DD1351 - DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN
8 januari 2020, 14.00 - 19.00

Johan Karlander
KTH EECS

Skriv varje problem på ett separat blad. Skriv ditt namn på alla blad. Flera formelblad är bifogade; inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Del E

Om du fick minst betyg E på kontrollskrivningen 2019 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg E krävs 16 poäng på E-delen, inklusive tillgodoräknade bonuspoäng från hemtal och labbar.

1. Bevisa sekventen $p \lor r \to q,\ q \to s,\ p\ \vdash\ (p \to r) \to s$ med naturlig deduktion. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden i beviset. $\boxed{4}$

2. Vi har de två predikatlogiska formlerna $F_1 : \forall x \exists y G(x,y)$ och $F_2 : \exists x \exists y G(x,y)$. Vilket av följande påståenden stämmer? $\boxed{6}$

   (a) $F_1 \models F_2$ och $F_2 \models F_1$
   (b) $F_1 \models F_2$ och $F_2 \not\models F_1$
   (c) $F_1 \not\models F_2$ och $F_2 \models F_1$
   (d) $F_1 \not\models F_2$ och $F_2 \not\models F_1$

3. Mängden $\{p \lor q, q \lor r\}$ av formler är satisfierbar (vilket är lätt att se). Låt oss nu utöka mängden till $A = \{p \lor q, q \lor r, X\}$ där X är någon formel. Avgör för följande val av X om A är satisfierbar eller inte. $\boxed{5}$

   (a) $X = \neg p \land \neg q$
   (b) $X = \neg q \land \neg r$
   (c) $X = \neg p \lor \neg q$

4. Låt $Atoms \stackrel{\mathsf{def}}{=} \{p, q\}$ och låt $\mathcal{M}$ vara en temporallogisk modell definierad som: $\boxed{5}$

$$
\begin{array}{rcl}
S & \stackrel{\mathsf{def}}{=} & \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\} \\
\to & \stackrel{\mathsf{def}}{=} & \{(s_1,s_2),(s_1,s_4),(s_2,s_2),(s_2,s_3),(s_3,s_4),(s_3,s_5),(s_4,s_2),(s_5,s_5)\} \\
L & : & s_1 \mapsto \{p,q\},\ s_2 \mapsto \{p\}, s_3 \mapsto \{p\}, s_4 \mapsto \{p\}, s_5 \mapsto \{q\}
\end{array}
$$

   För vilka tillstånd s_i gäller $\mathcal{M}, s_i \models \mathsf{EG}\ p$? För vilka tillstånd gäller s_i gäller $\mathcal{M}, s_i \models \mathsf{AF}\ q$? Motivera dina svar.

5. Betrakta följande bevis: $\boxed{4}$

1	$z = h(y,z)$	Premiss
2	$z = y$	Premiss
3	$z = h(y,y)$	$=_e$ 2,1

   För att komma till rad 3 har vi använt oss av regeln =e, som beskrivs på formelbladet. I regeln omnämns en formel ϕ. Förklara hur denna formel ϕ ser ut i exemplet ovan.

Del C

Om du fick betyg C på kontrollskrivningen 2019 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg C krävs 12 poäng, och för betyg D krävs 8 poäng på C-delen. I bägge fallen krävs även godkänt på E-delen.

6. Låt R vara ett predikat i tre variabler. Visa med naturlig deduktion att om $\exists x \forall y \forall z R(x, y, z)$ gäller i en viss modell så gäller också $\forall x \forall y \exists z R(z, x, y)$ i modellen. $\boxed{5}$

   Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

7. Version DD1351: De studenter som är registrerade på DD1351 ska göra denna uppgift. $\boxed{4}$

   Ett prologpredikat definierar binära träd så här:

   $tree(t(L, R)) : -tree(L), tree(R).\ tree(E) : - \setminus +E = t(\_, \_).$

   Definiera ett predikat equal/2 som lyckas om två träd har exakt samma element i löven placerade i exakt samma ordning från vänster till höger som man hittar vid en genomsökning djupet först, från vänster till höger. T.ex. skall detta lyckas
   $? - equal(t(a, t(b, c)), t(t(a, b), c)).$
   medan detta misslyckas
   $? - equal(t(a, t(c, b)), t(a, t(b, c))).$
   *****
   Version DD1350: De studenter som är registrerade på DD1350 ska göra denna uppgift.

   Låt T vara ett binärt träd. Vi definierar här två funktioner LV och HV genom

   $LV(leaf) = 0$
   $LV(t(A, B) = LV(A) + 1$
   $HV(leaf) = 0$
   $HV(t(A, B)) = HV(B) + 1$

   Vi definierar också funktionen *height* på vanligt sätt. Visa, med strukturell induktion, att $VL(T) + HL(T) \leq 2height(T)$.

8. Vi kommer här att diskutera egenskaper hos logiska system (som satslogik och predikatlogik). Vi säger att ett system är *konsistent* om man inte kan härleda en motsägelse inom systemet. Ett system som inte är konsistent är *inkonsistent*. Vilket/vilka av dessa påståenden är sant/sanna? $\boxed{5}$

   (a) Ett fullständigt system är alltid konsistent.
   (b) Ett konsistent system är alltid fullständigt.
   (c) Ett inkonsistent system är alltid fullständigt.
   (d) Ett ofullständigt system är alltid inkonsistent.

9. Ett *parentesuttryck* är ett uttryck på formen
   )))(())(()
   (för att ge ett exempel). Mer formellt kan vi tolka ett parentesuttryck som en lista som bara innehåller symbolerna ( ). Vi tillåter också tomma listan och listor som bara innehåller parenteser av ett slag. Vi säger att ett parentesuttryck är *välformat* om det går att matcha ihop vänster- och högerparenteser på ett naturligt sätt i par som bildar en sluten enhet (som i matematik). Så t.ex. (( ) (( ))) är ett välformat parentesuttryck medan (( ))) inte är det. Din uppgift är att rekursivt definiera en funktion $PU(X)$ som, givet ett parentesuttryck X, returnerar värdet 1 om X är välformat och som returnerar 0 annars. Använd lämpligen den vanliga notationen för listor. Du får också använda funktionen $Append(L_1, L_2)$ som givet två listor returnerar konkateneringen av dem.

Del A

För att uppnå betyg A krävs 12 poäng, och för betyg B krävs 8 poäng på A-delen. I bägge fallen krävs även betyg C på C-delen.

1. Betrakta följande program: $\boxed{9}$

```
If (K > N) {
   Z = 0;
} Else {
   A=1;
   While (A*K < N) {
      A=A+1;
   }
}
If (A*K = N) {
   Z = 1;
} Else {
   Z = 0;
}
```

   Vad gör programmet? Ange lämpliga för- och eftervillkor och bevisa att programmet fungerar korrekt i enlighet med villkoren.

2. Går det att uttrycka alla satslogiska formler med enbart $\rightarrow$ som konnektiv? För att uttrycka frågan mer exakt, kan varje stslogisk formel ϕ skrivas om till en *ekvivalent* formel ϕ^* som bara innehåller $\rightarrow$ som konnektiv (eller som helt enkelt är en enda variabel). Använd strukturell induktion för att motivera ditt svar. $\boxed{9}$