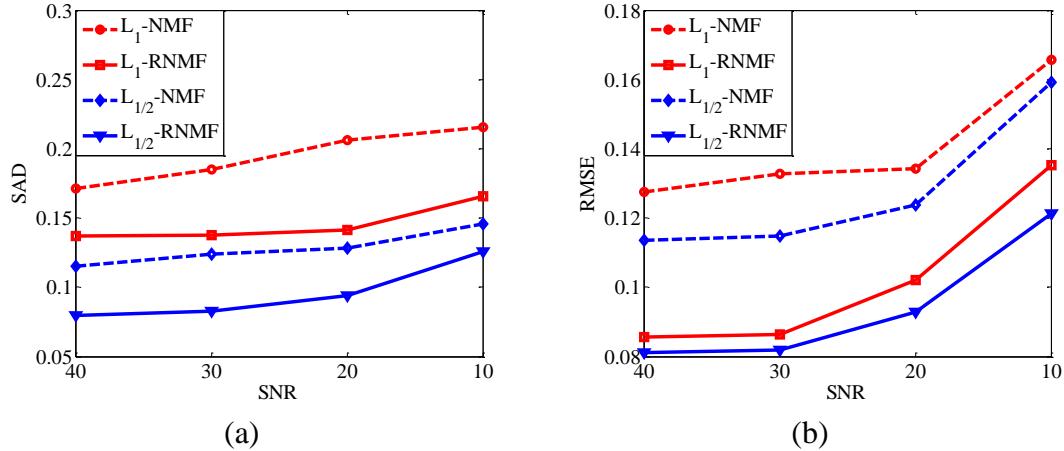


图 5-15 不同方法在不同高斯噪声强度下的定量评价结果。(a) SAD 值, (b) RMSE。

2) 实验2-高斯噪声鲁棒性分析: 在实验2中, 我们固定参数 $K=4$, $ratio=0.2$, $sp=0.2$, 分析不同高斯噪声强度对解混结果的影响。高斯噪声强度的值由 $SNR=10dB$ 变化到 $20dB$, $30dB$, $40dB$ 。图5-15展示了不同方法在不同高斯噪声强度下获取的SAD值与RMSE值。从图中可以看出, L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法与 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法有相同的变化趋势, 说明相对于高斯噪声, 两者具有类似的鲁棒性。另外, 相比较于 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF, L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF能够取得相对较好的结果。

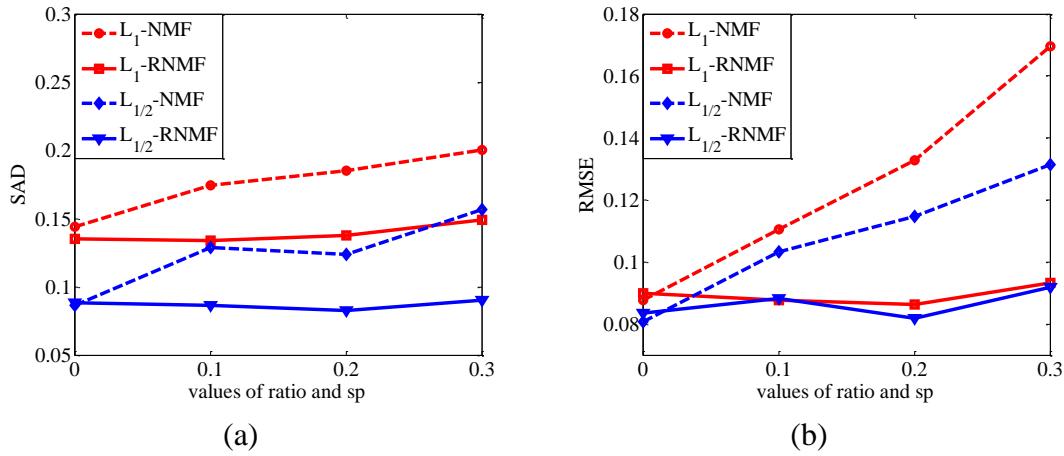


图 5-16 不同方法在不同稀疏噪声强度下的定量评价结果。(a) SAD 值, (b) RMSE。

3) 实验3-稀疏噪声鲁棒性分析: 在实验3中, 我们测试了不同算法对稀疏噪声的鲁棒性。固定高斯噪声的强度为30dB, 变化稀疏噪声的强度以检验不同方法的混合像元分解结果。其中, 稀疏噪声变化强度范围为 $ratio = sp = 0, 0.1, 0.2 到0.3。$

$ratio = sp = 0$ 表示模拟高光谱数据免除稀疏噪声的干扰, 从图5-16中可以看出, 在这种情况下RNMF的方法与NMF的方法取得相似的分解结果。然而当稀疏噪声强度加大时, RNMF方法获得的SAD与RMSE值逐渐小于NMF方法。这说明 L_1 -NMF/ $L_{1/2}$ -NMF方法受到稀疏噪声的严重干扰。另一方面,, L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法受到稀疏噪声的干扰较小, 这又进一步证实了RNMF方法对高光谱稀疏噪声的鲁棒性。

4) 实验4-端元数目的敏感性分析: 试验4验证了模拟高光谱数据具有不同端元数目时对混合像元分解结果的影响, 其中SNR=20dB, $ratio = sp = 0.1$, 端元数目 K 从4到8变化。从图5-17展示的结果可以看出, 随着端元数目的增多, 不同的方法获得的SAD与RMSE值出现了不同程度的上升。整体上来说, RNMF的方法能够取得比NMF的方法更低的定量评价结果。这主要由于模拟影像中存在的稀疏性噪声, 而RNMF的方法对稀疏噪声具有很好的鲁棒性。

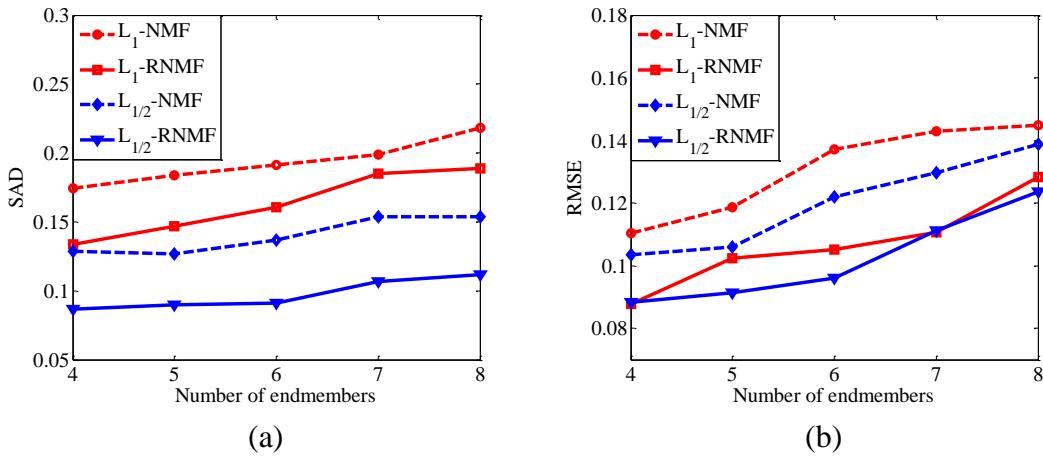


图5-17 不同方法在不同端元数目的高光谱数据中定量评价结果。(a) SAD 值, (b) RMSE。

B. 真实数据实验结果

本小节，我们在HYDICE Urban数据上验证RNMF方法的有效性。图5-11展示了Urban高光谱数据的几个波段，其中包括低噪声波段，噪声波段以及水吸收波段。低噪声波段表示高信噪比的波段，包括5–75, 77–86, 88–100, 112–135和154–197。在大部分研究中，只有这些低噪声波段被用于高光谱混合像元分解。值得注意的是，尽管被定义为低噪声波段，还有少数波段上也存在中稀疏噪声，另外有太阳光多次散射形成的光谱畸变也可以定义为稀疏噪声。噪声波段包括1–4, 76, 87, 101–104, 110–111, 136–138, 152–153和198–207，其余的为水吸收波段。在以往混合像元分解的研究中，噪声波段和水吸收波段通常被丢弃。然而，从图5-11可以看出，噪声波段上尽管存在严重噪声，但其还是能够提供部分影像信息。在本章中，我们分别在162个低噪声波段以及162低噪声波段联合27噪声波段的数据上完成混合像元分解过程。用实验结果验证1) RNMF方法是否对含有稀疏噪声的数据具有更鲁棒性的结果；2) 噪声波段能否为混合像元分解提供有用信息。在实验中，RNMF方法中的参数 λ 取值为2。

1) 低噪声波段的混合像元分解结果：参考以往的分析经验，我们假设Urban高光谱数据中有四种地物“Asphalt”, “Grass”, “Roof”和“Tree”。参考丰度结果由论文(Zhu et al., 2014)中的方法获得。我们采用SID的方法初始化端元矩阵，并且采用FCLS的方法反演初始丰度矩阵。为确保实验的可信度，我们重复十次实验取平均结果。

