

OŚWIADCZENIE

Ja, niżej podpisany Przemysław Jagodziński, Wydziału Fizyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu oświadczam, że przedkładaną pracę magisterską pt. MODY PULSACJI GWIAZDY TYPU β CEPHEI SY EQU-ULEI W ZMIANACH FOTOMETRYCZNYCH I SPEKTROSKOPOWYCH, napisałem samodzielnie.

Oznacza to, że przy pisaniu pracy, poza niezbędnymi konsultacjami, nie korzystałem z pomocy innych osób, a w szczególności nie zlecałem opracowania rozprawy lub jej istotnych części innym osobom, ani nie odpisywałem tej rozprawy lub jej istotnych części od innych osób. Równocześnie wyrażam zgodę na to, że gdyby powyższe oświadczenie okazało się nieprawdziwe, decyzja o wydaniu mi dyplomu zostanie cofnięta.

.....
(miejscowość, data)

.....
(podpis)

Spis treści

1	Wstęp	6
2	Pulsacje gwiazdowe	7
3	Gwiazdy zmienne typu β Cephei	11
4	Identyfikacja modów pulsacji	13
4.1	Metody fotometryczne	13
4.2	Metody spektroskopowe	14
5	Gwiazda pulsująca typu β Cephei SY Equulei	17
6	Obserwacje fotometryczne SY Equulei	19
6.1	Dane obserwacyjne i wyniki analizy częstotliwości	19
6.2	Identyfikacja stopnia modu ℓ	19
7	Obserwacje spektroskopowe SY Equulei	22
7.1	Dane obserwacyjne	22
7.2	Korekcja profili linii widmowych	23
7.3	Analiza częstotliwości	24
7.3.1	Momenty profili linii widmowych	29
7.3.2	Inne charakterystyki profili linii widmowych	40
7.3.3	Zmiany strumienia wzdłuż profilu linii widmowej $H\gamma$	52
7.4	Identyfikacja rzędu azymutalnego	52
7.4.1	Diagramy amplitud i faz (IPS)	56
7.4.2	Spektroskopowe diagramy diagnostyczne	58
8	Podsumowanie	64
9	Literatura	67

Streszczenie

W niniejszej rozprawie zaprezentowano analizę częstotliwości i identyfikację modów pulsacji dla gwiazdy typu β Cephei SY Equulei, w oparciu o obserwacje spektroskopowe. W tym celu zastosowano standardową analizę fourierowską oraz sukcesywne „wybielanie”, tj. kolejne odejmowanie od szeregu czasowego sinusoidy o znalezionym okresie (częstotliwości). Identyfikacji rzędu azymutalnego, m , dokonano na podstawie skonstruowanych monochromatycznych diagramów amplitud i faz (IPS) oraz spektroskopowych diagramów diagnostycznych.

W oparciu o analizę różnych charakterystyk profili sześciu linii widmowych: $H\gamma$, $H\delta$, $HeI4387$, $HeI4471$, $HeI4144$ oraz $SiIII4553$, potwierdzono obecność dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d, a także dwóch pozostałych, widocznych wcześniej w danych fotometrycznych: $\nu_2 = 6.82$ c/d, lub jej aliasu $\nu'_2 = 7.82$ c/d, oraz $\nu_3 = 8.35$ c/d. Potwierdzono również obecność niskiej częstotliwości $\nu_A = 0.197$ c/d lub jej aliasu $\nu'_A = 0.8$ c/d. Niska częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d może być związana z ruchem orbitalnym lub pulsacjami w modzie g wysokiego rzędu. Dodatkowo pojawiają się także nowe częstotliwości o małych amplitudach, spełniające kryterium $S/N > 4$. Dla dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d, określono rząd azymutalny, $m = +2$, co w połączeniu z wcześniej znanym stopniem modu $\ell = 2$ daje współbieżny mod sektoralny. Jeśli założymy, że częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d jest modem g wysokiego rzędu, to z analizy monochromatycznych diagramów amplitud i faz wynika, że $m = 0$. Ponadto oszacowano wartość kąta inklinacji: $i \in (20^\circ, 30^\circ)$.

Abstract

We have presented frequency analysis and mode identification for the β Cephei type star SY Equulei, on the basis of spectroscopic data. We applied the standard Fourier analysis together with prewhitening procedure. To identify modes we constructed spectroscopic diagnostic diagrams and monochromatic diagrams of amplitudes and phases (IPS).

Analysis has been made for six spectral lines: $H\gamma$, $H\delta$, HeI4387, HeI4471, HeI4144 and SiIII4553. We confirmed a presence of the main frequency, $\nu_1 = 6.029$ c/d, and another two: $\nu_2 = 6.82$ c/d, or its alias $\nu'_2 = 7.82$ c/d, and $\nu_3 = 8.35$ c/d, detected earlier in the photometric data. We also confirmed presence of new low frequency $\nu_A = 0.197$ c/d or its alias $\nu'_A = 0.8$ c/d. This low frequency can be caused by an orbital motion or an excitation of a high order g-mode pulsation. In addition, we found new low-amplitude frequencies above the $S/N = 4$ significance criteria. For the main frequency $\nu_1 = 6.029$ c/d we determined the azimuthal order $m = +2$. This value together with $\ell = 2$, found from the photometric mode identification, gives a sectoral prograde mode. Assuming that $\nu_A = 0.19$ c/d is a high order g-mode we got from the analysis of monochromatic diagrams (IPS) zonal mode $m = 0$. Moreover, we estimated a value of the inclination angle: $i \in (20^\circ, 30^\circ)$.

1 Wstęp

Spośród wszystkich gwiazd zmiennych istotną grupę stanowią gwiazdy pulsujące. Zmieniają one swoją jasność lub/i prędkość radialną w sposób okresowy, co jest związane z występowaniem w gwiazdach fal stojących, czyli pulsacji. Porównanie teoretycznych częstotliwości pulsacji z obserwowanymi daje silne ograniczenie na budowę wnętrza gwiazdowych oraz teorię ewolucji. Dziedzinę tych badań nazywamy asterosejsmologią.

Pulsacje wzbudzone są w niemal wszystkich typach gwiazd. W niniejszej pracy szczególną uwagę został otoczony typ β Cephei. Zmienne te są masywnymi gwiazdami typu B i poprzedniczkami Supernowych typu II. Dlatego ich badanie ma duże znaczenie dla astrofizyki. Przedstawicielem tej grupy gwiazd pulsujących jest SY Equulei (HD 203664). Gwiazda ta została odkryta jako zmienna typu β Cephei przez Aerts (2000), na podstawie analizy danych fotometrycznych z Hipparcosa. SY Equ jest wyjątkowa głównie ze względu na swoją dużą prędkość rotacji ($v_e \sin i \geq 200 \text{ km/s}$). Jest to jedna z najszybciej rotujących gwiazd typu β Cephei. Dotychczas potwierdzono obecność tylko kilku częstotliwości pulsacji, w tym dominującą $\nu_1 = 6.029 \text{ c/d}$, dla której określono również stopień modu $\ell = 2$. Częstotliwość dominująca została potwierdzona również przez Daszyńską-Daszkiewicz i Pigulskiego (2006), zarówno z analizy danych fotometrycznych jak i spektroskopowych.

W niniejszej rozprawie zaprezentowano analizę częstotliwości oraz identyfikację modów pulsacji na podstawie obserwacji spektroskopowych. Głównym celem prezentowanej pracy była weryfikacja wcześniej znalezionych częstotliwości oraz określenie rzędu azymutalnego, m , dominującej częstotliwości pulsacji. Praca podzielona jest na część teoretyczną i praktyczną. W rozdziale 2 przedstawiono krótkie wprowadzenie do teorii pulsacji gwiazdowych. Opis gwiazd typu β Cephei znajduje się w rozdziale 3. W rozdziale 4 opisane są fotometryczne i spektroskopowe metody identyfikacji modów pulsacji. Rozdział 5 dotyczy gwiazdy typu β Cephei SY Equ. W części praktycznej zaprezentowano fotometrię i spektroskopię SY Equ. Rozdział 6 zawiera podsumowanie analizy częstotliwości na podstawie danych fotometrycznych (Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski, 2009). Przedstawiono również identyfikację stopnia modu dla częstotliwości dominującej z połączonych danych fotometrycznych i prędkości radialnej. W rozdziale 7 zaprezentowano wyniki analizy danych spektroskopowych. Obejmowała ona:

- korekcję profili sześciu linii widmowych: $H\gamma$, $H\delta$, HeI4387, HeI4471, HeI4144 oraz SiIII4553 (paragraf 7.2)
- identyfikację częstotliwości pulsacji: znalezionych w czterech pierwszych momentach i pięciu kolejnych charakterystykach profili linii widmowych oraz wzdłuż profilu linii $H\gamma$ (paragrafy 7.3.1, 7.3.2 i 7.3.3)
- identyfikację rzędu azymutalnego, m , w oparciu o skonstruowane monochromatyczne diagramy amplitud i faz (IPS) oraz spektroskopowe diagramy diagnostyczne (paragrafy 7.4.1 i 7.4.2)

Podsumowanie pracy znajduje się w rozdziale 8.

2 Pulsacje gwiazdowe

Pulsacje gwiazdowe, czyli zaburzenia wokół położenia równowagi, są charakteryzowane przez częstotliwość, ω , oraz trzy liczby: n , ℓ , m . Określają one odpowiednio rząd radialny, stopień i rząd azymutalny modu pulsacji. Rząd radialny, n , mówi nam o liczbie powierzchni węzłowych znajdujących się wewnątrz gwiazdy. Stopień modu pulsacji, ℓ , określa całkowitą liczbę linii węzłowych znajdujących się na powierzchni gwiazdy i przyjmuje naturalne wartości. Z kolei rząd azymutalny, m , opisuje ile z tych linii węzłowych przechodzi przez bieguny i ma wartości zależne od stopnia ℓ : $m = -\ell, \dots, +\ell$. Jeśli założymy, że amplituda zmian promienia jest mała ($\delta r/R \ll 1$), to możemy traktować gwiazdę jako sferycznie symetryczną. Wówczas zależności kątowe wszystkich zaburzonych wielkości fizycznych możemy opisywać przez harmoniki sferyczne $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ zdefiniowane przez

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) \equiv N_\ell^m P_\ell^{|\ell|}(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (2.1)$$

gdzie $P_\ell^{|\ell|}$ określa stowarzyszone funkcje Legendre’a, natomiast N_ℓ^m jest czynnikiem normującym. Ponieważ pulsacje są zjawiskiem okresowym to zależności czasowe możemy zdefiniować przez $e^{-i\omega t}$.

Najprostszy sposób w jaki gwiazda może oscylować to w sposób radialny. Kurcząc się i rozszerzając gwiazda zachowuje symetrię sferyczną. Mod pulsacji jest opisywany w takim przypadku jedynie przez rząd radialny, n , ponieważ $\ell = 0$ i $m = 0$. W przypadku pulsacji nieradialnych sferyczna symetria zostaje zaburzona i zmianom podlega wówczas nie tylko rozmiar gwiazdy lecz także jej kształt. Mody oscylacji nieradialnych opisywane są zarówno przez wartość n jak i liczby (ℓ, m) . W przypadku $m = 0$ zaburzenie jest traktowane jako fala stojąca. Takie mody nazywamy strefowymi. Dla $m \neq 0$ mamy fale biegnące wokół równika i dzieli się je ze względu na kierunek rozchodzenia. W niniejszej pracy przyjęto konwencję $e^{-i\omega t}$ co odpowiada $m > 0$ dla modów współbieżnych, tj. poruszających się zgodnie z kierunkiem rotacji gwiazdy oraz $m < 0$ dla modów przeciwbieżnych, tj. rozchodzących się przeciwnie do kierunku rotacji gwiazdy. Mody z $|m| = \ell$ nazywane są modami sektoralnymi. Pozostałe przypadki odpowiadają modom tesseralnym. Ze względu na siłę reakcji wyróżnić można dwa typy modów pulsacji. Mody ciśnieniowe, p , są napędzane przez zaburzenie ciśnienia i odnoszą się do stojących fal akustycznych. Mają największe amplitudy w zewnętrznych warstwach gwiazd. Mody, w których siłą reakcji jest siła wyporu to tak zwane mody g . W przeciwieństwie do modów ciśnieniowych mają duże amplitudy w głębszych warstwach gwiazd.

Wzbudzenie modów pulsacji przez gwiazdę może odbywać się w dwojaki sposób. W większości gwiazd pulsujących mamy do czynienia z tak zwanym samowzbudzeniem. Związane jest to z występowaniem lokalnych maksimów współczynnika nieprzezroczystości κ , które pojawiają się w okolicach temperatur: $1.0 - 1.2 \times 10^4$ K, $4.5 - 5.0 \times 10^4$ K, $1.5 - 2.0 \times 10^5$ K. Związane są one odpowiednio z

jonizacją wodoru, drugą jonizacją helu i absorpcją przez wzbudzone jony metali, głównie z grupy żelaza (tak zwany „Z-bump”). Tam gdzie współczynnik nieprzezroczystości κ osiąga lokalne maksimum, strumień energii wypromieniowywany z wnętrza gwiazdy jest blokowany. Odbywa się to w momencie niewielkiego skurczenia się gwiazdy, gdy gęstość materii wzrasta. Część tej zabsorbowanej energii zamieniana jest na energię kinetyczną pulsacji. Pozostała część uwalniana jest w trakcie niewielkiego rozszerzania się gwiazdy, gdy gęstość materii spada. Zaburzenie lokalnej jasności w obszarze, w którym napędzane są mody pulsacji, jest dane przez (Pamyatnykh, 1999)

$$\frac{\delta L_r}{L_r} = \frac{dr}{d \ln T} \frac{d}{dr} \left(\frac{\delta T}{T} \right) - \frac{\delta \kappa}{\kappa} + 4 \left(\frac{\delta T}{T} + \frac{\delta r}{r} \right). \quad (2.2)$$

Składnik $\delta T/T$ opisuje mechanizm γ , czyli bezpośredni wpływ zmian temperatury na zmiany jasności. W obszarach częściowej jonizacji wartość γ jest mała i sam mechanizm jest zdecydowanie mniej ważny w kontekście wzbudzania modów pulsacji, niż mechanizm κ , związany z członem $\delta \kappa/\kappa$. Istotnym jest zachowanie współczynnika κ oraz jego pochodnych po temperaturze, T , i gęstości, ρ ,

$$\kappa_T = \left(\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln T} \right)_\rho \quad \text{ i } \quad \kappa_\rho = \left(\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln \rho} \right)_T, \quad (2.3)$$

których kombinacja, $\kappa_T + \kappa_\rho/(\Gamma_3 - 1)$, musi wzrastać na zewnątrz. Dodatkowo muszą być spełnione dwa warunki, aby globalnie zostały wzbudzone mody pulsacji: 1) amplituda oscylacji powinna być względnie duża i wolno zmieniać się w obszarze napędzania oraz 2) termiczna skala czasowa, τ_{th} , w tym obszarze musi być porównywalna lub dłuższa od okresu pulsacji.

Drugi ze sposobów wzbudzania modów pulsacji związany jest z występowaniem w niektórych gwiazdach, zewnętrznych warstw konwektywnych. Stochastyczne pole prędkości komórek turbulentnych w tych warstwach jest źródłem fal akustycznych. Mody wzbudzone stochastycznie mają małe amplitudy i są trudne do wykrycia. Słońce było pierwszą gwiazdą, w której odkryto tego typu pulsacje stąd takie oscylacje nazywamy typu słonecznego.

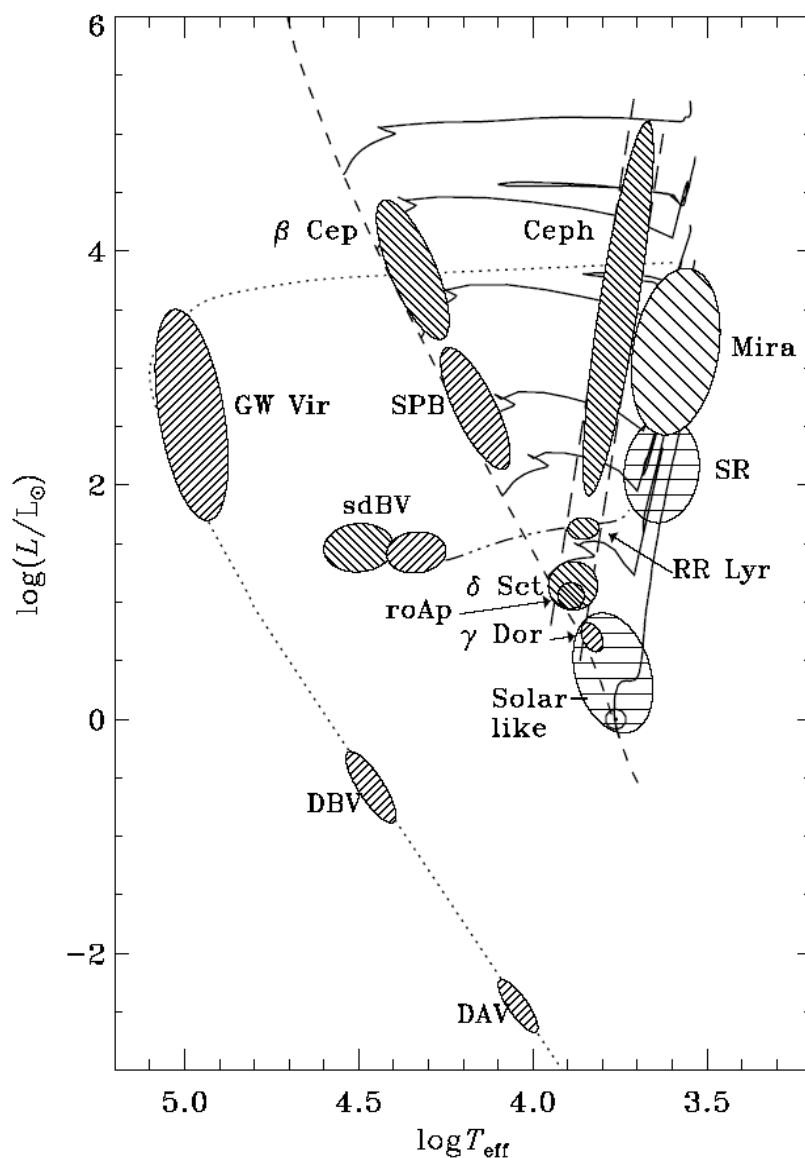
Badanie pulsacji gwiazdowych pozwala nam zrozumieć wewnętrzną strukturę gwiazd. Im więcej obserwowanych modów pulsacji tym silniejsze ograniczenie na budowę wewnętrzną. Zdecydowana większość gwiazd, które znajdujemy na diagramie Hertzsprunga-Russella oscyluje. Położenie różnych typów gwiazd pulsujących pokazano na Rysunku 1 (Christensen-Dalsgaard, 2004).

Na ciągu głównym znajdujemy gwiazdy, w których występuje stochastyczne wzbudzanie modów (solar like) oraz gwiazdy, w których działa głównie mechanizm κ (δ Scuti, β Cephei, SPB, γ Doradus). Gwiazdy posiadające konwektywne, zewnętrzne warstwy oscylują w modach ciśnieniowych o amplitudach prędkości radialnych rzędu cm/s. W wolno pulsujących gwiazdach typu B (SPB) oraz

gwiazdach β Cephei (β Cep) wzbudzone są odpowiednio mody g wysokiego rzędu (SPB) oraz mody p i g niskiego rzędu (β Cep). Ostatnio zostały również odkryte tak zwane gwiazdy hybrydowe, tj. typu β Cep/SPB, np. ν Eridani i 12 Lacertae (np. Dziembowski i Pamyatnykh, 2008).

Na prawo od ciągu głównego znajdujemy gałąź horyzontalną i gałąź czerwonych olbrzymów. Gwiazdy występujące w tej części diagramu HR są na etapie spalania helu w jądrze. Istotnym regionem na diagramie jest klasyczny pas niestabilności, w którym znajdują się różne typy gwiazd łączy wspólny mechanizm wzbudzania modów pulsacji. Napędzanie odbywa się w obszarach drugiej jonizacji helu. W klasycznym pasie niestabilności znajdują się gwiazdy pulsujące w modach radialnych, RR Lyrae (RR Lyr) i klasyczne Cefeidy (Ceph) oraz, w pobliżu ciągu głównego, pulsujące w modach ciśnieniowych, δ Scuti (δ Sct) i szybko oscylujące gwiazdy typu Ap (roAp). Na gałęzi czerwonych olbrzymów znajdujemy dobrze poznaną grupę gwiazd pulsujących w modach radialnych. Mody pulsacji gwiazd typu Miry wzbudzone są przez działający w nich mechanizm nieprzezroczystości w obszarach częściowej jonizacji wodoru i mają okresy dłuższe niż 80 d.

Na lewo od ciągu głównego znajdujemy gorące, pulsujące podkarły typu B (sdBV), gwiazdy, które osiągnęły stadium palenia helu w jądrze i znalazły się na przedłużeniu gałęzi horyzontalnej. Pulsują one w modach radialnych i nieradialnych, które napędzane są przez mechanizm κ działający w obszarze „Z-bump”. Jeszcze bardziej na lewo od ciągu głównego występują pulsujące białe karły typu: GW Vir - grupa gwiazd w skład której wchodzi gorące białe karły DO i pulsujące jądra mgławic planetarnych PNNV, DBV - białe karły bogate w hel oraz DAV - białe karły bogate w wodór. Pulsacje białych karłów wzbudzone są za pośrednictwem mechanizmu κ , działającego w obszarze jonizacji wodoru (DAV), drugiej jonizacji helu (DBV) oraz jonizacji węgla i tlenu (GW Vir). Wszystkie pulsujące białe karły oscylują w modach g .



Rysunek 1: Diagram Hertzsprunga-Russella z naszkicowanymi obszarami niestabilności pulsacyjnej: solar like - gwiazdy pulsujące typu słonecznego, γ Dor - γ Doradus, roAp - szybko oscylujące gwiazdy typu Ap, δ Sct - δ Scuti, RR Lyr - RR Lyrae, Miry, sdBV - gorące podkarły typu B, Ceph - Cefeidy, SPB - wolno pulsujące gwiazdy typu B, β Cephei, GW Vir - grupa gwiazd w skład której wchodzi gorące białe karły DO i pulsujące jądra mgławic planetarnych PNNV, DBV - białe karły bogate w hel oraz DAV - bogate w wodór. Linia przerywaną oznaczony jest ciąg główny wieku zero. (Christensen-Dalsgaard, 2004).

3 Gwiazdy zmienne typu β Cephei

O istnieniu gwiazd, które dziś określamy mianem β Cephei, wiemy od czasu odkrycia przez Frosta (1902) zmienności prędkości radialnej prototypu grupy - gwiazdy β Cephei. W kolejnej pracy Frost (1906) podaje okres zmian prędkości radialnej równy $4^h34^m11^s$, potwierdzony później przez Guthnicka (1913) ze zmian krzywej blasku z amplitudą 0.05 mag. Drugą odkrytą gwiazdą typu β Cephei była σ Scorpi, w której Slipher (1904) wykrył zmiany prędkości radialnej. W roku 1916 Selga wyznaczył okres tych zmian na 5^h9 . Kilka lat po publikacjach Frosta, Albrecht (1908) zidentyfikował dla gwiazdy β Canis Majoris zmiany prędkości radialnej z okresem 0.25 d. Wszystkie trzy gwiazdy posiadają ten sam wczesny typ widmowy B i było wiadomym już po pierwszych analizach, że tworzą one wspólną grupę, niezależną od klasycznych Cepheid. β Canis Majoris była pierwszą dobrze zbadaną gwiazdą z grupy β Cephei, stąd przez wiele lat używano nazwy β Canis Majoris dla określenia grupy gwiazd typu β Cephei. Henroteau (1918) zauważył, że linie widmowe pochodzące od gwiazdy β Canis Majoris podlegają okresowym zmianom. Okres tych zmian, określony na około 6^h2^m , był nieco inny od okresu oszacowanego na podstawie wcześniejszych danych spektroskopowych uzyskanych w obserwatorium Licka i wynoszącym 6^h0^m . Ponadto amplituda prędkości radialnej zmieniała się od 3 do 20 km/s z okresem 49.1 d. Meyer (1934) wyjaśnił te zmiany w oparciu o zjawisko interferencji dwóch sinusoid o nieco innych amplitudach i okresach. W 1955 Struve i współpracownicy przedstawili podsumowanie wieloletniej analizy 10 znanych wówczas gwiazd typu β Cephei, z których połowa okazała się posiadać więcej niż jeden okres zmian prędkości radialnych i jasności. Kolejnym przeglądem była praca Lesha i Aizenmana (1978), w której autorzy przedstawili status obserwacyjny grupy gwiazd β Cephei. Określili także zakres ich typów widmowych: B0.5-B2 oraz klas jasności: III-V.

Jednym z najważniejszych dokonań dla badań gwiazd typu β Cephei było zidentyfikowanie mechanizmu powodującego wzbudzenie w nich radialnych i nieradialnych modów pulsacji. Stellingwerf (1978) zasugerował, iż możliwe jest istnienie w gwiazdach β Cephei, podobnego jak w przypadku klasycznych Cepheid, mechanizmu κ . Wykluczył jednak działanie tego mechanizmu w gwiazdach β Cephei, w obszarach drugiej jonizacji helu. Następnie Simon (1982) zauważył, iż w obszarach o temperaturze pomiędzy 10^5 a 10^6 K wartość nieprzezroczystości może być niedoszacowana. Dopiero opublikowanie przez Iglesisa i in. (1987) nowych tablic nieprzezroczystości przyniosło w kolejnych latach rozwiązanie zagadki mechanizmu napędzania pulsacji w gwiazdach β Cephei. Obecnie istnieje zgodność pomiędzy naukowcami, że mechanizmem odpowiedzialnym za wzbudzenie modów pulsacji w gwiazdach ciągu głównego typu B jest mechanizm κ , działający w obszarze „Z-bump” w temperaturze 2×10^5 K. Pierwsze obliczenia teoretyczne przedstawili równolegle Cox i in. (1991), Kiriakidis i in. (1992) oraz Moskalik i Dziembowski (1992).

W ciągu ostatnich dwudziestu lat wykonano kilka przeglądów gwiazd typu β Cephei. W pierwszym z nich Sterken i Jerzykiewicz (1992) opisali 59 gwiazd,

zidentyfikowanych do roku 1992 z obserwacji fotometrycznych i spektroskopowych. W kolejnej pracy De Cat (2002) zaprezentował przegląd 72 zidentyfikowanych gwiazd typu β Cephei w oparciu o dane fotometryczne i spektroskopowe. Przedstawił zmiany profili linii widmowych i jasności w różnych filtrach genewskiego systemu fotometrycznego z fazą pulsacji. W 2005 roku Stankov i Handler opublikowali katalog zidentyfikowanych gwiazd typu β Cephei. Zebrali w nim informacje o ogólnych właściwościach tej grupy gwiazd: tj. współrzędne galaktyczne, rozkład typów widmowych, prędkości rotacji, prędkości radialnych, okresów pulsacji. Ostatnia praca omawiająca gwiazdy typu β Cephei opiera się na przeglądzie nieba w ramach projektu ASAS (All Sky Automated Survey), który objął swym zasięgiem 70% nieba. Projekt opierał się na obserwacjach fotometrycznych wykonanych w obserwatorium Las Campanas (Pojmański 1997, 1998, 2000, 2002, 2003, Pojmański i Maciejewski 2004, 2005, Pojmański, Pilecki i Szczygieł 2005). W serii dwóch artykułów, Pigulski i Pojmański (2008a,b), w oparciu o dane z ASAS-3 (Pojmański 2001), zaprezentowali wyniki identyfikacji 103 nowych gwiazd typu β Cephei oraz analizę danych fotometrycznych znanych już wcześniej gwiazd tego typu.

