

## Лабораторна робота ФПЕ-11

### ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ У КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ

Владислав Присяжнюк КІ-32

Мета роботи: вивчення резонансу у послідовному колі R, C, L.

Прилади та обладнання: PQ – звуковий генератор ГЗ-102; РО – електронний осцилограф С1-75; ФПЭ-11 – касета ФПЕ-11; МО – магазин опорів; МЄ – магазин ємностей.

#### Теоретичні відомості

Розглянемо процеси, які проходять у послідовному коливальному контурі, приєднаному до джерела, електрорушійна сила якого змінюється з часом за гармонічним законом:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t .$$

Введемо такі позначення:  $U$  – напруга на конденсаторі ємністю  $C$ , –  $U_L$  напруга на котушці індуктивності,  $I$  – сила струму у контурі. Якщо вважати миттєві значення струмів та напруг однаковими на усіх ділянках кола (квазістаціонарний струм), то струм і напруга в контурі будуть підпорядковані законам, встановленим для сталого струму. За другим правилом Кірхгофа сума напруг на елементах контуру дорівнює ЕРС, що діє в цьому ж контурі (рис. 4.2). Таким чином, можемо записати:

$$U_L + IR + U = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t .$$

Напруга на котушці чисельно дорівнює ЕРС самоіндукції

$$U_L = -\mathcal{E}_i = L \frac{dI}{dt} ,$$

Струм у колі визначає зміну заряду конденсатора, тому

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU)}{dt} = C \frac{dU}{dt} .$$

Отримаємо:

$$LC \frac{d^2 U}{dt^2} + RC \frac{dU}{dt} + U = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t .$$

Розділимо всі частини рівняння LC

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t$$

Введемо такі позначення

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} ; \quad \beta = \frac{R}{2L} .$$

Представимо рівняння у канонічній формі

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = \mathcal{E}_0 \omega_0^2 \cos \Omega t .$$

Розв'язуючи рівняння, отримуємо закон зміни напруги на конденсаторі з часом. Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння другого порядку дорівнює сумі повного розв'язку відповідного однорідного рівняння та частинного розв'язку неоднорідного рівняння.

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0 .$$

$$U_1 = U_{10} e^{-\beta t} \cos \omega t .$$

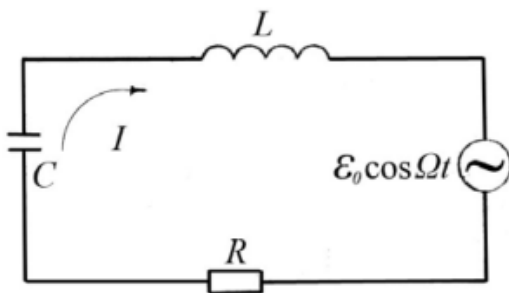


Рис. 4.2. Схема коливального контуру

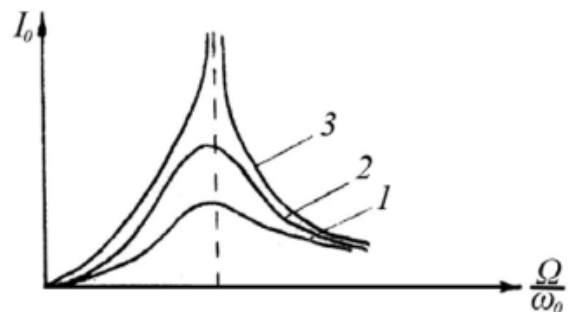


Рис. 4.3. Резонансні криві

Це – рівняння загасаючих коливань (див. лабораторну роботу 3 (ФПЕ-10)).

