

Is the sequent

valid?

Övn 2 (1)

"Gäller det att"  $k \vee f, \neg p \rightarrow \neg k \models p$  ?  
sekvensen

	k	f	p	$k \vee f$	$\neg p$	$\neg k$	$\neg p \rightarrow \neg k$
①	F	F	F	F	T	T	T
②	F	F	T	F	F	T	T
③	F	T	F	T	T	T	T
④	F	T	T	T	F	T	T
⑤	T	F	F	T	T	F	F
⑥	T	F	T	T	F	F	T
⑦	T	T	F	T	T	F	F
⑧	T	T	T	T	F	F	T

truth table  
(sanningsvärdestabell)

← countermodel  
(motmodell)

1 modell ③, ④, ⑥ och ⑧ är bägge premisserna sanna.

Av dessa är slutsatsen bara sann i modellerna ④, ⑥ o ⑧  
men inte i ③.  
valuering

p är därmed inte en logisk konsekvens av  $k \vee f$  och  $\neg p \rightarrow \neg k$ .

Studenterna gör:

Gäller det att  $(\neg q \rightarrow p) \rightarrow \neg q \models \neg q$  ? (Svar: ja)

Gäller det att  $\models \neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow \neg q$  ? (Svar: nej)

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$(\neg q \rightarrow p) \rightarrow \neg q$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$\neg p \wedge (p \vee q)$	$\neg q$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0

Skriv som en predikatlogisk formel:

(2)

"Alla studenter är flitiga"

"All students are diligent"

$$\forall x (\text{Student}(x) \rightarrow \text{Flitig}(x))$$

Universe: people

(Vad är skillnaden mot  $\forall x (\text{Student}(x) \wedge \text{Flitig}(x))$ ?)

"No animal is both a dog and a cat."

"Inget djur är både hund och katt"

Universe:

$$\neg \exists x (\text{Djur}(x) \wedge \text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x))$$

eller

$$\forall x (\text{Djur}(x) \rightarrow \neg (\text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x)))$$

Om vi antar att  $\text{Hund}(x)$  och  $\text{Katt}(x)$  bara kan vara sanna för djur, så kan vi utelämma  $\text{Djur}(x)$ :

$$\neg \exists x (\text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x))$$

$$\forall x (\neg (\text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x)))$$

} Man kan visa att dessa  
formler är ekvivalenta  
(sanna för samma värden på:

OBS! att  $\forall x (\text{Djur}(x) \rightarrow \neg (\text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x)))$

och  $\neg \exists x (\text{Djur}(x) \rightarrow \text{Hund}(x) \wedge \text{Katt}(x))$

inte är ekvivalenta.

(men gå inte in på detta exempel).

Studenterna gör: Reuse standard predicate symbols from mathematics:  $>, =$  (3)

- "There is a number that is greater than 5"
- ① "Det finns ett tal som är större än 5"
- "All numbers between 6 and 8 are odd."
- ② "Alla tal mellan 6 och 8 är udda"
- "The product of two odd numbers is odd as well."
- ③ "Produkten av två udda tal är udda"
- "The product of an even number with a number is even."
- ④ "Produkten av ett jämnt tal och ett annat tal är jämnt"
- "There are infinitely many numbers"
- ⑤ "Det finns oändligt många tal"

Använd  $u(x) = "x \text{ är ett udda tal}"$   $Odd(x)$

Svar: ①  $\exists x (x > 5)$

②  $\forall x (x > 6 \wedge x < 8 \rightarrow u(x))$

③  $\forall x \forall y \forall z (x = y \cdot z \wedge u(y) \wedge u(z) \rightarrow u(x))$

④  $\forall x \forall y \forall z (x = y \cdot z \wedge \neg u(y) \rightarrow \neg u(x)) \wedge$   
 $\forall x \forall y \forall z (x = y \cdot z \wedge \neg u(z) \rightarrow \neg u(x))$

⑤  $\forall x \exists y (y > x)$

Om det finns tid kan ni be studenterna att skriva  
 formelerna ovan utan att använda symbolen  $u(x)$ ,  
 genom att använda att  $x$  är udda  $\leftrightarrow \exists y (x = 2 \cdot y + 1)$

tex

③  $\forall x \forall y \forall z (x = y \cdot z \wedge \exists y_1 (y = 2 \cdot y_1 + 1) \wedge \exists y_2 (z = 2 \cdot y_2 + 1) \rightarrow$   
 $\exists y (x = 2 \cdot y + 1))$

Variabel-krock

=> omnamn