Formális szemantika

# Nyelvi kiegészítések az operációs szemantikában



Dr. Horpácsi Dániel ELTE Informatikai Kar 2023-2024-2

Az előadás témája

# Programozási nyelvi elemek szemantikája

Abort, nemdeterminisztikusság, konkurencia

- Az előző előadásokban definiáltuk az alapvető imperatív konstrukciók operációs szemantikáját
- A valódi programozási nyelvek ennél sokkal komplexebbek
- Rengeteg nyelvi elemet tartalmaznak, amelyek a programozó által használt absztrakciókat implementálják
- Ezeknek köszönhető, hogy tömören, kényelmesen tudunk kifejező, megbízható programokat írni
- Gondoljuk át, melyik nyelvben hogyan írhatunk
  - Elágazásokat és ciklusokat
  - Deklarációkat, blokkokat, alprogramokat
  - Terminálást, kivételeket, párhuzamosítást
  - Rekurzív és névtelen függvényeket
  - Lusta vagy mohó módon kiszámítható kifejezéseket
  - Adattípusokat és típuskonverziókat

- Egy program végrehajtása általában akkor ér véget, ha az összes utasítását végrehajtottuk
- Néha szükség van azonban arra, hogy a programot "abnormálisan" leállítsuk
- Bevezetünk erre egy nyelvi elemet, az abortálást
- Erdemes megjegyezni, hogy az abortálás nem ugyanaz, mint a skip vagy a végtelen ciklus, nem tudjuk velük kifejezni
- A C++ például az exit(int) és abort() függvényekkel implementálja
  - Persze ezek bonyolultabb szemantikával bírnak
  - Kezelik a tárral és memóriával kapcsolatos kérdéseket is
- Java-ban System.exit(int)
  - Ez minden végrehajtási szálat terminál
  - És a teljes virtuális gép leállítást levezényli

# A kiterjesztett nyelv absztrakt szintaxisa

#### Szintaktikus kategóriák és metaváltozóik

- $n \in \text{Num}$  (számliterálok)  $x \in \text{Var}$  (változók)
- a ∈ Aexp (aritmetikai kifejezések)
- b ∈ Bexp (logikai kifejezések)
- $S \in Stm$  (utasítások)

#### Produkciós szabályok

- $a ::= n | x | a_1 + a_2 | a_1 a_2 | -a_1$
- $b ::= true | false | a_1 = a_2 | a_1 < a_2 | \neg b | b_1 \wedge b_2$
- S ::= skip  $| x := a | S_1; S_2 |$  if b then  $S_1$  else  $S_2 |$  while b do S |

abort

# Az abortálás operációs szemantikája

- Trükk: nem változtatunk semmit a szemantikán, nem írunk fel következtetési szabályt az abortra
- Ennek köszönhetően mindkét operációs szemantika azt fogja mutatni, hogy a végrehajtás ott megakad
- Azzal, hogy nem csinálunk semmit, jó szemantikát kapunk!



$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto -10] \rangle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then skip else } x = x - 1 \text{ ; abort, } [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto -10] 
angle$$

$$\langle {f abort} \; ; \; {f if} \; x < 0 \; {f then} \; {f skip} \; {f else} \; x = x-1, \quad [x \mapsto 10] \rangle$$

(abort ; if 
$$x < 0$$
 then skip else  $x = x - 1$ ,  $[x \mapsto -10]$ )

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto -10] \rangle$$

$$\langle \mathsf{if} \ x < 0 \ \mathsf{then} \ \mathsf{skip} \ \mathsf{else} \ x = x - 1 \ ; \ \mathsf{abort}, \quad [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto -10] 
angle$$

$$\langle {f abort} \; ; \; {f if} \; x < 0 \; {f then} \; {f skip} \; {f else} \; x = x-1, \quad [x \mapsto 10] \rangle$$

(abort ; if 
$$x < 0$$
 then skip else  $x = x - 1$ ,  $[x \mapsto -10]$ )

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto -10] \rangle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto 10] 
angle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto -10] 
angle$$

