

Spis treści:

Interpolacja	3
Dane wykorzystywane w programie	3
Uzyskane wyniki	5
Całkowanie	6
Dane wykorzystywane w programie	6
Uzyskane wyniki	8
Równania nieliniowe	10
Dane wykorzystywane w programie	10
Uzyskane wyniki	12
Równania różniczkowe	13
Dane wykorzystywane w programie	13
Uzyskane wyniki – Metoda Eulera	14
Uzyskane wyniki – Metoda Heuna	16
Uzyskane wyniki – Metoda RK4	18
Porównanie wybranych metod obliczeniowych	20
Przedstawione dla funkcji $f'(x) = 2y$	20
Przedstawione dla funkcji $f'(x) = x$	21
Przedstawione dla funkcji $f'(x) = y$	22
Przedstawione dla funkcji $f'(x) = y + x$	23

Interpolacje

Dane wykorzystywane w programie

- Lp.** **Dane wprowadzone**
1. Wykonana dla punktów
z funkcji: $y = 4x + 6$

Dane wczytywane z pliku
przez aplikację:

$$f(-2) = -2$$

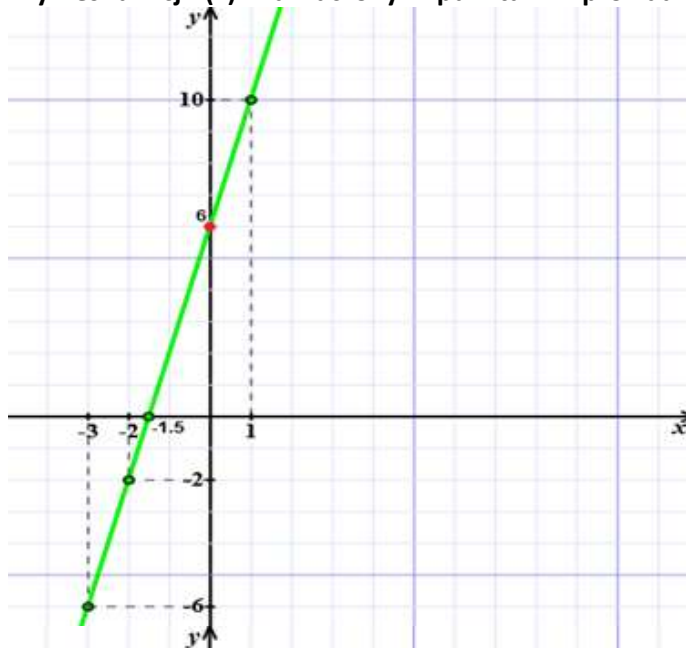
$$f(-3) = -6$$

$$f(1) = 10$$

$$f(0) = ?$$

**Na czerwono zaznaczono
wynik oczekiwany $f(0) = 0$**

Wykres funkcji $f(x)$ z zaznaczonymi punktami wprowadzonymi



- 2.** Wykonana dla punktów
z funkcji: $y = x$

Dane wczytywane z pliku
przez aplikację:

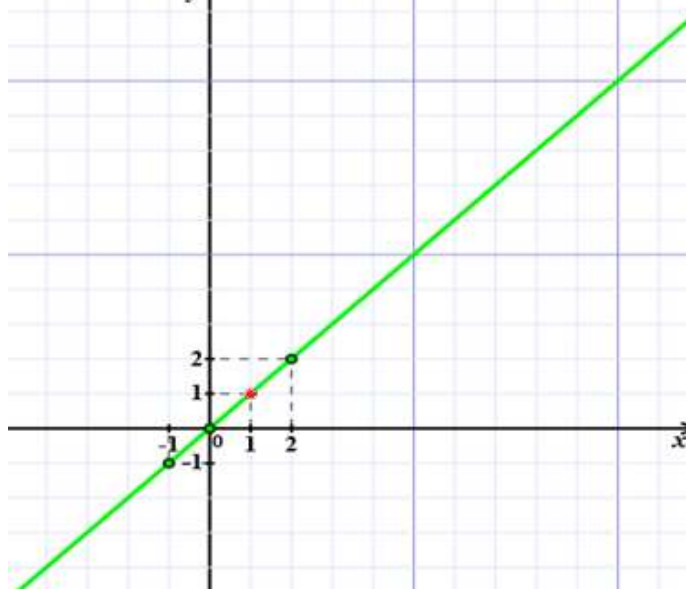
$$f(-1) = -1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 2$$

$$f(1) = ?$$

**Na czerwono zaznaczono
wynik oczekiwany $f(1) = 1$**



- 3.** Wykonana dla punktów
z funkcji:
 $y = x^2$

Dane wczytywane z pliku
przez aplikację:

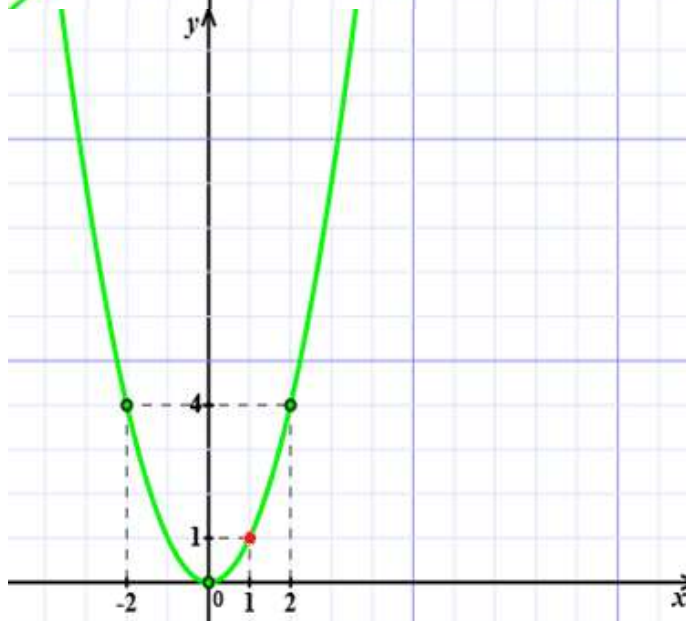
$$f(-2) = 4$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 4$$

$$f(1) = ?$$

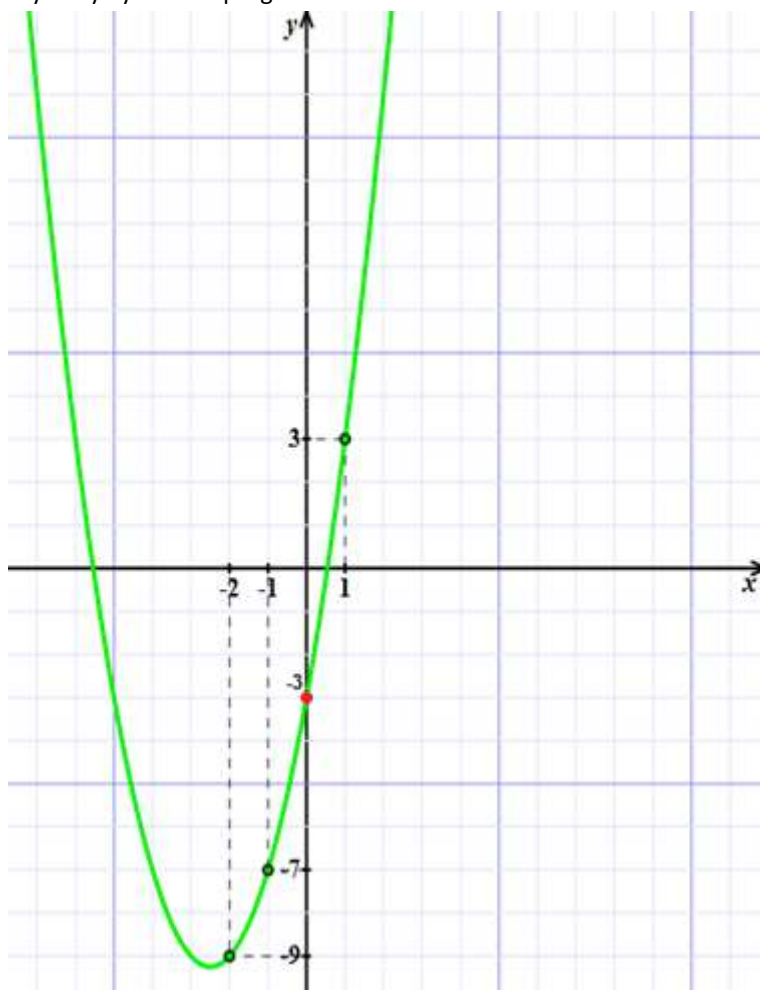
**Na czerwono zaznaczono
wynik oczekiwany $f(1) = 1$**



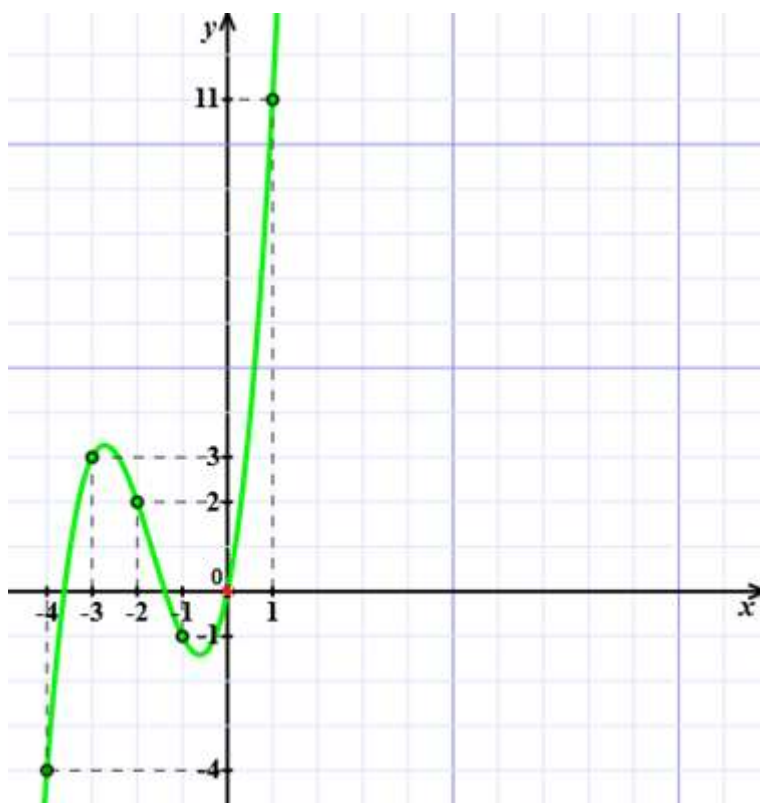
Interpolacje

Dane wykorzystywane w programie

4. Wykonana dla punktów
z funkcji: $y = x^2 + 5x - 3$
- Dane wczytywane z pliku
przez aplikację:
 $f(-1) = -7$
 $f(-2) = -9$
 $f(1) = 3$
 $f(0) = ?$
- Na czerwono zaznaczono
wynik oczekiwany $f(0) = -3$



5. Wykonana dla punktów
z funkcji:
 $y = x^3 + 5x^2 + 5x$
- Dane wczytywane z pliku
przez aplikację:
 $f(-4) = -4$
 $f(-3) = 3$
 $f(-2) = 2$
 $f(-1) = -1$
 $f(1) = 11$
 $f(0) = ?$
- Na czerwono zaznaczono
wynik oczekiwany $f(0) = 0$



Interpolacje

Uzyskane wyniki

1. Wyniki uzyskane dla Interpolacji Lagrange'a:

- 1.---->
- 2.---->
- 3.---->
- 4.---->
- 5.---->

Interpolacja Lagrange: wynik dla $y=4x+6$ to wynosi 6
Interpolacja Lagrange: wynik dla $y=x$ to wynosi 1
Interpolacja Lagrange: wynik dla $y=x^2$ to wynosi 1
Interpolacja Lagrange: wynik dla $y=x^2+5x-3$ to wynosi -3
Interpolacja Lagrange: wynik dla $y=x^3+5x^2+5x$ to wynosi 0

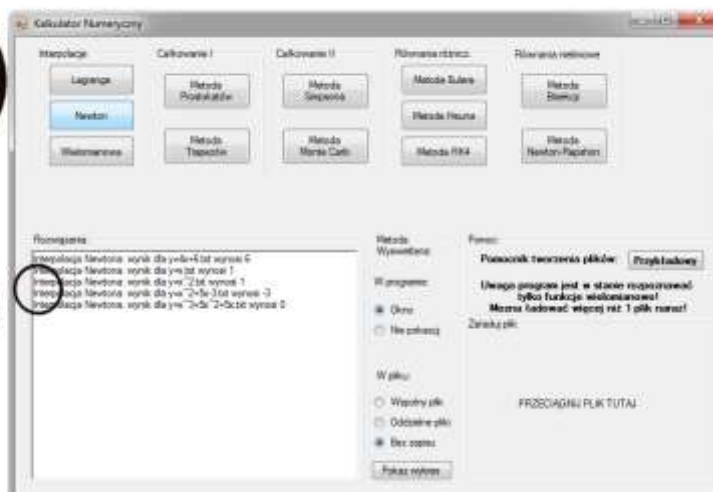


Wszystkie uzyskane wyniki (1-5) pokrywają się z wartościami oczekiwanymi przedstawionymi w tabeli powyżej.

