

Магнетизм

1. Закон Біо-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

2. Сила Лоренца (Змінює напрямок)

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad F_L = qvB \sin \alpha.$$

3. Сила Ампера (Сила з якою маг. поле діє на провідник)

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l} \times \vec{B}], \quad F_A = BIl \sin \alpha$$

4. Магнітний диполь витка площею S з струмом I:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad p_m = IS.$$

5. Енергія магнітного диполя в магнітному полі:

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}, \quad W = -p_m B \cos \alpha.$$

Електромагнетизм:

1. Закон Фарадея(Визначає ЕРС за допомогою потік магнітної індукції):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = LI,$$

2. Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S, \quad n - \text{кількість витків на одиницю довжини соленоїда, } l - \text{довжина соленоїда, } S - \text{площа перерізу, } \mu - \text{маг. проникність осердя.}$$

3. Формула для ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

4. Вектор густини струму зміщення:

$$\vec{j}_{zm} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

5. Закон повного струму:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I + I_{зм},$$

Де \vec{H} – вектор напруженості маг поля та охоплені контуром, I – сила струму провідності, $I_{зм}$ – сила струму зміщення.

6. Рівняння Максвелла в інтегральній формі:

$$\oint_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{(S)} \vec{B} d\vec{S},$$

$$\int_{(l)} \vec{H} d\vec{S} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = q,$$

Перше рівняння – закон Фарадея, друге рівняння – закон повного струму, третє рівняння – констатує відсутність магнітних зарядів, четверте рівняння є наслідком закону Кулона.

\vec{E} – напруженість елек поля, \vec{H} – папружн. магнітного поля. \vec{D} – вектор індукції елек поля і \vec{B} – вектор індукції магніт поля. \vec{j} – вектор густини струму.

7. Рівняння Максвелла в диференціальній формі (Завдяки теор. Стокса та Остроградського-Гауса можна записати рівняння М. в диф. формі)

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

де ρ – густина сторонніх зарядів.

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

\vec{E} – напруженість елек поля, \vec{H} – папружн. магнітного поля. \vec{D} – вектор індукції елек поля і \vec{B} – вектор індукції магніт поля. \vec{j} – вектор густини струму.

$$\text{div} \vec{B} = 0,$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho,$$

Механічні коливання

1. Коефіцієнт жорсткості коливальної системи:

$$k = \left. \frac{d^2 U}{dX^2} \right|_{X=X_0},$$

де U – потенціальна енергія коливальної системи.

2. Диф. Рівняння для вільних незгасаючих гармонічних коливань

$$\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad \text{де } x \text{ – зміщення відносно положення рівноваги. } \omega_0 \text{ – власна частота.}$$

3. Розв'язок диференціального рівняння вільних незг. гармонічних коливань:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

4. Період власних коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

5. Власна частота для пружинного, математичного та фізичного маятників:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}. \quad k - \text{коєф. жорсткості пружини.}$$

6. Диференціальне рівняння для вільних згасаючих гармонічних коливань:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0.$$

7. Розв'язок диф. рівняння вільних згасаючих коливань:

$$x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0),$$

де $\tilde{\omega}_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота коливань, β – коефіцієнт згасання.

8. Формули для часу релаксації, логарифмічного декременту та добротності:

$$\tau = \frac{1}{\beta}, \quad \theta = \frac{\tilde{T}}{\tau}, \quad Q = \frac{\pi}{\theta},$$

$$\text{де } \tilde{T} = \frac{2\pi}{\tilde{\omega}_0}.$$

Релаксація — це процес, через який система повертається до свого стабільного стану або рівноваги після зовнішнього впливу.

Логарифмічний декремент — це міра затухання коливань у системі, що коливається.

Добротність — це параметр, який описує, наскільки ефективно коливається система.

9. Диференціальне рівняння для вимушених коливань:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_m \cos \omega t.$$

В якому, як і раніше, $\beta \equiv \frac{\eta}{2m}$ – коефіцієнт згасання, $\omega_0^2 \equiv \frac{k}{m}$ – власна частота,

$$\text{а } f_m \equiv \frac{F_{\max}}{m}.$$

10. Розв'язок диф. рівняння вимушених коливань:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \alpha),$$

де $A = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$ – амплітуда коливань, ω – частота

зовнішньої сили, $\alpha = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$ – різниця фаз коливань між

зовнішньою силою та зміщенням.