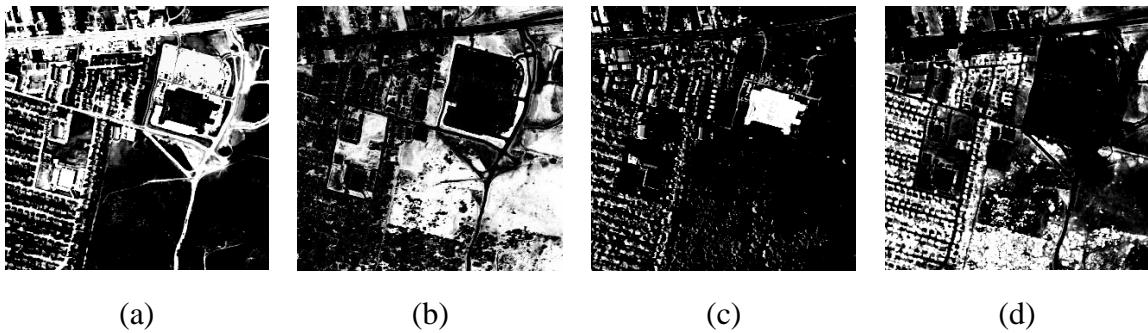


图5-18 $L_{1/2}$ -NMF 方法在低噪声数据上获得的丰度结果。(a) Asphalt对应的丰度图, (b) Grass, (c) Roof, (d) Tree。

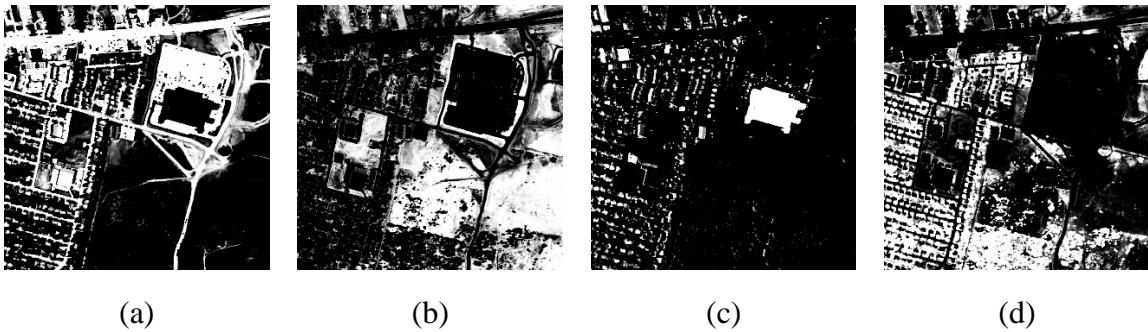


图5-19 $L_{1/2}$ -RNMF 方法在低噪声数据上获得的丰度结果。(a) Asphalt对应的丰度图, (b) Grass, (c) Roof, (d) Tree。

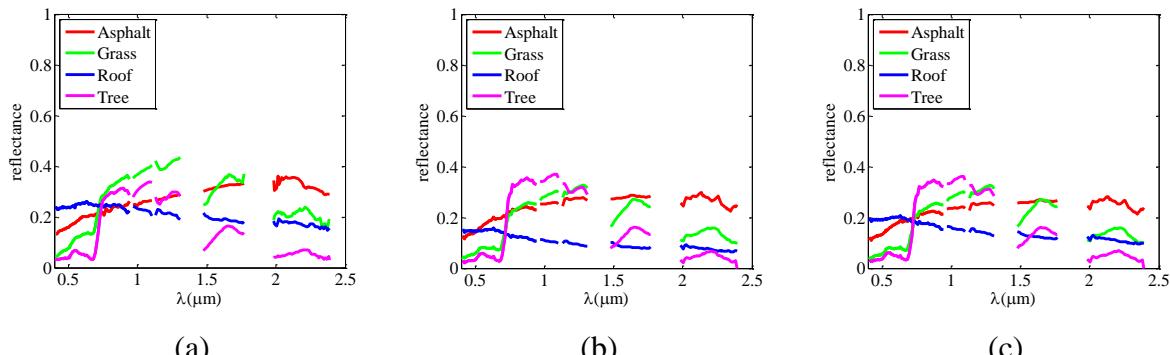


图5-20 $L_{1/2}$ -NMF 与 $L_{1/2}$ -RNMF 方法在低噪声数据上提取的端元结果。(a) 取自光谱库的端元光谱, (b) 由 $L_{1/2}$ -NMF方法提取的端元光谱, (c) $L_{1/2}$ -RNMF。

我们在本部分只展示了 $L_{1/2}$ -NMF 方法与 $L_{1/2}$ -RNMF 方法的对比结果, 更多结果可参考论文(He et al., 2016a)。图5-18展示了 $L_{1/2}$ -NMF 方法在低噪声数据上获得的丰度图, 图5-19展示了 $L_{1/2}$ -RNMF 方法的结果。紧接着, 图5-20展现了 $L_{1/2}$ -NMF 方法与 $L_{1/2}$ -RNMF 方法提取的端元结果。与此同时, 表5-4展示了不同方法在低噪声数据上获得的SAD评价结果。从表格中我们可以清晰的看出基于 $L_{1/2}$ 正则化的方法能够取得比 L_1 更好的评价结果。相比较于基于NMF的方法, RNMF的方法能够取得更优的SAD评价结果。其他的

对比算法都未取得低于 $L_{1/2}$ -RNMF的SAD值，暗示了Urban数据中存在的稀疏性噪声以及RNMF方法对稀疏性噪声的鲁棒性。

表 5-4 不同方法在低噪声数据上获得的 SAD 评价结果

	$L_{1/2}$ -RNMF	$L_{1/2}$ -NMF	$L_{1/2}$ -WNMF	L_1 -RNMF	L_1 -NMF	rNMF	EDCNMF	SISAL
Asphalt	0.0871	<u>0.0865</u>	0.0982	0.0886	0.0871	0.0654	0.0976	0.2046
Grass	<u>0.0838</u>	0.0864	0.1151	0.0869	0.0873	0.1471	0.0822	0.2031
Roof	0.0590	0.1596	0.1103	0.2745	0.3380	0.3024	0.2232	<u>0.1045</u>
Tree	0.0811	0.0934	<u>0.0834</u>	0.1359	0.1441	0.1346	0.1416	0.1580
Mean	0.0777	0.1075	<u>0.1018</u>	0.1465	0.1641	0.1623	0.1361	0.1675

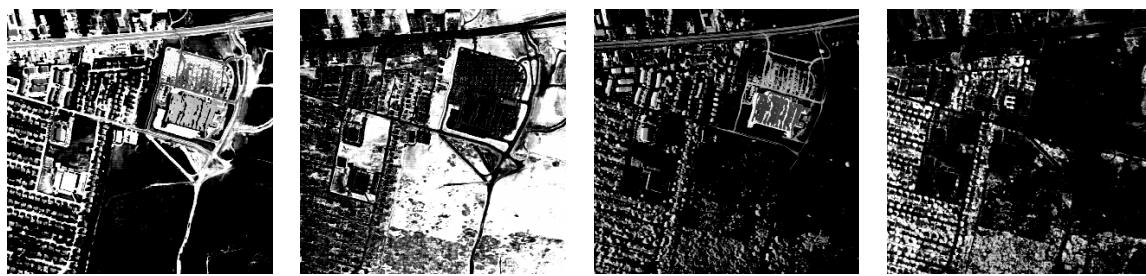


图5-21 $L_{1/2}$ -NMF 方法在噪声数据上获得的丰度结果。(a) Asphalt对应的丰度图, (b) Grass, (c) Roof, (d) Tree。

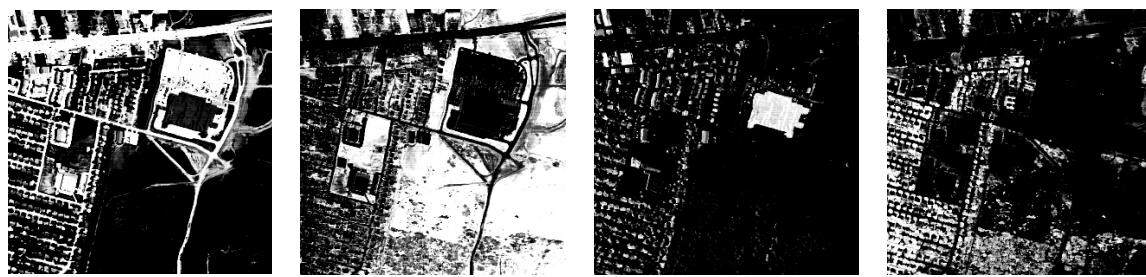


图5-22 $L_{1/2}$ -RNMF 方法在噪声数据上获得的丰度结果。(a) Asphalt对应的丰度图, (b) Grass, (c) Roof, (d) Tree。

