

Nota: Recuerde que

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 n_i}{N - 1}$$

Ejemplo 1. Contraste de hipótesis para la media

Un auditor desea contrastar a un nivel de significación de 0.05 la hipótesis nula de que la media de las deudas por cobrar de una empresa es de 150.000 euros. Para ello se selecciona una muestra al azar de 50 de dichas deudas con un valor medio y cuasi-desviación típica muestrales 189.000 y de 80.000, respectivamente. Compruebe si se rechaza o acepta dicha hipótesis

$$H_0 : \mu = 150,000$$

$$H_1 : \mu \neq 150,000$$

Solución ejemplo 1. Contraste de hipótesis para la media

$$\alpha = 0,05$$

Para $\alpha = 0,05$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1,96$

Se determina el estadístico de contraste Z con el estadístico muestral transformándolo en un valor Z , usando media de la muestra y desviación típica muestral), y se observa si cae en la zona de rechazo

El estadístico muestral Z

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0, 1)$, dado que el tamaño de muestra es mayor que 30.

Estadístico de contraste z es igual a

$$z = \frac{189000 - 150000}{\frac{80000}{\sqrt{50}}} = 3,447$$

$Z = 3,447$ cae en zona de rechazo, fuera de los límites $(-1,96, 1,96)$, por lo que se rechaza H_0 .

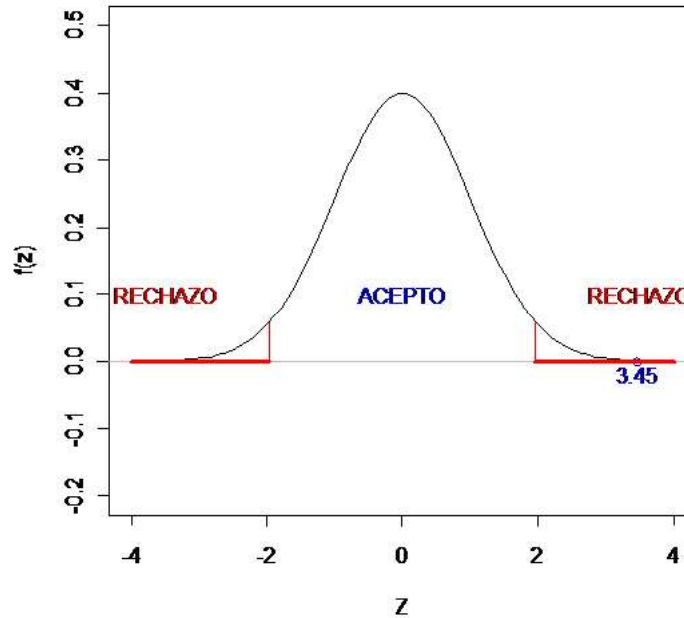
Otra forma equivalente de decisión es viendo si el $p - valor$ es inferior al nivel de significación 0,05

$$p - valor < \alpha \implies RECHAZO$$

$$p - valor \geq \alpha \implies ACEPTO$$

$$p - valor = P(|Z| > 3,45) = 0,00056 < 0,05$$

Por tanto, se rechaza H_0 .



Ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la media

Un fabricante afirma que la vida media de un componente electrónico supera las 1500 horas. Se selecciona una muestra de 900 componentes de la producción para establecer un control de calidad, obteniéndose los siguientes resultados. Media y cuasi-varianza muestrales iguales a $\bar{X} = 1450$ y $s^2 = 650$, respectivamente.

Contraste la hipótesis

$$H_0 : \mu > 1500$$

frente a la alternativa

$$H_1 : \mu < 1500$$

a un nivel de significación α del 5 %.

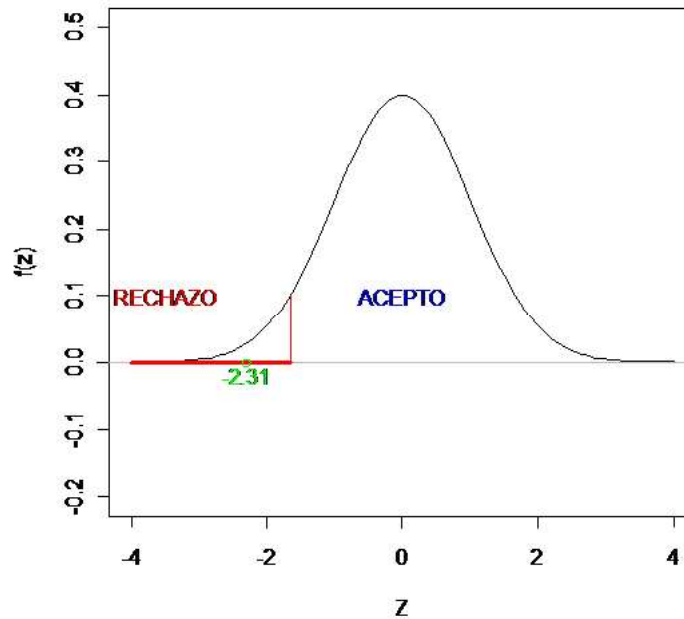
Solución ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la media

El estadístico muestral $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ sigue un modelo $N(0, 1)$, dado que el tamaño de muestra es mayor que 30.

Estadístico de contraste $z = (1450 - 1500)/\sqrt{650/900}$

$Z = -2,31$ cae en zona de rechazo (fuera de los límites $(-1,645, \infty)$)

La región de rechazo ahora es



Otra forma de decidir es viendo si el p – *valor* es inferior al nivel de significación 0,05

$$p - \text{valor} = P(Z < -1,645) = 0,0105 < 0,05$$

Por tanto se rechaza H_0 .