Gwiazdy β Cephei są młodymi gwiazdami ciągu głównego, wczesnych typów widmowych B (B0-B2.5) i klasach jasności II-V, będącymi na etapie palenia wodoru w jądrze. Obszar niestabilności β Cephei obejmuje gwiazdy o masach od $8 M_{\odot}$ do $16 M_{\odot}$ i temperaturach efektywnych od 20000 K do 30000 K. Pamyatnykh (1999) podaje, iż główny obszar niestabilności modeli gwiazd typu β Cephei obejmuje gwiazdy pulsujące głównie w modach p i g niskiego rzędu radialnego o okresach od 0.1 d do 1.0 d. Odróżnił w ten sposób typ β Cephei od pobliskich gwiazd SPB, które pulsują w modach g wysokiego rzędu radialnego. Amplitudy zmian jasności w filtrze V gwiazd β Cephei charakteryzują się dużą rozbieżnością od 0.01 mag do 0.3 mag. Amplitudy zmian prędkości radialnej mogą dochodzić do 40 km/s.

4 Identyfikacja modów pulsacji

4.1 Metody fotometryczne

Fotometryczna metoda identyfikacji modów pulsacji polega na wykorzystaniu amplitud i faz zmian jasności w różnych pasmach fotometrycznych. Dziembowski (1977) podał półanalityczne formuły na zmiany jasności bolometrycznych i prędkości radialnych gwiazd pulsujących nieradialnie. Omówił także możliwość identyfikacji obserwowanych modów pulsacji. Balona i Stobie (1979) pokazali, że stosunek amplitud zmian jasności i prędkości radialnej może być użyteczny do identyfikacji stopnia ℓ . Następnie Stamford i Watson (1981) włączyli modele atmosfer Kurucza i pokazali, że również stosunki amplitud i różnice faz zmian strumienia w dwóch różnych pasmach fotometrycznych, mogą dostarczać informacji o stopniu modu, ℓ . Watson (1988) zastosował metodę diagramów stosunków amplitud w funkcji różnic faz dla różnych typów gwiazd pulsujących: β Cephei, δ Scuti, klasycznych Cepheid oraz ZZ Ceti. Kolejnym rozwinięciem metody było uwzględnienie przez Cugiera, Dziembowskiego i Pamyatnykha (1994) nieadiabaticznej teorii pulsacji dla gwiazd β Cephei. Cugier i in. (1994) wprowadzili termin nieadiabaticznych obserwacji dla określenia stosunków amplitud i różnic faz dla zmian jasności w dwóch pasmach fotometrycznych, lub zmian jasności i prędkości radialnych.

Uwzględniając nieadiabaticzną teorię pulsacji i statyczne, płasko-równoległe modele atmosfer gwiazdowych, strategia wyznaczenia obserwacji zaproponowana przez Daszyńską-Daszkiewicz (2008) winna odbywać się w następujący sposób. Przesunięcie radialne i zmiana strumienia bolometrycznego dane są odpowiednio przez

$$\frac{\delta r}{R} = \varepsilon Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\delta \mathcal{F}_{\text{bol}}}{\mathcal{F}_{\text{bol}}} = \varepsilon f Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega t}, \quad (4.2)$$

gdzie uzyskiwana z nieadiabaticznych obliczeń zespolona wartość f opisuje stosunek zaburzonego strumienia do składowej radialnej przemieszczenia na poziomie fotosfery, natomiast ε opisuje swoistą amplitudę zmian promienia. Przez ω tradycyjnie oznaczona jest częstotliwość kołowa pulsacji. Amplituda zespolona zmian strumienia w pasmie λ , ma postać

$$\mathcal{A}_\lambda = -1.086 \varepsilon Y_\ell^m(i, 0) b_\ell^\lambda (D_{1,\ell}^\lambda + D_{2,\ell}^\lambda + D_{3,\ell}^\lambda), \quad (4.3)$$

gdzie $D_{1,\ell}^\lambda$, $D_{2,\ell}^\lambda$, $D_{3,\ell}^\lambda$ opisują odpowiednio efekty temperaturowe, geometryczne oraz grawitacyjne i dane są przez

$$D_{1,\ell}^\lambda = \frac{1}{4}f \frac{\partial \log(\mathcal{F}_\lambda |b_\ell^\lambda|)}{\partial \log T_{\text{eff}}}, \quad (4.4)$$

$$D_{2,\ell}^\lambda = (2 + \ell)(1 - \ell), \quad (4.5)$$

$$D_{3,\ell}^\lambda = - \left(2 + \frac{\omega^2 R^3}{GM} \right) \frac{\partial \log(\mathcal{F}_\lambda |b_\ell^\lambda|)}{\partial \log g_{\text{eff}}^0}. \quad (4.6)$$

Człony $D_{1,\ell}^\lambda$ i $D_{3,\ell}^\lambda$ zawierają pochodne strumienia odpowiednio po temperaturze efektywnej oraz grawitacji, które są wyznaczone z modeli atmosfer dla różnych pasm. Współczynnik b_ℓ^λ opisuje wpływ pociemnienia brzegowego.

Amplitudy i fazy zmian jasności dane są odpowiednio przez $|A_\lambda|$ i $\arg(A_\lambda)$. Mając te wartości możemy skonstruować diagnostyczne diagramy stosunków amplitud i różnic faz dla różnych pasm fotometrycznych. Jeśli efekty rotacji są do zaniechania to obserwowalne nieadiabaticzne są niezależne od rzędu azymutalnego, m , kąta inklinacji, i , oraz swoistej amplitudy ε , ponieważ iloczyn $\varepsilon Y_\ell^m(i, 0)$ skraca się. Niewątpliwie ułatwia to identyfikację ℓ natomiast wymaga zastosowania metod spektroskopowych do identyfikacji rzędu azymutalnego, m .

Konstrukcja diagnostycznych diagramów jest najpopularniejszą metodą identyfikacji ℓ . Alternatywną metodą fotometryczną jest jednoczesne wyznaczenie stopnia ℓ i parametru f z fotometrii wielobarwnej (Daszyńska-Daszkiewicz i in., 2003, 2005). W ten sposób pozbywamy się niepewności pochodzących z nieadiabaticznej teorii pulsacji.

4.2 Metody spektroskopowe

Początkowo identyfikacji modów pulsacji na podstawie obserwacji spektroskopowych próbowano dokonywać poprzez bezpośrednie dopasowanie teoretycznych profili linii widmowych do obserwowanych (Osaki 1971, Smith 1977, Kubiak 1978). Poważnym problemem jest jednak duża liczba wolnych parametrów, co powoduje, iż jednoznaczna identyfikacja (ℓ, m) jest trudna. W praktyce metoda jest ograniczona do gwiazd jednookresowych. Obecnie stosowane metody spektroskopowe bazują na badaniu zmian strumienia profilu linii widmowej w każdej długości fali lub wyznaczeniu jego różnych charakterystyk.

W serii artykułów Balona (1986ab, 1987) przedstawił nową metodę identyfikacji parametrów pulsacyjnych gwiazd. Opiera się ona na analizie momentów profili linii widmowych jako funkcji czasu. N -ty moment profilu linii widmowej definiowany jest jako całka po strumieniu

$$m_n = \int f(v) v^n dv; \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad (4.7)$$

gdzie v oznacza prędkość. W ogólności metoda polega na porównaniu zmian momentów obserwowanych i teoretycznych oraz wyznaczeniu takiej kombinacji parametrów pulsacyjnych, dla których dopasowanie jest najlepsze. Metoda stosowana jest do identyfikacji niskich stopni: $\ell \leq 4$. Ograniczenie to spowodowane jest tym, że zmiany w momentach maleją wraz ze wzrostem ℓ . Balona (1986ab) podał formuły analityczne na pierwsze cztery momenty stąd metoda nie wymaga jakiegokolwiek modelowania profili. Korzyścią tej metody jest zastosowanie do gwiazd, w których wzbudzanych jest wiele modów pulsacji.

Aerts i in. (1992) rozwinęli tę metodę wprowadzając tzw. wyznacznik Σ i zastosowali ją do różnych gwiazd pulsujących β Cephei, SPB, δ Scuti. Wyznacznik Σ jest funkcją liczb ℓ i m , kąta inklinacji, i , szerokości lokalnego profilu linii, σ , amplitudy zmian promienia, ε , oraz prędkości rotacji, v_e . Idea polega na znalezieniu takiego zestawu parametrów $(\ell, m, i, v_e, \varepsilon, \sigma)$, dla którego wyznacznik przyjmuje wartość minimalną. Ostatnia wersja wyznacznika podawana przez Briquet i Aerts. (2003) przedstawiona jest poniżej

$$\Sigma = \left\{ \frac{1}{N_{obs}} \sum_{k=1}^{N_{obs}} [(\langle v \rangle(t_k) - \langle v \rangle_{obs}(t_k))^2 + |\langle v^2 \rangle(t_k) - \langle v^2 \rangle_{obs}(t_k)| + (\langle v^3 \rangle(t_k) - \langle v^3 \rangle_{obs}(t_k)^{2/3})^{1/2}] \right\},$$

gdzie $\langle v^n \rangle_{obs}$ określa n -ty obserwowany moment, natomiast t_k ($k = 1, \dots, N_{obs}$) opisuje moment obserwacji. Strategia identyfikacji parametrów pulsacyjnych na podstawie metody momentów wymaga sprawdzenia kilku najlepszych kombinacji $(\ell, m, i, v_e, \varepsilon, \sigma)$ poprzez porównanie skonstruowanych teoretycznych profili z obserwowanymi. Wadami tej metody jest to, że poza przypadkami najprostszymi nie daje jednoznacznego rozwiązania. Ograniczeniem jest niewątpliwie prędkość rotacji. Kolejną wadą jest nie uwzględnianie błędów obserwacyjnych.

Następna metoda identyfikacji stopnia modu, ℓ , i rzędu azymutalnego, m , opiera się o badania zmian strumienia wzdłuż profili linii widmowych. Gies i Kullavanijaya (1988) jako pierwsi pokazali, że wykres zmiany fazy z długością fali może prowadzić do identyfikacji rzędu azymutalnego, m . Kambe i in. (1990) przedyskutowali ograniczenia tej metody i zastosowali ją dla nieradialnie oscylującej gwiazdy ζ Ophiuchi. Badanie zmian wzdłuż całego profilu ma niewątpliwie dużą przewagę nad metodą momentów, która bada jedynie pewne ogólne charakterystyki profili.

Metoda ta została następnie rozwinięta przez Schrijversa i in. (1997a) oraz Teltinga i Schrijversa (1997b,c). Bazuje ona na konstrukcji monochromatycznych diagramów amplitud i faz, zwanych diagramami IPS (Intensity Period Search). Autorzy zastosowali tę metodę dla modeli gwiazd wczesnych typów widmowych. Wyliczyli teoretyczne profile linii widmowych i zbadali jaki wpływ na diagramy IPS mają następujące parametry: stopień ℓ i rząd m modu pulsacji, szerokość profilu linii, σ , amplituda zmian promienia, ε , kąt inklinacji, i , amplituda zmian temperatury, $\delta T/T$. Uwzględnili przy tym pole prędkości pulsacji nieradialnych

oraz stosunek składowej poziomej do składowej pionowej amplitudy pulsacji, który odpowiada za efekt Coriolisa (1997a). W kolejnej pracy (1997b) uwzględnili również efekty temperaturowe. Najważniejsze wnioski do jakich doszli na podstawie analizy teoretycznych profili i diagramów IPS są następujące:

1) Istnieje związek pomiędzy stopniem ℓ i rzędem m a różnicą faz pomiędzy niebieskim i czerwonym skrzydłem dla głównej częstotliwości pulsacji i jej pierwszej harmoniki. Związki te mają charakter prostych liniowych zależności (1997b)

$$|\Delta\phi_0| \approx \pi\ell \quad \text{ i } \quad |\Delta\phi_1| \approx 2\pi m, \quad (4.8)$$

gdzie ϕ_0 i ϕ_1 są różnicą faz odpowiednio dla częstotliwości głównej i pierwszej harmoniki.

2) Dla modów strefowych $m = 0$ na wykresie fazowym pojawia się charakterystyczny spadek fazy o π w centralnej długości fali, natomiast amplituda w λ_0 przyjmuje wartość minimalną.

Ostatnią metodę spektroskopową zaproponowali Cugier i Daszyńska (2001). Polega ona na konstrukcji diagramów analogicznych do fotometrycznych diagramów diagnostycznych, ale dla stosunków amplitud i różnic faz różnych charakterystyk profili linii widmowych. Podobnie jak w przypadku fotometrycznej metody diagramów diagnostycznych, spektroskopowe diagramy bazują na liniowej nieadiabatycznej teorii oscylacji. Cugier i Daszyńska w swojej pracy sprawdzili użyteczność takich diagramów do wyznaczenia wartości m dla modelu gwiazdy β Cephei. Sprawdzili także wpływ na uzyskiwane wyniki różnych wartości kąta inklinacji, i , oraz amplitudy zmian promienia, ε . Z pracy Cugiera i Daszyńskiej wynika, iż mody o różnych wartościach m dla modelu gwiazdy β Cephei zajmują na diagramach diagnostycznych różne obszary. Najbardziej użytecznymi okazały się być diagramy skonstruowane w oparciu o pierwszy i drugi moment profilu, ponieważ nie zależą od wartości i oraz ε . Wszystkie diagramy silnie zależą natomiast od prędkości rotacji, więc w odwrotnym zagadnieniu, znając liczby ℓ oraz m , diagramy diagnostyczne umożliwiają oszacowanie prędkości rotacji na równiku v_e .

Metoda spektroskopowych diagramów diagnostycznych posiada niewątpliwie duży potencjał, ponieważ pozwala w dosyć łatwy sposób określić parametry pulsacyjne. Wymaga jednak jeszcze potwierdzenia w pracy z danymi obserwacyjnymi i dla innych typów gwiazd pulsujących.

5 Gwiazda pulsująca typu β Cephei SY Equulei

SY Equulei jest gwiazdą wczesnego typu widmowego B. Według Little'a i in. (1994) oddalona jest od nas o 3.2 kpc i znajduje się na dużej szerokości galaktycznej ($l = 62$ deg, $b = -27.5$ deg). Little i in. (1994) określili także podstawowe parametry gwiazdowe SY Equ: temperaturę efektywną, $T_{\text{eff}} = 28000$ K, masę, $M = 14 M_{\odot}$ oraz wartość przyspieszenia grawitacyjnego, $\log g = 3.7$.

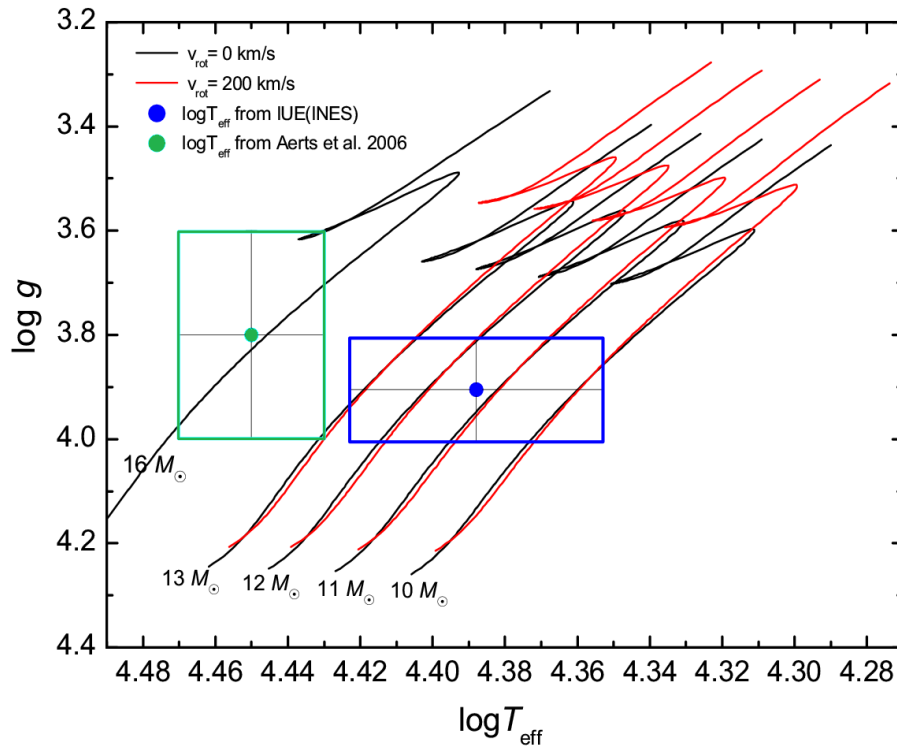
Aerts (2000) jako pierwsza sklasyfikowała SY Equ jako gwiazdę typu β Cephei. Znalazła w danych fotometrycznych z Hipparcosa główną częstotliwość pulsacji $\nu_1 = 6.0289$ c/d, potwierdzoną także analizą danych uzyskanych w genewskim systemie fotometrycznym. W kolejnej pracy Aerts i in. (2006) znaleźli, oprócz wcześniej zidentyfikowanej częstotliwości dominującej $\nu_1 = 6.02885$ c/d, także dwie kolejne $\nu_2 = 6.82902$ c/d, lub jej alias $\nu_2' = 7.83176$ c/d, oraz $\nu_3 = 4.81543$ c/d. Określili również stopień modu dla częstotliwości dominującej na $\ell = 2$. Dla pozostałych częstotliwości pulsacji błędy obserwacyjne były zbyt duże by można było przeprowadzić skuteczną identyfikację stopnia ℓ .

Kolejna analiza częstotliwości została wykonana przez Daszyńską-Daszkiewicz i Pigulskiego (2006), na podstawie jednoczesnych obserwacji fotometrycznych i spektroskopowych. Obserwacje fotometryczne otrzymano w filtrach $uvyI_c$ w obserwatorium Uniwersytetu Wrocławskiego w Białkowie, natomiast widma otrzymano w obserwatorium DDO (David Dunlap Observatory) Uniwersytetu w Toronto. Autorzy potwierdzili główną częstotliwość pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d, zarówno w zmianach fotometrycznych jak i spektroskopowych. Ponadto zidentyfikowali, na podstawie obserwacji fotometrycznych, częstotliwość 7.82 c/d oraz 8.36 c/d, a także, w danych spektroskopowych, nową częstotliwość ~ 0.197 c/d. Dodatkowo dla ν_1 określili stopień modu $\ell = 2$ oraz na podstawie skonstruowanych monochromatycznych diagramów amplitud i faz, zasugerowali, iż rząd azymutalny modu wynosi $m = +2$.

SY Equ jest gwiazdą wyjątkową z punktu widzenia prędkości rotacji, której wartość znacznie przewyższa $v_e \sin i$ pozostałych, dobrze poznanych członków grupy gwiazd typu β Cephei. Little i in. (1994) w swojej pracy podają wartość $v_e \sin i$ równą 200 km/s, oszacowaną na podstawie porównania linii metali. Podstawowe parametry SY Equ podano w Tabeli 1. Parametry te pochodzą z pracy Little i in. (1994), Stankov i Handlera (2005) oraz bazy danych SIMBAD. Na Rysunku 2 przedstawiono położenie SY Equ na diagramie $\log g$ vs. $\log T_{\text{eff}}$. Niemczura i Daszyńska-Daszkiewicz (2005) ustaliły parametry gwiazdowe, na podstawie widm IUE: $\log T_{\text{eff}} = 4.388 \pm 0.001$ dex, $\log g = 3.9 \pm 0.1$ dex. Ścieżki ewolucyjne zostały policzone kodem Warsaw-New Jersey dla mas od $M = 10$ do $M = 16 M_{\odot}$, metaliczności $Z = 0.02$, nieprzezroczystości OPAL oraz dwóch wartości prędkości rotacji: 0 i 200 km/s

Tabela 1: Podstawowe parametry SY Equulei.

Rektascencja	21 ^h 23 ^m 29 ^s	Jasność w filtrze V	8.6 mag
Deklinacja	+09° 55' 55"	Odległość	3.2 kpc
Numer HD	203664	$v_e \sin i$	200 km/s
Typ widmowy	B0.5 IIIIn	Okres pulsacji	0.1659 d
Paralaksa	2.23 ± 1.08 mas	Amplituda w filtrze V_G	60 mmag



Rysunek 2: Położenie gwiazdy SY Equ na diagramie $\log g - \log T_{\text{eff}}$ (Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski, 2009) na podstawie dwóch źródeł: zielony punkt (Aerts i in., 2006) oraz błękitny punkt (Niemczura i Daszyńska-Daszkiewicz, 2005). Ścieżki ewolucyjne zostały obliczone dla dwóch wartości prędkości rotacji: 0 km/s i 200 km/s

6 Obserwacje fotometryczne SY Equulei

6.1 Dane obserwacyjne i wyniki analizy częstotliwości

W części fotometrycznej niniejszej rozprawy podsumowano dotychczasową pracę wykonaną przez Daszyńską-Daszkiewicz i Pigulskiego (2009) na podstawie obserwacji fotometrycznych. Zostały one wykonane w ciągu pięciu nocy obserwacyjnych pomiędzy 14 sierpnia a 3 września 2004 roku w obserwatorium astronomicznym Uniwersytetu Wrocławskiego w Białkowie. Fotometrię gwiazdy SY Equ otrzymano w trzech pasmach systemu Strömgrena uvy oraz jednym pasmie Cousina I_C . Zidentyfikowane częstotliwości pulsacji ν_1 , ν_2 i ν_3 oraz odpowiadające im amplitudy i fazy przedstawione są w Tabeli 2.

Tabela 2: Amplitudy i fazy fotometryczne dla trzech znalezionych częstotliwości pulsacji ν_1 , ν_2 i ν_3 . Amplitudy są podane w [mmag], natomiast fazy w radianach. (Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski, 2009).

ν [c/d]	Parametr	Pasma fotometryczne			
		u	v	y	I_C
6.0289	A_{ν_1}	32.8(17)	31.6(12)	30.0(6)	28.1(7)
	ϕ_{ν_1}	0.44(5)	0.51(4)	0.65(2)	0.70(2)
8.3603	A_{ν_2}	—	—	6.0(5)	7.0(6)
	ϕ_{ν_2}	—	—	0.27(10)	0.38(9)
6.8311	A_{ν_3}	—	—	4.1(6)	3.6(7)
	ϕ_{ν_3}	—	—	5.69(16)	5.80(18)

Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski (2009) potwierdzają w swojej pracy dominującą częstotliwość pulsacji $\nu_1 = 6.028793$ c/d wyznaczoną z danych Hipparcosa przez Aerts (2000) oraz z fotometrii genewskiej (Aerts i in., 2006). Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski zasugerowali również istnienie dwóch kolejnych częstotliwości pulsacji $\nu_2 = 8.36027$ c/d oraz $\nu_3 = 6.83109$ c/d. Przy czym częstotliwość ν_3 jest również widoczna w danych z teleskopu Mercator. Niewidoczna jest natomiast w danych białkowskich częstotliwość 4.81543 c/d widoczna wcześniej u Aerts i in. (2006). Dominująca częstotliwość pulsacji pojawia się we wszystkich filtrach z kolei niskoamplitudowe ν_2 i ν_3 widoczne są jedynie w y oraz I_C

6.2 Identyfikacja stopnia modu ℓ

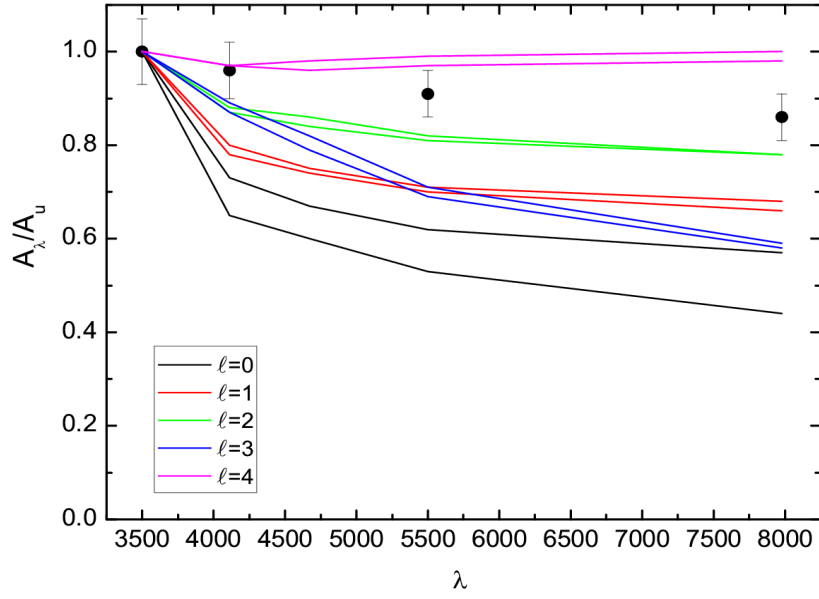
Do identyfikacji stopnia modu, ℓ , dominującej częstotliwości pulsacji zastosowano metodę diagramów diagnostycznych. Wykorzystano zarówno białkowskie obserwacje fotometryczne jak i prędkości radialne określone z obserwacji spektroskopowych wykonanych w obserwatorium DDO (więcej w paragrafie 7.1). Prędkości radialne zostały wyznaczone dla dominującej częstotliwości pulsacji, wykorzystując funkcję wzajemnej korelacji. Skonstruowano następujące diagramy

stosunków amplitud w funkcji długości fali: $A(\lambda)/A(u)$ *vs.* λ (Rysunek 3) oraz $A(V_{rad})/A(\lambda)$ *vs.* λ (Rysunek 4). Przez λ oznaczona jest centralna długość fali pasm fotometrycznych $uvyI_C$. Obserwowane wartości (czarne punkty) porównano następnie z teoretycznymi (linie), uzyskanymi dla modelu gwiazdy o masie $M = 13 M_{\odot}$, $\log T_{\text{eff}} = [4.39, 4.42]$, $Z = 0.02$ i $\log g = 3.9$ oraz modeli atmosfer Kurucza. Różne kolory linii na diagramach diagnostycznych odpowiadają różnym wartościom stopnia modu, ℓ . Dla każdego ℓ mamy dwie linie odpowiadające temperaturom $\log T_{\text{eff}} = 4.39$ i $\log T_{\text{eff}} = 4.42$. Ponieważ obserwacje w poszczególnych pasmach traktujemy jako zmienne niezależne, błędy stosunków amplitud zostały policzone według formuły

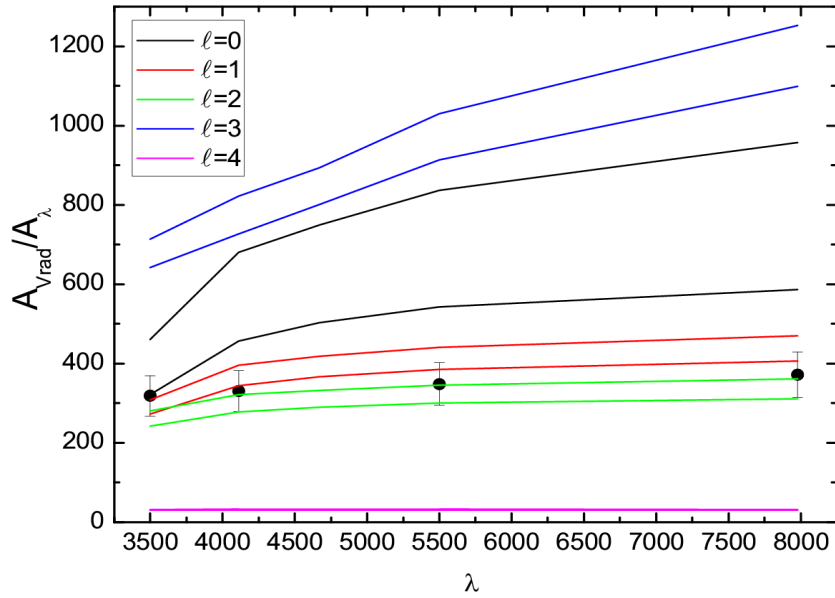
$$\delta \left(\frac{A_x}{A_y} \right) = \frac{A_x}{A_y} \sqrt{\left(\frac{\delta A_x}{A_x} \right)^2 + \left(\frac{\delta A_y}{A_y} \right)^2}, \quad (6.1)$$

gdzie x i y oznaczają dwa pasma fotometryczne lub jedno pasmo i prędkość radialną.