2) 低噪声波段的混合像元分解结果：为进一步验证RNMF方法的鲁棒性，我们将不同方法应用于噪声影像（包含162低噪声波段和27噪声波段）上。为了确保在低噪声波段以及高噪声波段上混合像元分解结果的可比较性，我们保持两者的初始化端元矩阵相同。图5-21是 $L_{1/2}$ -NMF 方法在噪声数据上获得的丰度结果，图5-22展示了 $L_{1/2}$ -RNMF 方法的丰度结果。表5-5是不同方法在噪声数据上获得的SAD评价结果。从图5-23 (a)

中可以看出，从光谱库中获得的纯净端元光谱在噪声波段仍然存在着噪声，因此在计算SAD时，我们剔除了噪声波段，只计算低噪声波段的SAD值。从混合像元分解的结果来看，RNMF的方法能够获得更稳定的结果，表明了其对稀疏性噪声的鲁棒性。

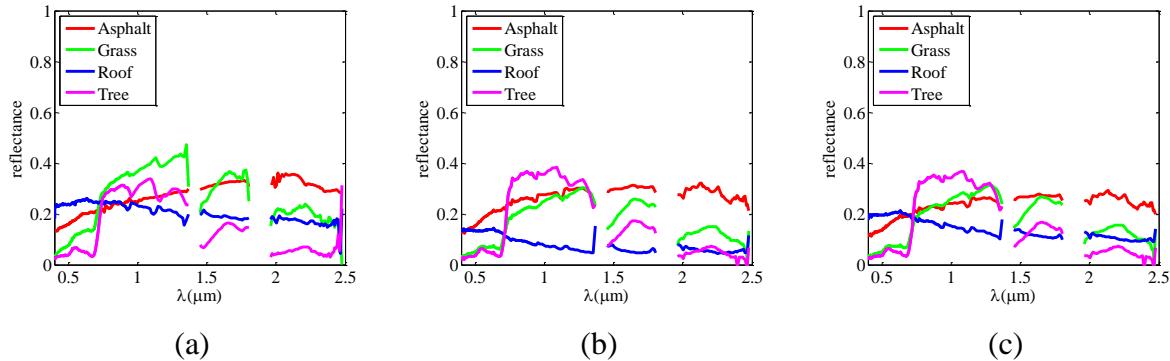


图5-23 $L_{1/2}$ -NMF与 $L_{1/2}$ -RNMF方法在噪声数据上提取的端元结果。(a)取自光谱库的端元光谱,(b)由 $L_{1/2}$ -NMF方法提取的端元光谱,(c) $L_{1/2}$ -RNMF。

表 5-5 不同方法在噪声数据上获得的 SAD 评价结果

	$L_{1/2}$ -RNMF	$L_{1/2}$ -NMF	$L_{1/2}$ -WNMF	L_1 -RNMF	L_1 -NMF	rNMF	EDCNMF	SISAL
Asphalt	<u>0.0844</u>	0.0948	0.0982	0.0942	0.0914	0.0767	0.1001	0.2144
Grass	0.0786	<u>0.0918</u>	0.1329	0.1004	0.1066	0.1579	0.1055	0.2320
Roof	0.0652	0.1746	0.1403	0.2675	0.4014	0.3982	0.2418	<u>0.1083</u>
Tree	0.0692	<u>0.1028</u>	0.1234	0.1285	0.1444	0.1401	0.1413	0.1592
Mean	0.0744	0.1160	0.1237	0.1476	0.1859	0.1932	0.1472	0.1785

从另外一个角度，相比较于在低噪声数据上的混合像元分解结果， L_1 -RNMF/ $L_{1/2}$ -RNMF方法在噪声数据上具有更好的稳定性。与此同时，其余的方法的分解效果在一定程度上出现了下滑。对比表5-4与表5-5的结果可以发现， $L_{1/2}$ -RNMF方法在噪声数据上能够取得更低的SAD值。暗示着即使噪声波段上含有大量的噪声，其能够为混合像元分解提供有用的信息。

5.3.4 结论

在本小节中，我们对稀疏噪声和高斯噪声分别建模并提出了鲁棒性线性混合模型(ELMM)。在ELMM基础上，我们研究了基于稀疏的鲁棒性非负矩阵分解模型(RNMF)用于高光谱混合像元分解。实验也证明了相比较于传统的NMF方法，RNMF方法能更有效的处理稀疏噪声。在高光谱混合像元分解中，尽管噪声波段提供的信息有限，但是仍

然能够为提高混合像元分解精度提供有用信息。我们以HYDICE Urban数据的真实实验进行了验证。

5.4 本章小结

高光谱影像中存在的噪声为混合像元分解带来了困难和挑战。针对高光谱高斯噪声问题，5.2节提出了全变差正则化的稀疏非负矩阵分解算法，对分解的丰度矩阵施加稀疏约束和空间平滑性约束，实现混合像元分解的同时，完成丰度图像的去噪；针对高光谱混合噪声和非线性散射问题，5.3节提出鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法，充分考虑脉冲、条带、死线等噪声以及非线性散射能量的干扰，对不同类型噪声分类建模，增加了算法的可实用性。

尽管本章在混合像元分解的噪声鲁棒性分析上取得了一定的成果，但是还有待改进和提升。首先，模型正则化参数的自适应确定仍然是重点问题。其次，更多端元矩阵与丰度矩阵的先验知识有待挖掘，进一步缩减非负矩阵分解的解空间，提高混合像元分解的稳定性与可信度。扩展的鲁棒性非负矩阵分解模型如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}} f(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{E}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{E} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_{1,2} + \beta h(\mathbf{A}) + \gamma g(\mathbf{S}) \\ \text{s.t. } \mathbf{A} &\geq 0, \mathbf{S} \geq 0. \end{aligned} \quad (5.39)$$

我们将来的工作集中在先验条件 $h(\mathbf{A})$ 与 $g(\mathbf{S})$ 的探索以及正则化参数 β 、 γ 的自适应确定。

第六章 总结与展望

近年来，随着遥感对地观测技术的发展，高光谱遥感影像在城市规划、农林检测、地形图更新、地籍调查等诸多领域具有广泛的应用，在国民经济、国防建设中发挥着重要作用。但是，在高光谱遥感影像观测过程中，受传感器故障或天气条件的限制，高光谱数据经常会受到噪声、条带、缺失、云雾遮挡、阴影等降质因素影响，这些问题严重影响了高光谱数据后续应用的精度和可信度。目前，关于高光谱影像的噪声分析已经取得了一定的研究进展，但是仍然存在几个难题有待解决，包括混合噪声问题、有色噪声问题以及模型误差噪声问题等。针对高光谱影像严重的噪声问题，本文结合模式识别与数据挖掘领域的最新理论，顾及高光谱遥感影像光谱维的低秩性与空间维的平滑性，提出了基于低秩表示的高光谱影像噪声分析理论与方法。根据高光谱噪声分析中的几个难点问题，充分利用高光谱数据自身的特点，分别对上述三个难点问题展开研究，并提出解决方案。

6.1 本文总结

本文的主要工作概括如下：

(1) 详细介绍了高光谱噪声的类型以及形成原因，主要包括高斯噪声、有色噪声、条带/死线、信号相关噪声、云雾遮挡/亮度不均等。根据不同噪声类型介绍了现有的噪声分析方法，在此基础上归纳总结现有的噪声分析研究中面临的三个问题：混合噪声问题、有色噪声问题以及模型误差噪声问题。此外还系统的介绍了主流的高光谱噪声分析框架与先验模型。

(2) 针对高光谱混合噪声问题提出了高光谱稀疏噪声的概念，将高光谱条带噪声、缺失、脉冲噪声、云雾遮挡等建模为稀疏噪声，并且假设高光谱受到稀疏噪声和高斯噪声混合噪声干扰。在此假设基础上，首先通过探索高光谱无噪影像局部的低秩先验，提出了一种基于矩阵恢复模型的高光谱影像混合噪声的去除方法；其次，顾及影像全局低秩先验与空间的平滑先验，提出了一种联合全变差与低秩稀疏分解模型的高光谱影像多类型混合噪声去除方法；最后利用高光谱局部块低秩与全局空谱光滑先验，提出了局部低秩全局空谱全变差的噪声去除方法。分三个阶段探索高光谱局部与全局、空间与光谱