Ejemplo 3. Contraste de hipótesis para la media

Se piensa que el tiempo medio que está en paro un tipo de profesional de un determinado sector es de 13,5 meses. Para contrastar esta hipótesis al nivel $\alpha = 5\%$ frente a la alternativa (que no es cierto) se tomó una muestra de 45 profesionales que estuvieron en paro en ese sector y se obtuvo una media de 17,2 meses y una cuasi-desviación típica de 15,3 meses.

Compruebe si se rechaza o acepta dicha hipótesis.

Solución ejemplo 3. Contraste de hipótesis para la media

$$H_0 : \mu = 13,5$$

$$H_1 : \mu \neq 13,5$$

$\alpha = 0,05$. La hipótesis alternativa define dos zonas de rechazo.

Para $\alpha/2 = 0,05/2 = 0,025$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1,96$.

Se determina el estadístico de contraste Z con los datos de la muestra y se observa si cae o no en la zona de rechazo.

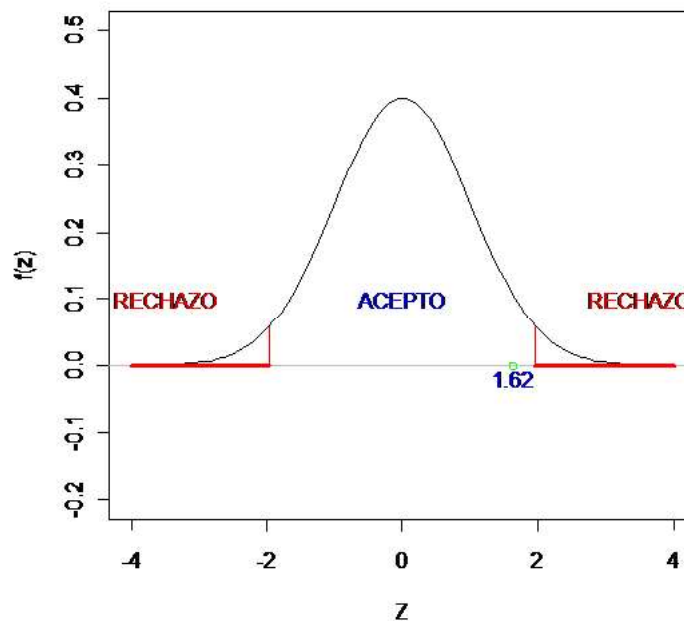
El estadístico muestral

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0, 1)$, dado que el tamaño de muestra (45) es mayor que 30.

Estadístico de contraste $z = (17,2 - 13,5)/(15,3/\sqrt{45})$

$Z = 1,62$ cae en zona de aceptación, dentro de los límites $(-1,96, 1,96)$, por tanto no se puede rechazar H_0 .



Otra forma: viendo si el p -valor es o no inferior al nivel de significación del 5

$$p\text{-valor} = P(|Z| > 1,62) = P(Z < -1,62) + P(Z > 1,62) = 2 * P(Z < -1,62) = 0,1048$$

$$p\text{-valor} = 0,1048 > 0,05$$

por tanto, se acepta la hipótesis nula.

Ejemplo 4. Contraste de hipótesis para la proporción

En una muestra de 250 personas en edad laboral de una zona determinada se encuentra que el 14 % esta en paro. Los datos recogidos del INE para el año anterior fueron de una tasa de paro del 10 %. ¿Puede asumirse la hipótesis de estabilidad de la tasa de paro?. Contraste la hipótesis de mantenimiento de la tasa en el 10 %, dada por la Administración a un nivel α del 5 %

Solución ejemplo 4. Contraste de hipótesis para la proporción

$$H_0 := 0,1$$

$$H_1 := \neq 0,1$$

$\alpha = 0,05$. La hipótesis alternativa define dos zonas de rechazo.

Para $\alpha/2 = 0,05/2 = 0,025$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1,96$.

Se determina el estadístico de contraste Z con los datos de la muestra y se observa si cae o no en la zona de rechazo.

El estadístico muestral

$$Z = \frac{u_p - p}{\frac{p(1-p)}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0, 1)$, dado que el tamaño de muestra ($n=250$) es grande.

Estadístico de contraste $z = (0,14 - 0,1)/(0,10,9/\sqrt{250})$

$Z = 7,027$ cae en zona de rechazo (fuera de los límites $(-1,96, 1,96)$), por tanto se rechaza H_0 .

Otra forma: viendo si el p -valor es o no inferior al nivel de significación del 5 %

$$p\text{-valor} = P(|Z| > 7,03) = P(Z < -7,03) + P(Z > 7,03) = 2 * P(Z < -7,03) = 0$$

$$p - \text{valor} = 0 < 0,05$$

por tanto, se RECHAZA la hipótesis nula. La tasa de paro no es la misma del año anterior.

Ejemplos propuestos

Ejemplo 1. Contraste de hipótesis para media

Los resultados de una muestra seleccionada al azar de las calificaciones obtenidas por los 120 estudiantes de una academia de opositores en un examen ha sido media=35 puntos varianza=25 puntos

El director de la academia establece que la media alcanzada por sus alumnos supera lo 40 puntos. Contraste la hipótesis a un nivel de significación del 1 %.

Ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la proporción

Un partido político realiza un sondeo para conocer la intención de voto. En una muestra de 300 votantes se encuentra que solo 105 son favorables al partido. Contraste la hipótesis a un nivel de significación del 10 % de que al menos el 40 % de la población lo votará.