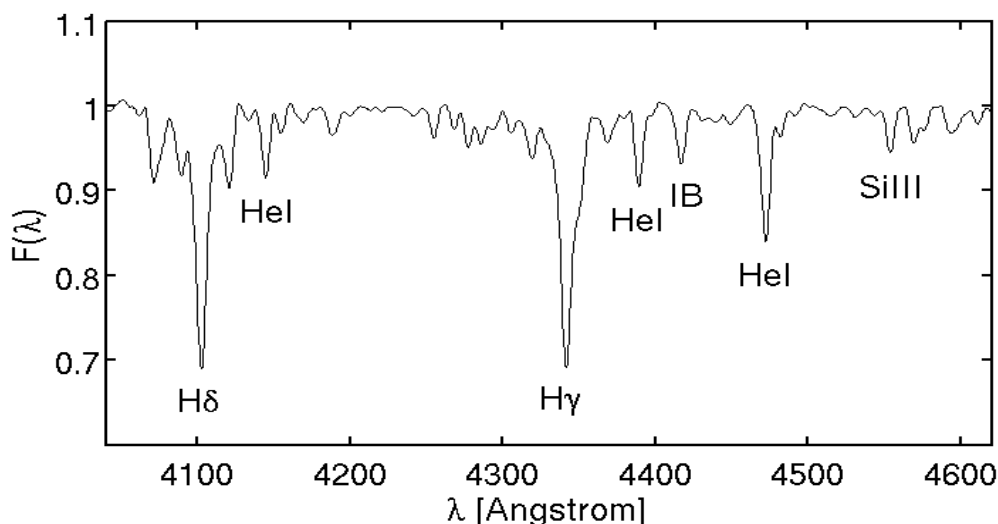
Jak widzimy z Rysunku 3 identyfikacja stopnia modu dla dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.028793$ nie jest jednoznaczna ponieważ możliwy jest zarówno $\ell = 2$ jak i $\ell = 4$. Użytecznym, dla jednoznacznej identyfikacji stopnia modu, okazał się być diagram $A(V_{rad})/A(\lambda)$ *vs.* λ . Z Rysunku 4 widać, że mod dominujący ma stopień $\ell = 2$. Określenie wartości $\ell = 2$ pozostaje w zgodzie z wartością zidentyfikowaną wcześniej przez Aerts i in. (2006) oraz Daszyńską-Daszkiewicz i Pigulskiego (2006). Dla pozostałych dwóch częstotliwości: $\nu_2 = 8.36027$ c/d oraz $\nu_3 = 6.83109$ c/d, niemożliwa była skuteczna identyfikacja stopnia modu, ponieważ amplitudy i fazy zostały określone jedynie dla dwóch pasm fotometrycznych.



Rysunek 3: Porównanie obserwowanych (punkty) stosunków amplitud $A(\lambda)/A(u)$ w pasmach $uvvyI_C$ z wartościami teoretycznymi (linie), wyliczonymi dla $M = 13 M_\odot$, $\log T = [4.39, 4.42]$, $Z = 0.02$ i $\log g = 3.9$ oraz modeli atmosfer Kurucza. Przez λ oznaczona jest centralna długość fali pasm $uvvyI_C$.



Rysunek 4: To samo co na Rysunku 3, ale dla stosunków amplitud fotometrycznych, $A(\lambda)$, i prędkości radialnej, $A(V_{rad})$.



Rysunek 5: Widmo średnie SY Equ otrzymane z uśrednienia 170 widm uzyskanych w obserwatorium DDO.

7 Obserwacje spektroskopowe SY Equulei

7.1 Dane obserwacyjne

Obserwacje spektroskopowe gwiazdy SY Equulei zostały wykonane za pomocą spektrografu dołączonego do 1.88-metrowego teleskopu znajdującego się w obserwatorium DDO (David Dunlap Observatory) Uniwersytetu w Toronto. W ciągu 12 nocy obserwacyjnych, pomiędzy 8 sierpnia a 1 września 2004 roku, zostało zebranych 170 widm, które w dalszej kolejności odniesiono do heliocentrycznej daty juliańskiej, HJD. Czas każdej ekspozycji wynosił 15 minut. Widma były próbkowane w zakresie długości fali 4000 – 4600 Å. Redukcja danych została wykonana przez Daszyńską-Daszkiewicz za pomocą pakietu IRAF¹ i obejmowała korekcję o bias, pola wyrównujące i promienie kosmiczne. Rysunek 5 przedstawia widmo średnie gwiazdy SY Equ, obliczone na podstawie 170 widm, z zaznaczonymi sześcioma liniami widmowymi rozważanymi w prezentowanej pracy: $H\delta = 4102 \text{ Å}$, $H\gamma = 4341 \text{ Å}$, trzy linie helowe $\text{HeI} = 4387 \text{ Å}$, $\text{HeI} = 4471 \text{ Å}$ i $\text{HeI} = 4144 \text{ Å}$ oraz jedna linia $\text{SiIII} = 4553 \text{ Å}$, wchodząca w skład trypletu krzemowego. Linie te są dosyć dobrze odseparowane oraz wystarczająco głębokie by można było dostrzec zmiany w profilach powodowane przez pulsacje. Przez IB oznaczona jest także linia absorbcyjna materii międzygwiazdowej. Z przyczyn o których mowa w następnym paragrafie analizie poddanych zostało ostatecznie 168 widm.

¹IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) rozpowszechniany jest przez NOAO (National Optical Astronomy Observatories).

7.2 Korekcja profili linii widmowych

W kolejnych trzech punktach krótko opisano czynności, które należało wykonać by możliwie jak najlepiej poprawić widma, celem wydobywania jak największej ilości informacji w nich zawartych. Rysunek 6 pokazuje w trzech krokach wyniki korekcji przykładowego profilu linii widmowej $H\gamma$.

1. Pierwszym krokiem korekcji profili linii widmowych było ich wygładzenie. W szczególności wygładzeniu wymagały skrzydła w profilach linii widmowych. Użyto w tym celu średniej konsekwtywnej z pięciu punktów

$$\overline{\mathcal{F}}_k = \frac{1}{5} \sum_{i=k-2}^{k+2} \mathcal{F}_i; \quad k = 3, 4, \dots, N-2, \quad (7.1)$$

gdzie N jest liczbą punktów w widmie.

2. Dla sześciu wybranych linii widmowych wykonano w dalszej kolejności normalizację profili do jedynki. W tym celu wykorzystano równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty $(\lambda_L, \mathcal{F}(\lambda_L))$ i $(\lambda_R, \mathcal{F}(\lambda_R))$, zdefiniowane odpowiednio na lewej i prawej krawędzi profilu linii widmowej. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty ma następującą postać

$$\mathcal{F}_{lin}(\lambda) = (\lambda - \lambda_L) \frac{\mathcal{F}(\lambda_R) - \mathcal{F}(\lambda_L)}{\lambda_R - \lambda_L} + \mathcal{F}(\lambda_L). \quad (7.2)$$

Nowe strumienie obliczono w następujący sposób

$$\mathcal{F}_{nor}(\lambda) = \frac{\mathcal{F}(\lambda)}{\mathcal{F}_{lin}(\lambda)}. \quad (7.3)$$

Ponieważ profile linii widmowych o numerach 99 oraz 116 odbiegają znacznie od pozostałych, wykluczono je z dalszych rozważań.

3. Ostatnią czynnością jaką wykonano przed policzeniem momentów i innych charakterystyk profili linii widmowych była interpolacja widm do tych samych długości fali. W tym celu użyto wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a w postaci przedstawionej poniżej

$$W(x_k) = \sum_{i=0}^n \mathcal{F}_i \prod_{j=0 \wedge j \neq i}^n \frac{x_k - x_j}{x_i - x_j}, \quad (7.4)$$

gdzie n jest rzędem wielomianu. Tabela 3 przedstawia zakresy długości fali do normalizacji i interpolacji dla poszczególnych linii widmowych. W celu uproszczenia dalszej pracy z profilami, interpolacji dokonano do 400 punktów wielomianem rzędu szóstego. Rysunek 7 przedstawia 168 profili linii widmowej $H\gamma$, uzyskanych w ciągu dwunastu nocy obserwacyjnych. Profile są przesunięte względem siebie z fazą, obliczoną dla częstotliwości dominującej $\nu_1 = 6.029$ c/d, wyznaczonej z danych fotometrycznych.

Tabela 3: Zakresy długości fali rozważanych linii widmowych ustalone w celu unormowania profili do jedynki oraz zakresy profili wzięte dla interpolacji punktów w długości fali.

Linia	Centralna długość fali [Å]	Zakres do normalizacji [Å]	Zakres do interpolacji [Å]
H δ	4102.5	4092 – 4113	4093 – 4111
H γ	4341.5	4322 – 4362	4325 – 4360
HeI	4388.5	4380 – 4400	4382 – 4397
HeI	4471.0	4460 – 4480	4462 – 4479
HeI	4144.5	4138 – 4150	4139 – 4149
SiIII	4552.6	4548 – 4559	4548 – 4558

7.3 Analiza częstotliwości

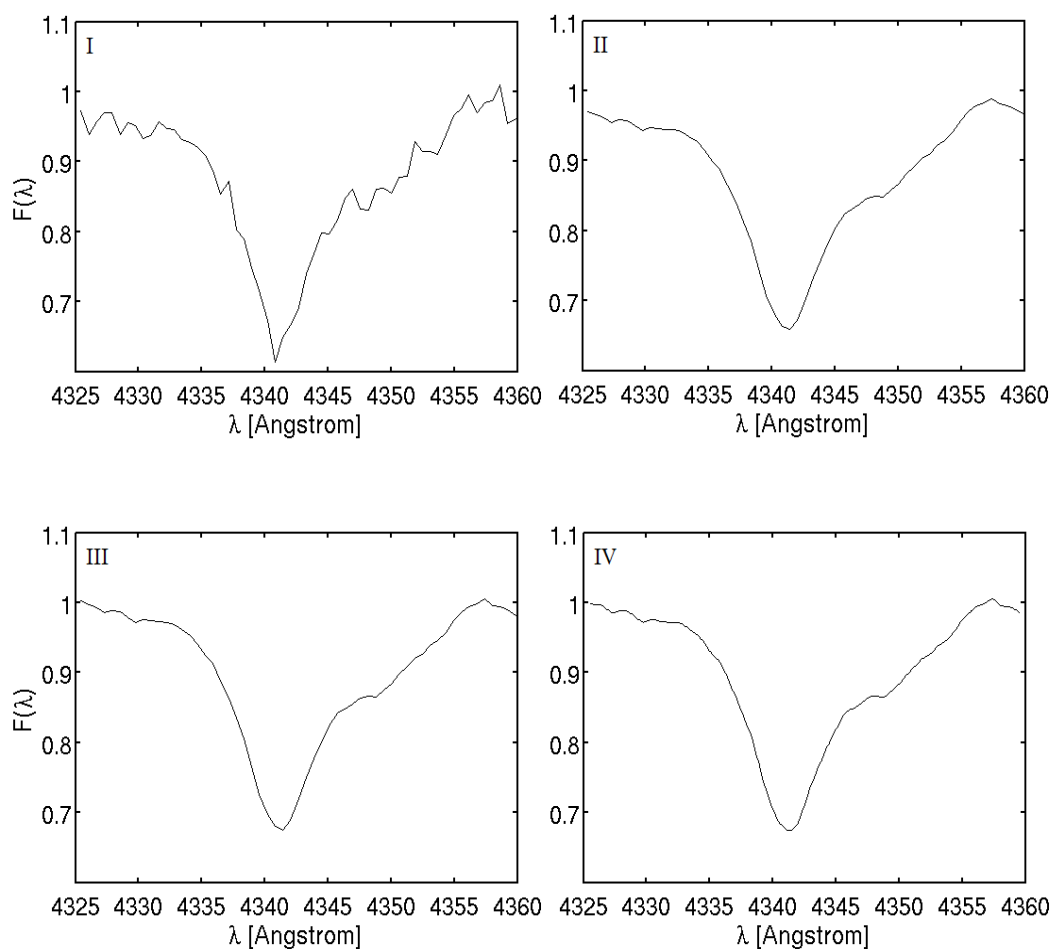
Poszukiwania częstotliwości pulsacji wykonano za pomocą analizy fourierowskiej. W tym celu w niniejszej pracy wykorzystano periodogram Lomb-Scargle’a zaproponowany po raz pierwszy przez Lomb (1976) i następnie udoskonolony przez Scargle’a (1982). Metoda ta umożliwia analizę danych uzyskanych w nierównych odstępach czasu oraz poszukiwanie słabych sygnałów okresowych. Poniżej przedstawiona jest postać periodogramu Lomb-Scargle’a stosowana w niniejszej pracy:

$$P(\omega) = \frac{\left\{ \frac{[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cos \omega(t_i - \tau)]^2}{\sum_{i=1}^N \cos^2 \omega(t_i - \tau)} + \frac{[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \sin \omega(t_i - \tau)]^2}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \omega(t_i - \tau)} \right\}}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (7.5)$$

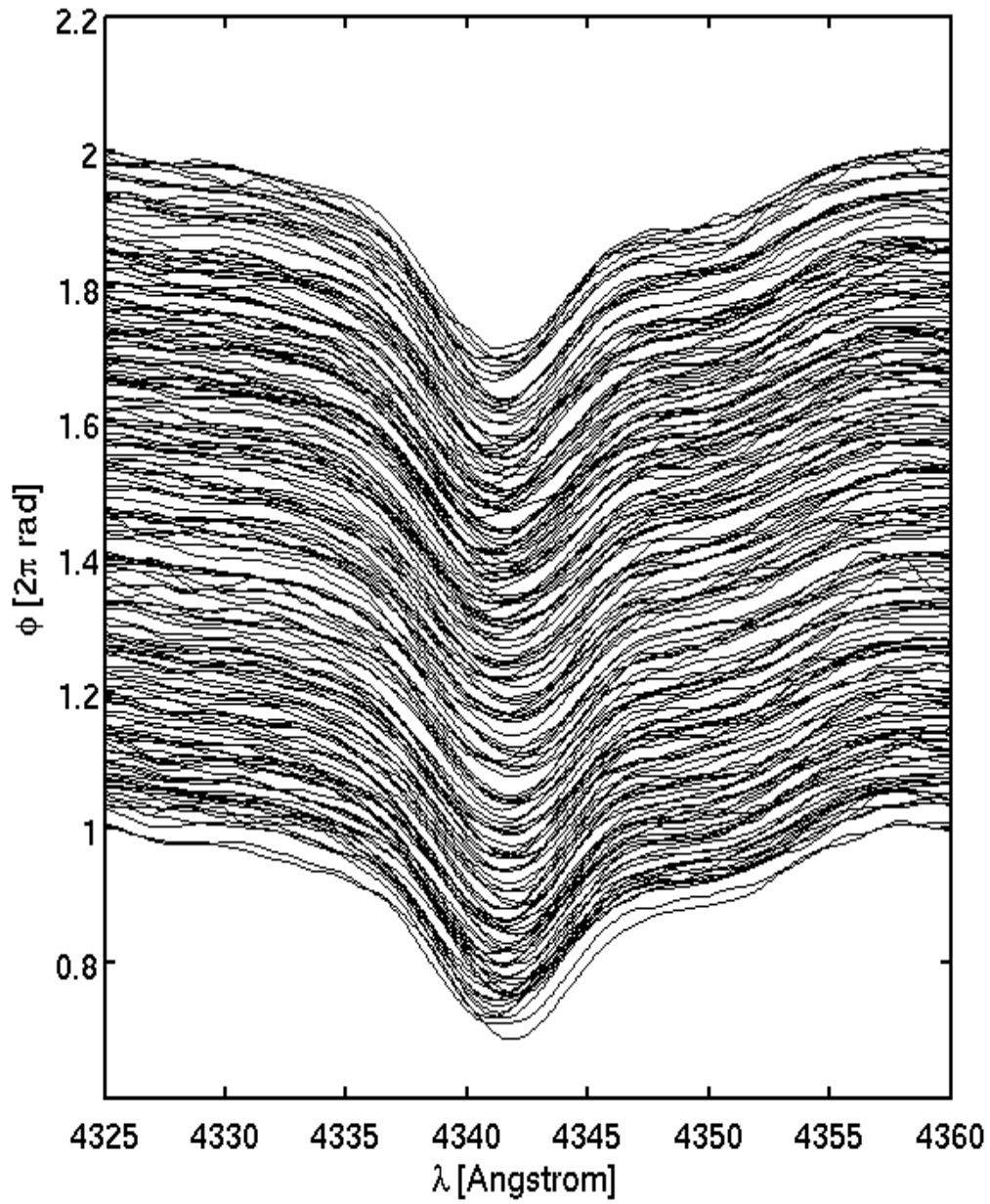
gdzie $\omega = 2\pi\nu$, natomiast epokę odniesienia τ definiuje się w następujący sposób

$$\text{tg}(2\omega\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N \sin 2\omega t_i}{\sum_{i=1}^N \cos 2\omega t_i}. \quad (7.6)$$

Jest to postać periodogramu podobna do tej zaproponowanej przez Horne i Baliunasa (1986), ale z normalizacją mocy $P(\omega)$ w przedziale $[0, 1]$. Poszukiwania częstotliwości wykonuje się w zakresie $[\nu_{min}, \nu_{Nq}]$, gdzie częstotliwość Nyquista, ν_{Nq} , szacuje się jako odwrotność średniej wartości różnicy czasu pomiędzy kolejnymi pomiarami, Δt , pomijając różnice większe niż jeden dzień: $\nu_{Nq} = 1/(2\Delta t) = 41 \text{ c/d}$. Krok próbkowania określany jest w następujący sposób: $\Delta\nu = 1/(2N\Delta t) = 0.0017 \text{ c/d}$. Minimalna częstotliwość jest dana przez bazę czasową obserwacji, ΔT : $\nu_{min} = 1/\Delta T = 0.03 \text{ c/d}$. Częstotliwość, dla której $P(\omega)$ osiąga wartość maksymalną oraz spełnia kryterium sygnału do szumu:



Rysunek 6: Korekcja przykładowego profilu linii widmowej $H\gamma$ w trzech krokach. (I) oryginalny profil w zakresie długości fali 4325 – 4360 Å, (II) profil po zastosowaniu uśredniania konsekwentnego, (III) profil po unormowaniu do jedności, (IV) profil interpolowany do 400 punktów długości fali wielomianem Lagrange’a rzędu szóstego.



Rysunek 7: 168 widm SY Equ z dwunastu nocy obserwacyjnych pomiędzy 8 sierpnia a 1 września 2004 roku, pokazujące zmiany w profilu linii widmowej $H\gamma$. Widma są sfazowane z główną częstotliwością pulsacji, $\nu_1 = 6.029$ c/d.

$S/N > 4$, uznaje się za swoistą dla badanego szeregu czasowego (Breger i in., 1993, Kuschnig i in., 1997).

Kolejnym krokiem jest odjęcie od oryginalnych danych sygnału okresowego w postaci podanej poniżej

$$fit(t) = Z + \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi(\nu_i t + \phi_i)), \quad (7.7)$$

gdzie Z to średnia wartość strumienia (punkt zerowy), A_i i ϕ_i to odpowiednio amplituda i faza danej częstotliwości pulsacji, natomiast ν_i jest częstotliwością oscylacji wyrażoną w cyklach na dzień. Wartość N jest zależna od ilości zidentyfikowanych w kolejnych krokach częstotliwości, wykorzystywanych do dopasowania funkcji okresowych. Wyznaczenie amplitud i faz polega na minimalizacji funkcji χ^2 metodą najmniejszych kwadratów. W niniejszej pracy korzystano z algorytmu Levenberga-Marquardta w formie zaproponowanej przez Pressa (Numerical Recipes in C: The art of scientific computing, 1992). Algorytm Levenberga-Marquardta wykorzystuje informacje zawarte w pierwszej pochodnej minimalizowanej funkcji (metoda najmniejszego spadku, zwana również gradientową), a także informacje zawarte w Hesjanie, czyli drugiej pochodnej minimalizowanej funkcji (metoda Gaussa-Newtona). Zaletą połączenia obu metod jest szybka zbieżność. Ogólny przepis minimalizacji funkcji χ^2 prowadzącej do wyznaczenia amplitudy i fazy danej częstotliwości, jak to przedstawia Press (1992), powinna odbywać się w następujący sposób.

W pierwszej kolejności należy obliczyć χ^2 , dla próbnych wartości amplitudy A i fazy ϕ oraz otrzymanej z analizy periodogramowej częstotliwości:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^M [\mathcal{F}_j - Z - \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi(\nu_i t_j + \phi_i))]^2 \quad (7.8)$$

gdzie M odpowiada liczbie punktów obserwacyjnych, t_j , natomiast \mathcal{F}_j oznacza strumień. Następnie ustawia się początkową wartość parametru spadku λ na pewnym niskim poziomie, na przykład 0.001, i liczy się pierwsze i drugie pochodne a więc gradient i Hesjan funkcji χ^2 po parametrach $a_j = (A, \phi)$. Kolejnym krokiem jest rozwiązanie liniowego równania ze względu na δa_j

$$\sum_{j=1}^M \alpha'_{ij} \delta a_j = \beta_i, \quad (7.9)$$

gdzie macierz α'_{ij} to Hesjan natomiast wektor β_i to pierwsza pochodna χ^2 po parametrach A i ϕ . Pamiętając przy tym, że elementy diagonalne macierzy α'_{ij} należy pomnożyć przez $(1 + \lambda)$. W następnym kroku wyznacza się $\chi^2(a_j + \delta a_j)$ i

sprawdza czy nowe χ^2 jest większe od starego. Jeśli tak należy pomnożyć λ przez dowolnie wybrany czynnik (powiedzmy 10) i obliczyć δa_j raz jeszcze. Jeśli nowe χ^2 jest mniejsze od starego, wtedy należy zmniejszyć λ o dowolnie wybrany czynnik i wyliczyć raz jeszcze wektor β i macierz drugich pochodnych α'_{ij} oraz wyznaczyć po raz kolejny δa_j . Obliczenia powtarza się tak długo aż różnica pomiędzy nowym a wyliczonym w poprzednim kroku χ^2 ustabilizuje się na pewnej małej wartości < 0.01 , pamiętając przy tym, że nowe χ^2 w poprzednim kroku nie może wzrosnąć.

Sygnał okresowy ze zidentyfikowaną częstotliwością pulsacji oraz jej amplitudą i fazą odejmowany jest następnie od danych. Dla tak wybielonego sygnału stosowana jest po raz kolejny analiza periodogramowa i w następnym kroku dopasowanie do oryginalnych danych dwóch funkcji okresowych z dwiema zidentyfikowanymi wcześniej częstotliwościami. Konsekwentne wybielanie sygnału wykonywane jest tak długo dopóki wartość mocy dla danej częstotliwości, zidentyfikowanej w ostatniej analizie periodogramowej, spełnia kryterium $S/N > 4$. Sygnał S jest rozumiany jako pierwiastek kwadratowy z mocy $\sqrt{P_{max}}$ rozważanej częstotliwości, natomiast szum N definiowany jest jako średnia z pierwiastków mocy po wybieleniu danej częstotliwości, w zakresie $[\nu_{min}, \nu_{Nq}]$.

$$\frac{S}{N} = \frac{\sqrt{P_{max}}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{P(\nu_i)}}. \quad (7.10)$$

Niepewności amplitud i faz wyznaczonych z minimalizacji funkcji χ^2 metodą najmniejszych kwadratów, określane są za pomocą analitycznych formuł podawanych przez Bregera i in. (1999) w następującej formie

$$\sigma(A) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sigma(\mathcal{F}), \quad (7.11)$$

$$\sigma(\phi) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{N}} \frac{\sigma(\mathcal{F})}{A}, \quad (7.12)$$

gdzie N jest liczbą punktów, natomiast $\sigma(\mathcal{F})$ określa odchylenie standardowe wyliczone dla residuów.

W kolejnych podrozdziałach przedstawiona została analiza częstotliwości szeregów czasowych zdefiniowanych przez zmiany czterech pierwszych momentów M_0, M_1, M_2, M_3 oraz pięciu charakterystykach: \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$, $FWHM$ (definicja zostanie podana w paragrafach 7.3.1 i 7.3.2). Przedstawiona jest także analiza częstotliwości szeregów czasowych zdefiniowanych dla każdej długości fali wzdłuż profilu linii $H\gamma$.

7.3.1 Momenty profili linii widmowych

Z wygładzonych, unormowanych i interpolowanych do 400 punktów profili linii widmowych wyliczono cztery pierwsze nieunormowane momenty. Przed ich wyznaczeniem, długości fali zostały zamienione na prędkości radialne względem ustalonej centralnej długości fali, λ_0 , zgodnie z równaniem Dopplera $v = c(\lambda - \lambda_0)/\lambda$. Centralne długości fali dla sześciu rozważanych linii widmowych podane są w Tabeli 3. Zerowy moment oznacza szerokość równoważną i został wyznaczony poprzez całkowanie wzdłuż profilu linii widmowej, zgodnie z poniższym równaniem

$$m_0 = \sum_{i=1}^N \frac{(1 - \mathcal{F}_i) + (1 - \mathcal{F}_{i+1})}{2} \Delta v_i, \quad (7.13)$$

gdzie N jest liczbą punktów po interpolacji natomiast \mathcal{F} oznacza znormalizowany strumień. Nieunormowane momenty linii widmowych m_1 , m_2 oraz m_3 zostały obliczone w następujący sposób

$$m_1 = \sum_{i=1}^N \frac{(1 - \mathcal{F}_i) + (1 - \mathcal{F}_{i+1})}{2} v_i \Delta v_i, \quad (7.14)$$

$$m_2 = \sum_{i=1}^N \frac{(1 - \mathcal{F}_i) + (1 - \mathcal{F}_{i+1})}{2} v_i^2 \Delta v_i, \quad (7.15)$$

$$m_3 = \sum_{i=1}^N \frac{(1 - \mathcal{F}_i) + (1 - \mathcal{F}_{i+1})}{2} v_i^3 \Delta v_i. \quad (7.16)$$

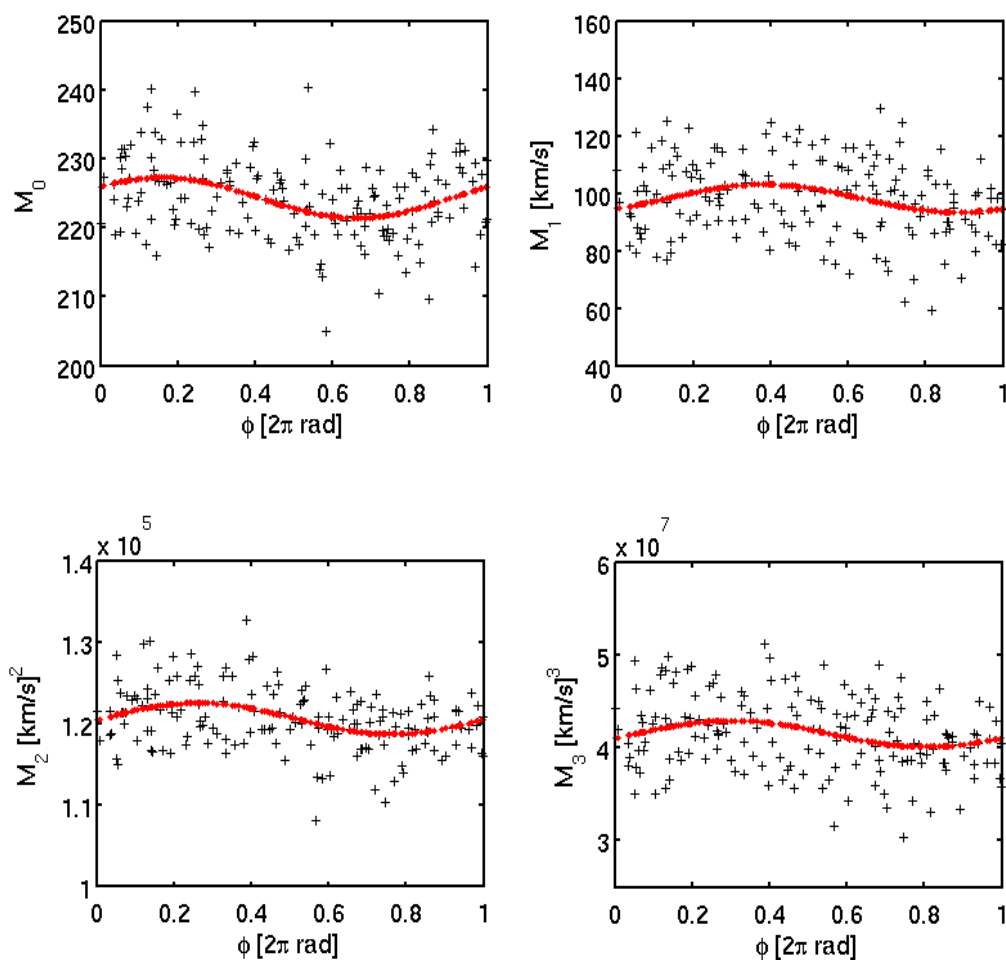
Następnie momenty m_1 , m_2 i m_3 zostały unormowane względem szerokości równoważnej m_0 : $M_1=m_1/m_0$, $M_2=m_2/m_0$, $M_3=m_3/m_0$. Tak zdefiniowane wielkości oznaczają odpowiednio prędkość radialną (M_1), szerokość linii (M_2) i skośność profilu (M_3).