的先验信息，并辅以最先进的机器学习方法如低秩稀疏表示学习、空-谱全变差、乘子交替迭代算法（ADMM）等实现高光谱混合噪声的分析与去除。

(3) 针对有色噪声问题提出了噪声自适应迭代的框架模型。以低秩矩阵恢复逼近模型为基础，提出了一种噪声自适应迭代的高光谱影像噪声去除方法，通过探索高光谱影像波段之间的高相关性建立低秩先验模型，然后根据各个波段的噪声强度自适应估计遥感影像，并利用迭代低秩逼近算法，实现了影像信号与高斯噪声的有效分离。同时，本文提出了高光谱噪声的估计方法以及端元数目的估计方法，为噪声自适应迭代方法的参数自适应估计提供了可能。该方法在有效的恢复高质量影像的同时，能够更好的保持原有的空间与光谱信息。实验中，噪声自适应迭代框架模型与混合噪声分析结合取得的结果也证实了其在有色噪声分析中的可扩展性。

(4) 针对高光谱混合像元分解中存在的高斯噪声、稀疏噪声以及非线性散射形成的模型误差噪声提出了鲁棒性混合像元分解研究方法。针对高光谱高斯噪声问题，提出了全变差正则化的稀疏非负矩阵分解算法，对分解的丰度矩阵施加稀疏约束和空间平滑性约束，实现混合像元分解的同时，完成丰度图像的去噪；针对高光谱混合噪声和非线性散射问题，提出鲁棒性稀疏非负矩阵分解方法，充分考虑脉冲、条带、死线等噪声以及非线性散射能量的干扰，对不同类型噪声分类建模，增加了算法的可靠性。在HYDICE Urban高光谱数据上的实验结果证实了如下观点：尽管噪声波段含有大量的噪声信息，但是在鲁棒性算法中，噪声波段还是能为混合像元分解提供有用信息。

6.2 研究展望

本文针对高光谱噪声分析的难题，基于低秩与稀疏学习理论，提出了一系列的高光谱遥感影像噪声去除与鲁棒性应用的方法，取得了较高的处理精度和效率，下一步的工作主要集中在：

(1) 研究基于张量低秩表示的高光谱噪声分析方法。采用矩阵低秩分析高光谱影像必须将每个波段列化，破坏了其空间结构性。而高光谱影像作为天然的3阶张量，利用张量低秩的方法能够更好的探索融合其空间光谱特性。

(2) 将噪声分析与鲁棒性分析扩展到高光谱分类、探测、特征提取、变化检测等多个领域，建立高光谱鲁棒性任务驱动与噪声分析的统一化模型。

参考文献

- 陈敏铭. 2010. 矩阵重建的算法与实现 [D]: [硕士].北京: 中国科学院研究生院.
- 陈绍林. 2012. 高光谱图像降噪算法研究 [D]: [博士]. 北京: 中国科学院自动化研究所.
- 高连如, 张兵, 张霞, 申茜. 2007. 基于局部标准差的遥感图像噪声评估方法研究 [J]. 遥感学报, 11(2): 201-208.
- 李慧芳. 2013. 多成因遥感影像亮度不均的变分校正方法研究 [D]: [博士]. 武汉: 武汉大学.
- 李杰. 2016. 空谱联合约束的高光谱遥感影质量改善方法 [D]: [博士]. 武汉: 武汉大学.
- 浦瑞良, 宫鹏. 2000. 高光谱遥感及其应用 [M]. 高等教育出版社.
- 张良培, 张立福. 2005. 高光谱遥感 [M]; 武汉大学出版社.
- 支晶晶. 2010. 高光谱图像条带噪声去除方法研究与应用 [D]: 万方数据资源系统.
- Acito Nicola, Diani Marco, Corsini Giovanni. 2011a. Signal-dependent noise modeling and model parameter estimation in hyperspectral images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(8): 2957-2971.
- Acito Nicola, Diani Marco, Corsini Giovanni. 2011b. Subspace-based striping noise reduction in hyperspectral images [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 49(4): 1325-1342.
- Aggarwal Hemant Kumar, Majumdar Angshul. 2016. Hyperspectral unmixing in the presence of mixed noise using joint-sparsity and total variation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 9(9): 4257-4266.
- Aiazzi B., Alparone L., Barducci A., Baronti S., Marcoionni P., Pippi I., Selva M. 2006. Noise modelling and estimation of hyperspectral data from airborne imaging spectrometers [M]. ANNALS OF GEOPHYSICS.
- Alparone Luciano, Selva Massimo, Aiazzi Bruno, Baronti Stefano, Butera Francesco, Chiarantini Leandro. 2009. Signal-dependent noise modelling and estimation of new-generation imaging spectrometers [C] // Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, 2009. WHISPERS'09. First Workshop on, IEEE. 1-4.
- Baraniuk Richard G. 2007. Compressive sensing [lecture notes] [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 24(4): 118-121.
- Beck Amir, Teboulle Marc. 2009a. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 18(11): 2419-2434.
- Beck Amir, Teboulle Marc. 2009b. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2(1): 183-202.
- Bioucas-Dias J. M. 2009. A variable splitting augmented Lagrangian approach to linear spectral unmixing [C] // Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, 2009. WHISPERS '09. First Workshop on. 1-4.
- Bioucas-Dias José M, Nascimento José MP. 2008. Hyperspectral subspace identification [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 46(8): 2435-2445.
- Bioucas-Dias José M, Plaza Antonio, Dobigeon Nicolas, Parente Mario, Du Qian, Gader Paul, Chanussot Jocelyn. 2012. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 5(2): 354-379.

- Blomgren P., Chan T. F. 1998. Color TV: total variation methods for restoration of vector-valued images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 7(3): 304-309.
- Bollenbeck Felix, Backhaus Andreas, Seiffert Udo. 2011. A multivariate wavelet-PCA denoising-filter for hyperspectral images [C] // Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS), 2011 3rd Workshop on, IEEE. 1-4.
- Buades Antoni, Coll Bartomeu, Morel J-M. 2005. A non-local algorithm for image denoising [C] // Computer Vision and Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005. IEEE Computer Society Conference on, IEEE. 60-65.
- Cai Jian-Feng, Candès Emmanuel J, Shen Zuowei. 2010. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. SIAM Journal on Optimization, 20(4): 1956-1982.
- Candès Emmanuel J, Li Xiaodong, Ma Yi, Wright John. 2011. Robust principal component analysis? [J]. Journal of the ACM (JACM), 58(3): 11.
- Candès Emmanuel J, Recht Benjamin. 2009. Exact matrix completion via convex optimization [J]. Foundations of Computational mathematics, 9(6): 717-772.
- Candès Emmanuel J, Tao Terence. 2010. The power of convex relaxation: Near-optimal matrix completion [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 56(5): 2053-2080.
- Candes Emmanuel J, Plan Yaniv. 2010. Matrix completion with noise [J]. Proceedings of the IEEE, 98(6): 925-936.
- Candes Emmanuel J, Wakin Michael B, Boyd Stephen P. 2008. Enhancing sparsity by reweighted ℓ_1 minimization [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 14(5-6): 877-905.
- Cerra D., Iller R. M., Reinartz P. 2014. Noise Reduction in Hyperspectral Images Through Spectral Unmixing [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 11(1): 109-113.
- Cerra D., Muller R., Reinartz P. 2013. Noise Reduction in Hyperspectral Images Through Spectral Unmixing [J]. Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, PP(99): 1-1.
- Chan Stanley H, Khoshabeh Ramsin, Gibson Kristofor B, Gill Philip E, Nguyen Truong Q. 2011. An augmented Lagrangian method for total variation video restoration [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 20(11): 3097-3111.
- Chan Tony, Marquina Antonio, Mulet Pep. 2000. High-order total variation-based image restoration [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 22(2): 503-516.
- Chandrasekaran Venkat, Sanghavi Sujay, Parrilo Pablo A, Willsky Alan S. 2011. Rank-sparsity incoherence for matrix decomposition [J]. SIAM Journal on Optimization, 21(2): 572-596.
- Chang Chien-I, Du Qian. 1999. Interference and noise-adjusted principal components analysis [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 37(5): 2387-2396.
- Chang S Grace, Yu Bin, Vetterli Martin. 2000. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 9(9): 1532-1546.
- Chang Y., Yan L., Wu T., Zhong S. 2016. Remote Sensing Image Stripe Noise Removal: From Image Decomposition Perspective [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(12): 7018-7031.
- Chang Yi, Yan Luxin, Fang Houzhang, Luo Chunyan. 2015. Anisotropic Spectral-Spatial Total Variation Model for Multispectral Remote Sensing Image Destriping [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 24(6): 1852-1866.
- Chatterjee Priyam, Milanfar Peyman. 2009. Clustering-based denoising with locally learned dictionaries [J].