11. Формули для резонансної частоти та амплітуди коливань при резонансі:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad A_p = \frac{F_{\max}}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Електромагнітні коливання

1. Часова залежність зарядку в електричному контурі при власних коливаннях:

$$q(t) = Q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де Q_{\max} – амплітуда заряду, ω_0 – власна частота, φ_0 – початкова фаза.

2. Формула Томпсона для частоти та формула для періоду власних коливань контуру:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC},$$

де C – ємність, L – індуктивність.

3. Залежність заряду від часу під час вільних згасаючих електричних коливаннях:

$$q(t) = Q_{\max} e^{-\beta t} \cos(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0),$$

де $\tilde{\omega}_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота згасаючих коливань, Q_{\max} – амплітудне значення заряду для моменту часу $t=0$.

4. Коефіцієнт згасання, час релаксації, логарифмічний декремент і добротність коливального контуру:

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \tau = \frac{2L}{R}, \quad \theta = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad Q \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

(формули для логарифмічного декременту та добротності справедливі за умови $\beta \ll \omega_0$).

5. Залежність заряду від часу для усталених коливань, збурених зовнішньою періодичною напругою $U_{\text{зов}}(t) = U_{\text{max}} \cos \omega t$, описуються виразом

$$q(t) = Q_{\text{max}} \cos(\omega t - \alpha),$$

де $Q_{\text{max}}(\omega) = \frac{U_{\text{max}}}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$ – амплітудне значення заряду,

$\alpha = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$ – різниця фаз коливань заряду та зовнішньої напруги.

6. Залежність сили струму від часу для усталених коливань, збурених зовнішньою періодичною напругою $U_{\text{зов}}(t) = U_{\text{max}} \cos \omega t$, описуються виразом

$$I(t) = I_{\text{max}} \cos(\omega t - \varphi_{\text{зс}}),$$

де $I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$ – амплітудне значення сили струму,

$\varphi_{\text{зс}} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ – зсув фаз між коливаннями сили струму та напруги.

7. Індуктивний опір, ємнісний опір, реактивний опір і повний опір при паралельному з'єднанні елементів кола

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad X = X_L - X_C, \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

8. Потужність змінного струму

$$\langle P \rangle = I_{\text{д}} U_{\text{д}} \cos \varphi_{\text{зс}},$$

де $I_{\text{д}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$, $U_{\text{д}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$ – діючі значення сили струму та напруги,

$\cos \varphi_{\text{зс}} = \frac{R}{Z_{\text{нос}}}$ – коефіцієнт потужності для кола з послідовним з'єднанням елементів.

1. Активний опір (резистивний опір):

- Активний опір пов'язаний з реальними втратами енергії, які відбуваються в резисторах. Енергія, яка проходить через резистор, частково перетворюється в тепло.
- Омичний опір не залежить від частоти змінного струму і діє однаково для постійного та змінного струмів.

2. **Ємнісний опір (реактивний опір конденсаторів):**

- Ємнісний опір виникає в колах, де присутні конденсатори. Він залежить від частоти змінного струму: чим вища частота, тим менший ємнісний опір.
- Ємнісний опір заважає зміні напруги в колі, тобто коли напруга змінюється, конденсатор накопичує або віддає заряд, що створює опір зміні струму.

3. **Індуктивний опір (реактивний опір котушок індуктивності):**

- Індуктивний опір зустрічається у колах з індукторами (катушками). Цей тип опору також залежить від частоти змінного струму: чим вища частота, тим більший індуктивний опір.
- Індуктивний опір пов'язаний з електромагнітною індукцією. Коли струм через індуктор змінюється, утворюється магнітне поле, яке намагається протидіяти цій зміні (закон Ленца).

Змінний струм (АС, від англ. Alternating Current) — це тип електричного струму, в якому напрямок та величина струму періодично змінюються відносно часу.