Rysunek 8 pokazuje diagramy fazowe czterech pierwszych momentów profili linii widmowej $H\gamma$, wyliczone dla dominującej częstotliwości pulsacji. Czerwonymi punktami pokazane jest dopasowanie. Zaprezentowane są tutaj jedynie wykresy fazowe momentów linii $H\gamma$, w której efekty pulsacji są najwyraźniejsze. Tabele 4 i 5 zawierają częstotliwości znalezione w czterech momentach rozważanych linii oraz odpowiadające im amplitudy i fazy. Przedstawiono częstotliwości spełniające kryterium $S/N > 4$ oraz częstotliwości, dla których $S/N < 4$, ale które pojawiają się w danych fotometrycznych i innych charakterystykach profili.

Na Rysunkach 9 - 13 zaprezentowano przykładowe periodogramy LS ze zidentyfikowanymi częstotliwościami pulsacji (oznaczone czerwonymi strzałkami).

Czarnymi strzałkami zaznaczone są pozostałe częstotliwości, nie spełniające kryterium $S/N > 4$. Prawie we wszystkich momentach sześciu rozważanych linii widmowych znaleziono główną częstotliwość pulsacji $\approx 6.02 - 6.03$ c/d (Rysunki 9 - 13), lub jej alias ≈ 7.03 c/d (szerokość równoważna linii H δ). W momentach M_1 , oraz M_3 linii H γ , H δ , HeI4471 i HeI4144 oraz w M_2 linii H γ i HeI4387 widoczna jest także częstotliwość ≈ 0.19 c/d (Rysunek 10) i jej alias ≈ 0.8 c/d (szerokość równoważna linii HeI4387). Ta niska częstotliwość może być związana z ruchem orbitalnym lub pulsacjami w modzie g wysokiego rzędu. Dodatkowo w momentach M_1 i M_3 linii HeI4144 pojawia się częstotliwość ≈ 4.8 c/d, widoczna wcześniej u Aerts i in. (2006). W momentach linii H δ pojawiają się częstotliwości ≈ 4.4 c/d (M_1, M_3) oraz ≈ 0.52 c/d (M_0). Ta ostatnia występuje również w momencie M_2 linii HeI4471. Ponadto w szerokości równoważnej linii HeI4144 znaleziono częstotliwość ≈ 6.81 c/d (Rysunek 14). Odpowiada ona w przybliżeniu, widocznej w danych fotometrycznych wartości $\nu_3 = 6.83109$ c/d. Poza wymienionymi powyżej częstotliwościami pojawia się jeszcze znacząca ≈ 0.6 c/d (widoczna w momentach M_1 i M_3 linii H γ oraz w M_0 , M_1 i M_3 linii HeI4471) i ≈ 0.98 c/d pojawiająca się jedynie w momentach pierwszym i trzecim linii HeI4387. Częstotliwości 0.6 c/d lub 0.52 c/d mogą być związane z prędkością rotacji, ponieważ częstotliwość rotacji dla modelu SY Equ używanego w Rozdziale 6 wynosi od około 0.5 do około 0.7 c/d. Dodatkowo w linii krzemowej pojawiają się częstotliwości ≈ 0.24 c/d (Rysunek 12) oraz ≈ 0.13 c/d (Rysunek 13).

Należy tutaj jeszcze poświęcić chwilę kwestii ucinania profili. Na uzyskiwane wyniki istotny wpływ ma zakres profili jaki brany jest do interpolacji punktów w długości fali oraz zakres w znormalizowanych strumieniach. Co więcej, zakres długości fali jaki ustalany jest przy normalizacji profili ma także wpływ na uzyskiwane wyniki. Ponieważ widma miały wysoki poziom szumu w szczególności w dalekich skrzydłach, nawet pomimo wykonanych korekcji, koniecznym było dosyć znaczne ucięcie profili na poziomie $\mathcal{F} \approx 0.9$. Miało to oczywiście wpływ na wartość mocy dla poszczególnych częstotliwości a w konsekwencji na wartość uzyskiwanej amplitudy. Wyniki przedstawione w Tabelach 4 i 5 odnoszą się do uciętych profili. W przypadku nieuciętych profili amplituda prędkości radialnej (M_1) dominującej częstotliwości 6.029 c/d na przykład dla linii H γ równa jest wówczas w przybliżeniu 10 km/s.



Rysunek 8: Diagramy fazowe czterech pierwszych momentów profilu linii widmowej H γ : szerokości równoważnej (M_0), prędkości radialnej (M_1), szerokości linii (M_2) i skośności profilu (M_3). Wykresy zostały wyznaczone dla głównej częstotliwości pulsacji 6.029 c/d.

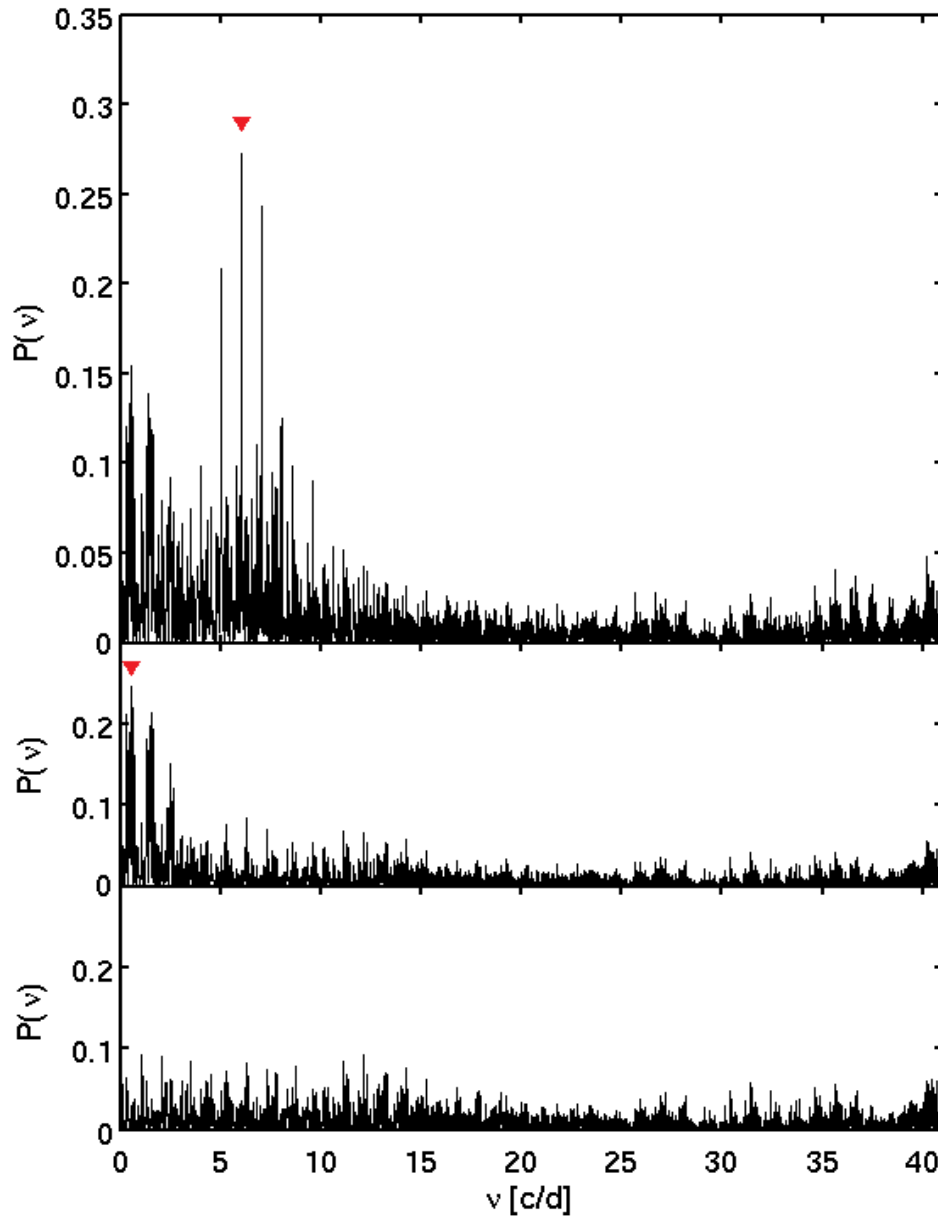
Tabela 4: Częstotliwości pulsacji w [c/d] i odpowiadające im amplitudy oraz fazy wraz z niepewnościami znalezione dla czterech pierwszych momentów M_0 , M_1 , M_2 oraz M_3 linii widmowych $H\gamma$, $H\delta$ i $SiIII4553$. Amplitudy momentu M_0 podane są w [km/s], natomiast amplitudy M_1 , M_2 i M_3 podane są w [km/s]^j, gdzie $j = 1, 2, 3$. Fazy są określone w jednostkach [2π rad].

Linia	M_j	ν	P_{max}	A	ϕ	S/N
$H\gamma$	M_0	6.0325	0.1415	3.03 ± 0.57	0.77 ± 0.03	3.98
	M_1	0.1955	0.4381	13.64 ± 0.86	0.79 ± 0.01	7.70
		6.0180	0.2000	5.30 ± 0.83	0.46 ± 0.02	4.81
		0.6030	0.1586	5.87 ± 0.95	0.24 ± 0.02	4.16
	M_2	6.0245	0.1372	2122.1 ± 368.7	0.54 ± 0.03	3.86
		0.1975	0.1270	1867.4 ± 379.4	0.31 ± 0.03	3.69
	M_3	0.1955	0.3456	3576818.2 ± 329080.3	0.80 ± 0.01	6.45
		6.0200	0.1544	1864858.4 ± 319453.2	0.06 ± 0.03	4.11
		0.6015	0.1174	1731115.9 ± 365335.3	0.12 ± 0.03	3.53
$H\delta$	M_0	0.5365	0.1862	2.45 ± 0.35	0.75 ± 0.03	4.70
		7.0325	0.1667	2.18 ± 0.37	0.12 ± 0.03	4.39
	M_1	0.1955	0.3957	10.18 ± 0.75	0.39 ± 0.01	7.57
		6.0230	0.2155	4.53 ± 0.74	0.24 ± 0.02	4.68
		4.4210	0.1240	4.74 ± 0.73	0.67 ± 0.02	4.18
	M_2	6.0310	0.4604	1020.2 ± 78.3	0.23 ± 0.01	7.63
		0.2815	0.1511	434.1 ± 80.5	0.49 ± 0.03	4.16
	M_3	0.1960	0.3858	808598.6 ± 62671.7	0.15 ± 0.01	7.28
		6.0255	0.1851	361417.8 ± 61493.9	0.72 ± 0.03	4.28
		4.4210	0.1145	365231.4 ± 60582.5	0.66 ± 0.03	4.02
$SiIII4553$	M_0	6.0180	0.1259	1.03 ± 0.21	0.83 ± 0.03	3.70
	M_1	6.0290	0.1932	10.25 ± 1.17	0.92 ± 0.02	4.67
		0.2405	0.2211	10.88 ± 1.38	0.91 ± 0.01	5.03
		4.3520	0.1301	6.16 ± 1.17	0.96 ± 0.03	3.71
	M_2	6.0325	0.4319	2133.7 ± 168.7	0.49 ± 0.01	7.13
		0.1340	0.1481	1105.4 ± 199.0	0.08 ± 0.02	4.02
	M_3	6.0315	0.3116	485394.8 ± 45189.6	0.74 ± 0.01	5.96
		0.2410	0.1958	381550.3 ± 52626.3	0.29 ± 0.02	4.70
		4.3500	0.1174	222091.1 ± 44867.6	0.44 ± 0.03	3.54

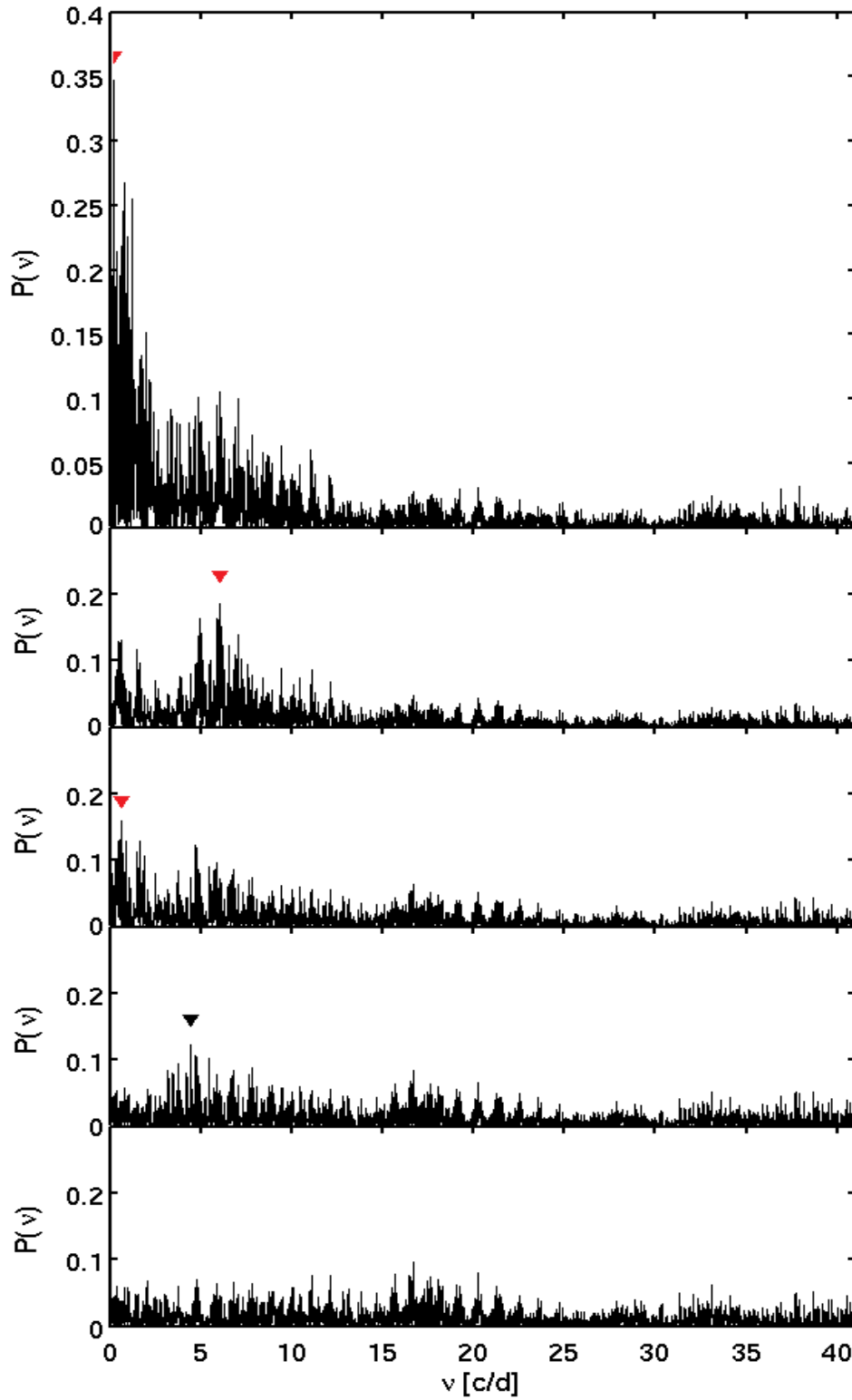
7.3 Analiza częstotliwości

Tabela 5: To samo co w Tabeli 4 ale dla linii helowych: HeI4471, HeI4144 i HeI4387.

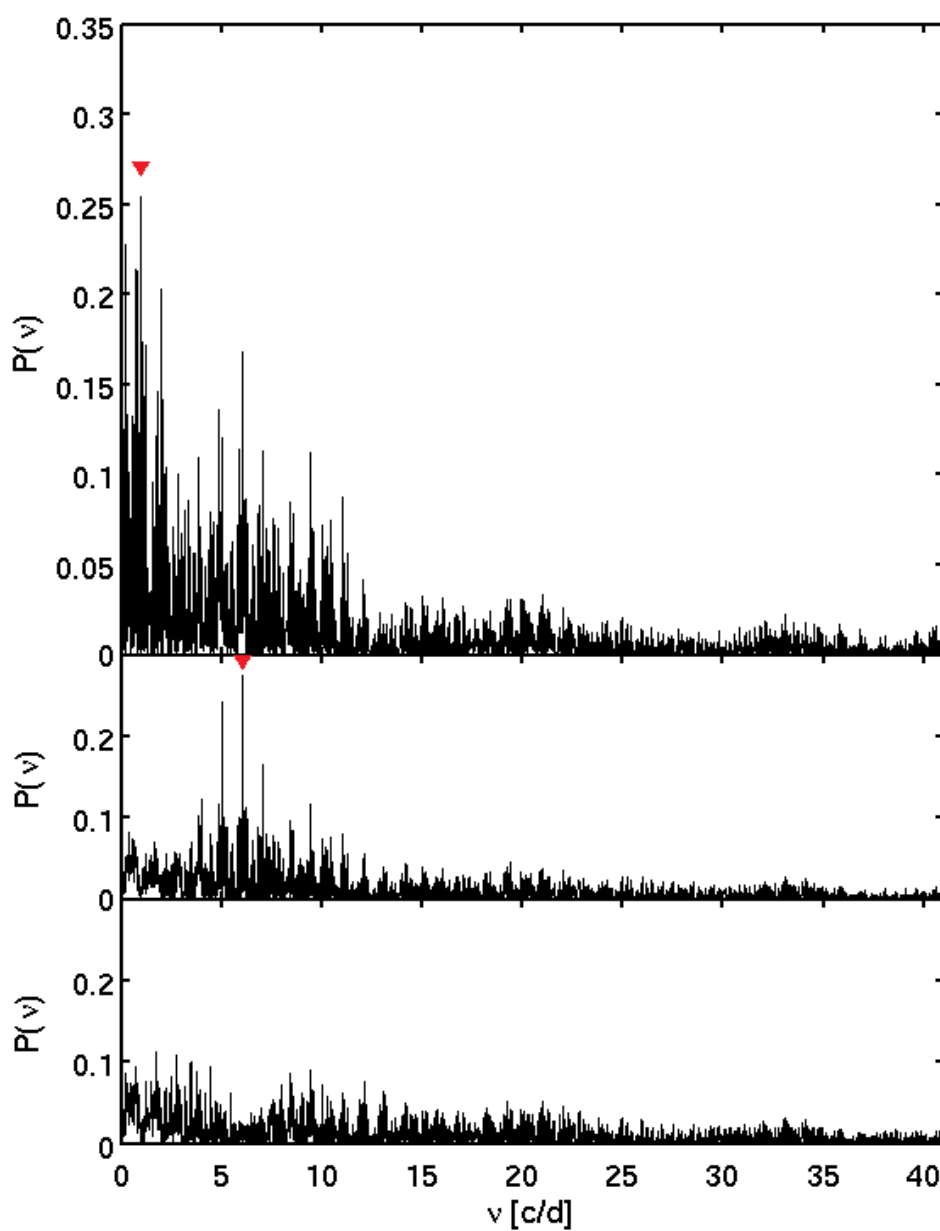
Linia	M_j	ν	P_{max}	A	ϕ	S/N
HeI4471	M_0	0.6420	0.1766	1.82 ± 0.29	0.29 ± 0.02	4.39
		7.3470	0.1031	1.31 ± 0.29	0.62 ± 0.03	3.30
	M_1	0.1965	0.3896	17.91 ± 1.63	0.54 ± 0.01	7.31
		6.0220	0.2045	11.57 ± 1.57	0.53 ± 0.02	4.88
		0.6460	0.1579	9.89 ± 1.66	0.74 ± 0.02	4.19
	M_2	6.0315	0.2727	2392.7 ± 248.5	0.54 ± 0.02	5.71
		0.5235	0.2470	2066.7 ± 307.2	0.31 ± 0.02	5.40
	M_3	0.1970	0.3475	1571957.4 ± 153979.2	0.92 ± 0.01	6.74
		6.0215	0.1855	1007906.2 ± 144738.0	0.14 ± 0.02	4.59
		0.6460	0.1590	1085912.9 ± 153352.8	0.73 ± 0.02	4.17
		4.4690	0.1223	717145.7 ± 142893.7	0.64 ± 0.03	3.55
HeI4144	M_0	6.8080	0.1663	1.64 ± 0.28	0.67 ± 0.03	4.35
	M_1	0.1965	0.2820	11.77 ± 1.20	0.57 ± 0.02	5.94
		6.0230	0.2209	8.91 ± 1.23	0.33 ± 0.02	5.02
		4.8425	0.1242	6.31 ± 1.23	0.03 ± 0.03	3.66
	M_2	6.0355	0.2873	917.28 ± 110.7	0.69 ± 0.02	5.59
	M_3	0.1965	0.2963	410399.4 ± 41492.7	0.56 ± 0.01	6.03
		6.0195	0.1872	276534.4 ± 41772.5	0.64 ± 0.02	4.57
		4.8415	0.1235	217232.7 ± 42390.8	0.27 ± 0.03	3.63
HeI4387	M_0	6.0255	0.1333	1.49 ± 0.29	0.54 ± 0.03	3.80
		0.8040	0.1156	1.32 ± 0.28	0.56 ± 0.04	3.52
	M_1	0.9885	0.2543	18.50 ± 1.99	0.93 ± 0.02	5.67
		6.0275	0.2817	13.36 ± 1.64	0.69 ± 0.02	5.71
	M_2	6.0350	0.2277	1889.4 ± 232.7	0.26 ± 0.02	5.35
		0.1955	0.1950	1625.1 ± 233.6	0.79 ± 0.02	4.81
		9.4345	0.1300	1161.6 ± 230.6	0.55 ± 0.03	3.83
	M_3	0.9795	0.2209	1015399.9 ± 109665.1	0.79 ± 0.02	5.23
		6.0240	0.1855	799481.6 ± 119939.6	0.16 ± 0.02	4.50



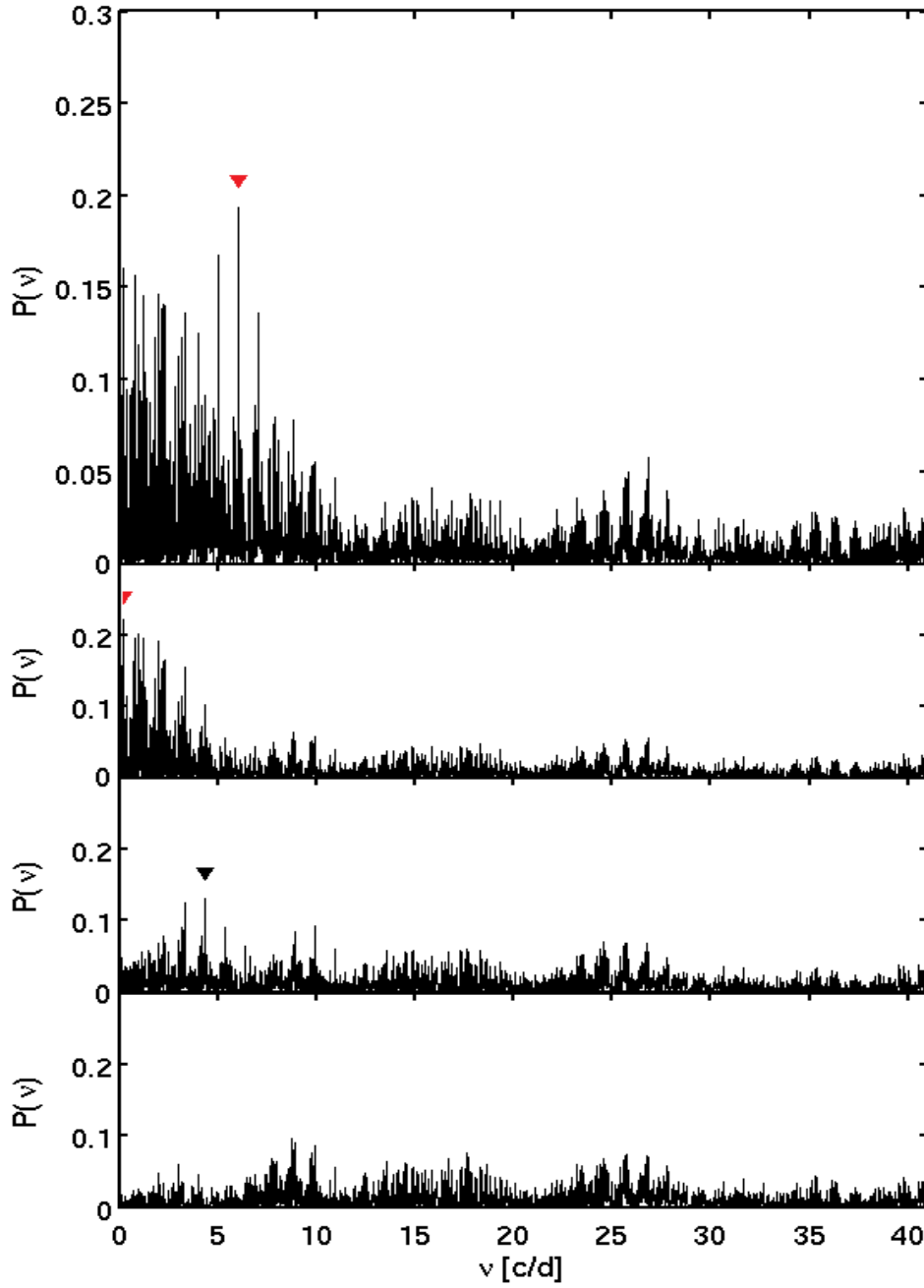
Rysunek 9: Periodogramy LS dla momentu drugiego (M_2) linii HeI4471. Panele od góry do dołu pokazują sukcesywne wybielanie sygnału. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0315 c/d oraz 0.5235 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