- Image Processing, IEEE Transactions on, 18(7): 1438-1451.
- Chen Guangyi, Qian S-E. 2011. Denoising of hyperspectral imagery using principal component analysis and wavelet shrinkage [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(3): 973-980.
- Chen Guangyi, Qian Shen-En. 2009. Denoising and dimensionality reduction of hyperspectral imagery using wavelet packets, neighbour shrinking and principal component analysis [J]. International Journal of Remote Sensing, 30(18): 4889-4895.
- Cheng Q., Shen H., Zhang L., Li P. 2013. Inpainting for Remotely Sensed Images With a Multichannel Nonlocal Total Variation Model [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, PP(99): 1-13.
- Cheng Yan, Jiang Zhiguo, Shi Jun, Zhang Haopeng, Meng Gang. 2014. Remote Sensing Image Change Detection Based on Low-Rank Representation [M], Advances in Image and Graphics Technologies. Springer: 336-344.
- Christophe Emmanuel, Léger Dominique, Mailhes Corinne. 2005. Quality criteria benchmark for hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 43(9): 2103-2114.
- Corner BR, Narayanan RM, Reichenbach SE. 2003. Noise estimation in remote sensing imagery using data masking [J]. International Journal of Remote Sensing, 24(4): 689-702.
- Cui Xiaoguang, Tian Yuan, Weng Lubin, Yang Yiping. 2014. Anomaly detection in hyperspectral imagery based on low-rank and sparse decomposition [C] // Fifth International Conference on Graphic and Image Processing, International Society for Optics and Photonics. 90690R-90690R-90697.
- Dabov Kostadin, Foi Alessandro, Egiazarian Karen. 2007a. Video denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering [C] // Proc. 15th European Signal Processing Conference. 7.
- Dabov Kostadin, Foi Alessandro, Katkovnik Vladimir, Egiazarian Karen. 2007b. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 16(8): 2080-2095.
- Datt B., McVicar T. R., Niel T. G. Van, Jupp D. L. B., Pearlman J. S. 2003. Preprocessing EO-1 Hyperion hyperspectral data to support the application of agricultural indexes [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 41(6): 1246-1259.
- De la Torre Fernando, Black Michael J. 2001. Robust principal component analysis for computer vision [C] // Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on, IEEE. 362-369.
- Ding Xinghao, He Lihan, Carin Lawrence. 2011. Bayesian robust principal component analysis [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 20(12): 3419-3430.
- Dobigeon Nicolas, Févotte Cédric. 2013. Robust nonnegative matrix factorization for nonlinear unmixing of hyperspectral images [C] // IEEE Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing-WHISPERS 2013. pp. 1-4.
- Dong W., Li G., Shi G., Li X., Ma Y. 2015. Low-Rank Tensor Approximation with Laplacian Scale Mixture Modeling for Multiframe Image Denoising [C] // 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). 442-449.
- Dong Weisheng, Li Xin, Zhang Lei, Shi Guangming. 2011. Sparsity-based image denoising via dictionary learning and structural clustering [C] // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011 IEEE Conference on, IEEE. 457-464.
- Dong Weisheng, Zhang Lei, Shi Guangming, Li Xin. 2013. Nonlocally centralized sparse representation for

- image restoration [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 22(4): 1620-1630.
- Donoho David L. 2006. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(4): 1289-1306.
- E. J. Candes, Sing-Long C. A., Trzasko J. D. 2013. Unbiased Risk Estimates for Singular Value Thresholding and Spectral Estimators [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 61(19): 4643-4657.
- Elad Michael. 2010. Sparse and redundant representations: from theory to applications in signal and image processing [M]. Springer.
- Elad Michael, Aharon Michal. 2006a. Image denoising via learned dictionaries and sparse representation [C] // Computer Vision and Pattern Recognition, 2006 IEEE Computer Society Conference on, IEEE. 895-900.
- Elad Michael, Aharon Michal. 2006b. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 15(12): 3736-3745.
- Elhamifar E., Vidal R. 2013. Sparse Subspace Clustering: Algorithm, Theory, and Applications [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 35(11): 2765-2781.
- Elhamifar Ehsan, Vidal René 2009. Sparse subspace clustering [C] // Computer Vision and Pattern Recognition, 2009. CVPR 2009. IEEE Conference on, IEEE. 2790-2797.
- Faraji Hilda, MacLean W James. 2006. CCD noise removal in digital images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(9): 2676-2685.
- Fazel Maryam. 2002. Matrix rank minimization with applications [D]: PhD thesis, Stanford University.
- Fevotte C., Dobigeon N. 2015. Nonlinear Hyperspectral Unmixing With Robust Nonnegative Matrix Factorization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 24(12): 4810-4819.
- Foi Alessandro, Katkovnik Vladimir, Egiazarian Karen. 2007. Pointwise shape-adaptive DCT for high-quality denoising and deblocking of grayscale and color images [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(5): 1395-1411.
- Gao Bo-Cai. 1993. An operational method for estimating signal to noise ratios from data acquired with imaging spectrometers [J]. *Remote Sensing of Environment*, 43(1): 23-33.
- Gao Zhi, Cheong Loong-Fah, Shan Mo. 2012. Block-Sparse RPCA for consistent foreground detection [M], Computer Vision–ECCV 2012. Springer: 690-703.
- Gomez-Chova L., Camps-Valls G., Amoros-Lopez J., Guanter L., Alonso L., Calpe J., Moreno J. 2006. New Cloud Detection Algorithm for Multispectral and Hyperspectral Images: Application to ENVISAT/MERIS and PROBA/CHRIS Sensors [C] // 2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing. 2757-2760.
- Green Andrew A, Berman Mark, Switzer Paul, Craig Maurice D. 1988. A transformation for ordering multispectral data in terms of image quality with implications for noise removal [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 26(1): 65-74.
- Green Robert O, Eastwood Michael L, Sarture Charles M, Chrien Thomas G, Aronsson Mikael, Chippendale Bruce J, Faust Jessica A, Pavri Betina E, Chovit Christopher J, Solis Manuel. 1998. Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS) [J]. *Remote Sensing of Environment*, 65(3): 227-248.
- Griggin M., Burke H., Mandl D., Miller J. 2003. Cloud cover detection algorithm for EO-1 Hyperion imagery [C] // IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477). 86-89 vol.81.

- Guo Xian, Huang Xin, Zhang Liangpei, Zhang Lefei. 2013. Hyperspectral image noise reduction based on rank-1 tensor decomposition [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 83(0): 50-63.
- Halko Nathan, Martinsson Per-Gunnar, Tropp Joel A. 2011. Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions [J]. SIAM Review, 53(2): 217-288.
- Han T, Goodenough DG, Dyk A, Love J. 2002. Detection and correction of abnormal pixels in Hyperion images [C] // Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2002. IGARSS'02. 2002 IEEE International, IEEE. 1327-1330.
- He W., Zhang H., Zhang L. 2016a. Sparsity-Regularized Robust Non-Negative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 9(9): 4267-4279.
- He W., Zhang H., Zhang L. 2017. Total Variation Regularized Reweighted Sparse Non-Negative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing [J]. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2683719.
- He W., Zhang H., Zhang L., Philips W., Liao W. 2016b. Weighted Sparse Graph Based Dimensionality Reduction for Hyperspectral Images [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 13(5): 686-690.
- He Wei, Zhang Hongyan, Zhang Liangpei, Shen Huanfeng. 2014. A noise-adjusted iterative randomized singular value decomposition method for hyperspectral image denoising [C] // Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2014 IEEE International, IEEE. 1536-1539.
- He Wei, Zhang Hongyan, Zhang Liangpei, Shen Huanfeng. 2015. Hyperspectral Image Denoising via Noise-Adjusted Iterative Low-Rank Matrix Approximation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 8(6): 3050-3061.
- He Wei, Zhang Hongyan, Zhang Liangpei, Shen Huanfeng. 2016c. Total-Variation-Regularized Low-Rank Matrix Factorization for Hyperspectral Image Restoration [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(1): 178-188.
- Heinz Daniel C, Chang Chein-I. 2001. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 39(3): 529-545.
- Hu Yue, Ongie Greg, Ramani Sathish, Jacob Mathews. 2014. Generalized higher degree total variation (HDTV) regularization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 23(6): 2423-2435.
- Iliadis Michael, Wang Haohong, Molina Rafael, Katsaggelos Aggelos K. 2016. Robust and Low-Rank Representation for Fast Face Identification with Occlusions [J]. arXiv preprint arXiv:1605.02266.
- Iordache M-D, Bioucas-Dias Jos éM, Plaza Antonio. 2011. Sparse unmixing of hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(6): 2014-2039.
- Iordache M. D., Bioucas-Dias J. M., Plaza A. 2012. Total Variation Spatial Regularization for Sparse Hyperspectral Unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 50(11): 4484-4502.
- Izenman Alan Julian. 1975. Reduced-rank regression for the multivariate linear model [J]. Journal of multivariate analysis, 5(2): 248-264.
- Ji Hui, Huang Sibin, Shen Zuowei, Xu Yuhong. 2011. Robust video restoration by joint sparse and low rank matrix approximation [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 4(4): 1122-1142.
- Ji Hui, Liu Chaoqiang, Shen Zuowei, Xu Yuhong. 2010. Robust video denoising using low rank matrix completion [C] // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on, IEEE. 1791-1798.

