Problema 1

Dados los n + 1 puntos distintos (xi, yi) el polinomio interpolante que incluye a todos los puntos es unico

Solución

Este problema se plantea resolver mediante la tecnica de la reducción al absurdo, encontrando a la final una contradicción que se oponga a la proposición original que indica el enunciado. Supongamos que se tienen n+1 puntos para interpolar un polinomio P(x) que es máximo de grado n que se interpola con los mismos n+1 puntos Q(x)
Luego consideramos un polinomio R(X)=P(X)-Q(X). Se conocen 3 características de R:

- R(x) es un polinomio también.

-El máximo grado de R(x) es n debido a que es una resta de polinomios cuyo grado máximo es n

-Si Q(x) y P(x) pasan or los n+1 puntos, luego R(Xi)=P(Xi)-Q(Xi)=Yi-Yi=0. Luego R(x) tiene n+1 raices.

Luego si R(x) es un polinomio de máximo grado n esto no es posible por lo cual se llega a una contradicción. Lo que quiere decir que P(x) y Q(x) son iguales. Por otro lado si R(x) fuera un polinomio distinto de 0 debería poderse escribir de la siguiente forma: R(x)=0=P(x)-Q(x) P(X)=Q(X)
Luego Q(x) es un polinomio identico a P(x), lo que significa que para un conjunto de n+1 puntos el polinomio interpolante es único.