(abort ; if 
$$x < 0$$
 then skip else  $x = x - 1$ ,  $[x \mapsto 10]$ )

$$\langle { t abort} \; ; \; { t if} \; x < 0 \; { t then} \; { t skip} \; { t else} \; x = x-1, \quad [x \mapsto -10] 
angle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto 10] \rangle$$

$$\langle \text{if } x < 0 \text{ then abort else } x = x - 1, \qquad [x \mapsto -10] \rangle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto 10] 
angle$$

$$\langle ext{if } x < 0 ext{ then skip else } x = x - 1 ext{ ; abort, } [x \mapsto -10] 
angle$$

$$\langle {\sf abort} \; ; \; {\sf if} \; x < 0 \; {\sf then} \; {\sf skip} \; {\sf else} \; x = x - 1, \quad [x \mapsto 10] 
angle$$

$$\langle { t abort} \; ; \; { t if} \; x < 0 \; { t then} \; { t skip} \; { t else} \; x = x-1, \quad [x \mapsto -10] 
angle$$

# Az abort strukturális szemantikája

- A small-step szemantikában beragadt konfigurációk jelzik a program elakadását, hibás megállását
  - A konfiguráció beragadt, ha nem tudunk átmenetet levezetni hozzá
  - Formálisan,  $\langle S, s \rangle$  beragadt, ha nincs olyan c konfiguráció, amelyre  $\langle S, s \rangle \Rightarrow c$
- Nem vettünk fel olyan szabályt, amelynek a konklúziója megadná valamely abort utasítást tartalmazó konfiguráció átmenetét
- Tehát azok a konfigurációk, amelyek az abort utasítás végrehajtását írják elő a következő lépésben, beragadnak
- Továbbá a valahol abortot tartalmazó, és azt végrehajtó programok véges levezetési láncokat eredményeznek, amelyek beragadt konfigurációban érnek véget

#### Természetes szemantika

- A big-step szemantikában nincsenek beragadó konfigurációk
- A programok vagy sikeresen terminálnak, vagy nem terminálnak, sikertelen terminációt nem értelmezünk
- Az abort utasítást tartalmazó programoknak nem számítható ki a szemantikája, "nem futtathatóak"
- Érdekesség: a fentiek következménye, hogy a természetes szemantikában az abort és a while true do skip utasítások szemantikusan ekvivalensek
- Mivel nem tud különbséget tenni az abnormális terminálás és a divergálás között (hacsak nem vezetünk be egy extremális hiba konfigurációt) v.ö.  $S_{sos}[S]$

# Nemdeterminisztikusság

- "A nemdeterminisztikus algoritmus egy olyan algoritmus, amely különböző futtatások esetén különböző viselkedést mutathat."
- Mi most egy egyszerű konstrukcióval foglalkozunk: nemdeterminisztikus választás két utasítás között
- A valószínűségi nyelvek (*probabilistic programming language*) tartalmaznak véletlen értékkiválasztást is
- Az elterjedt programozási nyelvek általában nem implementálnak nemdeterminisztikus választást...
- ...viszont nemdeterminisztikus viselkedést eredményez a konkurencia, mert ekkor az ütemezésen múlik, milyen sorrendben hajtódnak végre az utasítások

# Nemdeterminisztikusság

- "A nemdeterminisztikus algoritmus egy olyan algoritmus, amely különböző futtatások esetén különböző viselkedést mutathat."
- Mi most egy egyszerű konstrukcióval foglalkozunk: nemdeterminisztikus választás két utasítás között
- A valószínűségi nyelvek (*probabilistic programming language*) tartalmaznak véletlen értékkiválasztást is
- Az elterjedt programozási nyelvek általában nem implementálnak nemdeterminisztikus választást...
- ...viszont nemdeterminisztikus viselkedést eredményez a konkurencia, mert ekkor az ütemezésen múlik, milyen sorrendben hajtódnak végre az utasítások

# A kiterjesztett nyelv szintaxisa

#### Szintaktikus kategóriák és metaváltozóik

- $n \in \text{Num}$  (számliterálok)
- $x \in Var$  (változók)
- a ∈ Aexp (aritmetikai kifejezések)
- b ∈ Bexp (logikai kifejezések)
- $S \in Stm$  (utasítások)

#### Produkciós szabályok

$$a ::= n | x | a_1 + a_2 | a_1 - a_2 | -a$$

$$b ::= true | false | a_1 = a_2 | a_1 < a_2 | \neg b | b_1 \wedge b_2$$

$$S ::=$$
 **skip**  $\mid x := a \mid S_1; S_2 \mid$  **if**  $b$  **then**  $S_1$  **else**  $S_2 \mid$  **while**  $b$  **do**  $S \mid$ 

$$S_1$$
 or  $S_2$ 

## Nemdeterminisztikusság: példa

Az informális szemantikánk szerint ennek az utasításnak:

$$x := 1$$
 or  $(x := 3 ; x := x - 1)$ 

két különböző eredménye lehet: olyan állapotban is véget érhet, amelyben x értéke 1, illetve olyanban is, ahol x értéke 2.