- Jian Zhang, Debin Zhao, Wen Gao. 2014. Group-Based Sparse Representation for Image Restoration [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 23(8): 3336-3351.
- Jolliffe Ian. 2002. Principal component analysis [M]. Wiley Online Library.
- Keshava N., Mustard J. F. 2002. Spectral unmixing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1): 44-57.
- Landgrebe D. 2002. Hyperspectral image data analysis [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1): 17-28.
- Lawrence Kurt C, Park Bosoon, Windham William R, Mao Chengye. 2003. Calibration of a pushbroom hyperspectral imaging system for agricultural inspection [J]. *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS*, 46(2): 513-522.
- Lee Daniel D, Seung H Sebastian. 1999. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. *Nature*, 401(6755): 788-791.
- Lefkimmias Stamatis, Roussos Anastasios, Maragos Petros, Unser Michael. 2015. Structure tensor total variation [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 8(2): 1090-1122.
- Letexier Damien, Bourennane Salah. 2008. Noise removal from hyperspectral images by multidimensional filtering [J]. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 46(7): 2061-2069.
- Li C., Chen X., Jiang Y. 2015. On Diverse Noises in Hyperspectral Unmixing [J]. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 53(10): 5388-5402.
- Li J., Yuan Q., Shen H., Zhang L. 2016. Noise Removal From Hyperspectral Image With Joint Spectral–Spatial Distributed Sparse Representation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(9): 5425-5439.
- Li Q., Li H., Lu Z., Lu Q., Li W. 2014. Denoising of Hyperspectral Images Employing Two-Phase Matrix Decomposition [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 7(9): 3742-3754.
- Li Yuying, Santosa Fadil. 1996. A computational algorithm for minimizing total variation in image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(6): 987-995.
- Lillesand Thomas, Kiefer Ralph W, Chipman Jonathan. 2014. Remote sensing and image interpretation [M]. John Wiley & Sons.
- Liang Xiao, Ren Xiang, Zhang Zhengdong, Ma Yi. 2012. Repairing sparse low-rank texture [M], Computer Vision–ECCV 2012. Springer: 482-495.
- Lianru Gao, Qian Du, Bing Zhang, Wei Yang, Yuanfeng Wu. 2013. A Comparative Study on Linear Regression-Based Noise Estimation for Hyperspectral Imagery [J]. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 6(2): 488-498.
- Lin Zhouchen, Chen Minming, Ma Yi. 2010. The augmented lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices [J]. *arXiv preprint arXiv:1009.5055*.
- Lin Zhouchen, Ganesh Arvind, Wright John, Wu Lequin, Chen MINMING, Ma Yi. 2009. Fast convex optimization algorithms for exact recovery of a corrupted low-rank matrix [J]. *Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, 61(
- Liu Guangcan, Lin Zhouchen, Yan Shuicheng, Sun Ju, Yu Yong, Ma Yi. 2013. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 35(1): 171-184.
- Liu Guangcan, Lin Zhouchen, Yu Yong. 2010. Robust subspace segmentation by low-rank representation [C] // *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)*. 663-670.
- Liu Junmin, Zhang Jiangshe, Gao Yuelin, Zhang Chunxia, Li Zhihua. 2012a. Enhancing Spectral Unmixing

- by Local Neighborhood Weights [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 5(5): 1545-1552.
- Liu Xuefeng, Bourennane Salah, Fossati Caroline. 2012b. Nonwhite noise reduction in hyperspectral images [J]. Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, 9(3): 368-372.
- Liu Xuesong, Xia Wei, Wang Bin, Zhang Liming. 2011. An approach based on constrained nonnegative matrix factorization to unmix hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(2): 757-772.
- Lu X., Wu H., Yuan Y. 2013a. Double Constrained NMF for Hyperspectral Unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, PP(99): 1-13.
- Lu X., Wu H., Yuan Y., Yan P., Li X. 2013b. Manifold Regularized Sparse NMF for Hyperspectral Unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 51(5): 2815-2826.
- Ma Liyan, Yu Jian, Zeng Tieyong. 2013. Sparse Representation Prior and Total Variation--Based Image Deblurring under Impulse Noise [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 6(4): 2258-2284.
- Maggioni M., Katkovnik V., Egiazarian K., Foi A. 2013. Nonlocal Transform-Domain Filter for Volumetric Data Denoising and Reconstruction [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 22(1): 119-133.
- Mairal Julien, Bach Francis, Ponce Jean, Sapiro Guillermo, Zisserman Andrew. 2009. Non-local sparse models for image restoration [C] // Computer Vision, 2009 IEEE 12th International Conference on, IEEE. 2272-2279.
- Mairal Julien, Elad Michael, Sapiro Guillermo. 2008. Sparse representation for color image restoration [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 17(1): 53-69.
- Mazumder Rahul, Hastie Trevor, Tibshirani Robert. 2010. Spectral regularization algorithms for learning large incomplete matrices [J]. The Journal of Machine Learning Research, 99(2287-2322).
- Melgani Farid, Bruzzone Lorenzo. 2004. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 42(8): 1778-1790.
- Meola Joseph, Eismann Michael T, Moses Randolph L, Ash Joshua N. 2011. Modeling and estimation of signal-dependent noise in hyperspectral imagery [J]. Applied Optics, 50(21): 3829-3846.
- Miao Lidan, Qi Hairong. 2007. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 45(3): 765-777.
- Mnih Andriy, Salakhutdinov Ruslan. 2007. Probabilistic matrix factorization [C] // Advances in neural information processing systems. 1257-1264.
- Nascimento J. M. P., Bioucas Dias J. M. 2005. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 43(4): 898-910.
- Needell Deanna, Ward Rachel. 2013. Stable image reconstruction using total variation minimization [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 6(2): 1035-1058.
- Nejati Mansour, Samavi Shadrokh, Soroushmehr SM, Najarian Kayvan. 2015. Low-rank regularized collaborative filtering for image denoising [C] // Image Processing (ICIP), 2015 IEEE International Conference on, IEEE. 730-734.
- Nischan Melissa L., Kerekes John P., Baum Jerrold E., Basedow Robert W. 1999. Analysis of HYDICE noise characteristics and their impact on subpixel object detection [C] // . 112-123.
- Osher Stanley, Burger Martin, Goldfarb Donald, Xu Jinjun, Yin Wotao. 2005. An iterative regularization method for total variation-based image restoration [J]. Multiscale Modeling & Simulation, 4(2): 460-489.

- Othman Hisham, Qian Shen-En. 2006. Noise reduction of hyperspectral imagery using hybrid spatial-spectral derivative-domain wavelet shrinkage [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 44(2): 397-408.
- Peng Y., Meng D., Xu Z., Gao C., Yang Y., Zhang B. 2014. Decomposable Nonlocal Tensor Dictionary Learning for Multispectral Image Denoising [C] // 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2949-2956.
- Protter Matan, Elad Michael. 2009. Image sequence denoising via sparse and redundant representations [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 18(1): 27-35.
- Qian Y., Ye M., Zhou J. 2013. Hyperspectral Image Classification Based on Structured Sparse Logistic Regression and Three-Dimensional Wavelet Texture Features [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 51(4): 2276-2291.
- Qian Yuntao, Jia Sen, Zhou Jun, Robles-Kelly A. 2011. Hyperspectral Unmixing via $L_{1/2}$ Sparsity-Constrained Nonnegative Matrix Factorization [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(11): 4282-4297.
- Qian Yuntao, Ye Minchao. 2013. Hyperspectral Imagery Restoration Using Nonlocal Spectral-Spatial Structured Sparse Representation With Noise Estimation [J]. Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of, 6(2): 499-515.
- Qiangqiang Yuan, Liangpei Zhang, Huanfeng Shen. 2014. Hyperspectral Image Denoising With a Spatial-Spectral View Fusion Strategy [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(5): 2314-2325.
- Rajwade A., Rangarajan A., Banerjee A. 2013. Image Denoising Using the Higher Order Singular Value Decomposition [J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 35(4): 849-862.
- Rasti B., Sveinsson J. R., Ulfarsson M. O. 2014. Wavelet-Based Sparse Reduced-Rank Regression for Hyperspectral Image Restoration [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(10): 6688-6698.
- Renard N., Bourennane S., Blanc-Talon J. 2008. Denoising and Dimensionality Reduction Using Multilinear Tools for Hyperspectral Images [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 5(2): 138-142.
- Rogass Christian, Mielke Christian, Scheffler Daniel, Boesche Nina, Lausch Angela, Lubitz Christin, Brell Maximilian, Spengler Daniel, Eisele Andreas, Segl Karl, Guanter Luis. 2014. Reduction of Uncorrelated Striping Noise—Applications for Hyperspectral Pushbroom Acquisitions [J]. Remote Sensing, 6(11): 11082.
- Roger RE, Arnold JF. 1996. Reliably estimating the noise in AVIRIS hyperspectral images [J]. International Journal of Remote Sensing, 17(10): 1951-1962.
- Rosenfeld Azriel. 1976. Digital picture processing [M]. Academic press.
- Roweis Sam T, Saul Lawrence K. 2000. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. science, 290(5500): 2323-2326.
- Rudin Leonid I., Osher Stanley, Fatemi Emad. 1992. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 60(1-4): 259-268.
- Ruomei Yan, Ling Shao, Yan Liu. 2013. Nonlocal Hierarchical Dictionary Learning Using Wavelets for Image Denoising [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 22(12): 4689-4698.
- Salakhutdinov Ruslan, Mnih Andriy. 2008. Bayesian probabilistic matrix factorization using Markov chain