2. Wyniki uzyskane dla Interpolacji Newton'a:

- 1.---->
- 2.---->
- 3.---->
- 4.---->
- 5.---->

Interpolacja Newtona: wynik dla $y=4x+6$ to wynosi 6
Interpolacja Newtona: wynik dla $y=x$ to wynosi 1
Interpolacja Newtona: wynik dla $y=x^2$ to wynosi 1
Interpolacja Newtona: wynik dla $y=x^2+5x-3$ to wynosi -3
Interpolacja Newtona: wynik dla $y=x^3+5x^2+5x$ to wynosi 0

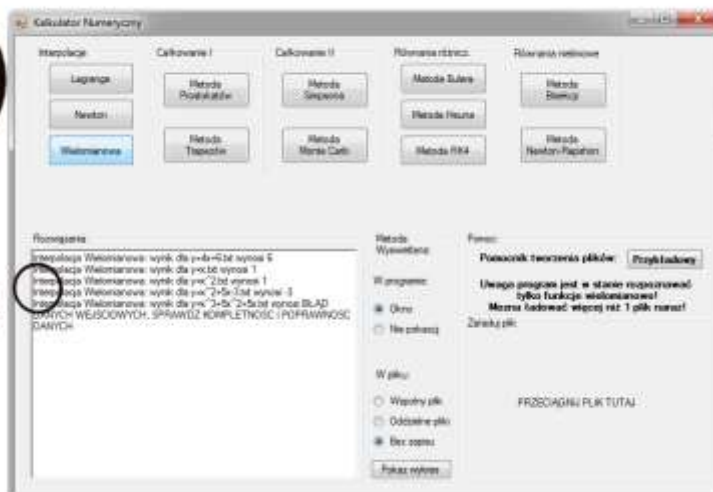


Wszystkie uzyskane wyniki (1-5) pokrywają się z wartościami oczekiwanymi przedstawionymi w tabeli powyżej.

3. Wyniki uzyskane dla Interpolacji Wielomianowej:

- 1.---->
- 2.---->
- 3.---->
- 4.---->
- 5.---->

Interpolacja Wielomianowa: wynik dla $y=4x+6$ to wynosi 6
Interpolacja Wielomianowa: wynik dla $y=x$ to wynosi 1
Interpolacja Wielomianowa: wynik dla $y=x^2$ to wynosi 1
Interpolacja Wielomianowa: wynik dla $y=x^2+5x-3$ to wynosi -3
Interpolacja Wielomianowa: wynik dla $y=x^3+5x^2+5x$ to wynosi BŁĄD DANYCH WEJŚCIOWYCH. SPRAWDŹ KOMPLETNOŚĆ I POPRAWNOŚĆ DANYCH



Wszystkie uzyskane wyniki (1-4) poza ostatnim (5) pokrywają się z wartościami oczekiwanymi. Błąd jest spowodowany zbyt dużą liczbą punktów podczas gdy interpolacja wielomianowa w tej implementacji wymaga przyjęcia tylko 3-ch punktów.

Całkowanie

Dane wykorzystywane w programie

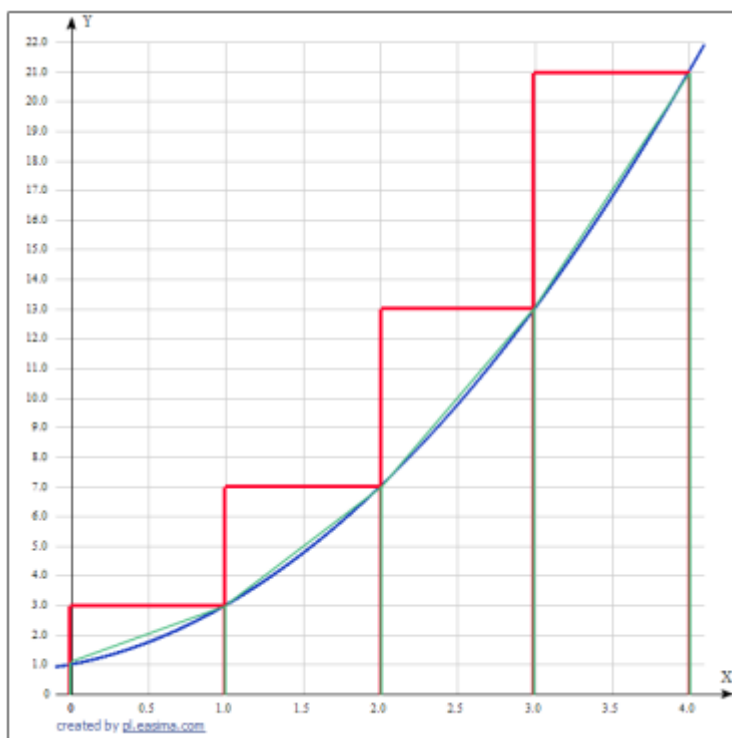
- Lp. Dane wprowadzone
1. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:
 $f(x) = x^2 + x + 1$
 $n = 4$
 $x_p = 0$
 $x_k = 4$

Linia Niebieska jest wykresem funkcji.

Linia czerwona pokazuje podział wykresu metody dla metody prostokątów.

Linia zielona pokazuje podział dla metody trapezów.

Wykres funkcji $f(x)$

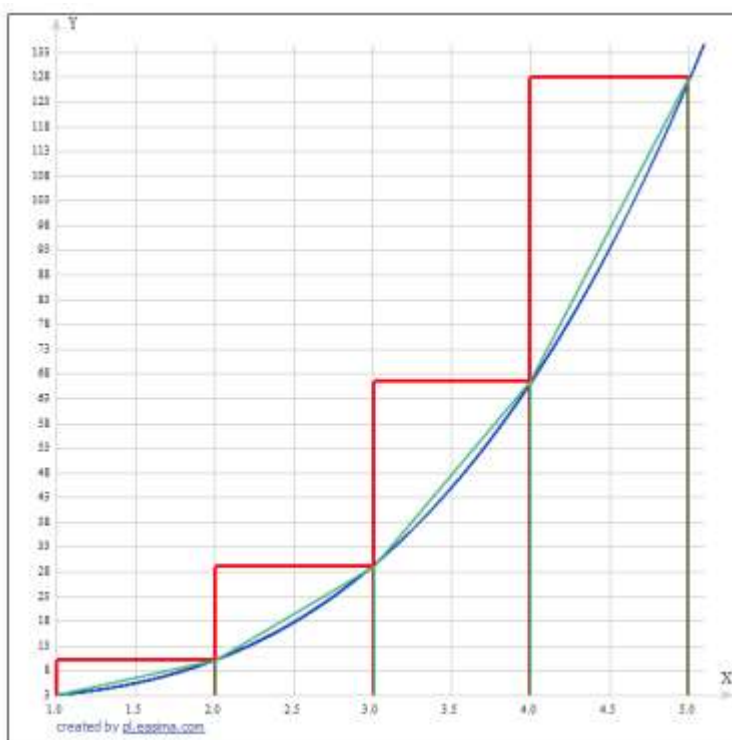


2. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:
 $f(x) = x^3 + 2$
 $n = 4$
 $x_p = 1$
 $x_k = 5$

Linia Niebieska jest wykresem funkcji.

Linia czerwona pokazuje podział wykresu metody dla metody prostokątów.

Linia zielona pokazuje podział dla metody trapezów.

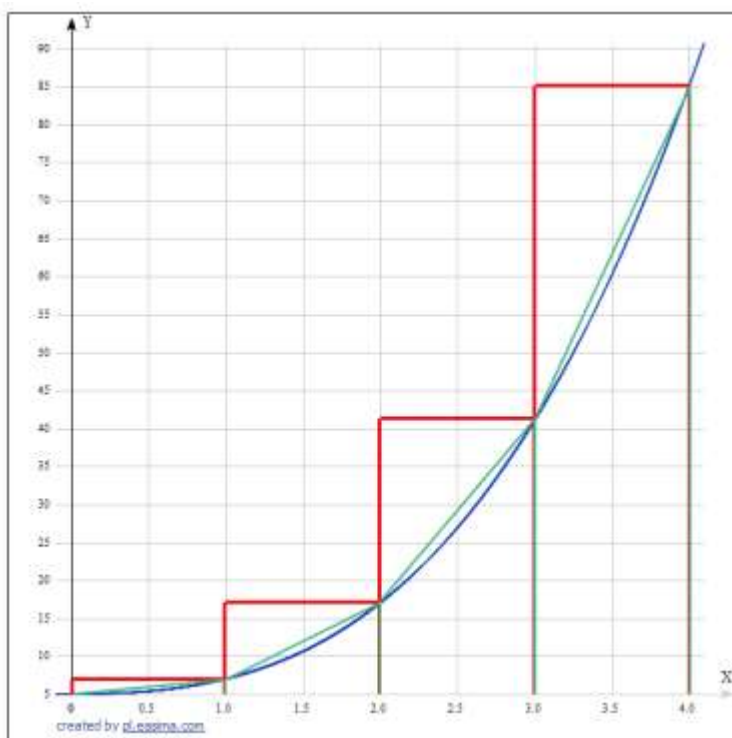


3. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:
 $f(x) = x^3 + x^2 + 5$
 $n = 4$
 $x_p = 0$
 $x_k = 4$

Linia Niebieska jest wykresem funkcji.

Linia czerwona pokazuje podział wykresu metody dla metody prostokątów.

Linia zielona pokazuje podział dla metody trapezów.

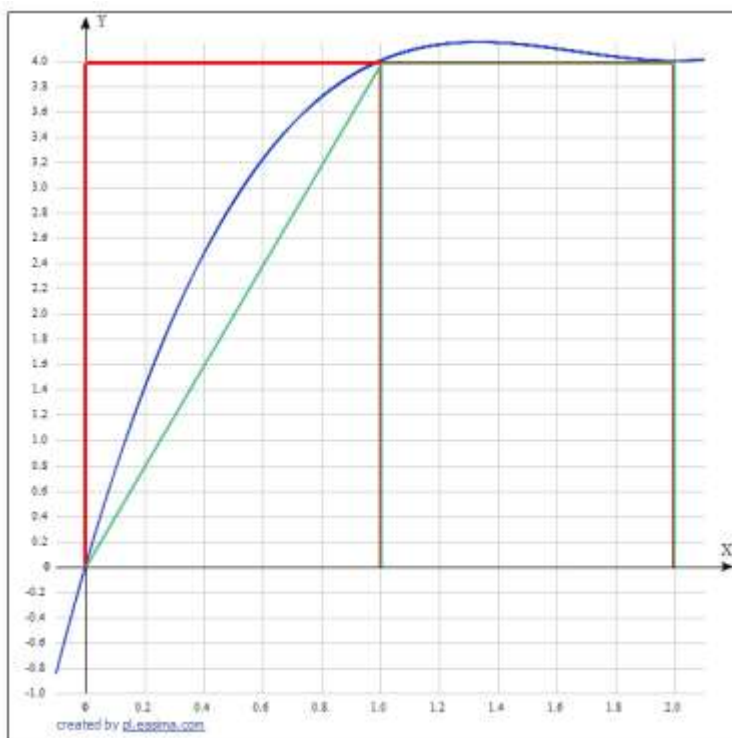


4. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:
 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x$
 $n = 2$
 $x_p = 0$
 $x_k = 2$

Linia Niebieska jest wykresem funkcji.

Linia czerwona pokazuje podział wykresu metody dla metody prostokątów.

Linia zielona pokazuje podział dla metody trapezów.