Загасання визначається множителем  $e^{-\beta \tau}$ . За час  $t = \tau$ , який називають часом релаксації, амплітуда коливань зменшується в  $e$  разів. Загасання коливань у контурі зумовлено нагріванням провідників, тобто перетворенням енергії електричного та магнітного полів на теплову (внутрішню) енергію. Складова визначає перехідний процес при встановленні коливань. Якщо ж  $t \gg \tau$ , то ця складова в загальному розв'язку зникає. Під дією джерела змінної ЕРС в колі встановлюються коливання з частотою цього джерела, але із зсувом фаз

$$U = U_0 \cos(\Omega t + \varphi).$$

Матимемо:

$$U_0 = \frac{\mathcal{E}_0 \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Отже, амплітуда та фаза напруги на конденсаторі, а також амплітуда сили струму в контурі залежать від співвідношення частоти джерела ЕРС

Струм в контурі

$$I = C \frac{dU}{dt} = -\Omega C U_0 \sin(\Omega t + \varphi) = I_0 \cos(\Omega t + \varphi_1),$$

Амплітуда сили струму

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0 C \omega_0^2 \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}.$$

Коливальний контур складається з котушки  $L$ , магазину ємностей  $C$ , змінного резистора  $R$  та резистора  $r$ . Напруга на резисторі  $r$   $U_r$ , яка пропорційна силі струму у контурі, подається на вхід "Y" електронного осцилографа, а сигнал звукового генератора – на вхід "X". Для зняття резонансних кривих, змінюючи

частоту звукового генератора PQ, вимірюють залежність сили струму в контурі від частоти генератора  $f(\Omega) =$  при різних значеннях опору резистора  $R$ .

Для вимірювання зсуву фаз  $\varphi$  використовують фігури Ліссажу, які отримують на екрані осцилографа. Нехай є дві синусоїдні напруги однакової частоти  $\Omega$ . Якщо їх подати на вертикальні і горизонтальні відхиляючі пластини осцилографа, то відбудуться відповідні зміщення електронного променя на екрані:

$$\begin{aligned} \text{по горизонталі} \quad x &= x_0 \cos \Omega t, \\ \text{по вертикалі} \quad y &= y_0 \cos(\Omega t + \varphi), \end{aligned}$$

Таким чином, для визначення зсуву фаз між напругами однакової частоти достатньо виміряти півосі еліпса  $a$  та  $b$  на екрані осцилографа.

### Завдання 1

$R = 1 \text{ Ом}$	$f, \text{кГц}$	3	4	5	6	7	7.4	7.6	7.8	8	8.2	8.5	9	10	11	12	13
	$A, \text{дел}$	0.256	0.240	0.224	0.272	0.256	0.432	0.912	2.448	0.656	0.352	0.240	0.208	0.192	0.208	0.224	0.208
	$K_y, \text{В/дел}$	0.17	0.26	0.41	0.72	1.80	2.16	2.16	2.16	2.16	2.16	2.06	1.26	0.73	0.53	0.42	0.35
	$I_0, \text{мА}, 10^{-4}$	4.35	6.24	9.18	19.58	46.08	93.31	196.99	528.76	141.69	76.03	49.44	26.20	14.01	11.02	9.41	7.28
$R = 500 \text{ Ом}$	$f, \text{кГц}$	3	4	5	6	7	7.4	7.6	7.8	8	8.2	8.5	9	10	11	12	13
	$A, \text{дел}$	0.192	0.240	0.256	0.464	1.120	1.952	2.592	2.848	2.400	1.776	1.232	0.816	0.448	0.320	0.240	0.256
	$K_y, \text{В/дел}$	0.17	0.26	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.35
	$I_0, \text{мА}, 10^{-4}$	3.26	6.24	9.47	17.16	41.44	72.22	95.94	105.37	88.80	65.71	45.58	30.19	16.57	11.84	8.88	9.47
$R = 3000 \text{ Ом}$	$f, \text{кГц}$	3	4	5	6	7	7.4	7.6	7.8	8	8.2	8.5	9	10	11	12	13
	$A, \text{дел}$	0.224	0.272	0.416	0.656	0.928	0.976	0.976	0.960	0.992	0.976	0.960	0.864	0.656	0.528	0.432	0.368
	$K_y, \text{В/дел}$	0.17	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
	$I_0, \text{мА}, 10^{-4}$	3.80	5.44	8.32	13.12	18.56	19.52	19.52	19.20	19.84	19.52	19.20	17.28	13.12	10.56	8.64	7.36

