

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

Теорія складності

Дослідження $coNP$ -повної задачі

Задача визначення того, чи даний граф не має циклу Гамільтона

ФІ-13 Дідух Максим

Фізико-технічний інститут

Кафедра математичних методів захисту інформації

2022

Дослідження $coNP$ -повної задачі

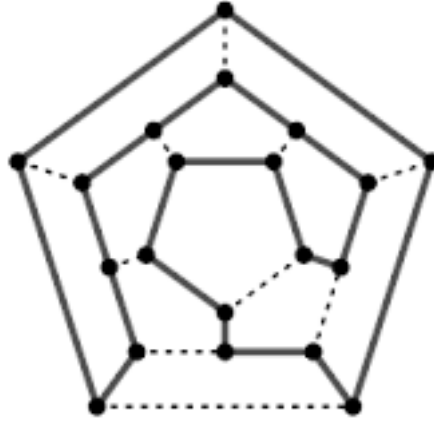
7 грудня 2022

Зміст

1	Вступ	2
1.1	Постановка задачі	2
1.2	Історія виникнення та наявні модифікації	2
2	Практичне застосування	2
3	Доведення складності	2
4	Розв'язок	3
4.1	Наявні методи розв'язку	3
4.2	Наявні ефективні часткові розв'язки задачі та модифікацій	3
5	Список використано літератури	3

1 Вступ

Граф називається *гамільтоновим*, якщо існує цикл, що містить кожную вершину рівно один раз. Такий цикл носить назву гамільтонового. Поняття пішло від Вільям Гамільтон (англ. *William Hamiltonian*), який вигадав не дуже вдалу гру під назвою "ікосіанська гра" (англ. "*icosian game*"), завданням якої був пошук гамільтонового циклу на додекаедричному графі (і можливо на його підграфах).



мал. 1 гамільтоновий цикл на додекаедрі [change resolution](#)

Хоча означення гамільтонового графу дуже схоже з означенням ойлерового графу, виявляється, що ці дві концепції поводяться досить по-різному. Якщо теорема Ойлера дає нам чіткий критерій ойлеровості, то для гамільтонових графів немає аналогічного твердження. Як з'ясувалось, перевірка графу на наявність гамільтонового циклу є *NP*-повною задачею.

1.1 Постановка задачі

Дано: неорієнтований граф $G = (V, E)$, де $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ - множина вершин, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ - множина ребер. Перевірити, що даний граф не має циклу гамільтона. Цю задачу будемо позначати **NONHAMCYCLE**.

1.2 Історія виникнення та наявні її модифікації

2 Практичне застосування

3 Доведення складності

Доведемо, що **NONHAMCYCLE** є *coNP*-повною. Для цього нам знадобиться довести додаткове твердження.

Твердження 1: задача перевірки графа на наявність гамільтонового циклу належить класу *NP*-повних задач (далі: **HAMCYCLE**)

■

Доведення цього факту складається з двох кроків:

1. **HAMCYCLE** $\in NP$?

Якщо довільна задача, належить класу *NP*, тоді, маючи «сертифікат», який є розв'язком цієї задачі та екземпляр проблеми (граф G і додатне ціле k , у цьому випадку), ми зможемо верифікувати (перевірити, чи надане рішення правильне чи ні) сертифікат за поліноміальний час. Сертифікат — це послідовність вершин, що утворюють гамільтонів цикл у графі. Ми можемо верифікувати розв'язок, перевіривши, що всі вершини належать графу, і, що кожна пара вершин, що належать розв'язку — суміжна.

Це можна зробити за поліноміальний час, тобто $O(V + E)$, ось псевдокод верифікації сертифікату для графу $G(V, E)$:

value = 1

для кожної пари $\{u, v\}$ у підмножині V' :

перевірити, що між цими вершинами є ребро
якщо ребра немає, то повернути 0 і завершити цикл
якщо value = 1:
то повернути 1 (розв'язок коректний)
інакше:
повернути 0 (розв'язок неправильний)

2. **HAMCYCLE** *NP* складна ?



4 Розв'язок

4.1 Наявні методи розв'язку

4.2 Наявні ефективні часткові розв'язки задачі та модифікацій

5 Список використаної літератури