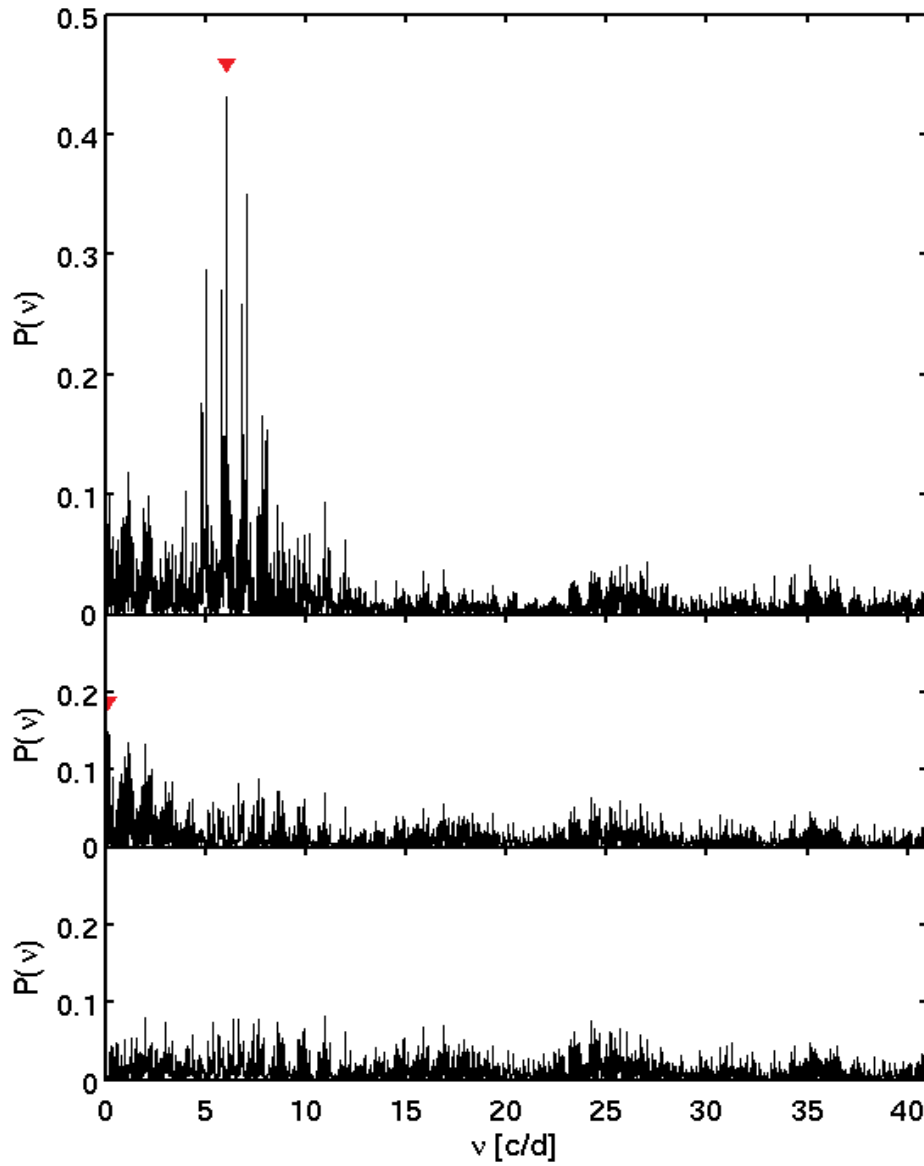
Rysunek 10: Periodogramy LS dla momentu trzeciego (M_3) linii HeI4471. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 0.197 c/d, 6.0215 c/d oraz 0.646 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



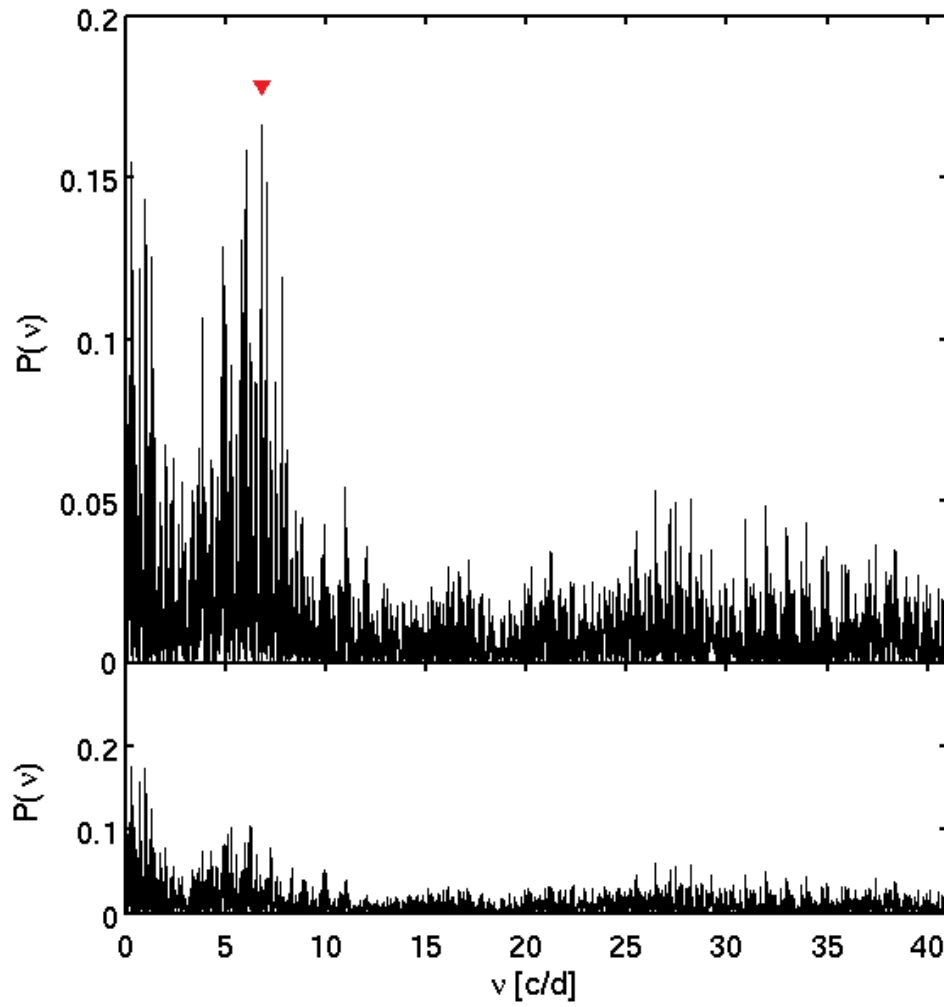
Rysunek 11: Periodogramy LS dla momentu pierwszego (M_1) linii HeI4387. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 0.9885 c/d oraz 6.0275 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 12: Periodogramy LS dla momentu pierwszego (M_1) linii SiIII4553. Czerwone strzałki onaczają częstotliwości 6.029 c/d oraz 0.2405 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 13: Periodogramy LS dla momentu drugiego (M_2) linii SiIII4553. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0325 c/d oraz 0.134 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 14: Periodogramy LS dla momentu zerowego (M_0) linii HeI4144. Czerwona strzałka oznacza częstotliwość 6.808 c/d spełniającą kryterium $S/N > 4$.

7.3.2 Inne charakterystyki profili linii widmowych

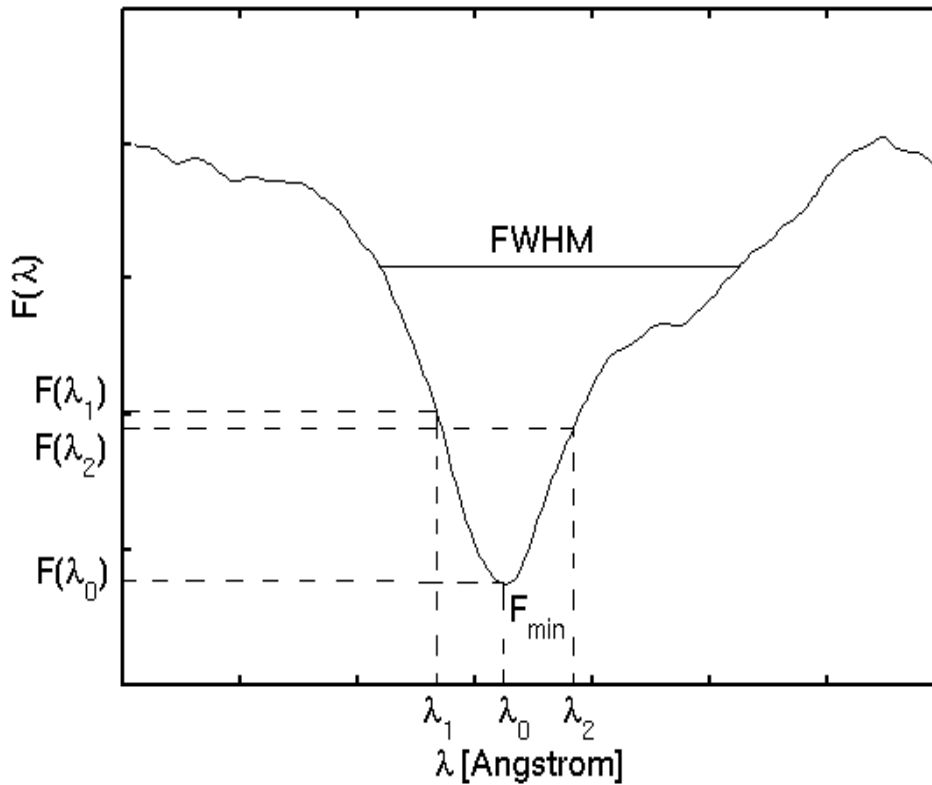
Kolejnymi charakterystykami, w których poszukiwano częstotliwości były: głębokość profilu (\mathcal{F}_{min}), szerokość połówkowa ($FWHM$) oraz monochromatyczne wartości strumienia: $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$ (Rysunek 15). Przez λ_0 określona jest centralna długość fali, natomiast λ_1 i λ_2 oznaczają odpowiednio długości fali dla niebieskiego i czerwonego skrzydła profilu linii widmowej. Długości fali λ_1 i λ_2 oddalone są od λ_0 , w zależności od linii widmowej, o 0.5 Å do 2.5 Å.

Rysunek 16 przedstawia zmiany pięciu charakterystyk \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$ oraz $FWHM$ linii $H\gamma$ z fazą pulsacji, wyznaczoną dla częstotliwości dominującej 6.029 c/d. Czerwonymi punktami przedstawione jest najlepsze dopasowanie funkcji okresowej. Dla policzonych charakterystyk zastosowano analizę periodogramową częstotliwości wraz z dopasowaniem funkcji okresowej według schematu przedstawionego w paragrafie 7.3. Rezultaty analizy częstotliwości pulsacji oraz odpowiadające im amplitudy i fazy podane są w Tabelach 6 i 7. Przedstawiono w nich częstotliwości spełniające kryterium $S/N > 4$ oraz częstotliwości, dla których $S/N < 4$, ale które pojawiają się w danych fotometrycznych i innych charakterystykach profili.

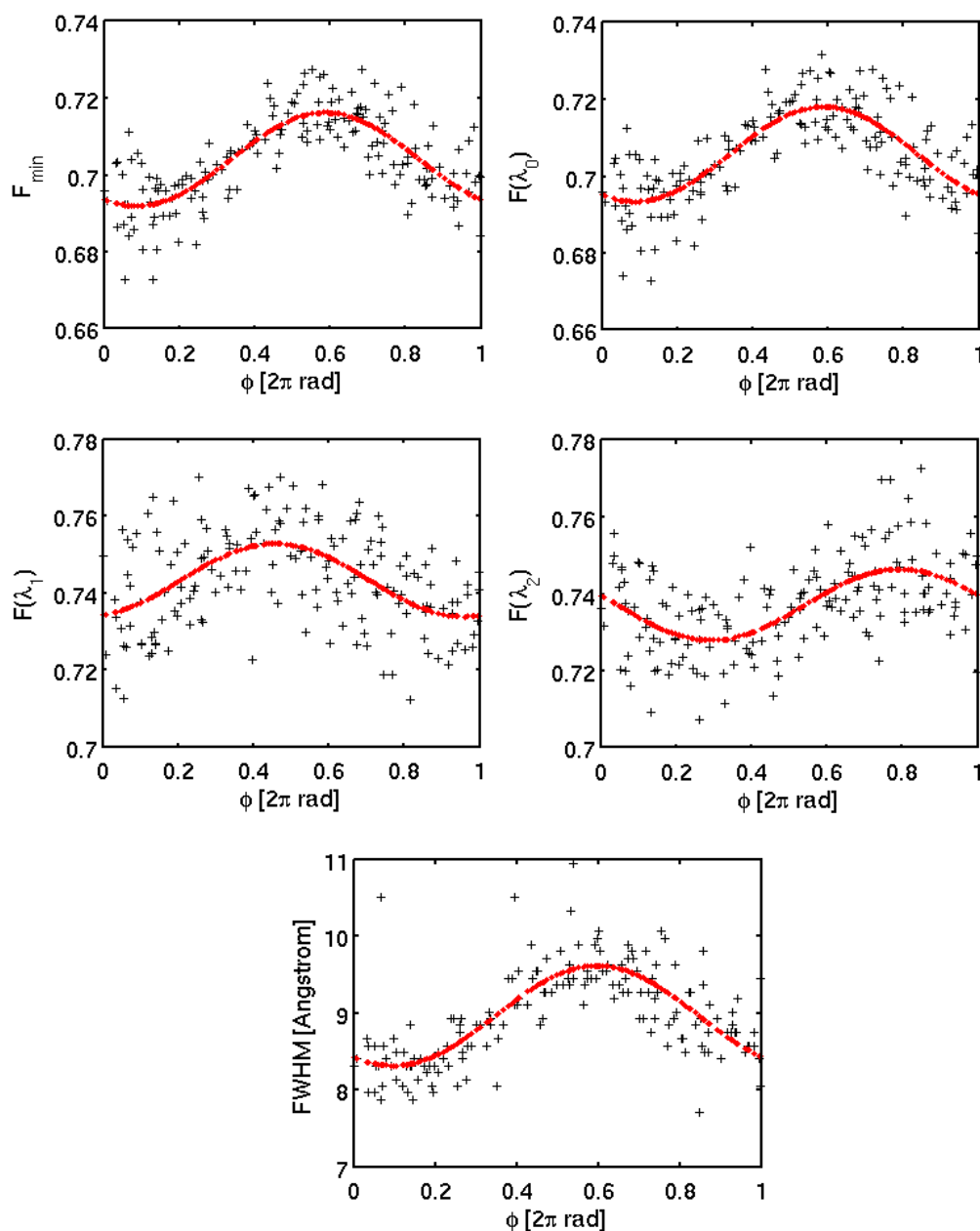
Podobnie jak w przypadku czterech pierwszych momentów, na Rysunkach 17 - 23 zaprezentowano jedynie przykładowe periodogramy ze zidentyfikowanymi częstotliwościami. Czerwonymi strzałkami oznaczone są częstotliwości spełniające kryterium $S/N > 4$. W prawie wszystkich charakterystykach rozważanych linii widmowych pojawia się główna częstotliwość pulsacji ≈ 6.03 c/d (Rysunki 17 - 23). Niewidoczna jest jedynie w szerokościach połówkowych linii HeI4144, SiIII4553 oraz w $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii HeI4471, natomiast w $FWHM$ linii HeI4387 pojawia się alias ≈ 7.03 c/d. Potwierdzono także obecność dwóch pozostałych częstotliwości pulsacji widocznych w danych fotometrycznych: ≈ 8.35 c/d (Rysunek 20) oraz ≈ 6.82 c/d (Rysunek 23) i jej aliasu ≈ 7.82 c/d (Rysunki 18 i 21). Częstotliwość ≈ 8.35 c/d widoczna jest w liniach $H\gamma$ i HeI4471. Częstotliwość ≈ 6.82 c/d widoczna jest w $H\delta$, HeI4144 i SiIII4553, natomiast alias ≈ 7.82 c/d pojawia się w liniach $H\gamma$, $H\delta$, HeI4471, HeI4387 i HeI4144. Dodatkowo potwierdzono obecność częstotliwości ≈ 0.19 c/d, widocznej wcześniej w momentach (Rysunek 22) i jej aliasu ≈ 0.8 c/d (Rysunek 19) oraz niewidocznych w momentach $\approx 2.20 \approx 0.19 + 2$ c/d ($\mathcal{F}(\lambda_0)$ i $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii SiIII4553) i $\approx 3.20 \approx 0.19 + 3$ c/d ($\mathcal{F}(\lambda_2)$ linii $H\delta$). Częstotliwość ≈ 0.19 c/d widoczna jest w skrzydłach linii $H\gamma$ i HeI4471, natomiast alias ≈ 0.8 c/d jedynie w $\mathcal{F}(\lambda_2)$ linii HeI4387. Ponadto pojawiają się częstotliwości ≈ 0.32 c/d (\mathcal{F}_{min} i $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii $H\gamma$, Rysunek 17), ≈ 0.6 c/d ($FWHM$ linii $H\delta$ i \mathcal{F}_{min} linii HeI4471) oraz jej aliasu ≈ 1.6 c/d ($\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii $H\gamma$). W pojedynczych charakterystykach widoczne są także, ≈ 0.53 c/d (Rysunek 18), ≈ 0.14 c/d (Rysunek 21) widoczna w $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii $H\delta$ i $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii HeI4471 oraz $\approx 0.28 = 2 \times 0.14$ c/d widoczna w $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii $H\gamma$ i w \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii HeI4144.

Podobnie jak w przypadku częstotliwości zidentyfikowanych w czterech pierwszych momentach profili linii widmowych należy jeszcze wspomnieć o tym, iż na uzyskiwane wyniki poszukiwań częstotliwości w szerokości połówkowej ma duży wpływ zakres profili zarówno w długościach fali jak i w znormalizowanych stru-

mieniach. Z kolei w przypadku charakterystyk $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$ i $\mathcal{F}(\lambda_2)$ istotnym jest definicja centralnej długości fali (Tabela 3) oraz długości fali na skrzydłach, bowiem wartość mocy P_{max} dla poszczególnych częstotliwości pulsacji nie jest stała wzdłuż całego profilu i podlega znacznym zmianom. Dobrym tego przykładem jest częstotliwość ≈ 0.19 c/d, która pojawia się jedynie w określonych długościach fali, tj. w bliskich skrzydłach.



Rysunek 15: Pięć charakterystyk profilu linii widmowej: szerokość połówkowa ($FWHM$), głębokość profilu (\mathcal{F}_{min}), strumień w centralnej długości fali ($\mathcal{F}(\lambda_0)$), oraz strumienie w skrzydłach ($\mathcal{F}(\lambda_1)$ i $\mathcal{F}(\lambda_2)$).



Rysunek 16: Diagramy fazowe pięciu charakterystyk profilu linii widmowej $H\gamma$: szerokości połówkowej ($FWHM$), głębokości profilu (\mathcal{F}_{\min}) oraz strumienia dla trzech długości fali ($\mathcal{F}(\lambda_0)$), ($\mathcal{F}(\lambda_1)$), ($\mathcal{F}(\lambda_2)$). Wykresy zostały wyznaczone dla głównej częstotliwości pulsacji 6.029 c/d.

7.3 Analiza częstotliwości

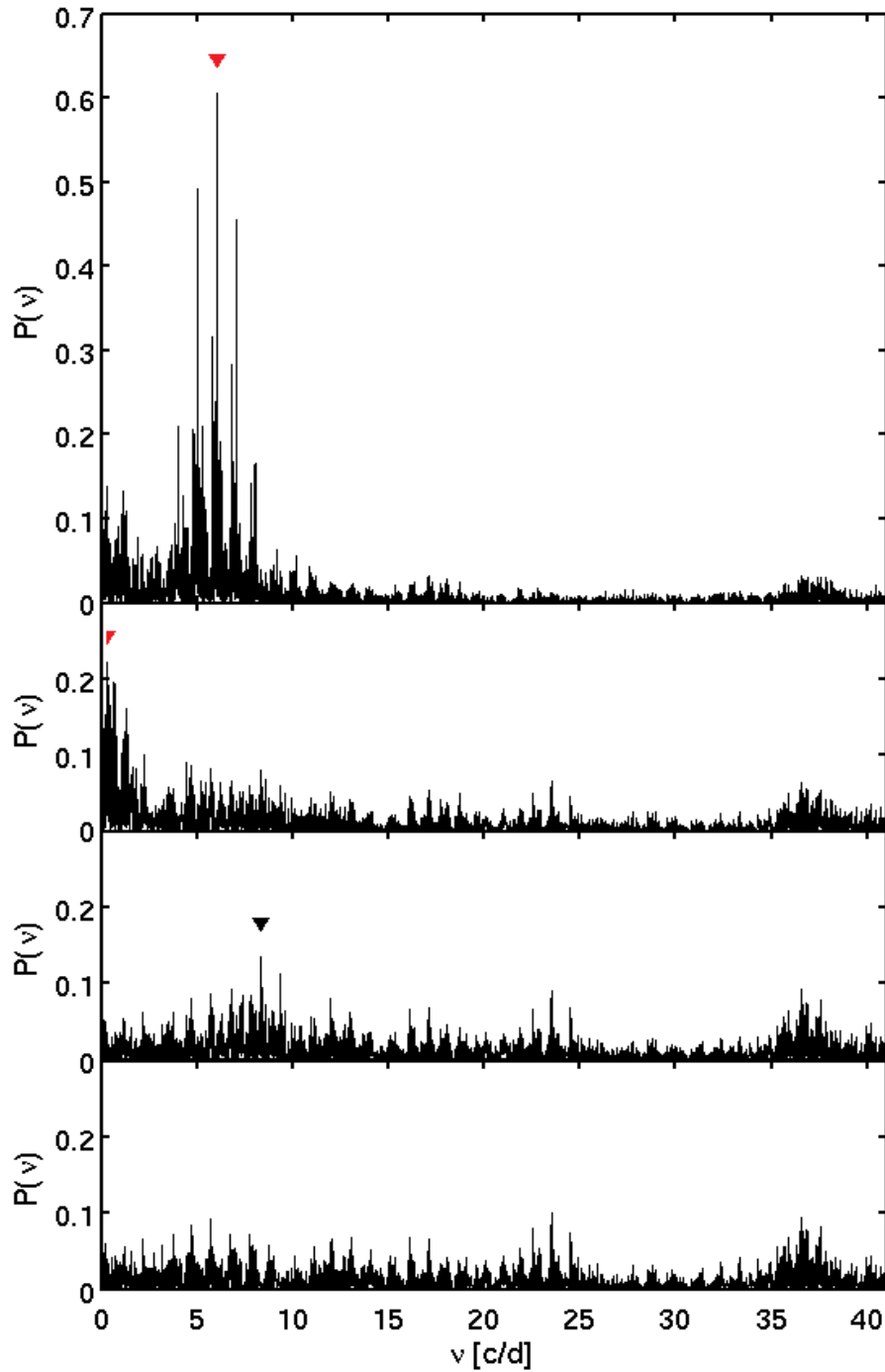
Tabela 6: Częstotliwości pulsacji w [c/d] i odpowiadające im amplitudy oraz fazy wraz z niepewnościami znalezione dla pięciu charakterystyk profili \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$, $FWHM$ rozważanych linii widmowych $H\gamma$, $H\delta$ i $SiIII4553$. Amplitudy \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$ są bezwymiarowe, natomiast amplituda dla $FWHM$ jest podana w Å. Fazy są określone w jednostkach $[2\pi \text{ rad}]$.

Linia	Char.	ν	P_{max}	A	ϕ	S/N
$H\gamma$	\mathcal{F}_{min}	6.0301	0.6054	0.0121 ± 0.0006	0.10 ± 0.01	9.13
		0.3246	0.2034	0.0041 ± 0.0006	0.92 ± 0.02	4.76
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0318	0.6087	0.0132 ± 0.0007	0.61 ± 0.01	9.19
		0.3236	0.2117	0.0051 ± 0.0006	0.17 ± 0.02	5.02
		8.360	0.1256	0.0032 ± 0.0007	0.19 ± 0.03	3.78
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	0.1925	0.2799	0.0111 ± 0.0008	0.49 ± 0.01	4.43
		6.0255	0.3213	0.0092 ± 0.0008	0.13 ± 0.01	4.75
		0.2830	0.1790	0.0072 ± 0.0009	0.84 ± 0.02	3.54
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0310	0.3081	0.0082 ± 0.0007	0.99 ± 0.01	5.40
		0.1990	0.4013	0.0091 ± 0.0007	0.96 ± 0.01	6.17
		7.8270	0.1078	0.0042 ± 0.0007	0.77 ± 0.03	3.19
		1.6105	0.1236	0.0041 ± 0.0007	0.57 ± 0.03	3.42
	$FWHM$	6.0265	0.5735	0.65 ± 0.04	0.74 ± 0.01	6.33
$H\delta$	\mathcal{F}_{min}	6.0295	0.5186	0.0109 ± 0.0007	0.05 ± 0.01	8.29
		0.5345	0.2014	0.0052 ± 0.0006	0.67 ± 0.03	4.84
		7.8165	0.1436	0.0044 ± 0.0007	0.98 ± 0.03	4.01
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0310	0.5471	0.0116 ± 0.0008	0.21 ± 0.01	8.49
		0.5345	0.1534	0.0044 ± 0.0007	0.68 ± 0.03	4.18
		7.8180	0.1056	0.0039 ± 0.0008	0.15 ± 0.03	3.43
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	6.0295	0.4274	0.0111 ± 0.0008	0.17 ± 0.01	7.46
		0.1350	0.3289	0.0082 ± 0.0009	0.82 ± 0.01	6.54
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0305	0.4134	0.0085 ± 0.0008	0.75 ± 0.02	7.40
		0.5390	0.2543	0.0068 ± 0.0007	0.11 ± 0.02	5.49
		3.2005	0.1354	0.0044 ± 0.0008	0.08 ± 0.03	3.85
		6.8185	0.1146	0.0046 ± 0.0008	0.16 ± 0.03	3.53
	$FWHM$	6.0305	0.3497	0.25 ± 0.02	0.72 ± 0.01	6.38
		0.6735	0.1558	0.14 ± 0.02	0.92 ± 0.02	3.91
$SiIII4553$	\mathcal{F}_{min}	6.0280	0.3468	0.0057 ± 0.0006	0.94 ± 0.02	6.38
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0265	0.3216	0.0064 ± 0.0007	0.89 ± 0.01	5.99
		2.2070	0.1319	0.0035 ± 0.0007	0.22 ± 0.03	3.73
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	6.0250	0.2176	0.0052 ± 0.0007	0.79 ± 0.02	4.81
		2.2050	0.1676	0.0041 ± 0.0007	0.71 ± 0.03	3.84
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0290	0.3905	0.0070 ± 0.0007	0.76 ± 0.01	6.74
	$FWHM$	6.8160	0.2902	0.50 ± 0.05	0.32 ± 0.02	5.53

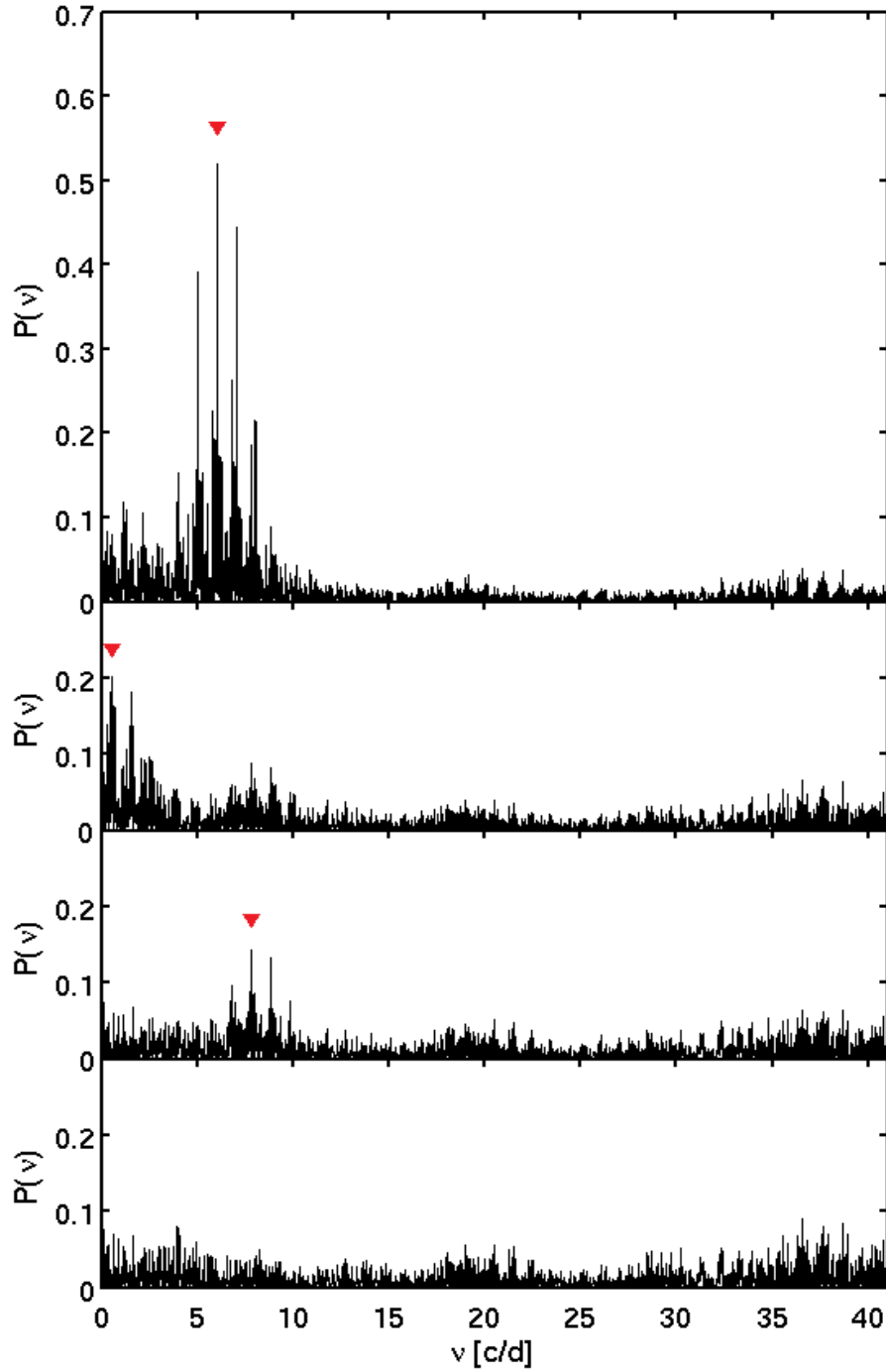
7.3 Analiza częstotliwości

Tabela 7: To samo co w Tabeli 6 ale dla linii helowych: HeI4471, HeI4144 i HeI4387.