Амплітуди струму ( $I_0$ , мА,  $10^{-4}$ ) при  $R = 1$  Ом:

$$I_0 = \frac{A \cdot K_y}{R_1}$$

$$I_{01} = \frac{0.256 \cdot 0.17}{100} = 4.35 \times 10^{-4};$$

$$I_{02} = 6.24; I_{03} = 9.18; I_{04} = 19.58; I_{05} = 46.08; I_{06} = 91.31;$$

$$I_{07} = 196.99; I_{08} = 528.76; I_{09} = 141.69; I_{010} = 76.03; I_{011} = 49.44;$$

$$I_{012} = 26.20; I_{013} = 14.01; I_{014} = 11.02; I_{015} = 9.41; I_{016} = 7.28;$$

Амплітуди струму ( $I_0$ , мА,  $10^{-4}$ ) при  $R = 500$  Ом:

$$I_{01} = 3.26; I_{02} = 6.24; I_{03} = 9.47; I_{04} = 17.16; I_{05} = 41.44; I_{06} = 72.22;$$

$$I_{07} = 95.94; I_{08} = 105.37; I_{09} = 88.80; I_{010} = 65.71; I_{011} = 45.58;$$

$$I_{012} = 30.19; I_{013} = 16.57; I_{014} = 11.84; I_{015} = 8.88; I_{016} = 9.47;$$

Амплітуди струму ( $I_0$ , мА,  $10^{-4}$ ) при  $R = 3000$  Ом:

$$I_{01} = 3.80; I_{02} = 5.44; I_{03} = 8.32; I_{04} = 13.12; I_{05} = 18.56; I_{06} = 19.52;$$

$$I_{07} = 19.52; I_{08} = 19.20; I_{09} = 19.84; I_{010} = 19.52; I_{011} = 19.20;$$

$$I_{012} = 17.28; I_{013} = 13.12; I_{014} = 10.56; I_{015} = 8.64$$

$$; I_{016} = 7.36;$$

Обчислення добротності контура  $Q$  при  $R = 1$  Ом:

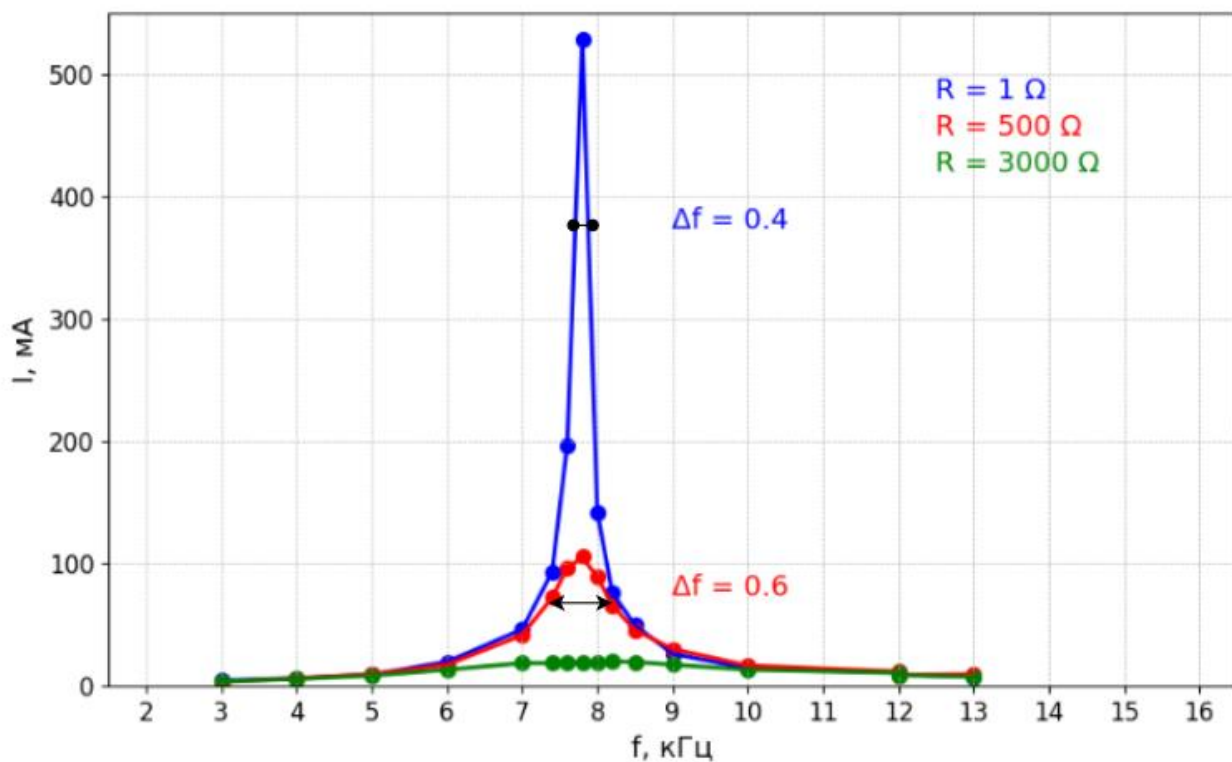
$$I_0 = \frac{I_{0max}}{\sqrt{2}} = \frac{528.76 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} = 373.4 \times 10^{-4}$$