- Monte Carlo [C] // Proceedings of the 25th international conference on Machine learning, ACM. 880-887.
- Salmon Joseph, Harmany Zachary, Deledalle Charles-Alban, Willett Rebecca. 2014. Poisson noise reduction with non-local PCA [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 48(2): 279-294.
- Shaw Gary A, Burke Hsiaohua K. 2003. Spectral imaging for remote sensing [J]. Lincoln Laboratory Journal, 14(1): 3-28.
- Shen H., Li X., Cheng Q., Zeng C., Yang G., Li H., Zhang L. 2015. Missing Information Reconstruction of Remote Sensing Data: A Technical Review [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 3(3): 61-85.
- Shen Huanfeng, Zhang Liangpei. 2009. A MAP-based algorithm for destriping and inpainting of remotely sensed images [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 47(5): 1492-1502.
- Sigurdsson J., Ulfarsson M. O., Sveinsson J. R. 2014. Hyperspectral Unmixing With L_q Regularization [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(11): 6793-6806.
- Sobral Andrews, Vacavant Antoine. 2014. A comprehensive review of background subtraction algorithms evaluated with synthetic and real videos [J]. Computer vision and image understanding, 122(4-21).
- Stein David WJ, Beaven Scott G, Hoff Lawrence E, Winter Edwin M, Schaum Alan P, Stocker Alan D. 2002. Anomaly detection from hyperspectral imagery [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 19(1): 58-69.
- Sumarsono A., Du Q. 2015. Low-Rank Subspace Representation for Estimating the Number of Signal Subspaces in Hyperspectral Imagery [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 53(11): 6286-6292.
- Tao Min, Yuan Xiaoming. 2011. Recovering low-rank and sparse components of matrices from incomplete and noisy observations [J]. SIAM Journal on Optimization, 21(1): 57-81.
- Uss M. L., Vozel B., Lukin V. V., Chehdi K. 2011. Local Signal-Dependent Noise Variance Estimation From Hyperspectral Textural Images [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 5(3): 469-486.
- Wang Mengdi, Yu Jing, Xue Jing-Hao, Sun Weidong. 2016. Denoising of Hyperspectral Images Using Group Low-Rank Representation [J].
- Wang Naiyan, Yao Tiansheng, Wang Jingdong, Yeung Dit-Yan. 2012. A probabilistic approach to robust matrix factorization [M], Computer Vision–ECCV 2012. Springer: 126-139.
- Wang Nan, Du Bo, Zhang Liangpei. 2013. An Endmember Dissimilarity Constrained Non-Negative Matrix Factorization Method for Hyperspectral Unmixing [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 6(2): 554-569.
- Weisheng Dong, Guangming Shi, Xin Li. 2013. Nonlocal Image Restoration With Bilateral Variance Estimation: A Low-Rank Approach [J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 22(2): 700-711.
- Willett Rebecca M, Duarte Marco F, Davenport Mark, Baraniuk Richard G. 2014. Sparsity and structure in hyperspectral imaging: Sensing, reconstruction, and target detection [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 31(1): 116-126.
- Witten Rafi, Candès Emmanuel. 2013. RANDOMIZED ALGORITHMS FOR LOW-RANK FACTORIZATIONS: SHARP PERFORMANCE BOUNDS [J].
- Witten Rafi, Candes Emmanuel. 2013. Randomized algorithms for low-rank matrix factorizations: sharp performance bounds [J]. Algorithmica: 1-18.
- Wright John, Ganesh Arvind, Rao Shankar, Peng Yigang, Ma Yi. 2009. Robust principal component

- analysis: Exact recovery of corrupted low-rank matrices via convex optimization [C] // Advances in neural information processing systems. 2080-2088.
- Xiaoqiang Lu, Yulong Wang, Yuan Yuan. 2013. Graph-Regularized Low-Rank Representation for Destriping of Hyperspectral Images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 51(7): 4009-4018.
- Xuefeng Liu, Bourennane S., Fossati C. 2012. Denoising of Hyperspectral Images Using the PARAFAC Model and Statistical Performance Analysis [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 50(10): 3717-3724.
- Yang Jingxiang, Zhao Yong-Qiang, Chan Jonathan Cheung-Wai, Kong Seong G. 2016. Coupled sparse denoising and unmixing with low-rank constraint for hyperspectral image [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(3): 1818-1833.
- Yang Zuyuan, Zhou Guoxu, Xie Shengli, Ding Shuxue, Yang Jun-Mei, Zhang Jun. 2011. Blind Spectral Unmixing Based on Sparse Nonnegative Matrix Factorization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 20(4): 1112-1125.
- Ye Minchao, Qian Yuntao, Zhou Jun. 2015. Multitask Sparse Nonnegative Matrix Factorization for Joint Spectral-Spatial Hyperspectral Imagery Denoising [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 53(5): 2621-2639.
- Yu Guoshen, Sapiro Guillermo, Mallat Stéphane. 2010. Image modeling and enhancement via structured sparse model selection [C] // Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on, IEEE. 1641-1644.
- Yuan Qiangqiang, Zhang Liangpei, Shen Huanfeng. 2012. Hyperspectral Image Denoising Employing a Spectral-Spatial Adaptive Total Variation Model [J]. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, 50(10): 3660-3677.
- Yuan Xiaoming, Yang Junfeng. 2009. Sparse and low-rank matrix decomposition via alternating direction methods [J]. preprint.
- Yuan Y., Zheng X., Lu X. 2015. Spectral-Spatial Kernel Regularized for Hyperspectral Image Denoising [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 53(7): 3815-3832.
- Zhang H. 2012. Hyperspectral image denoising with cubic total variation model [J]. ISPRS Ann. Photogramm. Remote Sens. Spat. Inf. Sci., I-7(95-98).
- Zhang Hongyan, He Wei, Zhang Liangpei, Shen Huanfeng, Yuan Qiangqiang. 2014a. Hyperspectral Image Restoration Using Low-Rank Matrix Recovery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(8): 4729-4743.
- Zhang Jiani, Erway Jennifer, Hu Xiaofei, Zhang Qiang, Plemmons Robert. 2012. Randomized SVD methods in hyperspectral imaging [J]. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2012(3).
- Zhang Lei, Dong Weisheng, Zhang David, Shi Guangming. 2010. Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping [J]. Pattern Recognition, 43(4): 1531-1549.
- Zhang Xiaoqun, Chan Tony F. 2010. Wavelet inpainting by nonlocal total variation [J]. Inverse Problems and Imaging, 4(1): 191-210.
- Zhang Yongqin, Liu Jiaying, Li Mading, Guo Zongming. 2014b. Joint image denoising using adaptive principal component analysis and self-similarity [J]. Information Sciences, 259(128-141).
- Zhang Z., Xu Y., Yang J., Li X., Zhang D. 2015. A Survey of Sparse Representation: Algorithms and Applications [J]. IEEE Access, 3(490-530).

- Zhangyang Wang, Houqiang Li, Qing Ling, Weiping Li. 2013. Robust Temporal-Spatial Decomposition and Its Applications in Video Processing [J]. Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on, 23(3): 387-400.
- Zhao Yong-Qiang, Yang Jingxiang. 2015. Hyperspectral image denoising via sparse representation and low-rank constraint [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 53(1): 296-308.
- Zhou Tianyi, Tao Dacheng. 2011. Godec: Randomized low-rank & sparse matrix decomposition in noisy case [C] // Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning (ICML-11). 33-40.
- Zhou Tianyi, Tao Dacheng. 2012. Bilateral random projections [C] // Information Theory Proceedings (ISIT), 2012 IEEE International Symposium on, IEEE. 1286-1290.
- Zhou Xiaowei, Yang Can , Yu Weichuan. 2013. Moving Object Detection by Detecting Contiguous Outliers in the Low-Rank Representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 35(3): 597-610.
- Zhu Feiyun, Wang Ying, Fan Bin, Xiang Shiming, Meng Geofeng, Pan Chunhong. 2014. Spectral Unmixing via Data-Guided Sparsity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 23(12): 5412-5427.
- Zhu X., Milanfar P. 2010. Automatic Parameter Selection for Denoising Algorithms Using a No-Reference Measure of Image Content [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 19(12): 3116-3132.