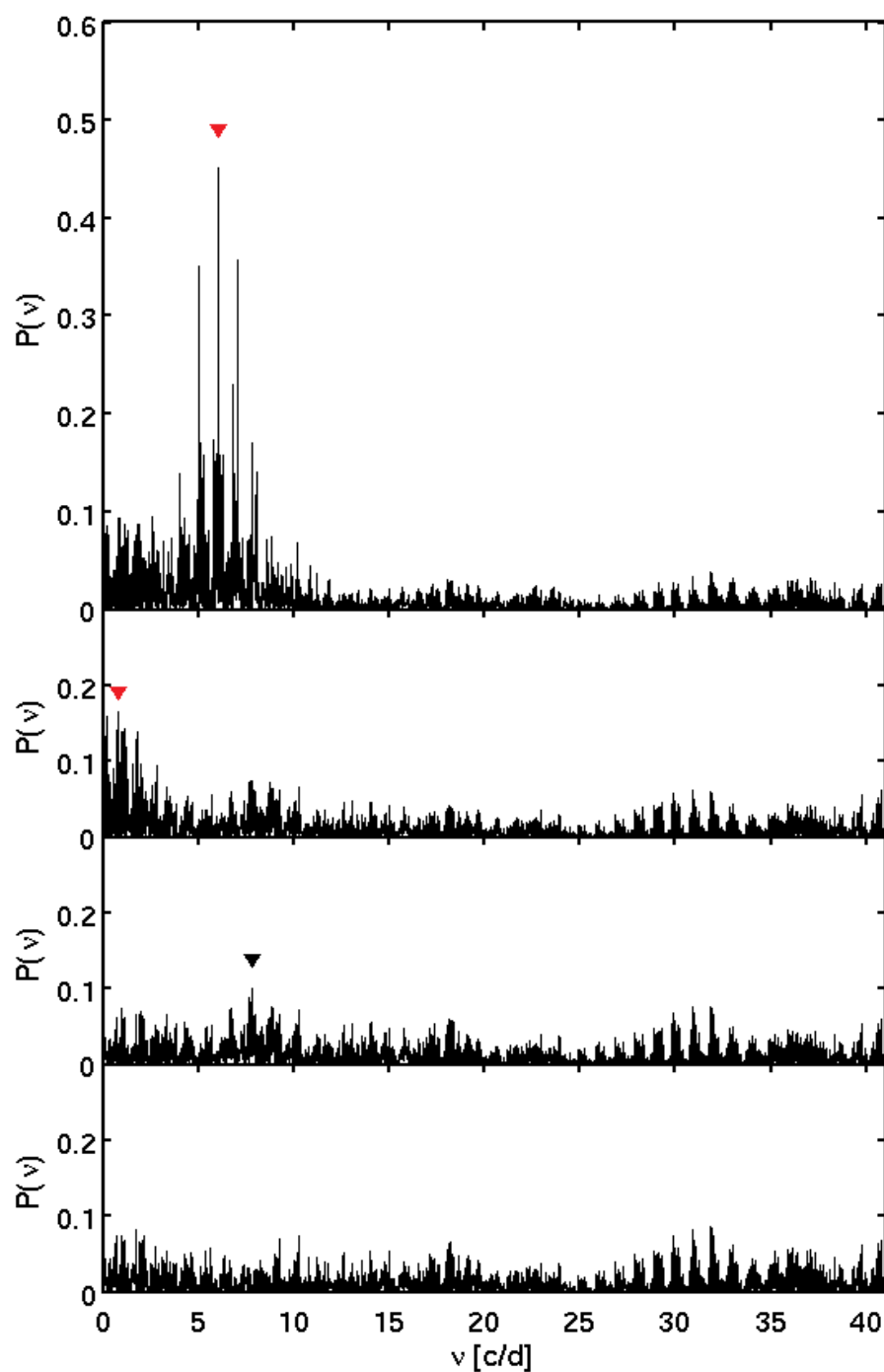
Linia	Char.	ν	P_{max}	A	ϕ	S/N
HeI4471	\mathcal{F}_{min}	6.0305	0.4393	0.0092 ± 0.0006	0.84 ± 0.01	7.35
		8.3495	0.1480	0.0040 ± 0.0006	0.26 ± 0.02	4.01
		0.6660	0.1380	0.0036 ± 0.0007	0.30 ± 0.03	3.82
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0305	0.3595	0.0071 ± 0.0006	0.90 ± 0.01	6.54
		0.1412	0.1937	0.0044 ± 0.0007	0.68 ± 0.02	4.63
		7.8280	0.1619	0.0039 ± 0.0007	0.96 ± 0.02	4.15
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	0.1975	0.3010	0.0091 ± 0.0009	0.27 ± 0.01	4.98
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0330	0.4793	0.0088 ± 0.0006	0.66 ± 0.01	8.22
		0.1930	0.1798	0.0048 ± 0.0006	0.47 ± 0.02	4.55
		7.8195	0.2008	0.0051 ± 0.0007	0.17 ± 0.02	4.76
	$FWHM$	8.3390	0.1382	0.0035 ± 0.0006	0.31 ± 0.03	3.86
		6.0305	0.4376	0.41 ± 0.04	0.90 ± 0.01	7.50
		7.8225	0.2462	0.31 ± 0.04	0.69 ± 0.02	5.28
HeI4144	\mathcal{F}_{min}	6.0295	0.3493	0.0062 ± 0.0007	0.05 ± 0.02	6.48
		0.2825	0.1269	0.0038 ± 0.0007	0.47 ± 0.03	3.69
		7.8130	0.1125	0.0036 ± 0.0007	0.31 ± 0.03	3.43
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0320	0.3521	0.0078 ± 0.0008	0.01 ± 0.06	6.46
		0.2835	0.1228	0.0039 ± 0.0008	0.21 ± 0.03	3.63
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	6.0285	0.2169	0.0063 ± 0.0009	0.40 ± 0.02	5.06
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0305	0.3541	0.0076 ± 0.0008	0.75 ± 0.02	6.53
	$FWHM$	6.8140	0.2089	0.29 ± 0.04	0.76 ± 0.02	4.87
HeI4387	\mathcal{F}_{min}	6.0315	0.4682	0.0090 ± 0.0007	0.58 ± 0.01	7.60
	$\mathcal{F}(\lambda_0)$	6.0315	0.4694	0.0098 ± 0.0008	0.63 ± 0.01	7.52
	$\mathcal{F}(\lambda_1)$	6.030	0.3546	0.0081 ± 0.0008	0.57 ± 0.01	6.34
	$\mathcal{F}(\lambda_2)$	6.0325	0.4514	0.0084 ± 0.0007	0.28 ± 0.01	7.54
		0.8045	0.1643	0.0043 ± 0.0007	0.44 ± 0.03	4.25
		7.8210	0.1001	0.0034 ± 0.0007	0.33 ± 0.04	3.24
	$FWHM$	7.0375	0.4864	0.55 ± 0.04	0.45 ± 0.02	7.80



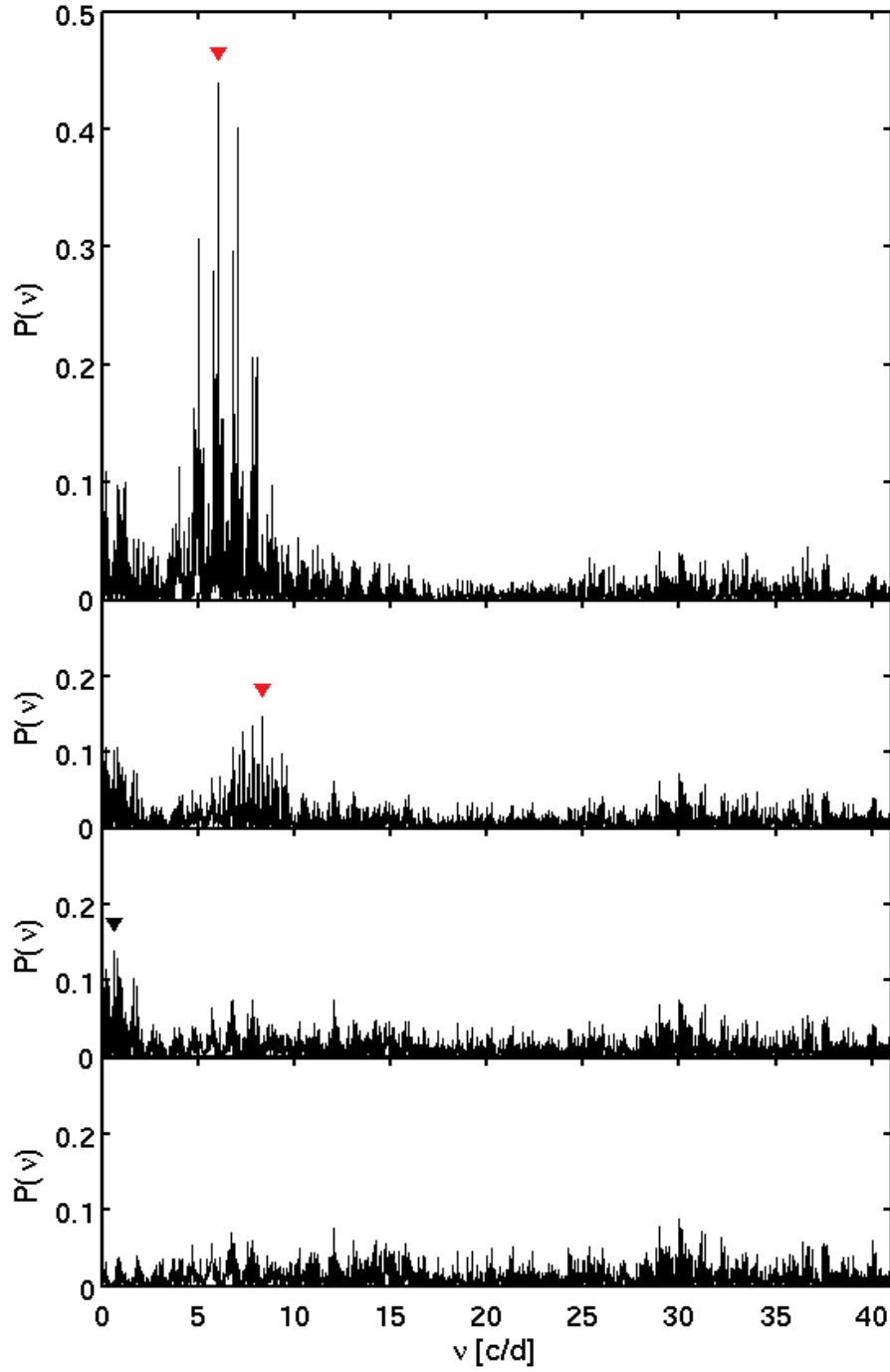
Rysunek 17: Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii $H\gamma$. Panele od góry do dołu pokazują sukcesywne wybielanie sygnału. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0318 c/d oraz 0.3236 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



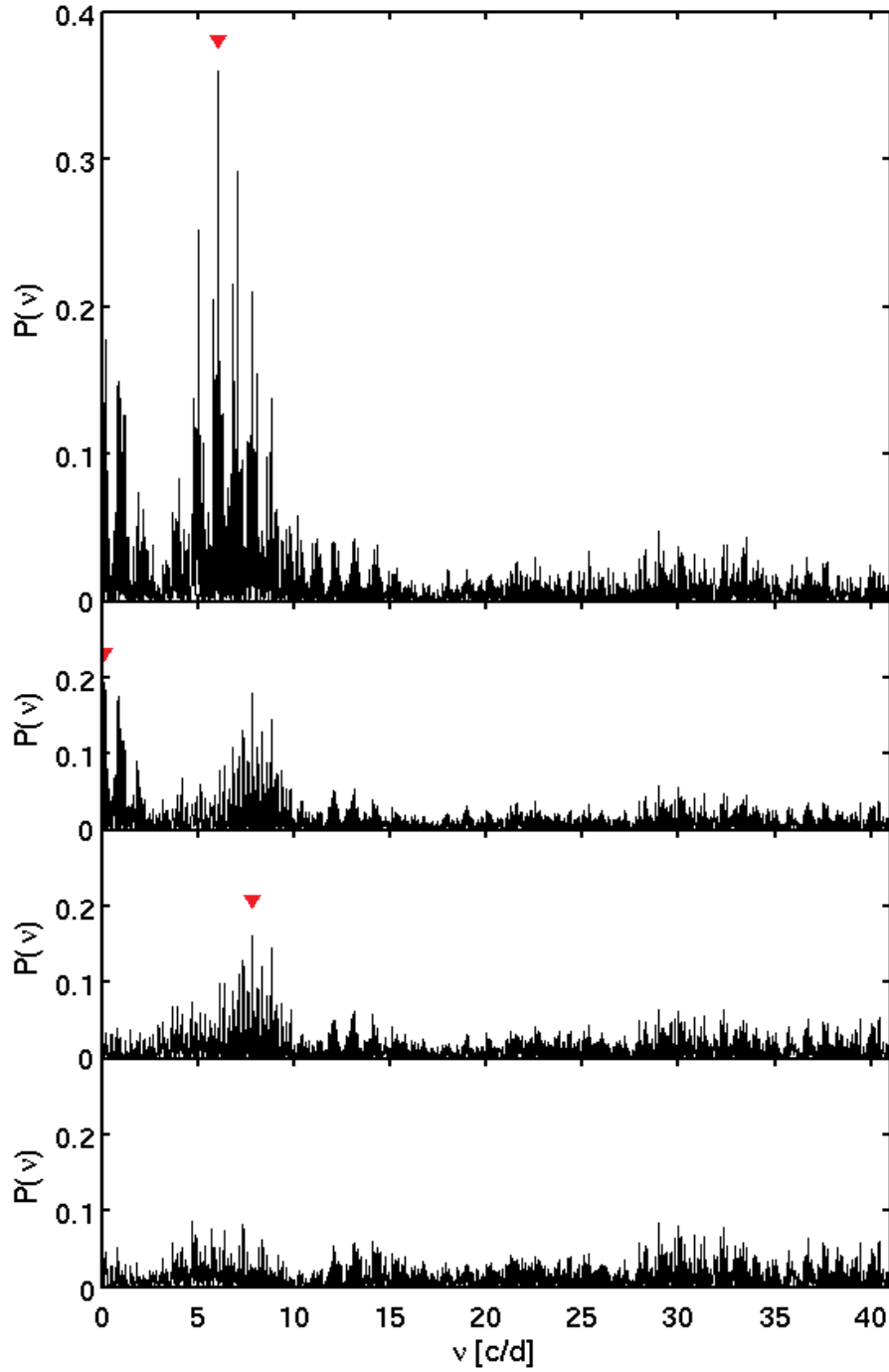
Rysunek 18: Periodogramy LS dla \mathcal{F}_{min} linii $H\delta$. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0295 c/d, 0.5345 c/d oraz 7.8165 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



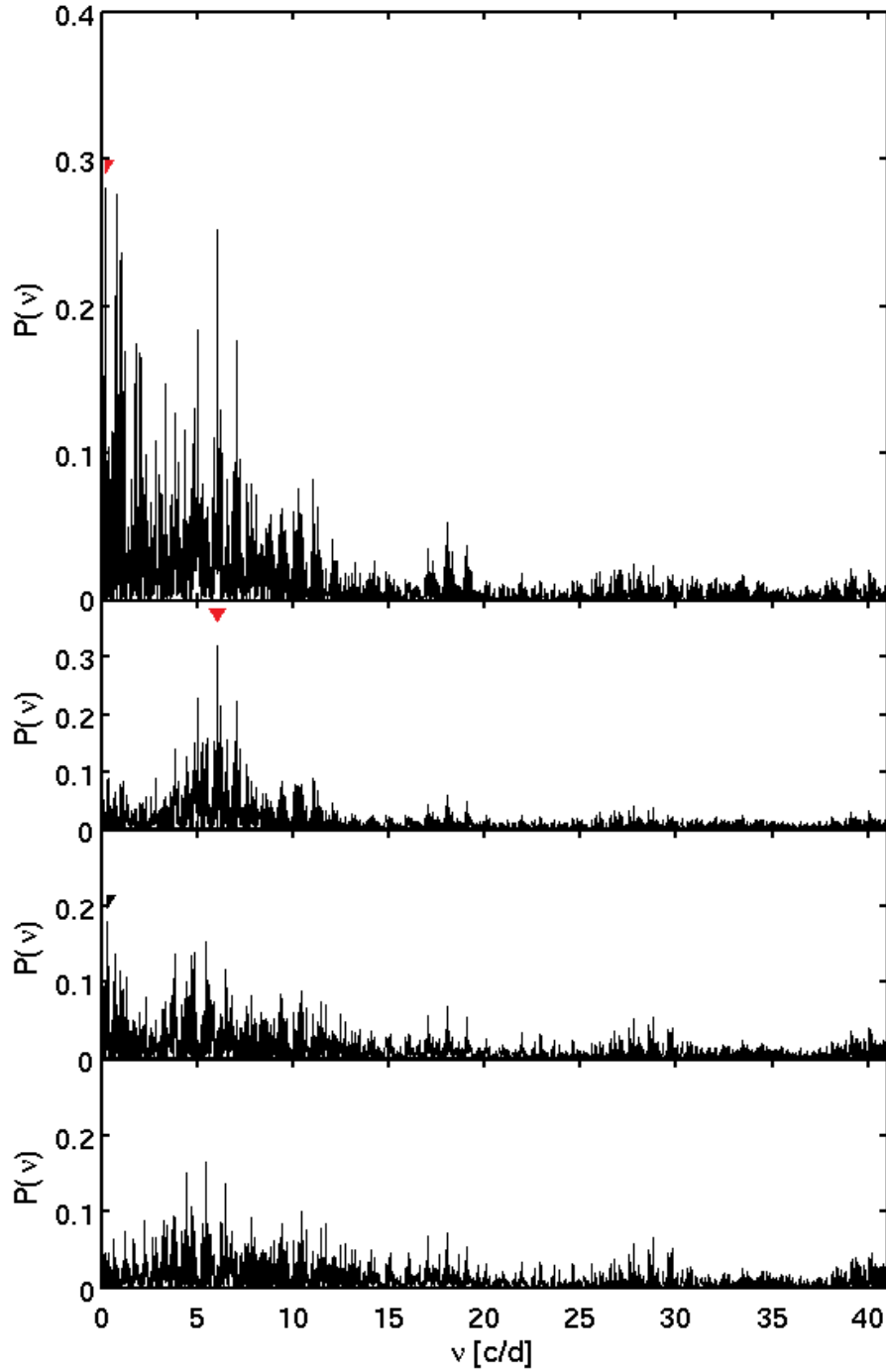
Rysunek 19: Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_2)$ linii HeI4387. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0325 c/d oraz 0.8045 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



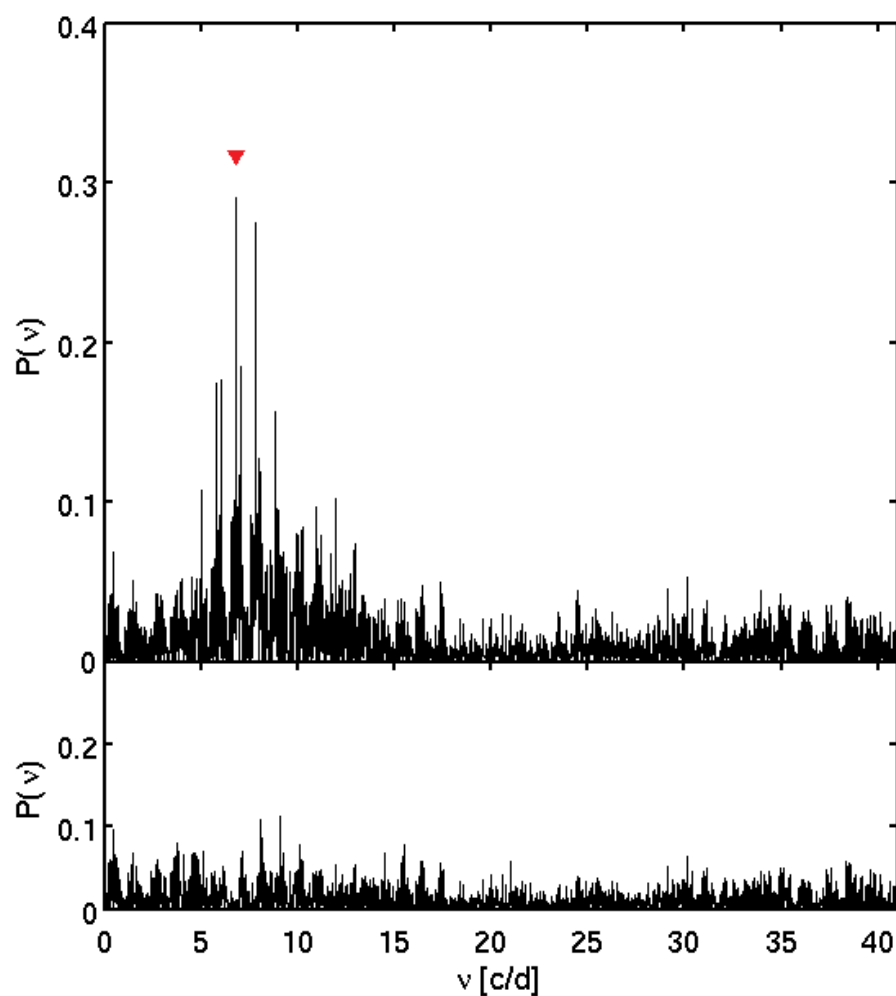
Rysunek 20: Periodogramy LS dla \mathcal{F}_{min} linii HeI4471. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0305 c/d oraz 8.3495 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 21: Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii HeI4471. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 6.0305 c/d, 0.1412 c/d oraz 7.8280 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 22: Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii $H\gamma$. Czerwone strzałki oznaczają częstotliwości 0.1925 c/d oraz 6.0255 c/d spełniające kryterium $S/N > 4$.



Rysunek 23: Periodogramy LS dla $FWHM$ linii SiIII4553. Czerwona strzałka oznacza częstotliwość 6.8160 c/d spełniającą kryterium $S/N > 4$.

7.3.3 Zmiany strumienia wzdłuż profilu linii widmowej $H\gamma$

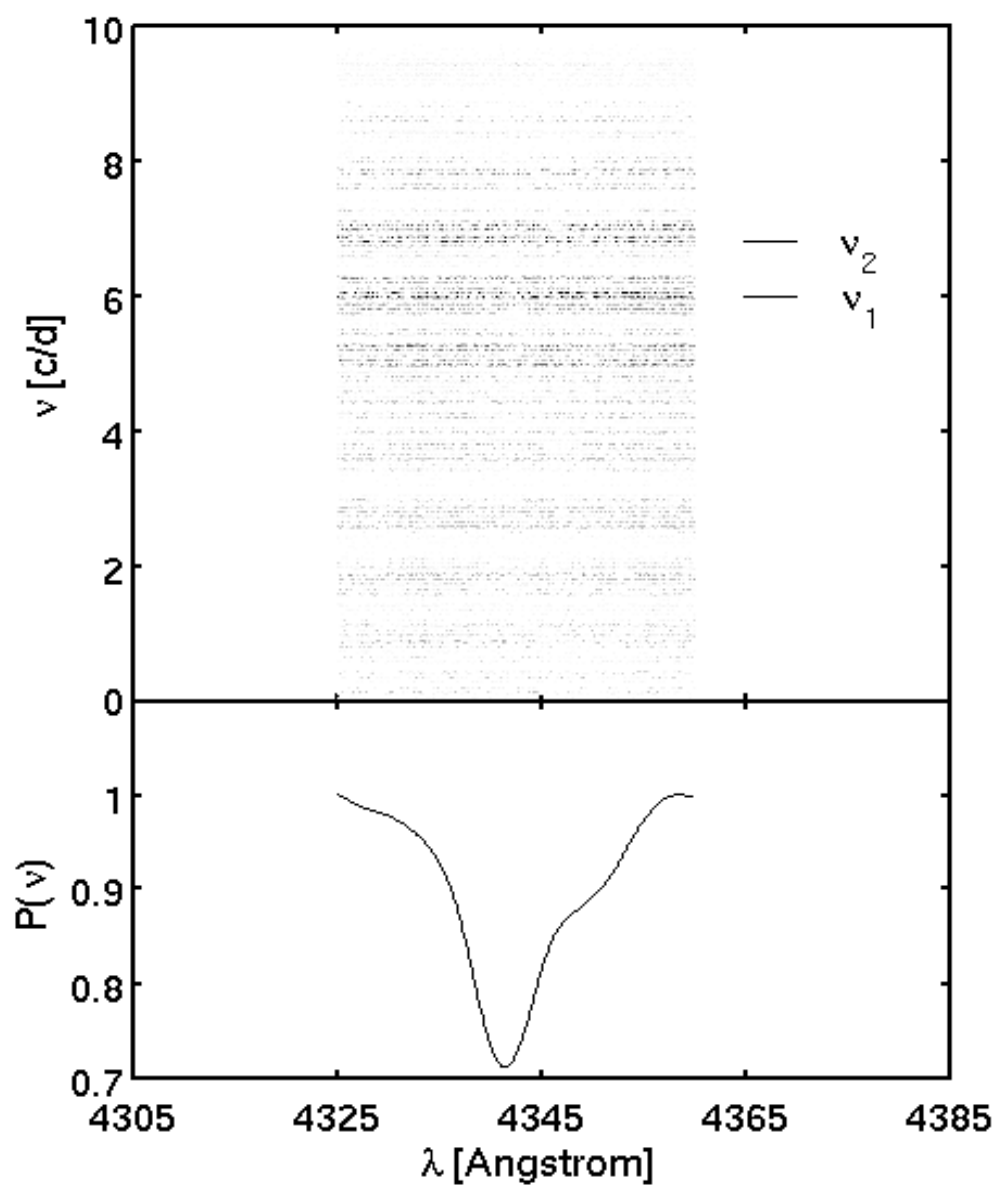
Kolejnym etapem poszukiwania częstotliwości pulsacji w gwiazdzie SY Equ z obserwacji spektroskopowych było rozważenie zmian strumieni wzdłuż profilu linii widmowej $H\gamma$.

Dla każdej długości fali linii $H\gamma$ utworzono 400 szeregów czasowych: czas, strumień, dla których zastosowano analizę periodogramową bez wybielania sygnału. Rysunek 24 przedstawia wykres zależności częstotliwości od długości fali dla linii widmowej $H\gamma$. Moc $P(\omega)$ jest zaznaczona różnymi odcieniami szarości. Kolory na wykresie ciemnieją wraz ze wzrostem wartości mocy. Nie są one jednak proporcjonalne do prawdziwej wartości $P(\omega)$ tylko tak dobrane by przedstawić wyraźną różnicę mocy pomiędzy poszczególnymi częstotliwościami. Wykres jest ograniczony do zakresu 0 – 10 c/d, czyli do przedziału, w którym zawierają się częstotliwości zidentyfikowane zarówno w momentach jak i innych charakterystykach profili linii widmowych. Do stworzenia tego wykresu użyto kroku próbkowania $\Delta\nu = 0.05$ c/d. W ogólnosci dało to 80 tysięcy punktów na wykresie częstotliwość *vs.* długość fali.

