All red things are in the box. There is at least one red thing. **Övn 3**

"Alla röda saker ligger i lådan. Det finns minst en röd sak. Alltså finns det något som ligger i lådan." (1)

Therefore there is something in the box.

Universe : things
Red(x) : thing x is red
Inbox(x) : thing x is in the box

Sekvent:

$$\forall x\,(Röd(x) \to Ilådan(x)),\ \exists x\,(Röd(x)) \vdash \exists x\,(Ilådan(x))$$

$$\forall x\,(Red(x) \to Inbox(x)),\ \exists x\,Red(x) \vdash \exists x\,Inbox(x)$$

Bevis:

1.	$\forall x\,(Röd(x) \to Ilådan(x))$	Premiss
2.	$\exists x\,(Röd(x))$	Premiss
3.	x_0: $Röd(x_0)$	Antagande
4.	$Röd(x_0) \to Ilådan(x_0)$	$\forall x$ e 1
5.	$Ilådan(x_0)$	$\to$e 3,4
6.	$\exists x\,(Ilådan(x))$	$\exists x$ i 5
7.	$\exists x\,(Ilådan(x))$	$\exists$~~x~~e 2, 3–6

Bevisa sekventen $y=0,\ y=x \vdash 0=x$

1.	$y=0$	Premiss	
2.	$y=x$	Premiss	$(u=x)[y/u]$
3.	$0=x$	$=$e 2,1	$(u=x)[0/u]$

Studenterna gör:

1. $\exists x P(x,x) \vdash \exists x \exists y \, (P(x,y))$
2. $t_1 = t_2 \vdash (t + t_1) = (t + t_2)$

$x_1 = x_2 \vdash x + x_1 = x + x_2$

Lösning 1:

1	$\exists x (P(x,x))$	Premiss
2	$x_0: \quad P(x_0, x_0)$	Antagande
3	$\exists y \, (P(x_0, y))$	$\exists y$-i 2
4	$\exists x \exists y \, (P(x,y))$	$\exists x$-i 3
5	$\exists x \exists y \, (P(x,y))$	$\exists x$-e 1, 2-5

Lösning 2:

1	$t_1 = t_2$	Premiss	
2	$t + t_1 = t + t_1$	$=i$	$(t + t_1 = t + u)[t_1/u]$
3	$t + t_1 = t + t_2$	$=e$ 1, 2	$(t + t_1 = t + u)[t_2/u]$

" Inget tal är mindre än sig självt. Alltså, om x är mindre än y, så är x och y olika."

"No number is smaller than itself. Therefore, if x is smaller than y, then x must be different from y"

Sekvent:

$$\forall x\,(\neg x < x) \vdash \forall x\,\forall y\,(x < y \rightarrow \neg(x = y))$$

1. $\forall x\,(\neg(x < x))$
2. x_0
3. y_0
4. $x_0 < y_0$ Antagande
5. $x_0 = y_0$ Antagande
6. $y_0 < y_0$ $=e$ 5,4
7. $\neg(y_0 < y_0)$ $\forall x$-e 1
8. $\bot$ $\neg e$ 6,7
9. $\neg(x_0 = y_0$ $\neg i$ 5-8
10. $x_0 < y_0 \rightarrow \neg(x_0 = y_0)$ $\rightarrow i$ 4-9
11. $\forall y\,(x_0 < y \rightarrow \neg(x_0 = y))$ $\forall y\, i$ 3-10
12. $\forall x\,\forall y\,(x < y \rightarrow \neg(x = y))$ $\forall x\, i$ 2-11

Studenterna gör:

"Varje människa är yngre än sin far. Ingen är yngre än sig själv. Därför är inte Nisse sin egen far."

Använd definitionerna: Universe : people

$Y(x,y)$	:	x är yngre än y	x is younger than y
$f(x)$	:	fadern till x	the father of x
nisse	:	Nisse	Nisse

Sekvent:

$$\forall x\,(Y(x, f(x))),\ \neg \exists x\,(Y(x,x)) \vdash \neg(nisse = f(nisse))$$

$\forall x \neg Y(x,x)$

Bevis:

1.	$\forall x\,(Y(x, f(x)))$	Premiss
2.	$\neg\exists x\,(Y(x,x))$	Premiss
3.	$nisse = f(nisse)$	Antagande
4.	$Y(nisse, f(nisse))$	$\forall x$e 1
5.	$Y(f(nisse), f(nisse))$	$=$e 3,4
6.	$\exists x\,(Y(x,x))$	$\exists x$i 5
7.	$\perp$	$\neg$e 6,2
8.	$\neg(nisse = f(nisse))$	$\neg$i 3–7

"Every person is younger than their father.
Noone is younger than themselves.
Therefore is Nisse not his own father."

Om det finns tid kvar:

"Varje modul i systemet blev testad eller verifierad. GUI-modulen blev inte testad. Alltså fanns det moduler i systemet som blev verifierade."

Definitioner: Universe: the modules in the system

g : GUI-modulen

$T(x)$: modulen x blev testad

$V(x)$: modulen x blev verifierad

Sekvent:

$$\forall x\,(T(x) \lor V(x)),\ \neg T(g) \vdash \exists x\, V(x)$$

Bevis:

1.	$\forall x\,(T(x) \lor V(x))$	Premiss
2.	$\neg T(g)$	Premiss
3.	$T(g) \lor V(g)$	$\forall x$ e 1
4.	$T(g)$	Antagande
5.	$\bot$	$\neg$e 4,2
6.	$V(g)$	$\bot$e 5
7.	$V(g)$	Antagande
8.	$V(g)$	Copy 7
9.	$V(g)$	$\lor$e 3, 4-6, 7-8
10.	$\exists x\, V(x)$	$\exists x$ i 9