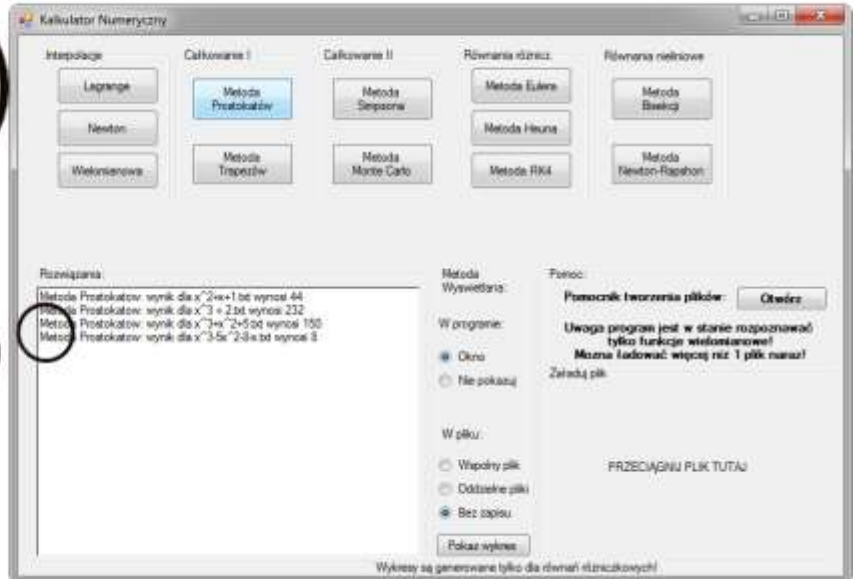


Całkowanie

Uzyskane wyniki

1. Wyniki uzyskane dla Metody prostokątów:

- 1.----> Metoda Prostokątów: wynik dla x^2+x+1 .bt wynosi 44
- 2.----> Metoda Prostokątów: wynik dla x^3+2 .bt wynosi 232
- 3.----> Metoda Prostokątów: wynik dla x^3+x^2+5 .bt wynosi 150
- 4.----> Metoda Prostokątów: wynik dla x^3-5x^2-8x .bt wynosi 8



Obliczenia Kontrolne

1. $f(x) = x^2+x+1$

$$dx = (4-0)/4=1$$

$$dx[f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)] = 1*[3+7+13+21] = \underline{44}$$

2. $f(x) = x^3+2$

$$dx = (5-1)/4=1$$

$$dx[f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)] = 1*[10+29+66+127] = \underline{232}$$

3. $f(x) = x^3+x^2+5$

$$dx = (4-0)/4=1$$

$$dx[f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)] = 1*[7+17+41+85] = \underline{150}$$

4. $f(x) = x^3-5x^2+8x$

$$dx = (2-0)/2=1$$

$$dx[f(x_1)+f(x_2)] = 1*[4+4] = \underline{8}$$

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

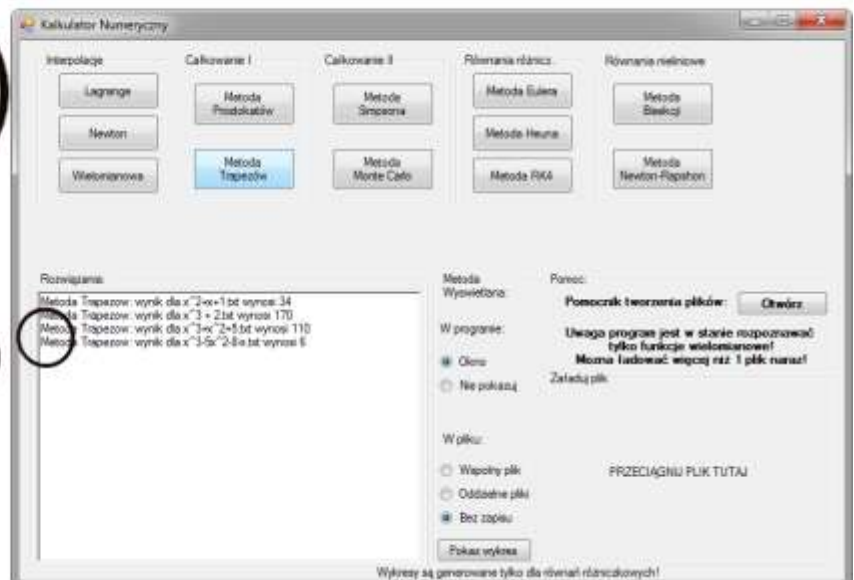
Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

2. Wyniki uzyskane dla Metody trapezów:

- 1.----> Metoda Trapezów: wynik dla x^2+x+1 .bt wynosi 34
- 2.----> Metoda Trapezów: wynik dla x^3+2 .bt wynosi 170
- 3.----> Metoda Trapezów: wynik dla x^3+x^2+5 .bt wynosi 110
- 4.----> Metoda Trapezów: wynik dla x^3-5x^2-8x .bt wynosi 6



Obliczenia Kontrolne

1. $f(x) = x^2+x+1$

$$dx = (4-0)/4=1$$

$$dx[(f(x_1)+f(x_2))/2 + (f(x_2)+f(x_3))/2 + (f(x_3)+f(x_4))/2 + (f(x_4)+f(x_5))/2] = 1[2+5+10+17] = \underline{34}$$

2. $f(x) = x^3+2$

$$dx = (5-1)/4=1$$

$$dx[(f(x_1)+f(x_2))/2 + (f(x_2)+f(x_3))/2 + (f(x_3)+f(x_4))/2 + (f(x_4)+f(x_5))/2] = 1[6,5+19,5+47,5+96,5] = \underline{170}$$

3. $f(x) = x^3+x^2+5$

$$dx = (4-0)/4=1$$

$$dx[(f(x_1)+f(x_2))/2 + (f(x_2)+f(x_3))/2 + (f(x_3)+f(x_4))/2 + (f(x_4)+f(x_5))/2] = 1[6+12+29+63] = \underline{110}$$

4. $f(x) = x^3-5x^2+8x$

$$dx = (2-0)/2=1$$

$$dx[(f(x_1)+f(x_2))/2 + (f(x_2)+f(x_3))/2] = 1[2+4] = \underline{6}$$

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

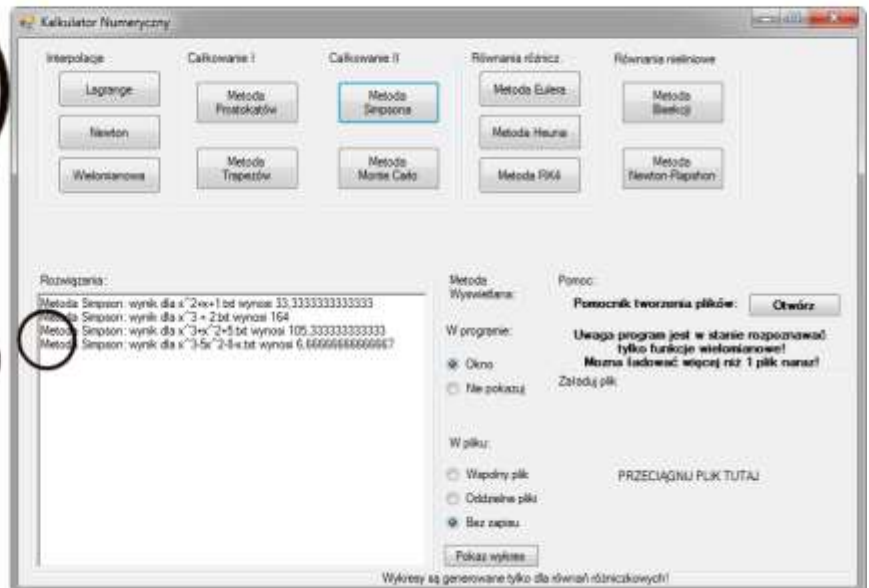
Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Całkowanie

Uzyskane wyniki

3. Wyniki uzyskane dla Metody Simpsona:

- 1.----> Metoda Simpson: wynik dla x^2+x+1 .bt wynosi 33,333333333333
- 2.----> Metoda Simpson: wynik dla x^3+2 .bt wynosi 164
- 3.----> Metoda Simpson: wynik dla x^3+x^2+5 .bt wynosi 105,333333333333
- 4.----> Metoda Simpson: wynik dla x^3-5x^2-8x .bt wynosi 6,6666666666667



Obliczenia Kontrolne

1. $f(x) = x^2+x+1$

$$h = (4-0)/4=1$$

$$I1 = [f(x1)+4f(x2)+f(x3)]*h/3$$

$$I1 = [1+12+7]*1/3 = 6,667$$

$$I2 = [f(x3)+4f(x4)+f(x5)]*h/3$$

$$I2 = [7+52+21]*1/3 = 26,667$$

$$I1+I2 = 6,667+26,667 = \underline{33,334}$$

2. $f(x)= x^3+ 2$

$$h = (5-1)/4=1$$

$$I1 = [f(x1)+4f(x2)+f(x3)]*h/3$$

$$I1 = [3+40+29]*1/3 = 24$$

$$I2 = [f(x3)+4f(x4)+f(x5)]*h/3$$

$$I2 = [29+264+127]*1/3 = 140$$

$$I1 + I2 = 24 + 140 = \underline{164}$$

3. $f(x)= x^3+x^2+5$

$$h = (4-0)/4=1$$

$$I1 = [f(x1)+4f(x2)+f(x3)]*h/3$$

$$I1 = [5+28+17]*1/3 = 16,667$$

$$I2 = [f(x3)+4f(x4)+f(x5)]*h/3$$

$$I2 = [17+164+85]*1/3 = 88,667$$

$$I1+I2 = 16,667+88,667 = \underline{105,334}$$

4. $f(x)= x^3-5x^2+8x$

$$h = (2-0)/2=1$$

$$I1 = [f(x1)+4f(x2)+f(x3)]*h/3$$

$$I1 = [0+16+4]*1/3 = 6,667$$

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

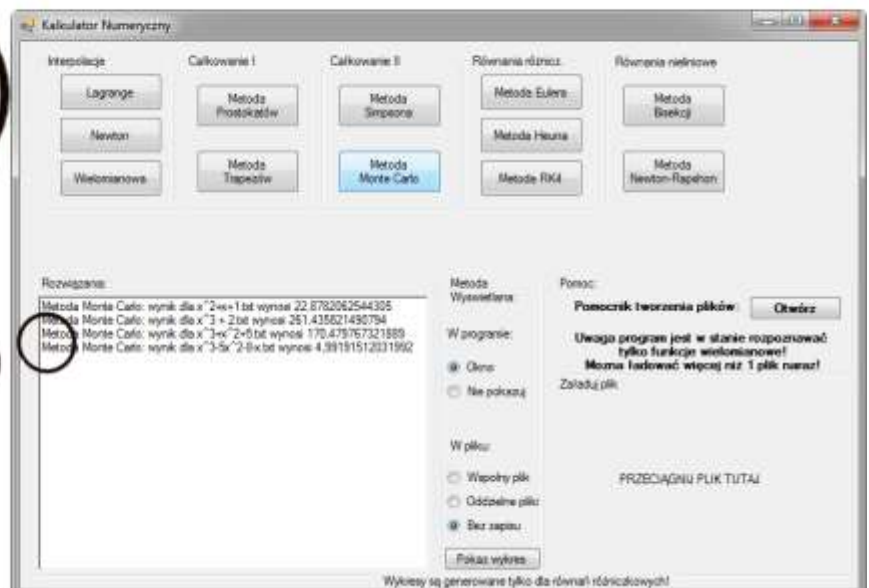
Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

Wynik uzyskany przez aplikację jest poprawny.

4. Wyniki uzyskane dla Metody Monte Carlo:

- 1.----> Metoda Monte Carlo: wynik dla x^2+x+1 .bt wynosi 22,8782062544305
- 2.----> Metoda Monte Carlo: wynik dla x^3+2 .bt wynosi 261,435821490794
- 3.----> Metoda Monte Carlo: wynik dla x^3+x^2+5 .bt wynosi 170,479767321889
- 4.----> Metoda Monte Carlo: wynik dla x^3-5x^2-8x .bt wynosi 4,99191512031992



We względu na losową naturę metody Monte Carlo nie przeprowadzę obliczeń kontrolnych. W przedstawionym przykładzie rozbieżność wyników w stosunku do metody Simpsona w najgorszym przypadku dobiega do ok 70%, co za tym idzie przetoczone wyniki uzyskują mniejszą dokładność niż metoda prostokątów.

Równania nieliniowe

Dane wykorzystywane w programie

- Lp. Dane wprowadzone
1. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:

$$f(x)=2x^3+3x^2+4$$

$$f'(x)=6x^2+6$$

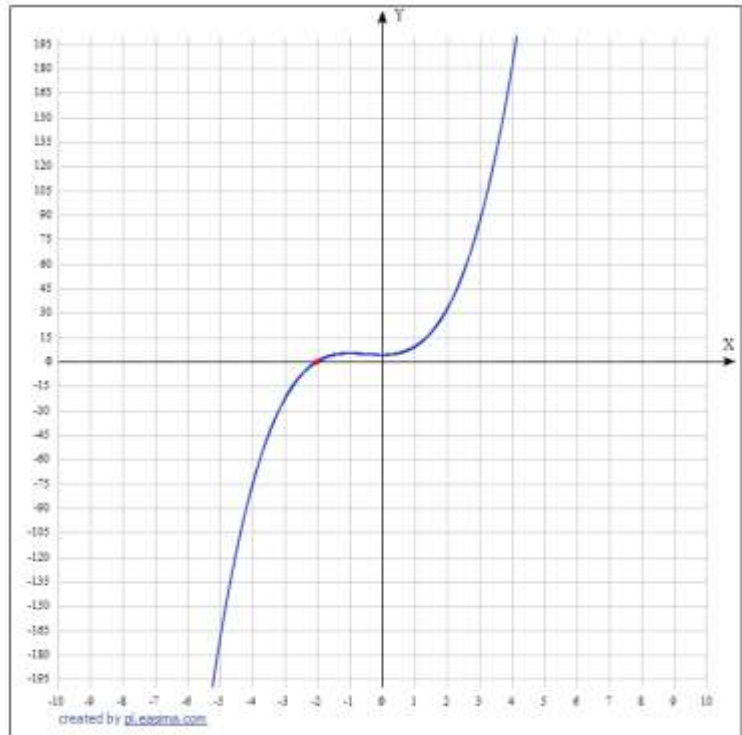
$$xp=-10$$

$$xk=10$$

$$prec=0,1$$

Na wykresie zaznaczono czerwony punkt, którym jest miejsce zerowe i wynosi -2.