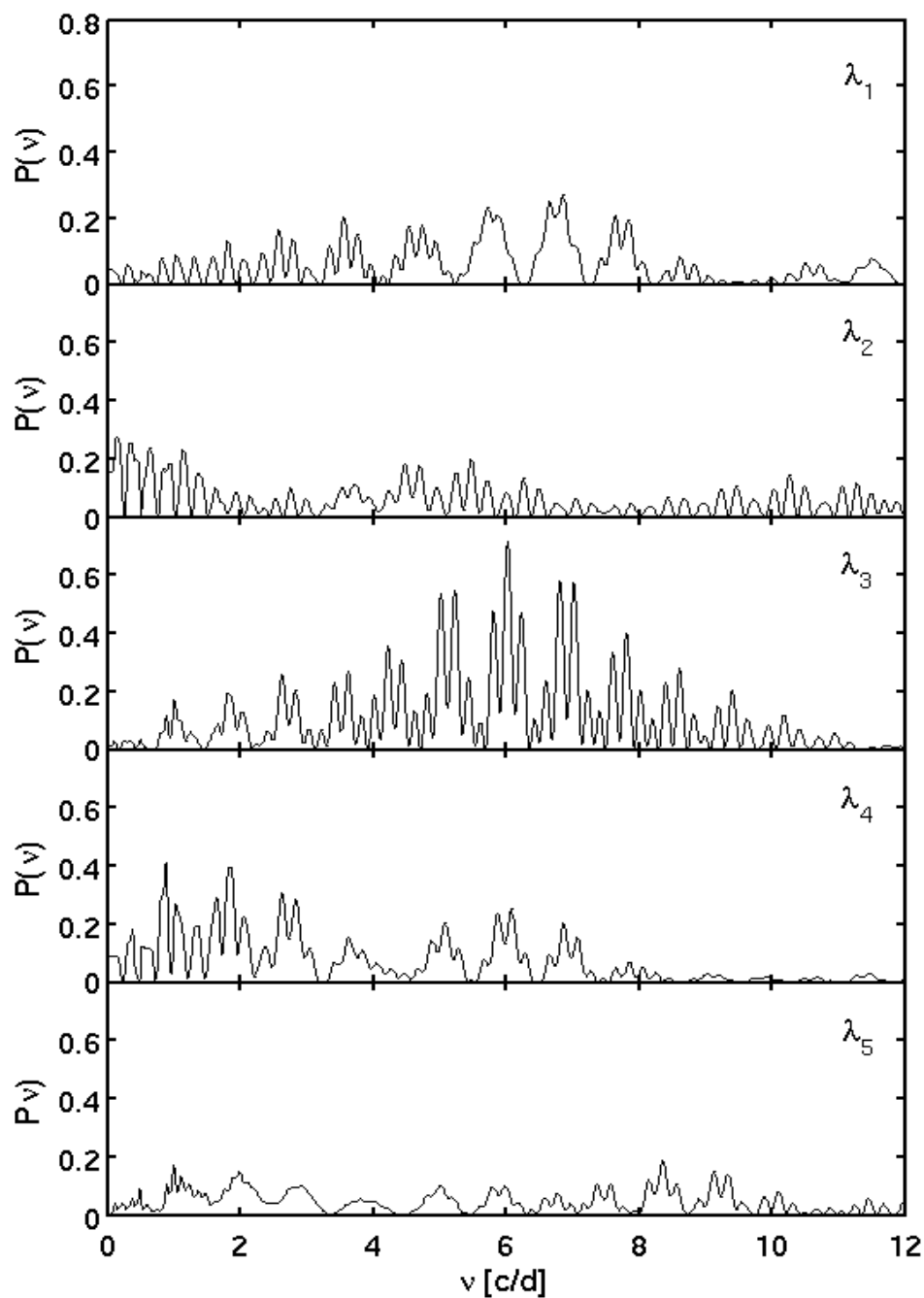
Z analizy periodogramowej wynika, iż zarówno główna częstotliwość pulsacji ≈ 6.03 c/d jak i częstotliwość ≈ 6.82 c/d, widoczne wcześniej w danych fotometrycznych i charakterystykach profili, pojawiają się wzdłuż całego profilu linii $H\gamma$ (kreski poziome na Rysunku 24). Natomiast częstotliwość ≈ 0.19 c/d jest zupełnie niewidoczna. Oznacza to, iż pojawia się tylko w określonych długościach fali (Tabele 6 i 7) a jej średnia wartość mocy P_{max} jest znacznie mniejsza od mocy dwóch głównych częstotliwości i ich aliasów. Wartość P_{max} dla częstotliwości ≈ 6.03 c/d i ≈ 6.82 c/d nie pozostaje stała wzdłuż profilu i, jak pokazuje Rysunek 25, maleje wraz z oddalaniem się od centralnej długości fali. Należy tutaj jednak zwrócić uwagę na fakt, iż Rysunek 25 przedstawia tylko pięć przykładowych periodogramów Lomb-Scargle’a dla pięciu równooddalonych od siebie długości fali $\lambda_1 = 4330.6875 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 4336.3750 \text{ \AA}$, $\lambda_3 = 4342.5 \text{ \AA}$, $\lambda_4 = 4348.6250 \text{ \AA}$ i $\lambda_5 = 4354.3125 \text{ \AA}$. Zatem nie oznacza to, że wartość P_{max} maleje systematycznie i proporcjonalnie wraz z oddalaniem się od centrum profilu. Rysunek 25 przedstawia jedynie tendencję wartości mocy dla ≈ 6.03 c/d oraz ≈ 6.82 c/d i ich aliasów. Na Rysunku 26 przedstawiony jest średni periodogram wyliczony dla 400 punktów w długości fali, na którym widać dominującą częstotliwość pulsacji i drugą częstotliwość wraz z ich aliasami. Te dwie częstotliwości oznaczone są czarnymi strzałkami.

7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego

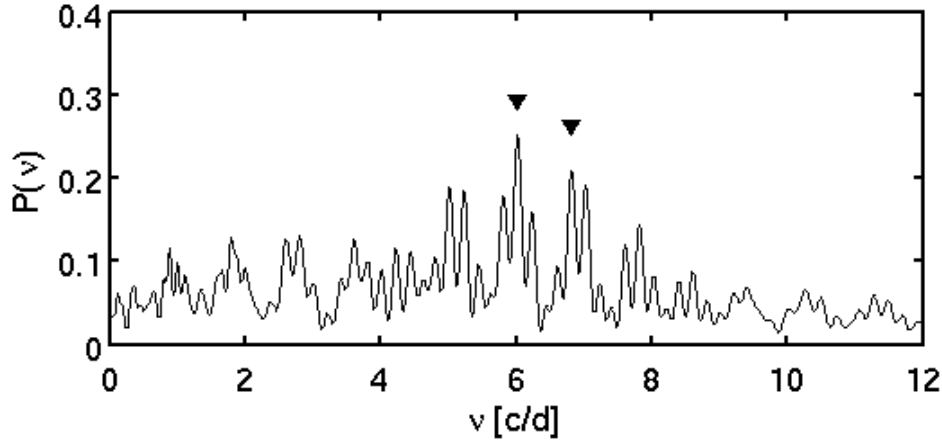
W tym paragrafie przedstawione są wyniki identyfikacji rzędu azymutalnego, m , w oparciu o skonstruowane spektroskopowe diagramy diagnostyczne oraz monochromatyczne diagramy amplitud i faz (IPS). Diagramy IPS skonstruowano dla najsilniejszej oraz najbardziej wyizolowanej linii, odpowiednio $H\gamma$ i HeI4144. Ta druga posłużyła również do konstrukcji spektroskopowych diagramów diagnostycznych. Ponadto wyliczono teoretyczne profile linii HeI4144. W tym celu



Rysunek 24: Periodogramy Lomb-Scargle’a dla 400 długości fali w zakresie 4325 – 4360 Å linii widmowej $H\gamma$. Dolny panel pokazuje średni profil linii $H\gamma$.



Rysunek 25: Periodogramy Lomb-Scargle'a dla długości fali odpowiednio $\lambda_1 = 4330.6875 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 4336.3750 \text{ \AA}$, $\lambda_3 = 4342.5 \text{ \AA}$, $\lambda_4 = 4348.6250 \text{ \AA}$, $\lambda_5 = 4354.3125 \text{ \AA}$.



Rysunek 26: Periodogram Lomb-Scargle’a, uśredniony po 400 punktach w długości fali.

wykorzystano program FAMIAS². Zawiera on narzędzia do analizy danych fotometrycznych i spektroskopowych. W niniejszej pracy wykorzystano jedynie panel LPS (Line Profile Synthesis), pozwalający na wyliczenie syntetycznych linii widmowych. Wymaga to znajomości podstawowych parametrów gwiazdowych, parametrów profilu określonej linii widmowej, a także parametrów pulsacyjnych. Poniżej przedstawiono krótki opis sposobu obliczania teoretycznego profilu za pomocą programu FAMIAS. Więcej szczegółów można znaleźć w pracach Zimy (2006, 2008).

W FAMIAS-ie zakłada się sferycznie symetryczny, niezaburzony przez rotację i przez pole magnetyczne model gwiazdowy, będący w równowadze hydrostatycznej, oraz gaussowski kształt profili linii widmowych. Przybliżenie gaussowskie jest prawdziwe dla silnych linii widmowych metali, a także, w pewnym dużym przybliżeniu, dla linii helowych. Profil gaussowski definiowany jest w następujący sposób

$$I(v, T_{\text{eff}}, \log g) = \left(1 + \frac{\delta \mathcal{F}}{\mathcal{F}}\right) \left[1 - \frac{W_{\text{int}}(T_{\text{eff}})}{\sigma \sqrt{\pi}} e^{(\frac{V-v}{\sigma})^2}\right], \quad (7.17)$$

gdzie v oznacza prędkość radialną, $W_{\text{int}}(T_{\text{eff}})$ opisuje szerokość równoważną zależną od temperatury efektywnej, V jest prędkością w kierunku widzenia, natomiast σ jest szerokością lokalnego profilu linii. Lokalna zmiana strumienia monochromatycznego jest dana przez

$$\frac{\delta \mathcal{F}_\lambda}{\mathcal{F}_\lambda} = \alpha_T^\lambda \frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} + \alpha_g^\lambda \frac{\delta g}{g} = \frac{\delta R}{R_0} \left[\alpha_T^\lambda f \frac{1}{4} e^{i\psi_f} - \alpha_g^\lambda \left(2 + \frac{3\omega^2}{4\pi G <\rho>}\right) \right], \quad (7.18)$$

²FAMIAS (Frequency Analysis and Mode Identification for ASteroseismology) rozpowszechniany jest przez Wolfganga Zimę, Instituut voor Sterrenkunde, K.U. Leuven, Belgium.

7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego

Tabela 8: Parametry gwiazdowe oraz parametry profilu linii widmowej HeI4144 przyjęte do wyliczenia teoretycznych profili.

Masa [M_{\odot}]	12.0	Temperatura efektywna [K]	25 100
Promień [R_{\odot}]	6.2	Kąt nachylenia [deg]	20 – 80
$\log g$ [c.g.s]	3.9	$v_e \sin i$ [km/s]	200
Metaliczność [m/H]	0.0		
Centralna długość fali [Å]	4144.5	Szerokość równoważna [km/s]	29
Szerokość linii [km/s]	117	Przesunięcie linii [km/s]	19.7

gdzie α_T^λ i α_g^λ są pochodnymi cząstkowymi strumienia po temperaturze efektywnej i przyspieszeniu grawitacyjnym:

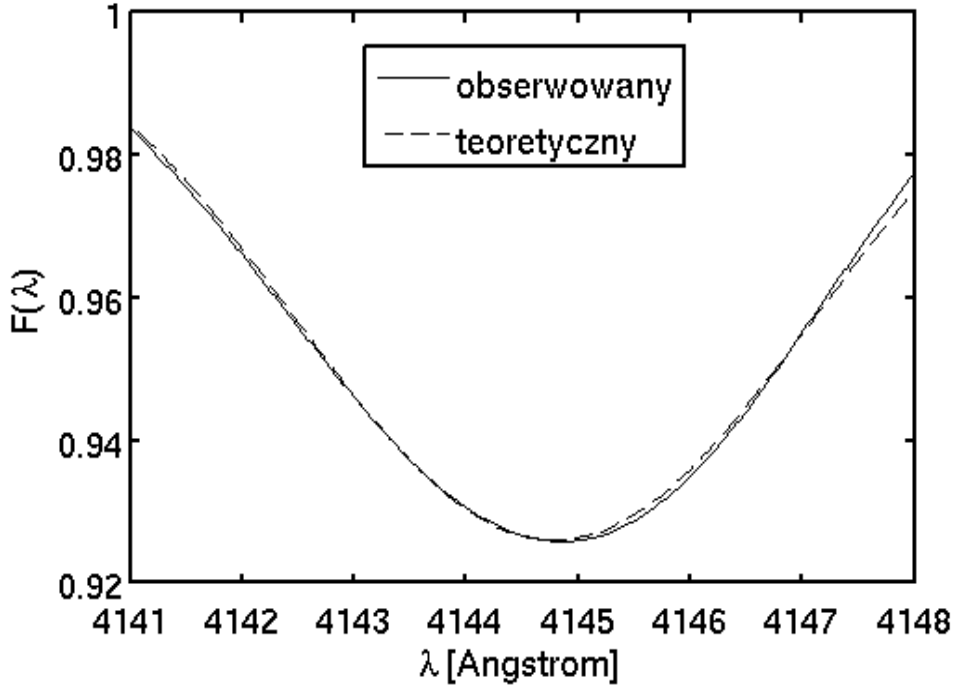
$$\alpha_T^\lambda = \left(\frac{\partial \log \mathcal{F}_\lambda}{\partial \log T_{\text{eff}}} \right)_g, \quad \alpha_g^\lambda = \left(\frac{\partial \log \mathcal{F}_\lambda}{\partial \log g} \right)_{T_{\text{eff}}}, \quad (7.19)$$

które wyznacza się ze statycznych, płaskorównoległych modeli atmosfer Kurucz. Parametry $|f|$ i $\psi(f)$ opisują odpowiednio stosunek zaburzonego strumienia do zmian promienia i fazę pomiędzy tymi zmianami. R_0 odpowiada niezaburzonemu promieniowi, $\langle \rho \rangle$ określa średnią gęstość gwiazdy natomiast G tradycyjnie stałą grawitacji. Istotnym założeniem jest przyjęte ograniczenie, że stosunek częstości rotacji do częstości oscylacji winien być $\Omega/\omega < 0.5$. Przyjmując parametry gwiazdowe jak w tabeli 8, częstość rotacji gwiazdy SY Equ wynosi około 0.6 c/d. Dla dominującej częstości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d, wartość stosunku częstości rotacji do częstości oscylacji wynosi: $\Omega/\omega = 0.09$.

W Tabeli 8 przedstawiono parametry gwiazdowe i parametry profilu przyjęte przy modelowaniu teoretycznych profili linii widmowej HeI4144. Parametry te zostały wyznaczone na podstawie profilu obserwowanego (szerokość równoważna) oraz z najlepszego dopasowania (szerokość i przesunięcie linii). Na Rysunku 27 pokazano porównanie teoretycznego (linia przerywana) i obserwowanego (linia ciągła) średniego profilu linii widmowej HeI4144. Dla głównej częstości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d określono również parametry pulsacyjne: amplitudę prędkości radialnej w [km/s] i fazę pulsacji w [2π rad] oraz wzięte z modeli pulsacyjnych parametry $|f|$ i $\psi(f)$. Teoretyczne profile wyliczono dla $\ell = 2$ i $m = -2, \dots, 0, \dots, +2$ oraz różnych wartości kąta inklinacji $i = (20^\circ, 30^\circ, \dots, 80^\circ)$.

7.4.1 Diagramy amplitud i faz (IPS)

Jak już wspomniano w paragrafie 4.2, konstrukcja monochromatycznych diagramów amplitud i faz jest jedną z najskuteczniejszych metod identyfikacji rzędu



Rysunek 27: Porównanie teoretycznego i obserwowanego średniego profilu linii widmowej HeI4144.

azymutalnego, m , a przynajmniej określeniu czy dany mod pulsacji jest strefowy ($m = 0$) czy nie ($m \neq 0$).

Diagramy IPS skonstruowano, dopasowując funkcję okresową z ustaloną częstotliwością do danych dla każdej długości fali. Funkcja ta zdefiniowana jest w następujący sposób

$$fit(\lambda, t) = A(\lambda) \sin\{2\pi(\nu t + \phi(\lambda))\}. \quad (7.20)$$

Fazy i amplitudy wyznaczono według schematu przedstawionego w punkcie 7.3. Wykresy monochromatycznych amplitud i faz wykonano dla trzech znaczących częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d, $\nu_A = 0.197$ c/d i $\nu_2 = 6.82$ c/d. Rysunek 28 przedstawia amplitudy i fazy w funkcji długości fali dla rozważanych trzech częstotliwości. Diagramy zostały wykonane dla najsilniejszej linii widmowej $H\gamma$. Czerwonym obszarem oznaczone są niepewności określone zgodnie z równaniami (7.11) i (7.12). Jak widać z wykresu amplitudowego dla częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d amplitudy osiągają wartości maksymalne w centrum linii i spadają wraz z oddalaniem się od λ_0 . Podobnie wygląda sytuacja w przypadku częstotliwości $\nu_2 = 6.82$ c/d. Z analizy tych diagramów można wywnioskować, iż zarówno w przypadku głównej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d jak i $\nu_2 = 6.82$ c/d na pewno nie mamy do czynienia z modami strefowymi, lecz z

modami $m \neq 0$. Przeciwna sytuacja jest w przypadku częstotliwości $\nu_A = 0.197$ c/d, tutaj amplitudy osiągają wartości minimalne w centrum a maksymalne na skrzydłach. Dodatkowo z analizy diagramu fazowego wynika, iż w λ_0 następuje spadek wartości fazy o π . Takie zachowanie monochromatycznych amplitud i faz prowadzi natychmiast do wniosku $m = 0$, czyli modu strefowego dla częstotliwości $\nu_A = 0.197$ c/d.

Jak widać z samych zmian amplitud i faz wzdłuż profilu linii widmowej możemy stwierdzić czy dla danej częstotliwości pulsacji mamy do czynienia z modelem strefowym czy nie. Szczególnie jest to użyteczna informacja dla głównej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d, ponieważ zawęża to pole poszukiwań wartości m . Znamy bowiem z fotometrii wartość $\ell = 2$, natomiast z diagramów IPS wiemy, że $m \neq 0$. Pamiętając, że rząd azymutalny przyjmuje zależne od stopnia modu wartości, $m = -\ell, \dots, +\ell$, pozostaje do określenia czy mod pulsacji jest współbieżny ($m > 0$) czy przeciwbieżny ($m < 0$) oraz rozróżnienie pomiędzy $|m| = 1$ a $|m| = 2$.

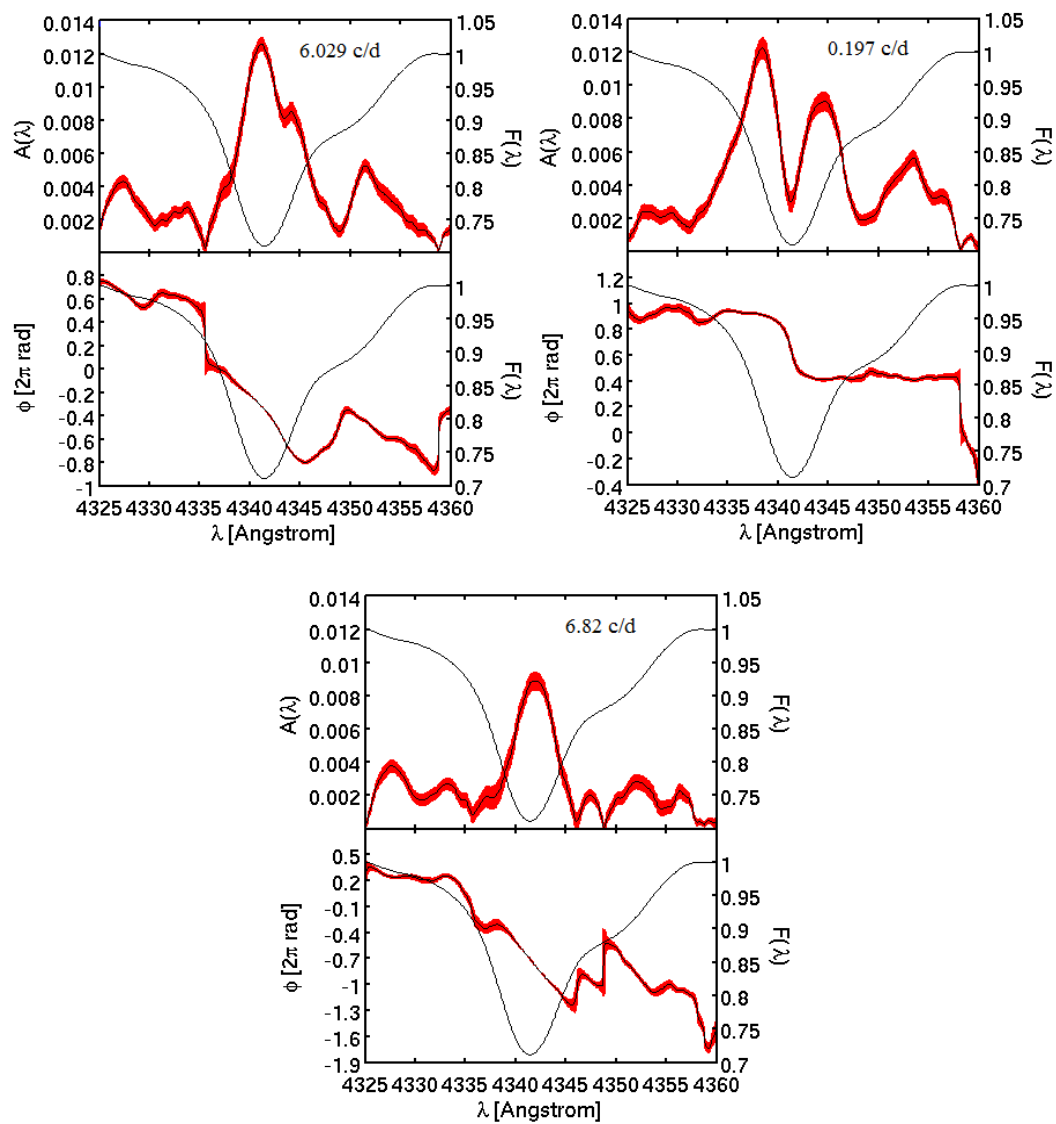
W tym celu wykorzystano teoretyczne profile linii HeI4144 do skonstruowania diagramów IPS. Na Rysunkach 29 i 30 przedstawiono monochromatyczne diagramy amplitud (panełe górne) i faz (panełe dolne), dla częstotliwości dominującej, dla linii obserwowanej (linia ciągła) i teoretycznej (linia przerywana). Zaprezentowano na nich najlepsze dopasowanie, które otrzymano dla kąta inklinacji $i = 20^\circ$. Czerwonym obszarem oznaczone są niepewności. Pierwszym ważnym rezultatem analizy porównania wykresów jest określenie znaku m . Pamiętając, że w FAMIAS-ie przyjęta jest konwencja $e^{-i\omega t}$, można z całą pewnością stwierdzić, iż dla modów współbieżnych wartości faz maleją wraz ze wzrostem długości fali (wykresy dla $m = +1$ i $m = +2$). Dodatkowo na podstawie porównania teoretycznych i obserwowanych amplitud i faz wzdłuż profilu, wywnioskowano wartość rzędu azymutalnego na $m = +2$ (Rysunek 30, lewy, górny panel).

Podsumowując, określona na podstawie diagramów IPS wartość rzędu azymutalnego częstotliwości dominującej, $m = +2$, oznacza, iż $\nu_1 = 6.029$ c/d jest współbieżnym modelem sektorальnym. Dodatkowo zakładając, że częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d jest modelem pulsacji określono, w oparciu o skonstruowane monochromatyczne diagramy amplitud i faz linii $H\gamma$, mod strefowy $m = 0$. Ponadto na podstawie najlepszego dopasowania diagramów IPS oszacowano wartość kąta inklinacji, $i = 20^\circ$.

7.4.2 Spektroskopowe diagramy diagnostyczne

Cugier i Daszyńska (2001) przedstawili nową metodę identyfikacji rzędu azymutalnego, m , na podstawie spektroskopowych diagramów diagnostycznych. Na diagramach tych odłożyli stosunki amplitud i różnice faz różnych charakterystyk profili linii widmowych. Autorzy określili je mianem spektroskopowych, nieadiabaticznych obserwabli. W niniejszej pracy zbadano użyteczność tego typu diagramów dla identyfikacji rzędu azymutalnego, m , dla dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d. Sprawdzono także jaki wpływ na identyfikację m ma zmiana kąta inklinacji, i .

7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego



Rysunek 28: Monochromatyczne diagramy amplitud (panełe górne) i faz (panełe dolne) linii widmowej $H\gamma$ dla trzech częstotliwości pulsacji 6.029 c/d, 0.197 c/d, 6.82 c/d. Czerwonym obszarem zaznaczone są niepewności.

Do skonstruowania spektroskopowych diagramów diagnostycznych wykorzystano policzone teoretyczne profile linii HeI4144. W następnym kroku wyznaczono amplitudy i fazy głównej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d dla czterech pierwszych momentów profili M_0 , M_1 , M_2 i M_3 oraz kolejnych pięciu charakterystyk \mathcal{F}_{min} , $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$, $\mathcal{F}(\lambda_2)$ i $FWHM$. Długości fali λ_1 i λ_2 oddalone są o 1 Å od centralnej długości fali, λ_0 . Na podstawie analizy różnych diagramów znaleziono, iż najbardziej użytecznymi dla identyfikacji m są diagramy: $A(\mathcal{F}_{\lambda_0})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{\lambda_0}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ (Rysunek 31) oraz $A(\mathcal{F}_{min})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{min}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ (Rysunek 32). Główną przyczyną wykluczenia z dalszych rozważań diagramów diagnostycznych, skonstruowanych w oparciu o momenty M_2 i M_1 profili linii widmowej, były duże błędy wartości obserwowanych.

Na diagramach diagnostycznych w ogólności można wyróżnić trzy główne obszary grupowania się modów. Obszar modów współbieżnych, $m > 0$, przeciwbieżnych, $m < 0$ oraz modów strefowych, $m = 0$. Mody współbieżne oznaczone są krzyżykami (x) i kwadratami (\square), odpowiednio dla $m = +2$ i $m = +1$. Przeciwbieżne oznaczone są gwiazdkami (*) i plusami (+), odpowiednio dla $m = -1$ i $m = -2$. Modom strefowym odpowiadają na wykresach trójkąty (\triangle). Mody współbieżne zgrupowane są w obszarze dodatnich różnic faz, natomiast przeciwbieżnym odpowiadają ujemne wartości różnic faz. Kąt inklinacji, i , od 20° do 80° zaznaczony jest różnymi odcieniami szarości. Stosunki amplitud dla modów współbieżnych i przeciwbieżnych wzrastają wraz z malejącym kątem inklinacji. Należy także zwrócić uwagę na fakt, iż zmiana inklinacji w modelu gwiazdowym nie powoduje zmiany wniosków wynikających z analizy diagramów. Wyjątkiem jest przypadek modów strefowych. Zajmują one nie dość dobrze określony obszar, a w dodatku przy nachyleniu $i \approx 55^\circ - 60^\circ$ pojawia się „skok” (w wartości stosunku amplitud) na diagramie diagnostycznym. Związane jest to z występowaniem linii węzłowej w okolicach $i = 55^\circ$ dla modu $\ell = 2$, $m = 0$. Na tak skonstruowane diagramy naniesiono następnie obserwowane wartości stosunków amplitud i różnic faz dla częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d. Ich błędy obserwacyjne zostały wyznaczone według następujących formuł:

$$\delta \left(\frac{A_x}{A_y} \right) = \frac{A_x}{A_y} \sqrt{\left(\frac{\delta A_x}{A_x} \right)^2 + \left(\frac{\delta A_y}{A_y} \right)^2}, \quad (7.21)$$

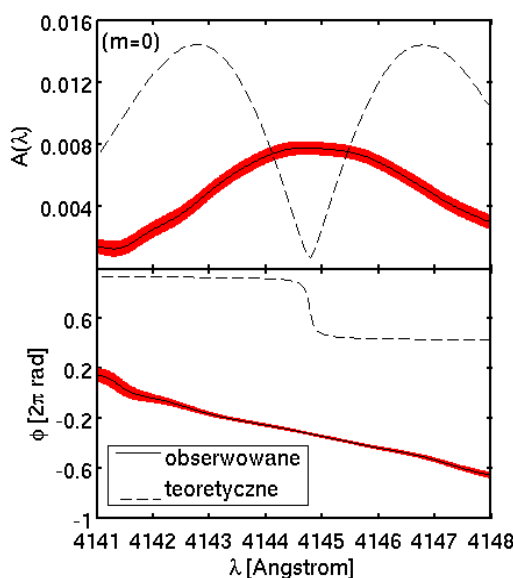
$$\delta(\phi_x - \phi_y) = \sqrt{(\delta\phi_x)^2 + (\delta\phi_y)^2}, \quad (7.22)$$

gdzie indeks x oznacza, w zależności od diagramu, \mathcal{F}_{min} lub $\mathcal{F}(\lambda_0)$, natomiast indeks y odpowiada $\mathcal{F}(\lambda_2)$.