Még érdekesebb a következő utasítás szemantikája:

$$x := 1$$
 or (while true do skip)

mivel azt várjuk tőle, hogy vagy az x=1 állapotban terminál, vagy pedig egyáltalán nem terminál.

Hogyan tudjuk ezt elérni a formális szemantika definícióban?

#### Nemdeterminisztikus választás

$$\frac{\langle S_1,s\rangle\to s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2,s\rangle\to s'}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \to s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \to s'}$$

Ezzel levezethető mindkettő:

$$\langle x := 1 \text{ or } (x := 3 ; x := x - 1), s \rangle \rightarrow s[x \mapsto 1]$$

és

$$\langle x := 1 \text{ or } (x := 3 ; x := x - 1), s \rangle \rightarrow s[x \mapsto 2]$$

(bármely s állapot esetén).

### Természetes szemantika

Mit mondhatunk az x := 1 or (while true do skip) utasítás big-step szemantikájáról?

Az biztosan igaz, hogy

$$\langle x := 1 \text{ or (while true do skip)}, s 
angle o s[x \mapsto 1]$$

De a második alternatívával nem tudunk átmenetet levezetni.

Ez azért van, mert a végtelen ciklus esetében nem tudunk levezetési fát építeni és így a nemdet. választás második szabályát nem tudjuk alkalmazni. A big-step szemantika nem fogja a második alternatívát választani: elkerüli a végtelen ciklust és az abnormális terminálást.

### Természetes szemantika

Mit mondhatunk az x := 1 or (while true do skip) utasítás big-step szemantikájáról?

Az biztosan igaz, hogy

$$\langle x := 1 \text{ or (while true do skip)}, s 
angle o s[x \mapsto 1]$$

De a második alternatívával nem tudunk átmenetet levezetni.

Ez azért van, mert a végtelen ciklus esetében nem tudunk levezetési fát építeni és így a nemdet. választás második szabályát nem tudjuk alkalmazni. A big-step szemantika nem fogja a második alternatívát választani: elkerüli a végtelen ciklust és az abnormális terminálást.

#### Nemdeterminisztikus választás

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle$$

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle$$

Ahogy az informális szemantika alapján várjuk, levezethető mindkét eredmény:

$$\langle x := 1 \text{ or } (x := 3 ; x := x - 1), s \rangle \Rightarrow^* s[x \mapsto 1]$$

és

$$\langle x := 1 \text{ or } (x := 3 ; x := x - 1), s \rangle \Rightarrow^* s[x \mapsto 2]$$

(bármely s állapotra).

#### Strukturális szemantika

Ha az x := 1 or (while true do skip) utasítás small-step szemantikát vizsgáljuk, a következőt kapjuk.

Előáll egy véges levezetési lánc:

$$\langle x := 1 \text{ or (while true do skip)}, s \rangle \Rightarrow^* s[x \mapsto 1]$$

és egy végtelen levezetési lánc is:

$$\langle x := 1 \text{ or (while true do skip)}, s \rangle \Rightarrow^* \infty$$

Tehát a small-step szemantika a "rossz" úton is el tudja végezni a végrehajtást. Ez a formális szemantika jobban egybevág az informális szemantikával.

## Konkurens programok

- Bevezetünk egy parbegin-parend jellegű nyelvi elemet, amely párhuzamos végrehajtást tesz lehetővé
- Mi két utasítás konkurens végrehajtását fogjuk lehetővé tenni
- Fontos: az általunk megadott egyszerű szemantika összefésüléses, azonban a gyakorlatban ennél bonyolultabb a konkurens végrehajtás szemantikája (lásd pl. gyengén rendezett memóriamodellek)

$$x := 1 \text{ par } (x := 3 ; x := x - 1)$$

A fenti utasítás ami egyszerű modellünkben x-hez három különböző értéket rendelhet: 0, 1 vagy 2.