Wykres funkcji $f(x)$ z obliczeniami



2. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:

$$f(x)=2x^3+4x^2-3x+9$$

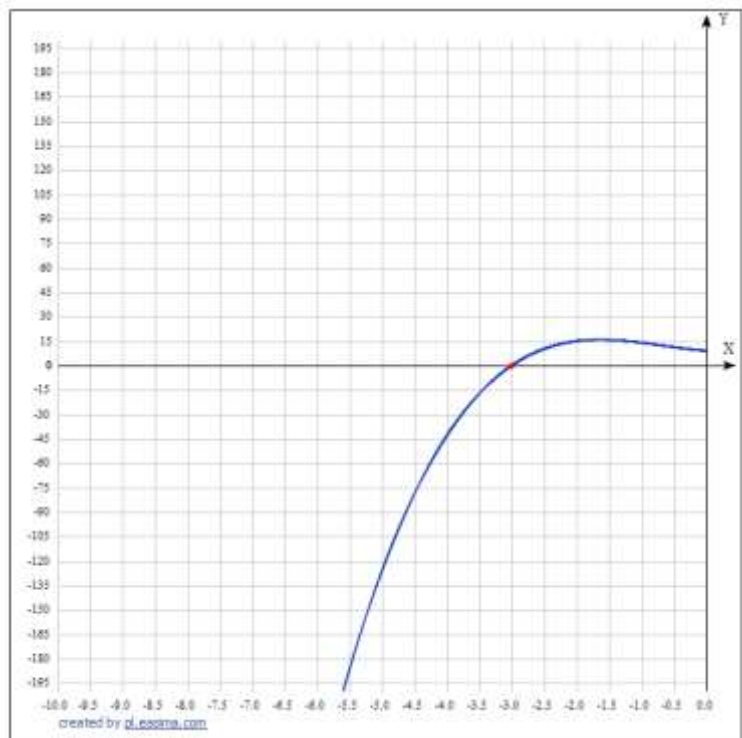
$$f'(x)=6x^2+8x-3$$

$$xp=-10$$

$$xk=-2$$

$$prec=0,1$$

Na wykresie zaznaczono czerwony punkt, którym jest miejsce zerowe i wynosi -3.



Równania nieliniowe

Dane wykorzystywane w programie

3. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:

$$f(x)=2x^3-3x^3-1$$

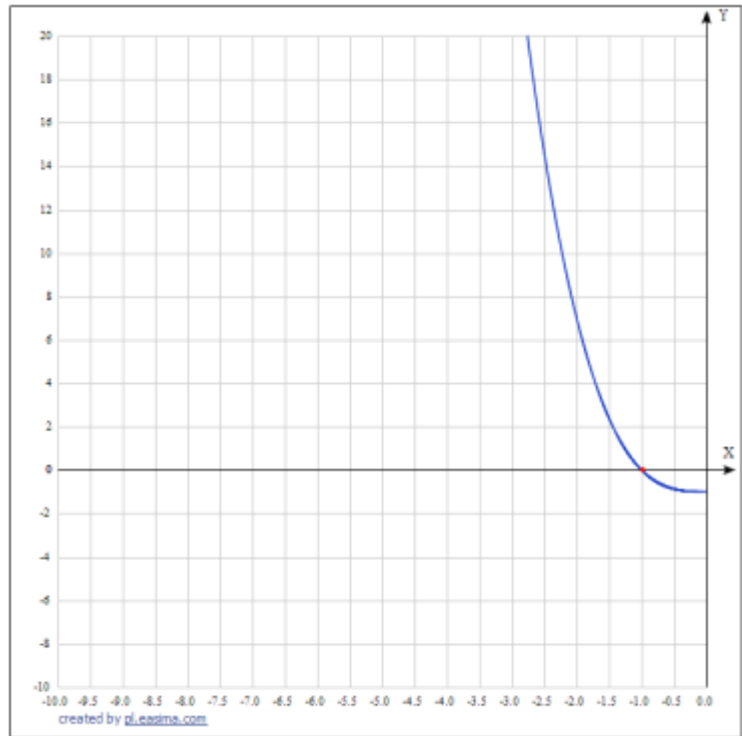
$$f'(x)=-3x^2$$

$$xp=-10$$

$$xk=0$$

$$prec=0,1$$

Na wykresie zaznaczono czerwony punkt, którym jest miejsce zerowe i wynosi -1.



4. Dane wczytywane z pliku przez aplikację:

$$f(x)=2x^5-3x^4+5$$

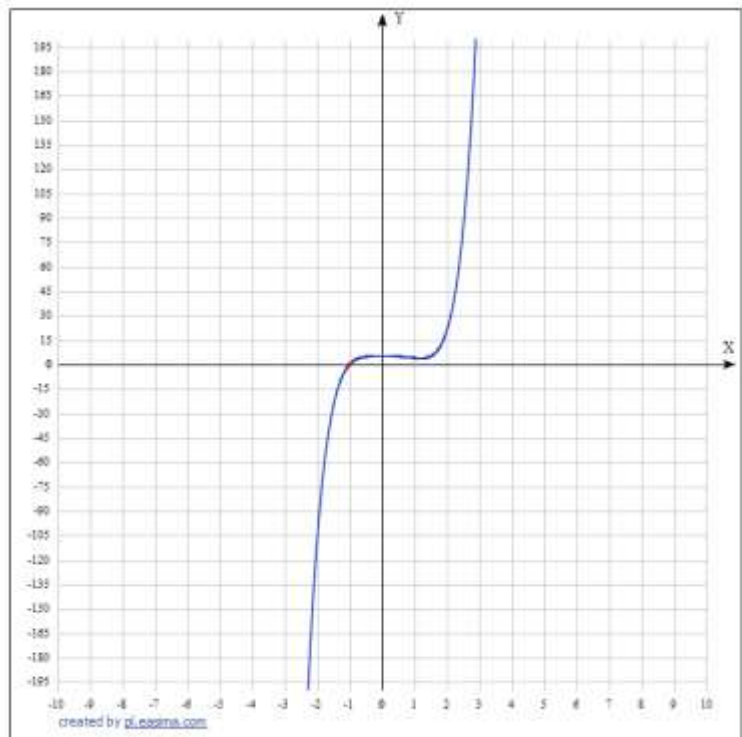
$$f'(x)=10x^4-12x^3$$

$$xp=-10$$

$$xk=0$$

$$prec=0,1$$

Na wykresie zaznaczono czerwony punkt, którym jest miejsce zerowe i wynosi -1.

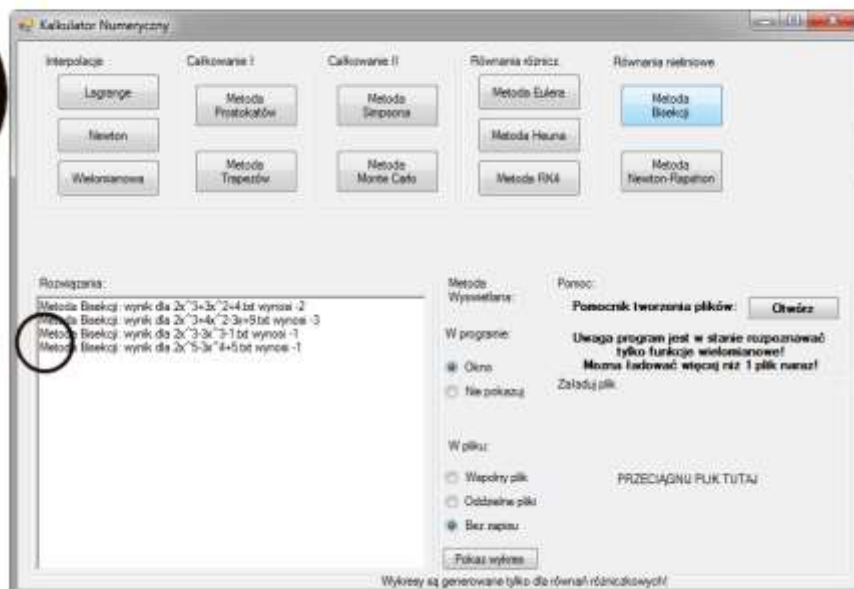


Równania nieliniowe

Uzyskane wyniki

1. Wyniki uzyskane dla Metody Bisekcji:

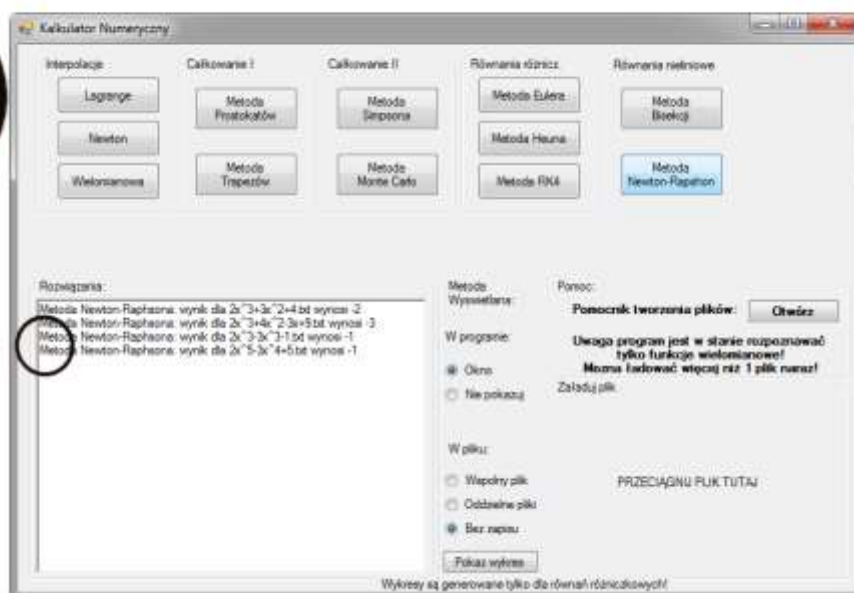
- 1.----> Metoda Bisekcji: wynik dla $2x^3+3x^2+4$ wynosi -2
- 2.----> Metoda Bisekcji: wynik dla $2x^3+4x^2-3x+9$ wynosi -3
- 3.----> Metoda Bisekcji: wynik dla $2x^3-3x^3-1$ wynosi -1
- 4.----> Metoda Bisekcji: wynik dla $2x^5-3x^4+5$ wynosi -1



Wszystkie uzyskane wyniki (1-4) pokrywają się z wartościami oczekiwanymi przedstawionymi w tabeli powyżej.

2. Wyniki uzyskane dla Metody Newton'a-Raphson'a:

- 1.----> Metoda Newton-Raphsona: wynik dla $2x^3+3x^2+4$ wynosi -2
- 2.----> Metoda Newton-Raphsona: wynik dla $2x^3+4x^2-3x+9$ wynosi -3
- 3.----> Metoda Newton-Raphsona: wynik dla $2x^3-3x^3-1$ wynosi -1
- 4.----> Metoda Newton-Raphsona: wynik dla $2x^5-3x^4+5$ wynosi -1



Wszystkie uzyskane wyniki (1-5) pokrywają się z wartościami oczekiwanymi przedstawionymi w tabeli powyżej.