Z zaprezentowanych spektroskopowych diagramów diagnostycznych wynika, iż $\nu_1 = 6.029$ c/d jest modem współbieżnym $m > 0$. Ponadto najlepszą zgodność otrzymujemy dla kątów inklinacji, $i < 30^\circ$. Pozostaje to w zgodzie z wynikami uzyskanymi na podstawie skonstruowanych wcześniej monochromatycznych diagramów amplitud i faz, dla których określono rząd azymutalny, $m = +2$, oraz kąt inklinacji, $i = 20^\circ$.

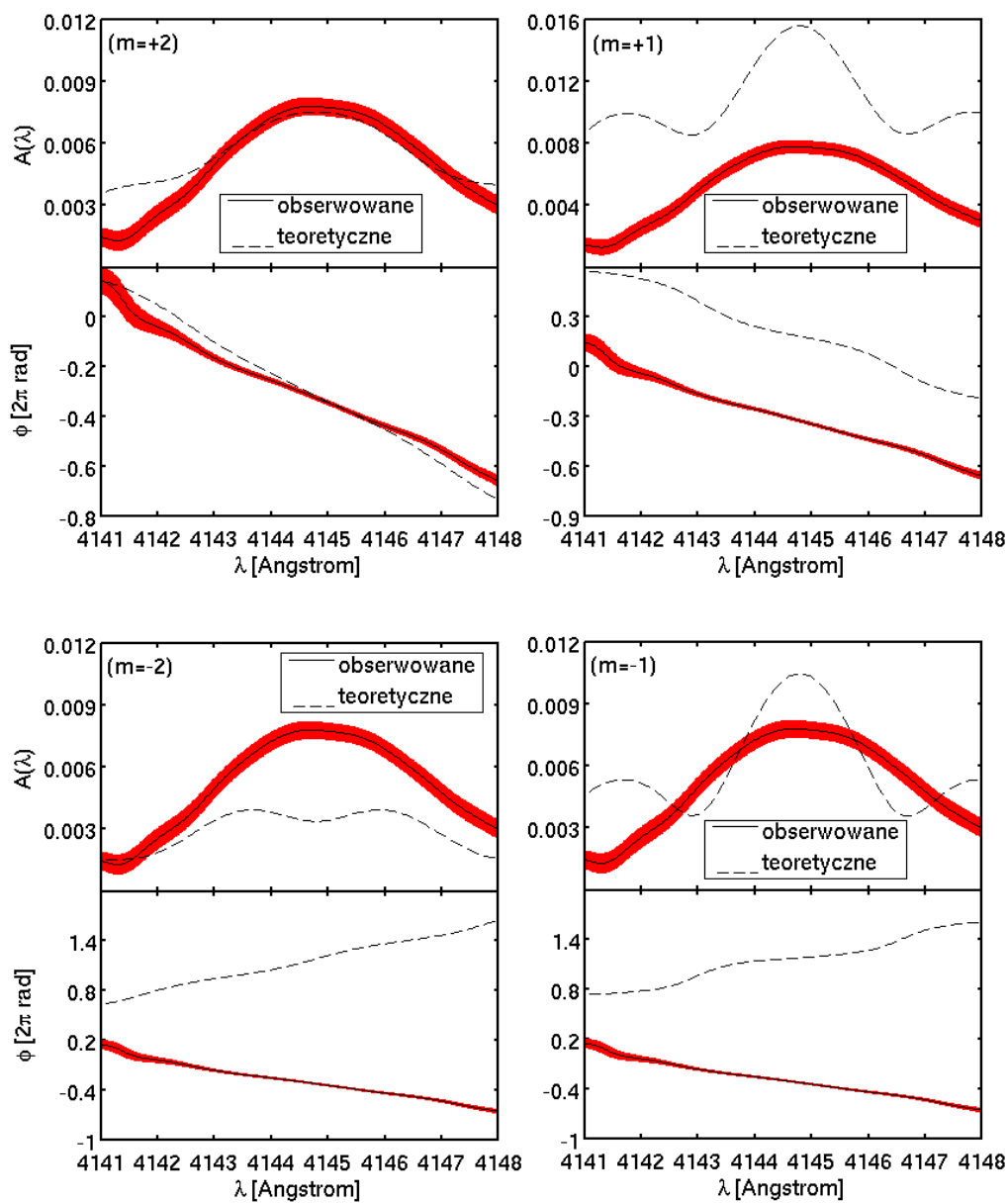
7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego

Podsumowując, konstrukcja diagramów diagnostycznych umożliwiła dla głównej częstotliwości pulsacji, nie tylko odróżnienie modów strefowych ($m = 0$) od pozostałych ($m \neq 0$), ale również określenie znaku rzędu azymutalnego. Możliwym było także określenie w pewnym przybliżeniu kąta inklinacji. Diagramy diagnostyczne $A(\mathcal{F}_{min})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{min}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ oraz $A(\mathcal{F}_{\lambda_0})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{\lambda_0}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ okazały się być jedynymi użytecznymi nie tylko ze względu na wyraźne grupowanie modów, lecz przede wszystkim dlatego, że błędy obserwacyjne były w ich przypadku stosunkowo małe. Wyznaczone spektroskopowe diagramy diagnostyczne potwierdziły mod współbieżny $m > 0$ dla głównej częstotliwości pulsacji zidentyfikowany w oparciu o diagramy IPS. Nie dały jednak możliwości określenia jednoznacznie wartości m , ponieważ mody $m = +1$ i $m = +2$ grupują się w niezbyt dobrze odseparowanych od siebie obszarach. Ponadto położenie wartości obserwowanych na diagramach sugeruje, że kąt inklinacji wynosi około $20^\circ - 30^\circ$.



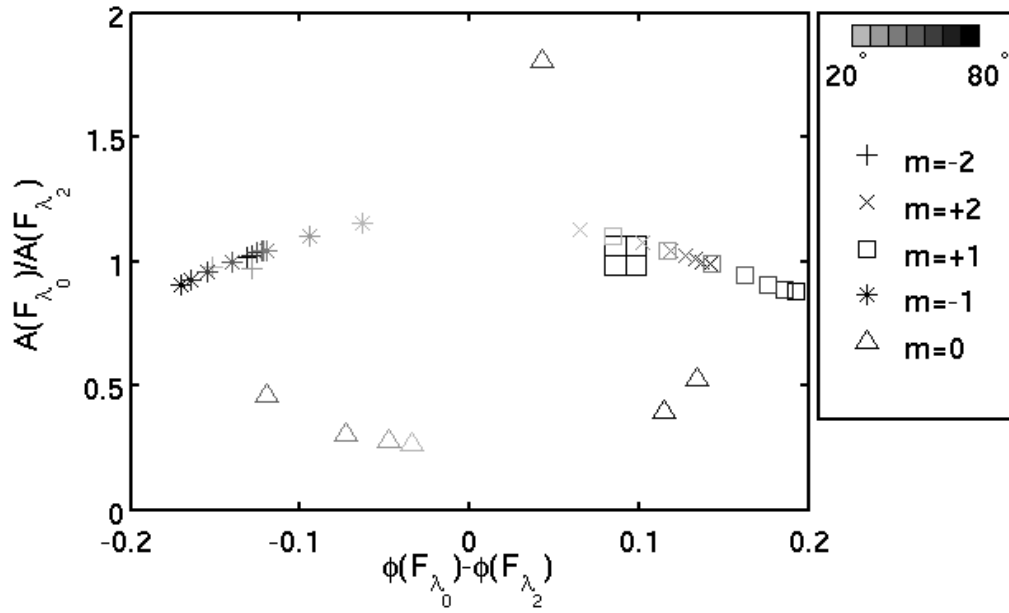
Rysunek 29: Porównanie obserwowanych (linia ciągła) i teoretycznych (linia przerywana) amplitud i faz wzdłuż profilu linii widmowej HeI4144, dla częstotliwości dominującej, $\nu_1 = 6.029$ c/d. Wykres górny przedstawia diagram amplitudowy natomiast dolny pokazuje diagram fazowy. Teoretyczne amplitudy i fazy obliczone zostały dla modu $\ell = 2$, $m = 0$ i kąta inklinacji $i = 20^\circ$.

7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego

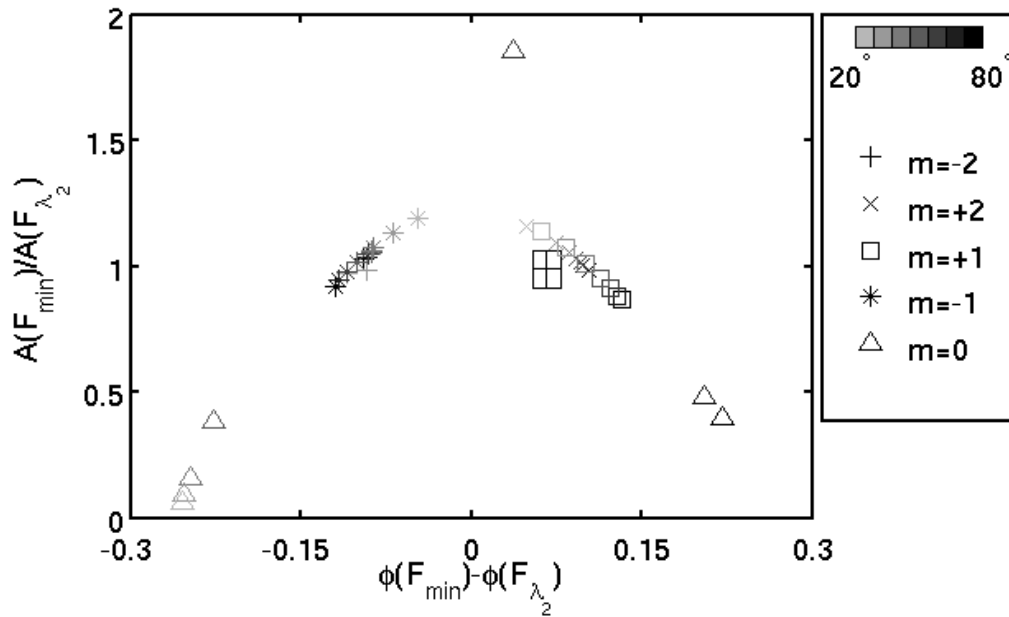


Rysunek 30: To samo co na Rysunku 29, ale dla modów $m \neq 0$. Górne wyniki: mody współbieżne, $m = +2, +1$, dolne wyniki: mody przeciwbieżne, $m = -2, -1$.

7.4 Identyfikacja rzędu azymutalnego



Rysunek 31: Sosunek amplitud w funkcji różnicy faz dla charakterystyk $\mathcal{F}(\lambda_0)$ i $\mathcal{F}(\lambda_2)$ profilu linii HeI4144, wyznaczony dla częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d. Porównane zostały mody o $\ell = 2$ i $m = -2, \dots, 0, \dots, +2$. Obliczenia wykonano dla różnych wartości kąta inklinacji: $i = 20^\circ - 80^\circ$. Prostokątem oznaczona została wartość obserwowana. Fazy na osi x podane są w jednostkach $[2\pi \text{ rad}]$.



Rysunek 32: To samo co na Rysunku 31, ale dla charakterystyk \mathcal{F}_{\min} i $\mathcal{F}(\lambda_2)$.

8 Podsumowanie

Celem niniejszej pracy była analiza częstotliwości oraz identyfikacja modów pulsacji występujących w gwiazdzie typu β Cephei SY Equulei na podstawie obserwacji spektroskopowych.

W tym celu użyto oprogramowania napisanego w języku MATLAB³ (wersja 7.3) przez autora niniejszej pracy. Obejmuje ono programy wykonujące następujące czynności:

- Wygładzanie i normalizowanie do jedynki profili linii widmowych oraz interpolowanie wielomianami Lagrange’a.
- Wyznaczanie czterech pierwszych momentów profili linii widmowych: szerokości równoważnej (M_0), prędkości radialnej (M_1), szerokości linii (M_2) i skośności profilu (M_3).
- Wyznaczanie pięciu charakterystyk: głębokości profilu (\mathcal{F}_{min}), szerokości połówkowej ($FWHM$) oraz strumieni dla trzech długości fali: $\mathcal{F}(\lambda_0)$, $\mathcal{F}(\lambda_1)$ i $\mathcal{F}(\lambda_2)$
- Analiza częstotliwości za pomocą periodogramu Lomb-Scargle’a wraz z określeniem stosunku sygnału-do-szumu (S/N) dla określonej częstotliwości pulsacji.
- Wyznaczanie periodogramów Lomb-Scargle’a w każdej długości fali.
- Wyznaczanie amplitudy i fazy dla danej częstotliwości pulsacji metodą najmniejszych kwadratów przy użyciu algorytmu Levenberga-Marquardta.

Ponadto wszystkie diagramy fazowe, periodogramy, monochromatyczne diagramy IPS oraz spektroskopowe diagramy diagnostyczne (Rysunki 5 - 32) zostały również zaprogramowane w MATLAB-ie i wyrysowane za pomocą graficznej nakładki.

Poprawione profile linii widmowych: $H\gamma$, $H\delta$, $HeI4387$, $HeI4471$, $HeI4144$ oraz $SiIII4553$ zostały wykorzystane do poszukiwania częstotliwości pulsacji w czterech pierwszych momentach, pięciu charakterystykach oraz w każdej długości fali linii widmowej $H\gamma$. W momentach znaleziono częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d i $\nu_2 = 6.82$ c/d wcześniej pojawiające się w danych fotometrycznych (Aerts 2000, Aerts i in. 2006, Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski 2006, 2009). Potwierdzono również nową, znaczącą częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d zidentyfikowaną przez Daszyńską-Daszkiewicz i Pigulskiego (2006). Ta niska częstotliwość pulsacji może być związana z ruchem orbitalnym lub pulsacjami w modzie g wysokiego rzędu. Ponadto znaleziono kolejne częstotliwości o małych amplitudach, wymagające jeszcze potwierdzenia na podstawie lepszych danych obserwacyjnych. W pięciu charakterystykach również potwierdzono obecność dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d i drugiej $\nu_2 = 6.82$ c/d. Podobnie jak

³MATLAB (MATrix LABoratory) rozpowszechniany jest przez The MathWorks Inc.

w przypadku momentów znaleziono w charakterystykach znaczącą częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d. Potwierdzono także obecność częstotliwości $\nu_3 = 8.35$ c/d, widzianą wcześniej w danych fotometrycznych (Daszyńska-Daszkiewicz i Pigulski 2006, 2009). Ostatnim etapem poszukiwania częstotliwości pulsacji w gwiazdzie SY Equ z obserwacji spektroskopowych było rozważenie zmian strumienia wzdłuż profilu linii widmowej $H\gamma$. Znaleziono, że częstotliwości $\nu_1 = 6.029$ c/d i $\nu_2 = 6.82$ c/d pojawiają się wzdłuż profili, natomiast częstotliwość $\nu_A = 0.197$ c/d jedynie w bliskich skrzydłach.

Głównym wynikiem pracy było określenie, rzędu azymutelnego $m = +2$ dla dominującej częstotliwości pulsacji $\nu_1 = 6.029$ c/d. Wartość ta została wyznaczona na podstawie monochromatycznych diagramów amplitud i faz. Znalaziono również, że użytecznymi do określenia znaku m dominującej częstotliwości są spektroskopowe diagramy diagnostyczne stosunków amplitud i różnic faz. Za najlepsze uznano $A(\mathcal{F}_{min})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{min}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ oraz $A(\mathcal{F}_{\lambda_0})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{\lambda_0}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$. Natomiast wykluczono z dalszych rozważań spektroskopowe diagramy diagnostyczne dla momentów M_1 i M_2 , ponieważ błędy obserwacyjne tych wielkości były zbyt duże. Dodatkowo dla częstotliwości pulsacji $\nu_A = 0.197$ c/d oraz $\nu_2 = 6.82$ c/d, na podstawie skonstruowanych diagramów IPS, dokonano rozróżnienia pomiędzy modelem strefowym a niestrefowym. Określono $m = 0$ dla częstotliwości $\nu_A = 0.197$ c/d oraz $m \neq 0$ dla częstotliwości $\nu_2 = 6.82$ c/d. Pokazano, że ustalenie znaku rzędu azymutelnego w oparciu o skonstruowane spektroskopowe diagramy diagnostyczne jest niezależne od kąta inklinacji, i . Ponadto, na podstawie monochromatycznych diagramów IPS określono kąt inklinacji: $i = 20^\circ$. Wartość tą potwierdzono następnie w oparciu o skonstruowane diagramy stosunków amplitud w funkcji różnic faz, na podstawie których oszacowano $i < 30^\circ$. Dla tak małych kątów inklinacji, $i \in (20^\circ - 30^\circ)$, oraz wartości $v_e \sin i = 200$ km/s, otrzymujemy prędkość rotacji SY Equ na równiku w przedziale $v_e \in (400, 580)$ km/s. Wartość 580 km/s jest bliska krytycznej prędkości rotacji dla parametrów gwiazdowych podanych w rozdziale 6, $v_{crit} = 610$ km/s. Dlatego bardziej szczegółowa analiza tej gwiazdy będzie wymagała uwzględnienia efektów rotacji zarówno w obliczeniach pulsacyjnych jak i identyfikacji modów pulsacji.

Spis rysunków

1	Diagram Hertzsprunga-Russella.	10
2	Położenie gwiazdy SY Equ na diagramie $\log g - \log T_{\text{eff}}$	18
3	Diagnostyczny diagram $A(\lambda)/A(u)$ vs. λ	21
4	Diagnostyczny diagram $A(V_{\text{rad}})/A(\lambda)$ vs. λ	21
5	Widmo średnie SY Equ.	22
6	Korekcja przykładowego profilu.	25
7	168 profili linii $H\gamma$, sfazowane z częstotliwością, $\nu_1 = 6.029$ c/d.	26
8	Diagramy fazowe dla czterech momentów profili linii $H\gamma$	31
9	Periodogramy LS dla momentu drugiego (M_2) linii HeI4471.	34
10	Periodogramy LS dla momentu trzeciego (M_3) linii HeI4471.	35
11	Periodogramy LS dla momentu pierwszego (M_1) linii HeI4387.	36
12	Periodogramy LS dla momentu pierwszego (M_1) linii SiIII4553.	37
13	Periodogramy LS dla momentu drugiego (M_2) linii SiIII4553.	38
14	Periodogramy L-S dla momentu zerowego (M_0) linii HeI4144.	39
15	Pięć charakterystyk profilu linii widmowej.	41
16	Diagramy fazowe pięciu charakterystyk profilu linii $H\gamma$	42
17	Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii $H\gamma$	45
18	Periodogramy LS dla \mathcal{F}_{\min} linii $H\delta$	46
19	Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_2)$ linii HeI4387.	47
20	Periodogramy L-S dla \mathcal{F}_{\min} linii HeI4471.	48
21	Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_0)$ linii HeI4471.	49
22	Periodogramy LS dla $\mathcal{F}(\lambda_1)$ linii $H\gamma$	50
23	Periodogramy LS dla $FWHM$ linii SiIII4553.	51
24	Periodogramy Lomba-Scargle'a dla 400 długości fali.	53
25	Periodogramy Lomba-Scargle'a dla pięciu długości fali	54
26	Periodogram Lomba-Scargle'a.	55
27	Obserwowany i teoretyczny profil linii HeI4144.	57
28	Diagramy IPS dla linii $H\gamma$	59
29	Obserwowane i teoretyczne diagramy IPS dla linii HeI4144.(A)	61
30	Obserwowane i teoretyczne diagramy IPS dla linii HeI4144.(B)	62
31	Diagram diagnostyczny $A(\mathcal{F}_{\min})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{\min}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$	63
32	Diagram diagnostyczny $A(\mathcal{F}_{\lambda_0})/A(\mathcal{F}_{\lambda_2})$ vs. $\phi(\mathcal{F}_{\lambda_0}) - \phi(\mathcal{F}_{\lambda_2})$	63

Spis tabel

1	Podstawowe parametry SY Equulei.	18
2	Amplitudy i fazy fotometryczne dla trzech częstotliwości pulsacji.	19
3	Zakresy profili linii widmowych.	24
4	Wyniki analizy częstotliwości dla momentów. (A)	32
5	Wyniki analizy częstotliwości dla momentów. (B)	33
6	Wyniki analizy częstotliwości dla charakterystyk. (A)	43
7	Wyniki analizy częstotliwości dla charakterystyk. (B)	44
8	Parametry gwiazdowe oraz parametry profilu linii HeI4144.	56

9 Literatura

- Aerts C., de Pauw M., Waelkens C., 1992, A&A, 266, 294
- Aerts C., 2000, A&A, 361, 245
- Aerts C., De Cat P., De Ridder J., Van Winckel H., Raskin G., Davignon G., Uytterhoeven K., 2006, A&A, 449, 305A
- Albrecht S., 1908, Lick Observatory Bulletin, 5, 62
- Balona L. A., 1986, MNRAS, 219, 111
- Balona L. A., 1986, MNRAS, 220, 647
- Balona L. A., 1987, MNRAS, 224, 41
- Balona L. A., Stobie. R. S., 1979, MNRAS, 189, 649
- Breger M. i in., 1993, AA 271, 482
- Breger M., Handler G., Garrido R., et al., 1999, A&A, 349, 225
- Briquet M., Aerts C., 2003, A&A, 398, 687
- Christensen-Dalsgaard J., 2003, Lecture notes
- Christensen-Dalsgaard J., 2004, ESASP, 559, 1
- Cox A. N., i in., 1991, ApJ
- Cugier H., Daszyńska J., 2001, A&A, 377, 113
- Cugier H., Dziembowski W. A., Pamyatnykh A. A., 1994, A&A, 291, 143
- Daszyńska J., Praca doktorska, Instytut Astronomiczny Uniwersytetu Wrocławskiego
- Daszyńska-Daszkiewicz J., 2008, Comm. in Asteroseismology, 152
- Daszyńska-Daszkiewicz J., Dziembowski W. A., Pamyatnykh A. A., Goupil M.-J., 2002, A&A, 392, 151
- Daszyńska-Daszkiewicz J., Dziembowski W. A., Pamyatnykh A. A., 2003, A&A, 407, 999
- Daszyńska-Daszkiewicz J., Dziembowski W. A., Pamyatnykh A. A., 2005, A&A, 441, 641
- Daszyńska-Daszkiewicz J., Pigulski A., 2006, ESASP, 624, 119
- Daszyńska-Daszkiewicz J., Pigulski A., 2009, Praca w przygotowaniu
- De Cat P., 2002, ASPC, 259, 196
- De Cat P., i in., 2004, in ASP Conf. Ser.,
- Dziembowski W. A., 1977, Acta Astronomica 27, 203
- Dziembowski W. A. Pamyatnykh A. A., 2008, MNRAS, 385, 2061
- FAMIAS: <http://www.ster.kuleuven.be/zima/famias/>
- Frost E. B., 1902, ApJ, 15, 340

Frost E. B., 1906, ApJ, 24, 259
Gies D. R., Kullavanijaya A., 1988, ApJ, 326, 813
Guthnick P., 1913, Astron. Nachr., 195, 265
Henroteau F.C., Lick Observatory Bulletin, 9, 155
Horne J. H., Baliunas S. L., 1986, ApJ 302, 757
Iglesias C. A., Rogers F. J., Wilson B. G., 1987, ApJ, 322, L45
Iglesias C. A., Rogers F. J., 1991a, ApJ, 371, 408
Iglesias C. A., Rogers F. J., 1991b, ApJ, 371, L73
Iglesias C. A., Rogers F. J., 1991c, preprint
IRAF: <http://iraf.noao.edu/>
Kambe E., 1990, PASJ, 42, 687
Kiriakidis M., et al., 1992, MNRAS, 255
Kochukhov O., 2004, A&A, 423, 613
Kubiak M., 1978, AcA, 28, 153
KURUCZ: <http://kurucz.harvard.edu/>
Kuschnig R., Weiss W. W., Gruber R., Bely P. Y., Jenkner H., 1997, A&A, 328, 544
Ledoux P., 1951, ApJ, 114, 373
Lesh J. R., Aizenman M. L., 1978, ARAA, 16, 215
Little J. E., Dufton P. L., Keenan F. P., Conlon E. S., Davies R. D., 1994, ApJ, 427, 267
Lomb N. R., 1976, Ap&SS, 39, 447
MATLAB: <http://www.mathworks.com/>
Meyer W. F., PASP, 46, 202
Moskalik P., Dziembowski W. A., 1992, A&A, 256, 5
Niemczura E., Daszyńska-Daszkiewicz J., 2005, A&A, 433, 659
Osaki Y., 1971, PASJ, 23, 485
Pamyatnykh A. A., 1999, Acta Astronomica, 49, 119
Pigulski A., 2005, Acta Astronomica, 55, 219
Pigulski A., Pojmański G., 2008a, AA, 477, 907
Pigulski A., Pojmański G., 2008b, AA, 477, 917
Pojmański G., 1997, AcA, 47, 467
Pojmański G., 1998, AcA, 48, 35
Pojmański G., 2000, AcA, 50, 177
Pojmański G., 2001, ASPC, 246, 53

Pojmański G., 2002, *AcA*, 52, 397

Pojmański G., 2003, *AcA*, 53, 341

Pojmański G., Maciejewski G., 2004, *AcA*, 54, 153

Pojmański G., Maciejewski G., 2005, *AcA*, 55, 97

Pojmański G., Pilecki B., Szczygiał D., 2005, *AcA*, 55, 275

Press W. H., Rybicki G. B., 1989, *ApJ*, 328, 277

Press W. H., 1992, *nrca.book*, P

Scargle J. D., 1982, *ApJ*, 263, 835

Schrijvers C., Telting J. H., Aerts C., i in., 1997a, *A&A*, 121, 343S

Schrijvers C., Telting J. H., Aerts C., 2004, *A&A*, 416, 1069

Selga M., 1916, *Rev. Soc. astr. de Espana y America*, 6, 41

SIMBAD: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

Simon N. R., 1982, *ApJ*, 260, 87

Slipher V. M., 1904, *ApJ*, 20, 146

Smith M. A., 1977, *ApJ*, 215, 574

Stamford P. A., Watson R. D., 1981, *Ap&SS*, 77, 131

Stankov A., Handler G., 2005, *Astro. Journal*, 158, 193

Stellingwerf R. F., 1978, *A. J.*, 83, 1184

Sterken C., Jerzykiewicz M., 1992, *SSRv*, 62, 95

Struve O., 1995a, *Publications of the ASP*, 67, 29

Struve O., 1995b, *Publications of the ASP*, 67, 135

Telting J. H., Schrijvers C., 1997b, *A&A*, 317, 723

Telting J. H., Schrijvers C., 1997c, *A&A*, 317, 742

Watson R. D., 1987, *PASA*, 7

Watson R. D., 1988, *Ap&SS*, 140, 255

Zima W., 2006, *A&A*, 455, 227

Zima, W., 2008, *Communications in Asteroseismology* 155