附 录

攻读博士学位期间发表的科研论文:

学术论文 10 篇，其中 SCI 期刊 7 篇（已出版 6 篇），6 篇为第一作者，1 篇为导师第一作者，2 篇 ESI 高被引论文，1 篇 ESI 热点论文；1 篇会议论文获学生论文竞赛最佳论文奖。

I. SCI 检索论文:

1. H. Zhang, **W. He**, L. Zhang, H. Shen, Q. Yuan, "Hyperspectral Image Restoration Using Low-Rank Matrix Recovery", IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 52, no. 8, pp. 4729-4743, 2014. (SCI 顶级期刊, 2 区, IF: 3.36, ESI 热点论文, 高被引用论文, 导师第一作者, 本人第二作者)
2. W. He, H. Zhang, L. Zhang, H. Shen, "Total-Variation-Regularized Low-rank Matrix Factorization for Hyperspectral Image Restoration", IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 54, pp. 178-188, Jan. 2016. (SCI 顶级期刊, 2 区, IF: 3.36, ESI 高被引用论文)
3. W. He, H. Zhang, L. Zhang, "Total Variation Regularized Reweighted Sparse Non-Negative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing", IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., DOI: 10.1109/TGRS.2017.2683719, 2016. (SCI 顶级期刊, 2 区, IF: 3.36)
4. W. He, H. Zhang, L. Zhang, "Hyperspectral Image Denoising Using Local Low-rank Matrix Recovery and Global Total Variation", IEEE Trans. Image Process., undergoing review, 2016. (SCI 顶级期刊, 2 区, IF: 3.735)
5. W. He, H. Zhang, L. Zhang, H. Shen, "Hyperspectral Image Denoising via Noise-Adjusted Iterative Low-Rank Matrix Approximation", IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens., vol. 8, no. 6, pp. 3050 - 3061, 2015. (SCI 期刊, 2 区, IF: 2.145)
6. W. He, H. Zhang, L. Zhang "Sparsity-Regularized Robust Non-Negative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing", IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens., vol. 9, pp. 4267-4279, 2016. (SCI 期刊, 2 区, IF: 2.145)
7. W. He, H. Zhang, L. Zhang, W. Philips, W. Liao, "Weighted Sparse Graph Based Dimensionality Reduction for Hyperspectral Images", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 13, no. 5, pp. 686-690, May 2016. (SCI 期刊, 3 区, IF: 2.228)

II. 会议论文:

8. W. He, H. Zhang, L. Zhang, H. Shen, "A Noise-Adjusted Iterative Randomized Singular Value Decomposition Method for Hyperspectral Image Denoising", IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGRASS 2014), Quebec, Canada, 13–18 July, 2014. (EI, Best Student Paper Award--2014 IEEE GARSS Student Paper Contest Top 3)
9. W. He, H. Zhang, L. Zhang, "Hyperspectral Unmixing Using Total Variation Regularized Reweighted Sparse Non-Negative Matrix Factorization", IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGRASS 2016), Beijing, China, 10–15 July, 2016. (EI)
10. H. Zhang, W. He, W. Liao, R. Luo, and L. Zhang, "Exploring the Low-rank Property of

Hyperspectral Imagery: A Technical Overview ", IEEE GRSS Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS'16), Los Angeles, America, 21–24 July, 2016.

国际会议学术交流

- 2014.07.13~2014.07.18 , IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium 2014/35th Canadian Symposium on Remote Sensing (2013 年度 IEEE 国际地学与遥感年会/第 35 届加拿大遥感大会), 加拿大魁北克。以第一作者身份提交会议论文并作口头报告参与学生论文竞赛, 获得最佳论文奖。
- 2014.05.12~2014.05.14, 2014 SIAM 成像科学会议(SIAM-IS14), 中国香港。
- 2015.09.24~2015.09.26, 第三届全国成像光谱对地观测学术研讨会, 中国西安。以第一作者身份提交会议论文并作口头报告。
- 2016.07.10~2016.07.15 , IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium 2016, 中国北京。以第一作者身份提交会议论文并作口头报告。

学术兼职

担任国际 SCI 期刊审稿人, 包括:

IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing
IEEE Signal Processing Letter
Neurocomputing

担任 IEEE 协会 GRSS 武汉地区学生分会分会主席

获奖情况

- 2013 年, 武汉大学优秀研究生
- 2014 年, 武汉大学博士研究生国家奖学金
- 2014 年, 学业奖学金一等奖
- 2014 年, IEEE IGARSS 学生论文竞赛最佳论文奖(3%)
- 2014 年, IEEE GRSS 学会举办的数据融合与分类大赛第三名
- 2015 年, 武汉大学协同创新奖学金
- 2016 年, 所主持武汉大学自主科研重点项目获得中期审核优秀奖(20%)
- 2016 年, 学业奖学金二等奖
- 2016 年, 武汉大学协同创新奖学金
- 2016 年, 武汉大学创新奖一等奖(1%)

攻读博士学位期间参与的科研项目：

- 2015~2017，武汉大学博士研究生自主科研项目“高光谱遥感影像的低秩表示与复原方法研究”（优秀项目），**担任项目总负责人**，全面主持该项目。
- 2011 年—2016 年，国家 973 计划项目“空天地一体化化对地观测传感网的理论和方法”，参加第五课题“面向任务的对地观测传感网信息聚焦服务模型”，担任技术骨干，负责高分辨率影像特征提取。
- 2016 年-2019 年，国家自然科学基金面上项目“高光谱遥感影像特征学习-地物分类一体化建模”，担任技术骨干，负责高光谱影像分类器的构建。

致谢

从 08 年第一次踏入武汉大学，到如今即将博士毕业，9 年光阴转瞬即逝。在这生命中最不平凡的一段旅程里，我有过憧憬，有过放纵，有过悔恨，有过奋斗，有过自信，有过责任。感恩帮助我、鼓励我、支持我、伴我一路走过来的老师、同学、朋友和家人。在此向你们表示衷心的感谢和诚挚的祝福。

首先由衷的感谢我的两位研究生导师——张良培教授和张洪艳副研究员，感谢你们的悉心指导和无微不至的关怀。感谢张良培老师带我踏进高光谱影像处理这一研究领域。张老师高瞻远瞩的学术眼光、乐观开朗的生活态度时时刻刻影响着我。感谢张良培老师对我科研工作的鼓励以及个人能力的充分信任，我会以更加热诚的态度对待将来的科研学习工作。感谢张洪艳老师为我营造了轻松稳定的学习氛围。五年的时间，张洪艳老师教会了我如何科研，也让我懂得了许多为人处世的方法和态度。同时，张洪艳老师给了我更多的空间去学习自己所感兴趣的东西。在我遇到问题或者困难的时候，张洪艳老师能够及时给予我指导和帮助。非常感谢两位导师在这 5 年来对我的关心、包容和指导。

感谢 RS-group 小组沈焕锋，夏桂松，杜博，钟燕飞，罗斌，袁强强，张乐飞，李慧芳，许雄，赵贝，武辰，李杰，许明明，卢其凯，马小双等老师以及师兄师姐的关心和指导。感谢张洪艳老师小组江铖师兄对我工作上的开导和鼓励；感谢杨泽宇师姐在我徘徊犹豫时给我的帮助；感谢李家艺师姐对我学习生活上的帮助，共同奋斗 GRSS 论文竞赛和数据融合竞赛的画面历历在目；感谢挚友胡婷和郭敏，虽然我们早已各奔东西，但是三年同窗，终生难忘；感谢陈行，张亚坤，帅滔，翟晗，张敏，解亚超，练然，许慧琳，刘璐，张承康，戴佩玉，钱亦楠等师弟师妹，是你们给曾经的蛋黄派和三藏芸芸众生注入了新鲜的活力和动力，我相信你们能将小组组建成温馨有爱的大家庭。

感谢同级的马爱龙，张帆，岳林蔚，赵锐，董燕妮等逗逼博士在生活上带来的欢乐和科研上的相互帮助。感谢 14 级博士班的同学，感谢 12 级的硕士同门十八罗汉，感谢同机房的杨锋，刘蓉，胡传博、韩杏杏等。感谢 5 年来变更多次的饭友团，感谢曾经的牌友团和多友团，感谢健身小分队成员郑先伟、岳林蔚等，是你们让我的业余生活变得丰富多彩。感谢室友马爱龙，同桌张帆和董燕妮的一路陪伴和帮助。特别感谢许慧琳的鼓励、包容和支持，让我明白了责任的力量，也对将来有了目标和规划。

最后，感谢我的爸爸妈妈，你们是我温暖的港湾，总是在我困难迷惘的时候给予我最大的支持和鼓励，在我发脾气的时候也能对我无条件的包容。谢谢你们，祝福你们身体健康。

衷心感谢伴我走过这 5 年的老师、同学、朋友和家人，也祝福你们人生旅途一帆风顺。

贺威

2017 年五月于武汉大学