Równania różniczkowe

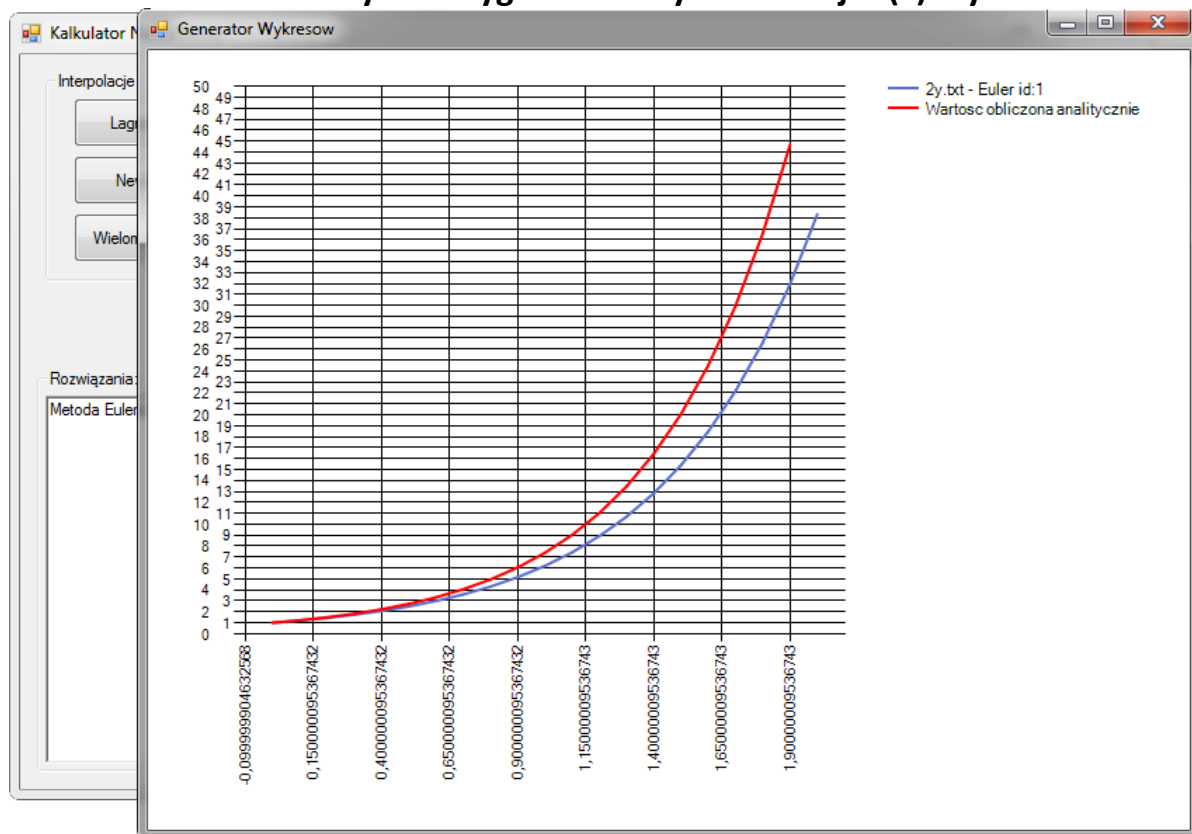
Dane wykorzystywane w programie

Lp.	Dane wprowadzone	Lp.	Dane wprowadzone
1.	<p>Dane wczytywane z pliku przez aplikację: $f(x,y)=2y$ $f(0)=1$ $x_k=2$ $x_p=0$ $n=0,1$</p> <p>Funkcja obliczona analitycznie przyjmuje wartość $y=e^{2x}$</p>	3.	<p>Dane wczytywane z pliku przez aplikację: $f(x,y)=y$ $f(0)=1$ $x_k=2$ $x_p=0$ $n=0,1$</p> <p>Funkcja obliczona analitycznie przyjmuje wartość $y=e^x$</p>
2.	<p>Dane wczytywane z pliku przez aplikację: $f(x,y)=x$ $f(0)=0$ $x_k=2$ $x_p=0$ $n=0,1$</p> <p>Funkcja obliczona analitycznie przyjmuje wartość $y=(x^2)/2$</p>	4.	<p>Dane wczytywane z pliku przez aplikację: $f(x,y)=x+y$ $f(0)=1$ $x_k=2$ $x_p=0$ $n=0,1$</p> <p>Funkcja obliczona analitycznie przyjmuje wartość $y=2e^x-x-1$</p>

Równania różniczkowe

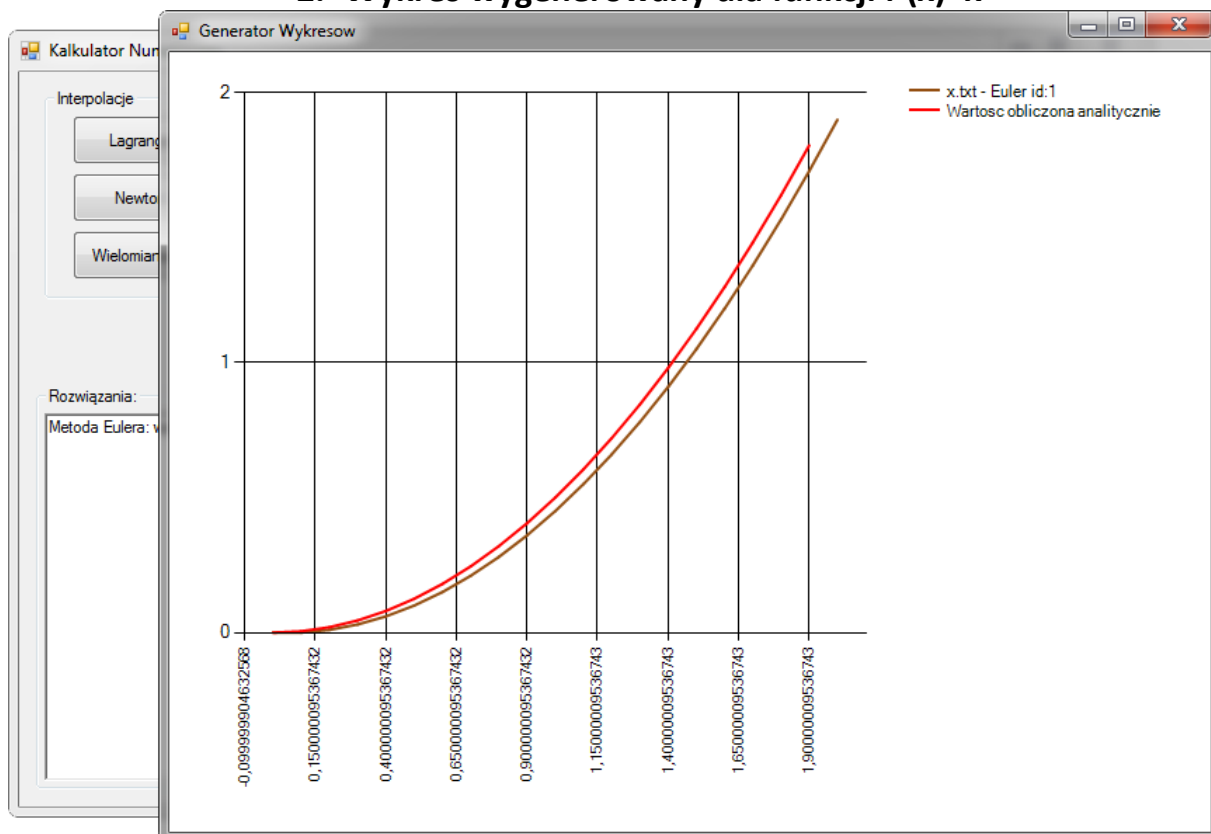
Wyniki uzyskane – Metoda Eulera

1. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=2y$



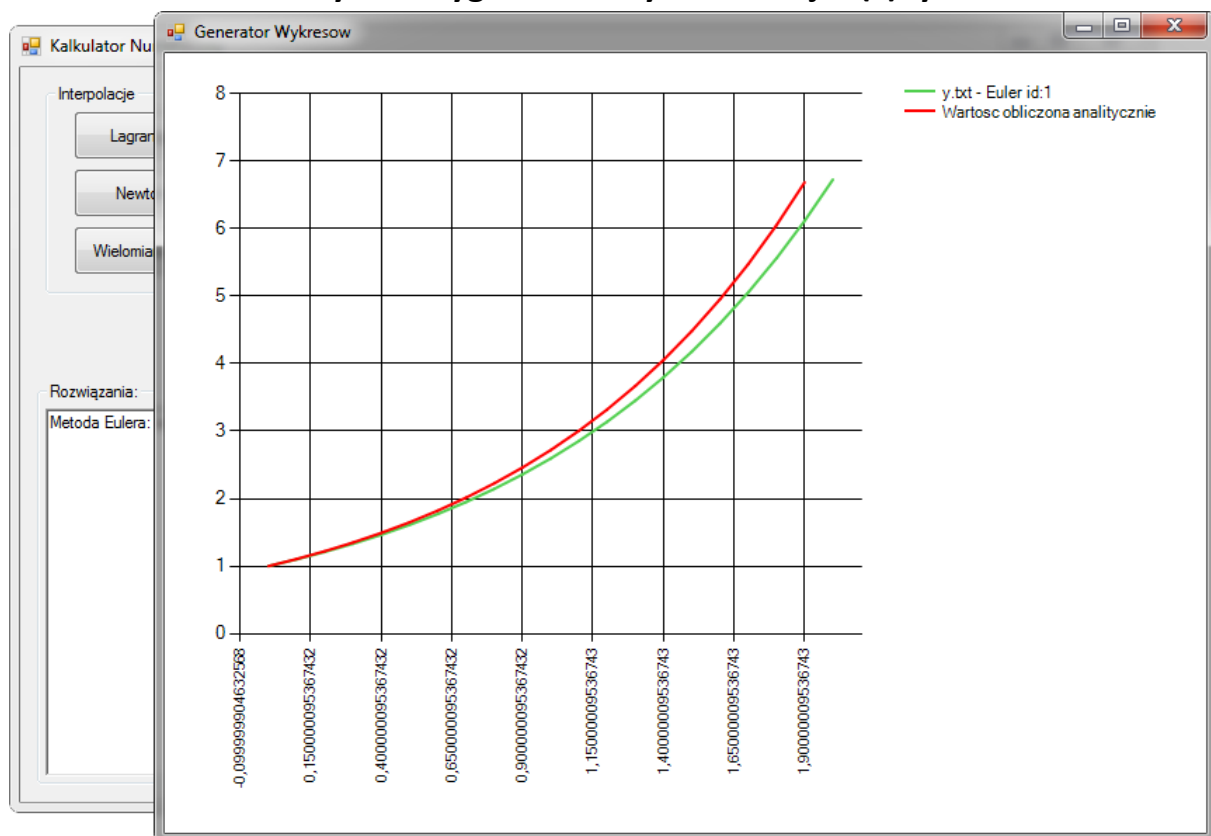
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty.

2. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=x$



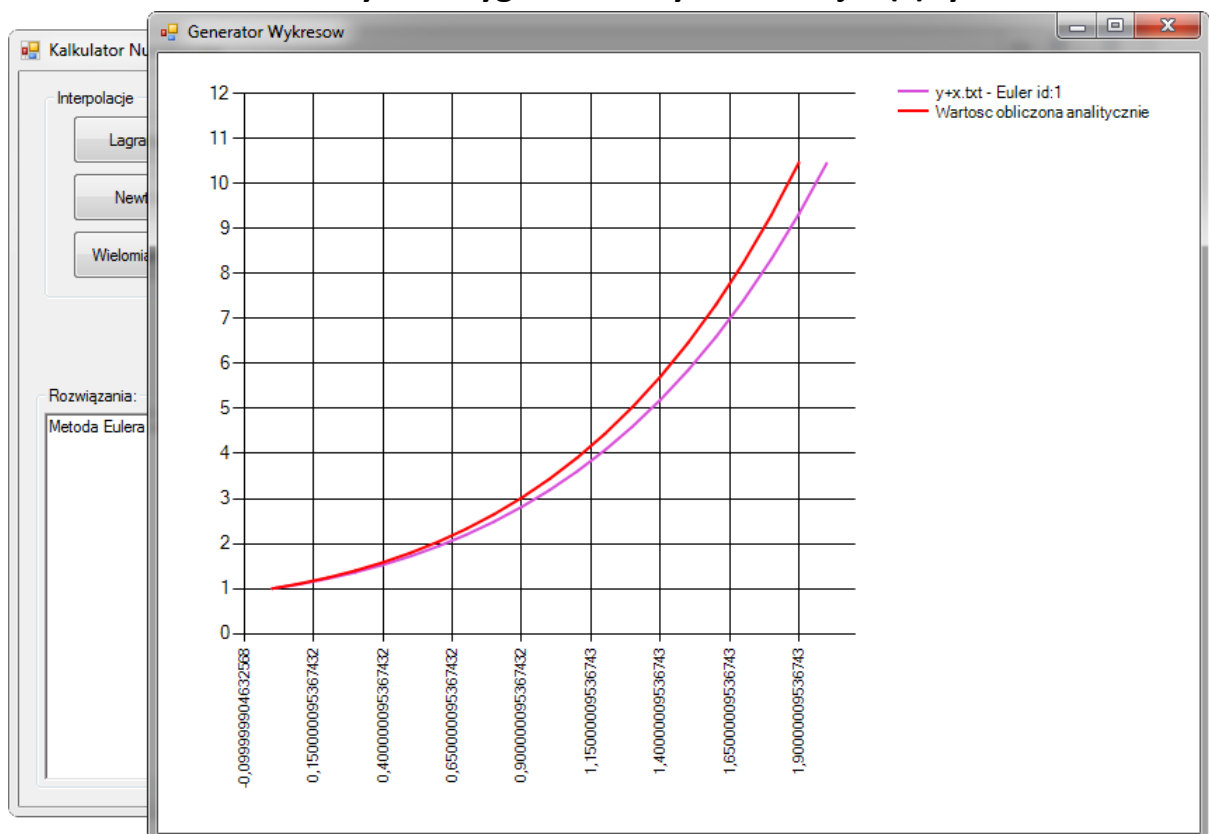
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty.

3. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y$



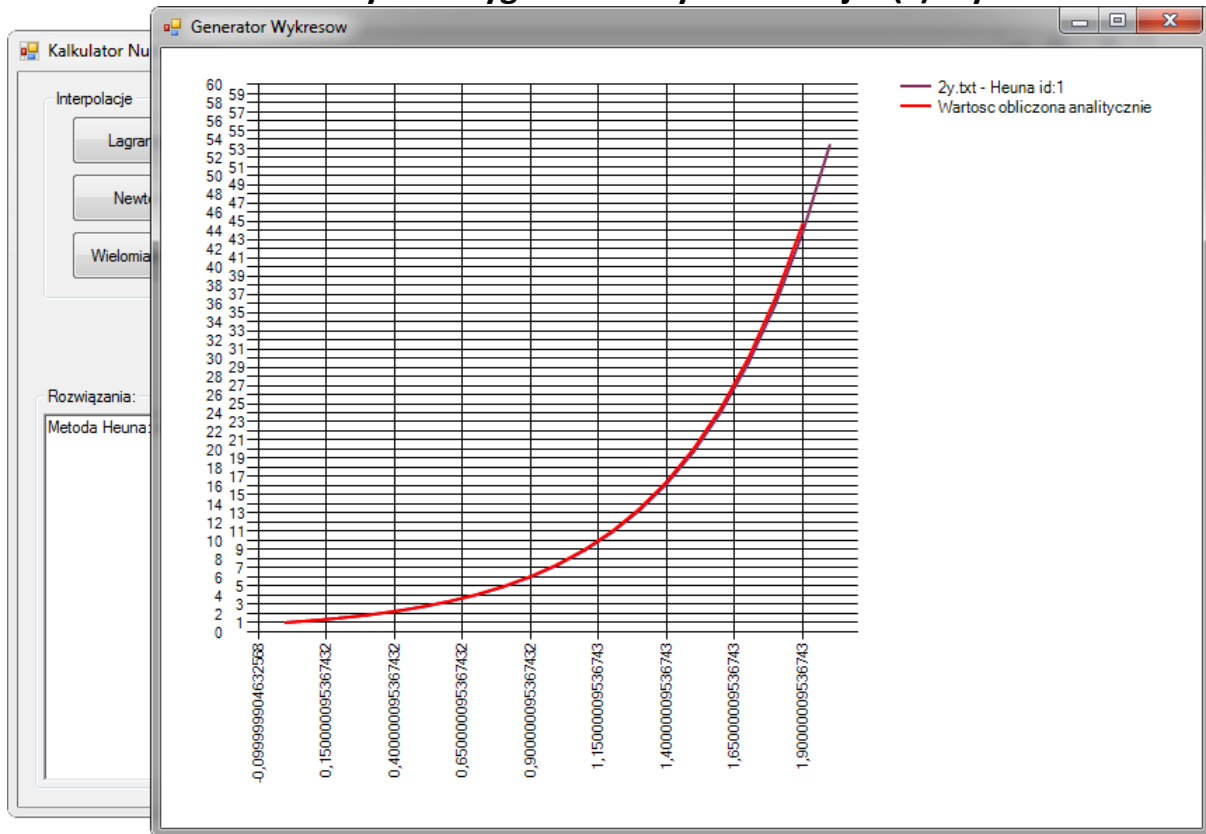
Wykresy są do siebie zbliżone. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty.

4. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y+x$



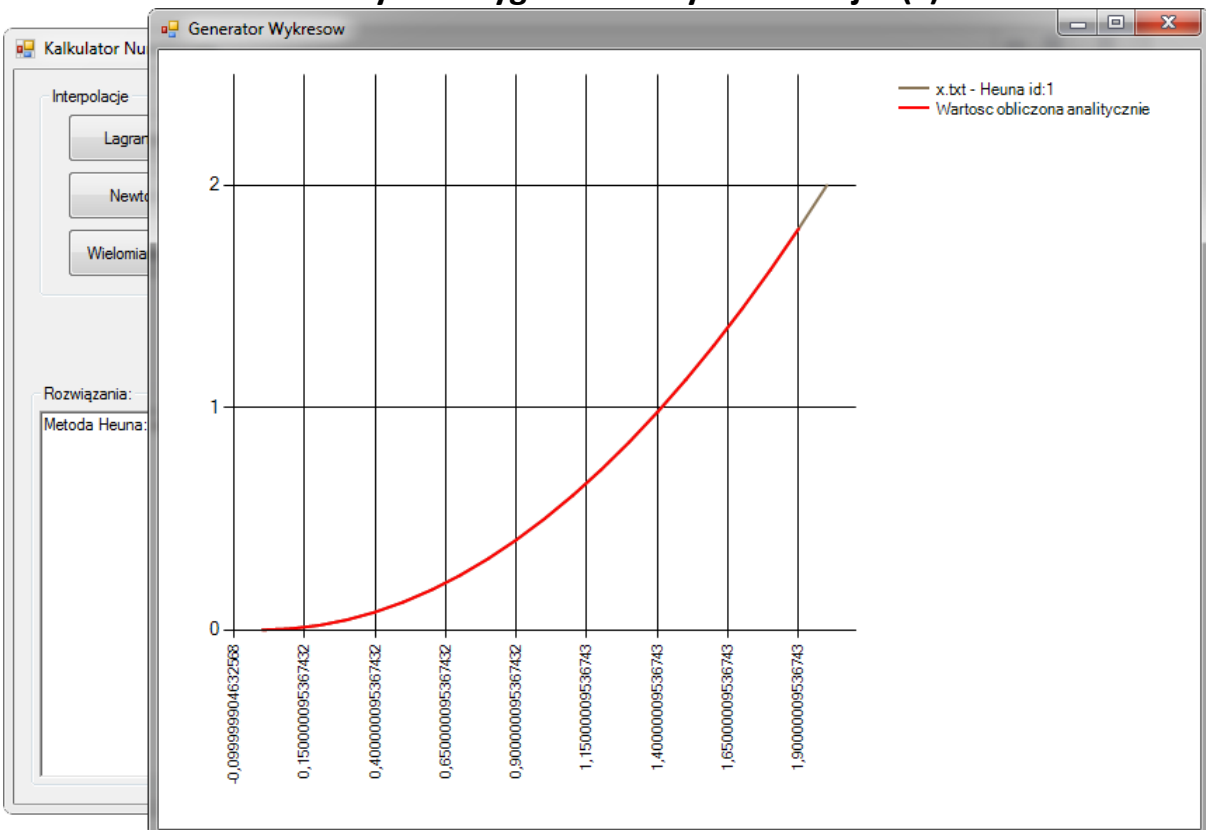
Wykresy są do siebie zbliżone. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty.

1. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=2y$



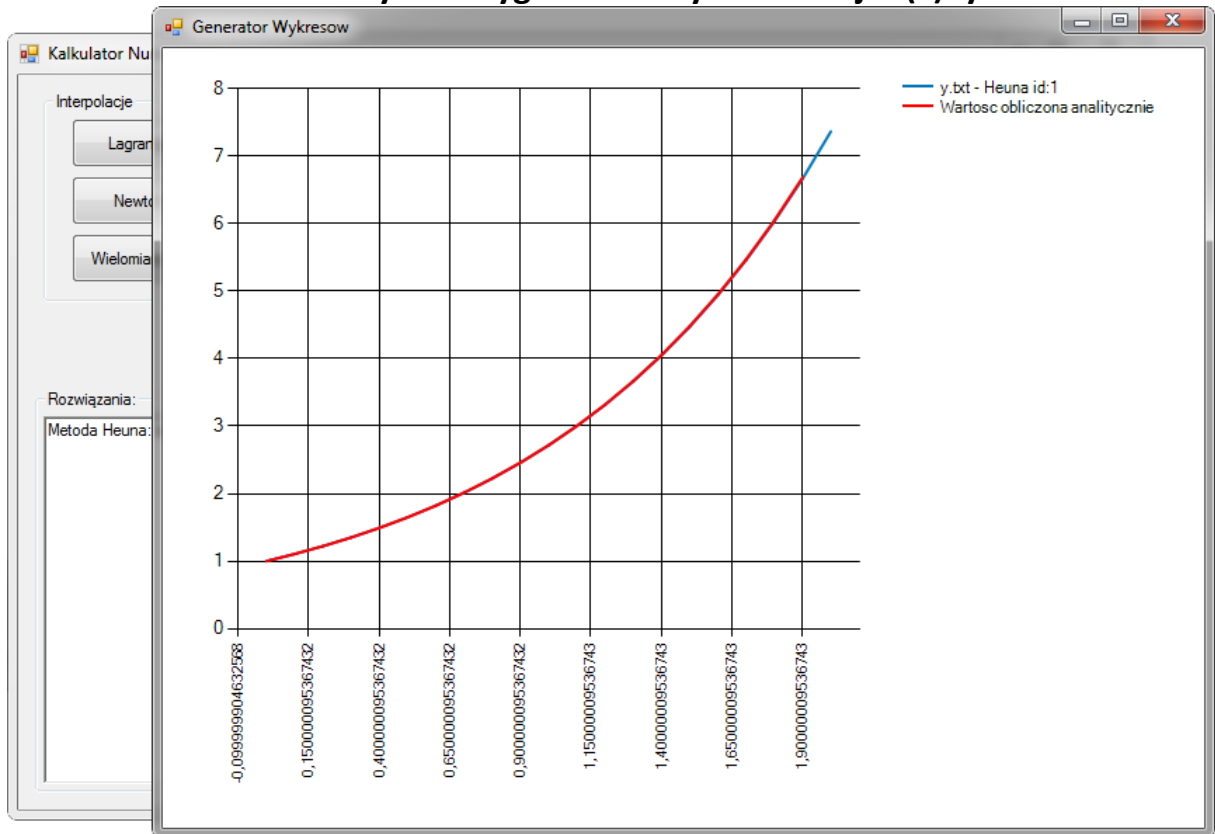
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest dużo wyższa mimo ustawienia tego samego kroku.

2. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=x$



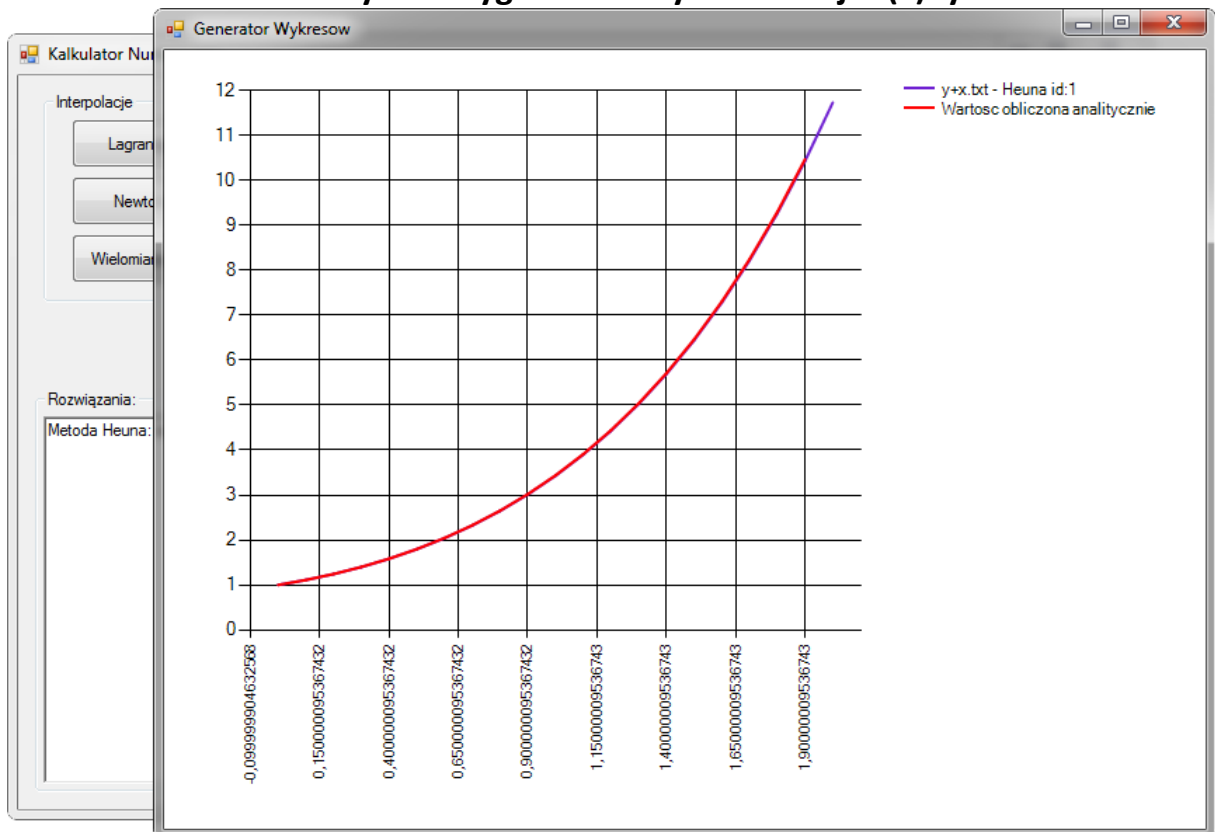
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest dużo wyższa mimo ustawienia tego samego kroku.

3. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y$



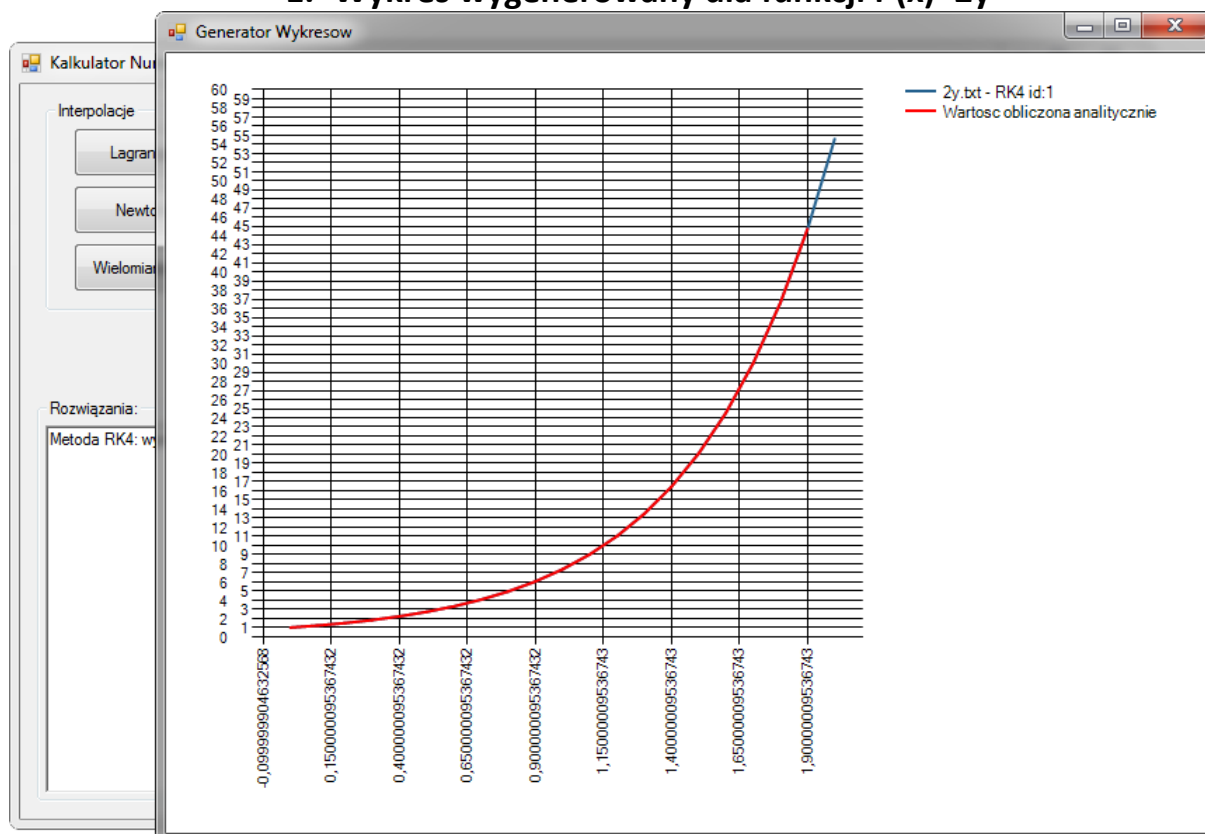
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest dużo wyższa mimo ustawienia tego samego kroku.

4. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y+x$



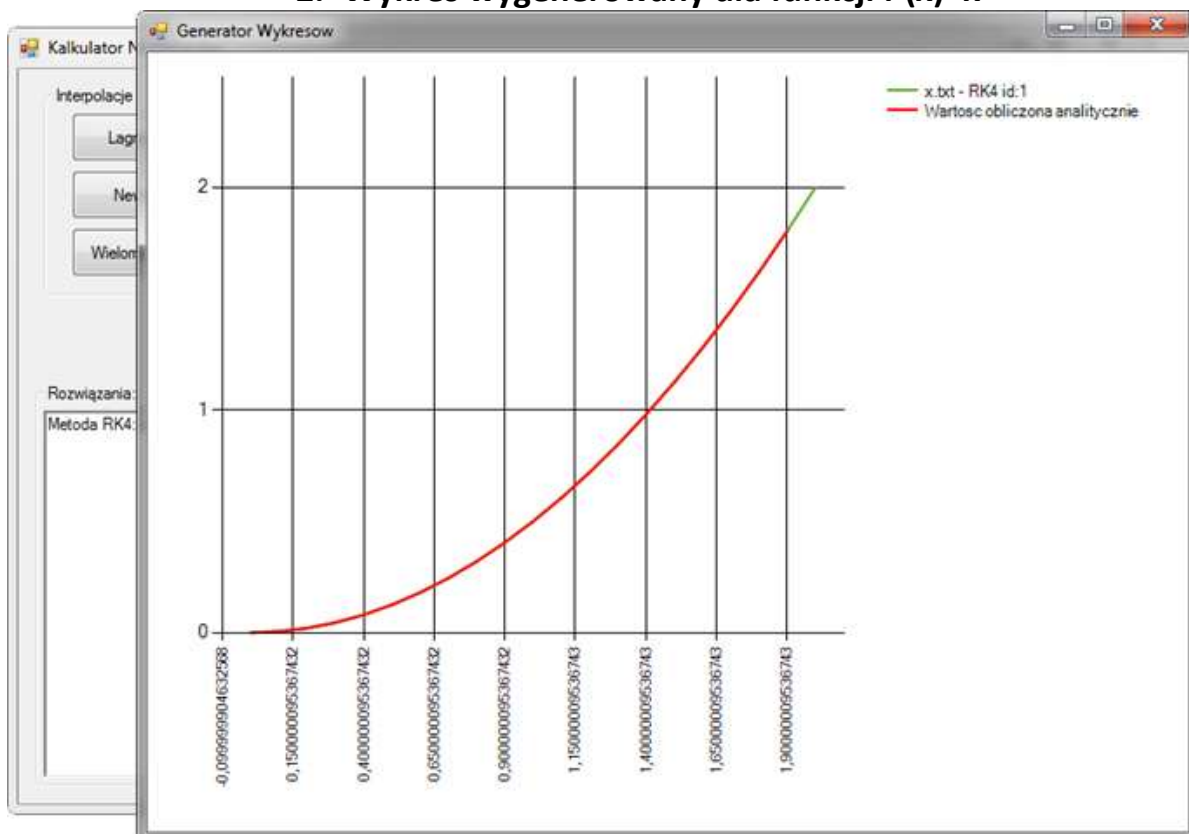
Wykresy są do siebie zbieżne. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest dużo wyższa mimo ustawienia tego samego kroku.

1. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=2y$



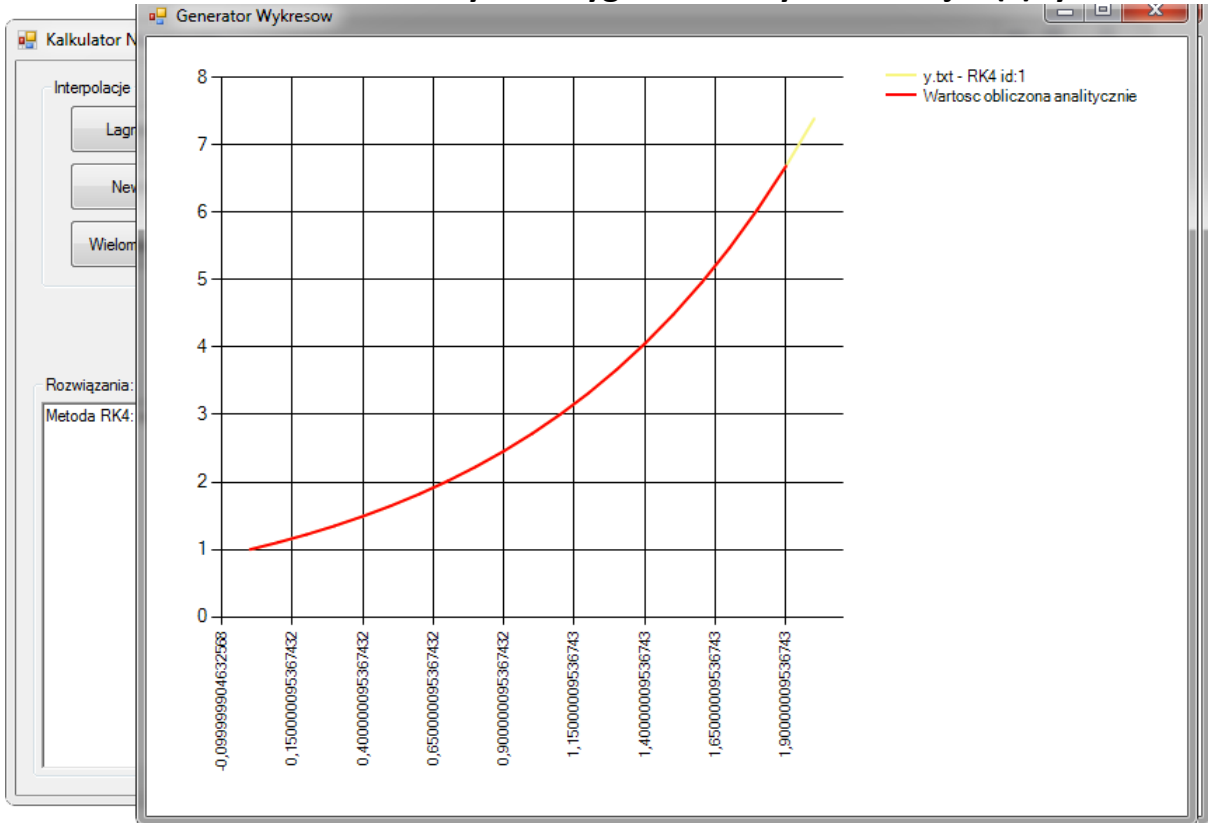
Wykresy wręcz się pokrywają. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest jeszcze wyższa mimo ustawienia tego samego kroku

2. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=x$



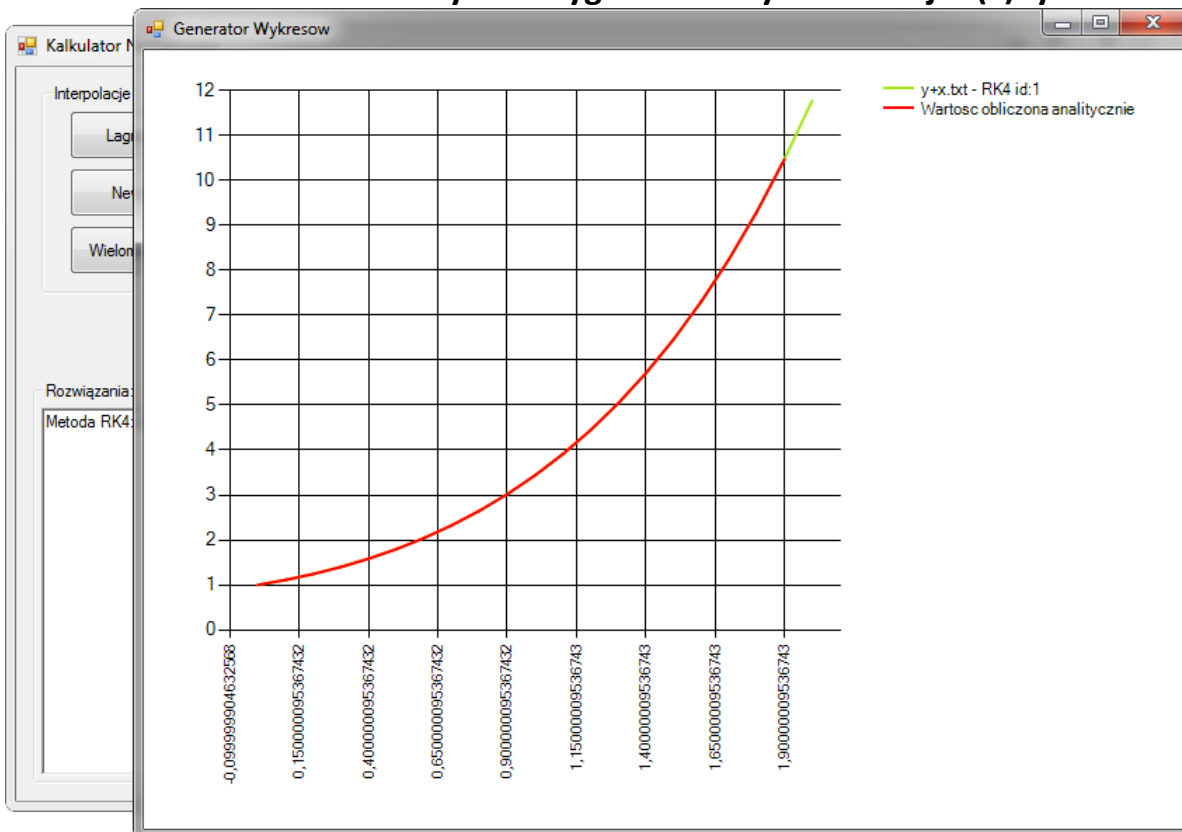
Wykresy wręcz się pokrywają. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest jeszcze wyższa mimo ustawienia tego samego kroku

3. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y$



Wykresy wręcz się pokrywają. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest jeszcze wyższa mimo ustawienia tego samego kroku

4. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y+x$

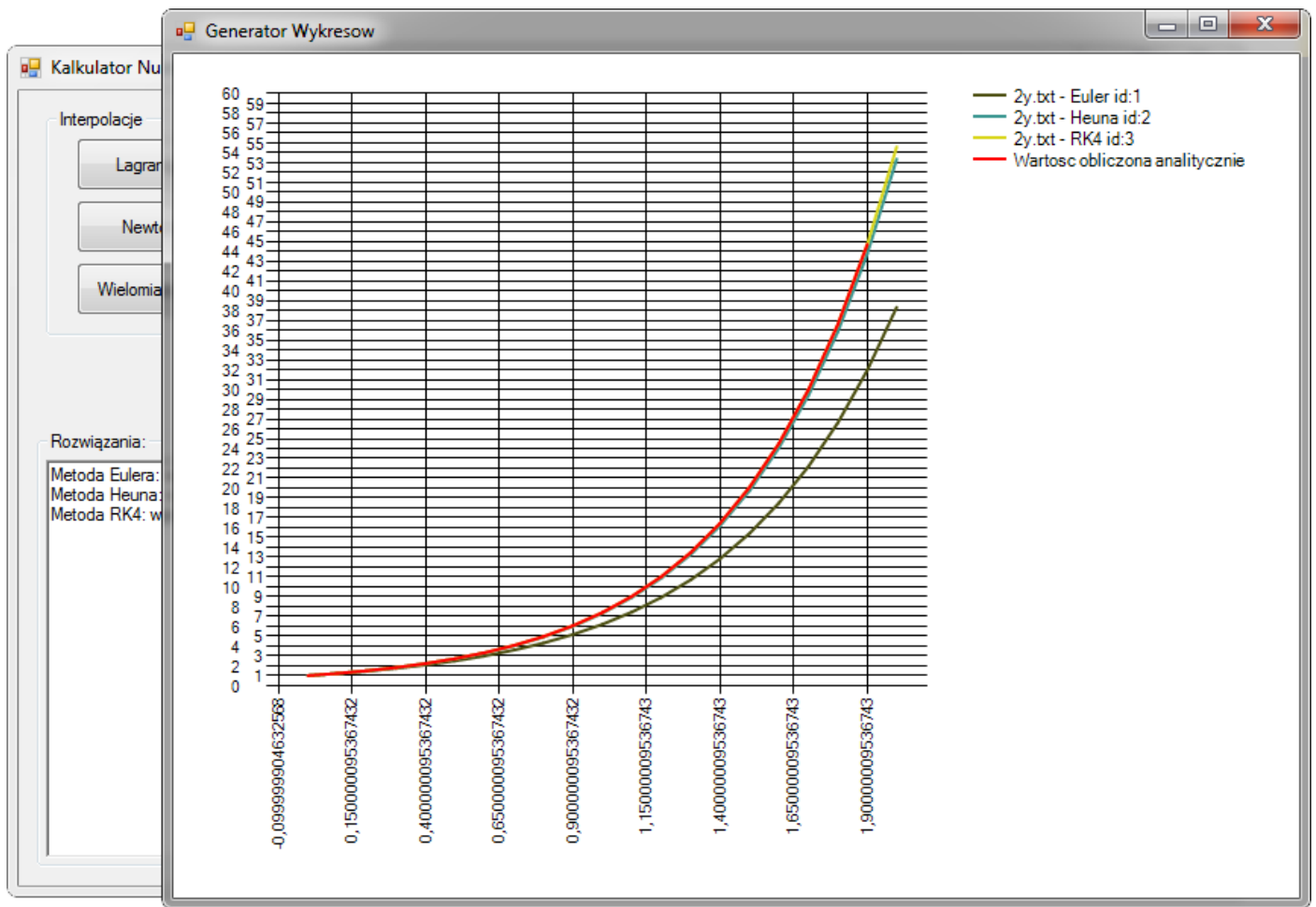


Wykresy wręcz się pokrywają. Co za tym idzie zaimplementowany algorytm poprawnie oblicza wszystkie oczekiwane punkty. Widać, że uzyskana dokładność jest jeszcze wyższa mimo ustawienia tego samego kroku

Porównanie wybranych metod obliczeniowych

Wyniki uzyskane – Metoda RK4

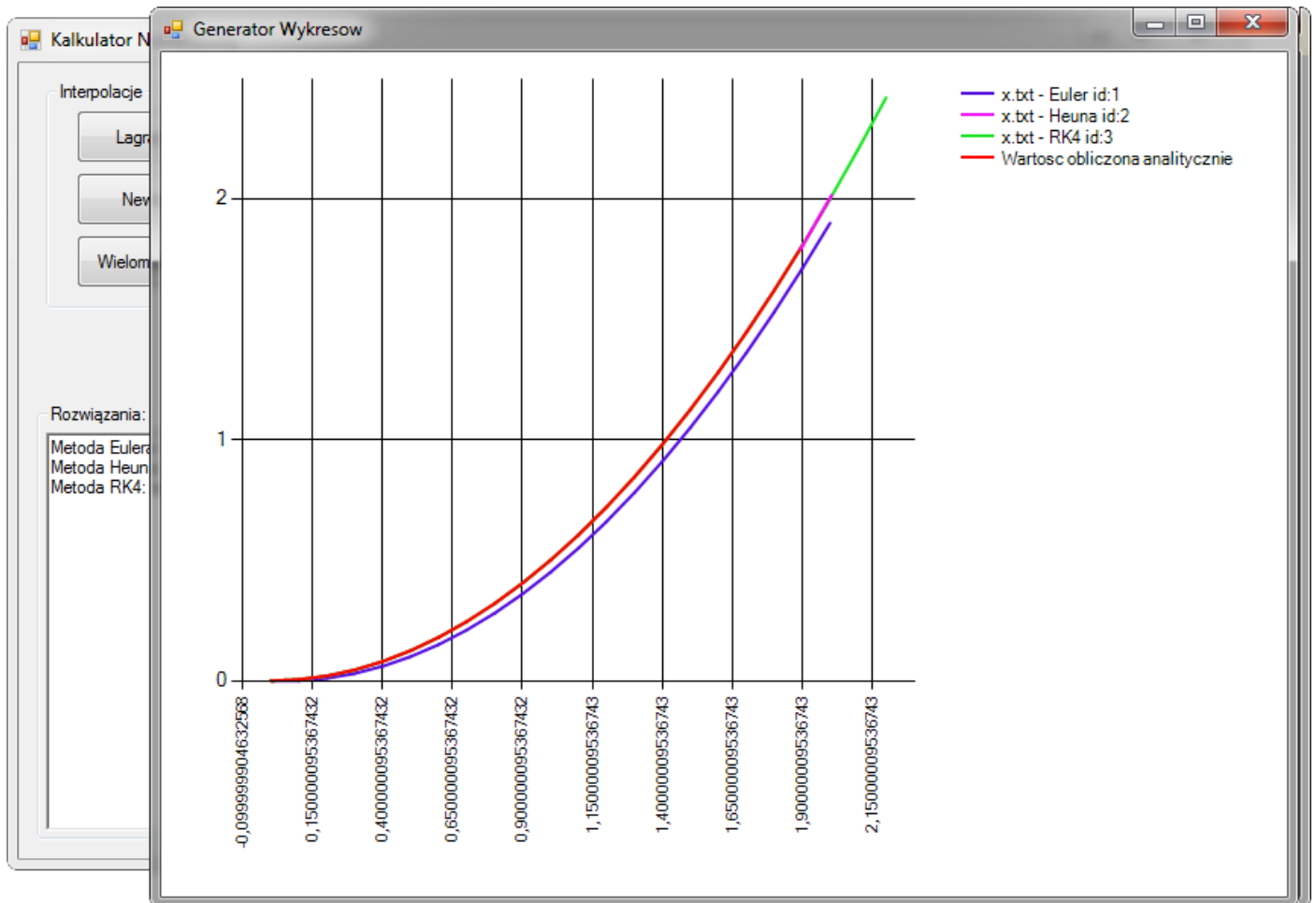
1. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=2y$



Porównanie wybranych metod obliczeniowych

Wyniki uzyskane – Metoda RK4

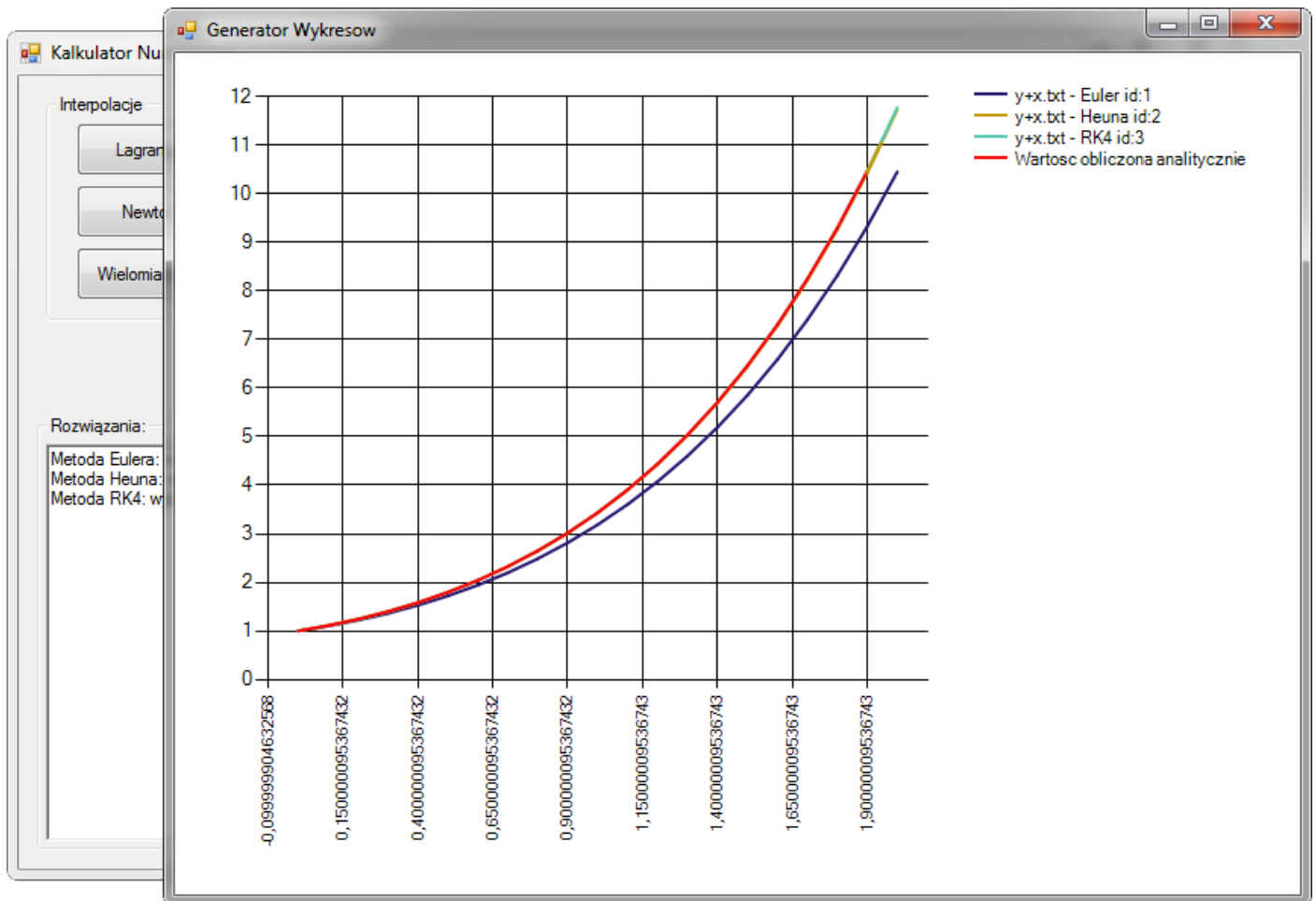
2. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=x$



Porównanie wybranych metod obliczeniowych

Wyniki uzyskane – Metoda RK4

3. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y$



Porównanie wybranych metod obliczeniowych

Wyniki uzyskane – Metoda RK4

4. Wykres wygenerowany dla funkcji $f'(x)=y+x$