# A kiterjesztett nyelv szintaxisa

### Szintaktikus kategóriák és metaváltozóik

- $n \in \text{Num}$  (számliterálok)
- $x \in Var$  (változók)
- a ∈ Aexp (aritmetikai kifejezések)
- b ∈ Bexp (logikai kifejezések)
- $S \in Stm$  (utasítások)

#### Produkciós szabályok

- $a ::= n | x | a_1 + a_2 | a_1 a_2 | -a$
- $b ::= true | false | a_1 = a_2 | a_1 < a_2 | \neg b | b_1 \wedge b_2$
- S ::= **skip**  $\mid x := a \mid S_1; S_2 \mid$  **if** b **then**  $S_1$  **else**  $S_2 \mid$  **while** b **do**  $S \mid$

$$S_1$$
 par  $S_2$ 

#### Strukturális szemantika

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1 \mathsf{\,par\,} S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1 \mathsf{\,par\,} S_2, s' \rangle}$$

$$rac{\langle \mathcal{S}_1, s 
angle \Rightarrow s'}{\langle \mathcal{S}_1 ext{ par } \mathcal{S}_2, s 
angle \Rightarrow \langle \mathcal{S}_2, s' 
angle}$$

$$rac{\langle \mathcal{S}_2, s 
angle \Rightarrow \langle \mathcal{S}_2', s' 
angle}{\langle \mathcal{S}_1 \ \mathsf{par} \ \mathcal{S}_2, s 
angle \Rightarrow \langle \mathcal{S}_1 \ \mathsf{par} \ \mathcal{S}_2', s' 
angle}$$

$$rac{\langle \mathcal{S}_2, s
angle \Rightarrow s'}{\langle \mathcal{S}_1 ext{ par } \mathcal{S}_2, s
angle \Rightarrow \langle \mathcal{S}_1, s'
angle}$$

#### Példa levezetések

$$\langle x := 1 \text{ par } (x := 3 \; ; \; x := x - 1), \qquad s \rangle \Rightarrow$$
 $\langle x := 3 \; ; \; x := x - 1, \qquad s[x \mapsto 1] \rangle \Rightarrow$ 
 $\langle x := x - 1, \qquad s[x \mapsto 3] \rangle \Rightarrow$ 
 $s[x \mapsto 2]$ 
 $\langle x := 1 \text{ par } (x := 3 \; ; \; x := x - 1), \qquad s \rangle \Rightarrow$ 
 $\langle x := 1 \text{ par } x := x - 1, \qquad s[x \mapsto 3] \rangle \Rightarrow$ 
 $\langle x := x - 1, \qquad s[x \mapsto 1] \rangle \Rightarrow$ 
 $s[x \mapsto 0]$ 
 $\langle x := 1 \text{ par } (x := 3 \; ; \; x := x - 1), \qquad s \rangle \Rightarrow$ 
 $\langle x := 1 \text{ par } x := x - 1, \qquad s[x \mapsto 3] \rangle \Rightarrow$ 
 $\langle x := 1, \qquad s[x \mapsto 2] \rangle \Rightarrow$ 
 $s[x \mapsto 1]$ 

### Természetes szemantika

- A természetes, big-step szemantikában a részkifejezések mindig teljesen kiértékelésre kerülnek egy átmenettel, így összefésülést nem tudunk leírni
- Következésképp a párhuzamos konstrukciónknak nem tudunk big-step szemantikát definiálni, vagy legalábbis összefésüléssel nem
- Továbbá a big-step szemantikában a nemdeterminisztikus választás elkerüli a végtelen ciklusokat és az abort szemantikusan ekvivalens a végtelen ciklussal
- Ezek a példák jól mutatják, hogy a természetes szemantika jóval absztraktabb, mint a strukturális

#### Show me the code!

# $\mathbb{K}$

A foreach-jellegű ciklus végrehajtható szemantikája elérhető a kurzus anyagai között. A small-step stílusú operációs szemantikát a  $\mathbb{K}$  keretrendszerben definiáltuk, kipróbálható a 3.5 és a 3.6 verziókkal.

 $\lambda$ 

A switch-case jellegű elágazás végrehajtható szemantikája elérhető a kurzus anyagai között. A leíró szemantikát Haskellben adtuk meg.