$$Q = \frac{f_{рез}}{\Delta f} = \frac{7.8}{0.4} = 19.5$$

Обчислення добротності контура  $Q$  при  $R = 500$  Ом:

$$I_0 = \frac{I_{0max}}{\sqrt{2}} = \frac{105.37 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} = 74.50 \times 10^{-4}$$

$$Q = \frac{f_{рез}}{\Delta f} = \frac{7.8}{0.4} = 19.5$$



$$Y = I_0, \text{ mA}, 10^{-4};$$

$$X = f, \text{ кГц};$$

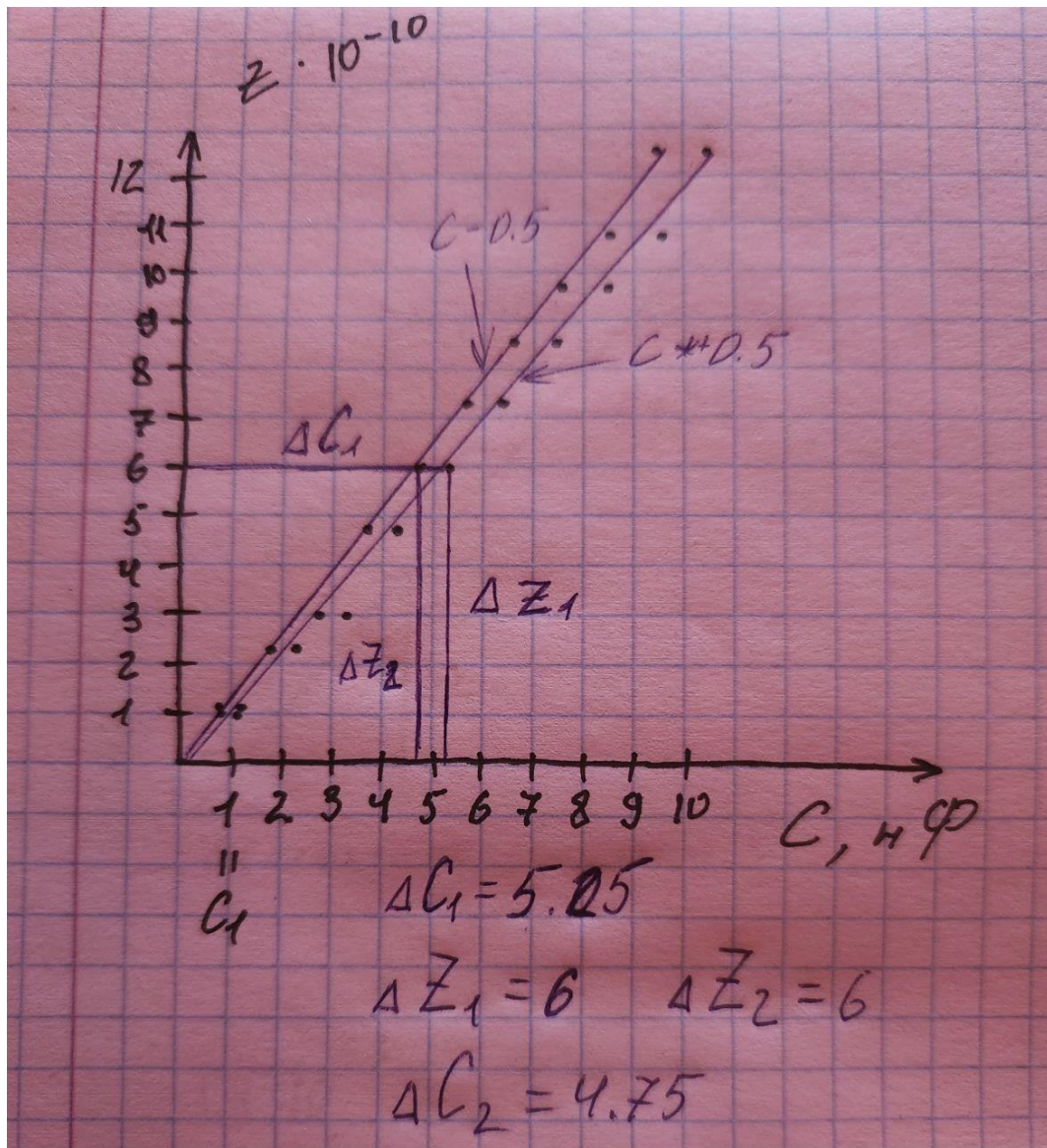
### Завдання 2:

$C \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_{\text{рез}}, \text{ кГц}$	14.5	10.3	8.4	7.2	6.5	5.9	5.5	5.1	4.8	4.5
$Z \cdot 10^{-10}$	1.2	2.4	3	4.9	6.0	7.3	8.4	9.7	10.9	12.5

Обчислення імпедансу  $Z \cdot 10^{-10}$

$$Z_1 = \frac{1}{(2\pi f_{\text{рез1}})^2} = \frac{1}{(2\pi \cdot 14500)^2} = 1.2;$$

$$Z_2 = 2.4; Z_3 = 3.6; Z_4 = 4.9; Z_5 = 6.0; Z_6 = 7.3; Z_7 = 8.4; Z_8 = 9.7; Z_9 = 10.9; Z_{10} = 12.5;$$



Обчислення індуктивності котушки  $L$

$$L_1 = \frac{\Delta Z}{\Delta C} = \frac{6}{5.25} = 1.14;$$

$$L_2 = \frac{6}{4.75} = 1.26;$$

$$\langle L \rangle = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{1.14 + 1.26}{2} = 1.2;$$

Обчислення похибки для  $L$

$$\delta = \frac{\Delta L}{\langle L \rangle} = \frac{L_2 - \langle L \rangle}{\langle L \rangle} = \frac{1.26 - 1.2}{1.2} = 0.05$$

## Висновок

За результатами вимірювань було побудовано графік залежності резонансної частоти від ємності. Виявлено, що величина цієї залежності може бути апроксимована прямою лінією, яка проходить через початок координат. Було враховано імовірність похибки вимірювань у зв'язку з точністю значень ємності. Відповідно, на графіку були зображені межі цих похибок. Отже, здійснивши дослідження резонансних кривих та встановивши залежність резонансної частоти від ємності, ми можемо визначити оптимальні параметри для роботи коливальної системи в заданих умовах.