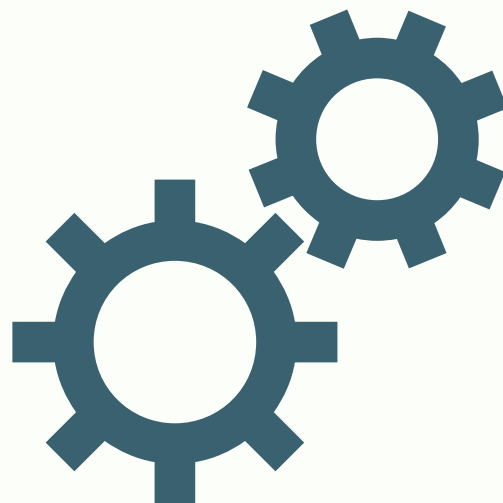


13 ΔΕΚ 2022

Εργαστηριακή Αναφορά 2

Συστήματα
Αυτομάτου Ελέγχου II
Παπαγεωργίου Δημήτρης



Ψαλτάκης Γιώργος ΤΗ20027

Ερώτημα 3ο

Βρείτε την έκφραση του παραπάνω δυναμικού συστήματος η οποία να έχει διαγώνιο πίνακα και προσομοιώστε το σύστημα για $u = 0$. Συγκρίνεται την κυματομορφή της εξόδου με αυτές των ερωτημάτων 1 και 2 (τοποθετείστε τις στο ίδιο figure).

Διαγωνιοποίηση του

Matlab Script

```
close all;
clear all;
clc;

dt=0.001;
t=[0:4000-1]*dt;
L=1;
C=0.01;
R=100;
A=[0 1; -1/(L*C) -R/L];
C1=[1 0];
zd=[0;0];
[U, Lamda] = eig(A);
G=C1*U;
z=[1; 0];
for i = 1:4000
    z=z+zd*dt;
    zd=Lamda*z;
    y=G*z;
    z1_log(i)=z(1);
    z2_log(i)=z(2);
    y_log(i)=y;
end

figure(1)
plot(t(1:i),y_log)
title('ΕΞΟΔΟΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΣ 3')
figure(2)
plot(t(1:i),z1_log)
hold on
plot(t(1:i),z2_log)
title('z1 z2 ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΣ 3')
```

Command Window

U =

```
    0.7035    -0.0101
   -0.7107     0.9999
```

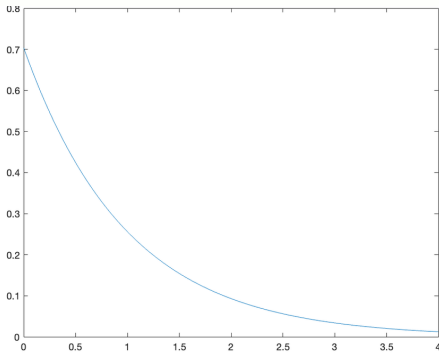
Lamda =

```
   -1.0102         0
         0   -98.9898
```

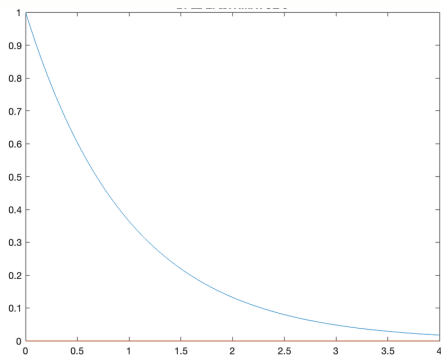
G =

```
    0.7035    -0.0101
```

Matlab Plots

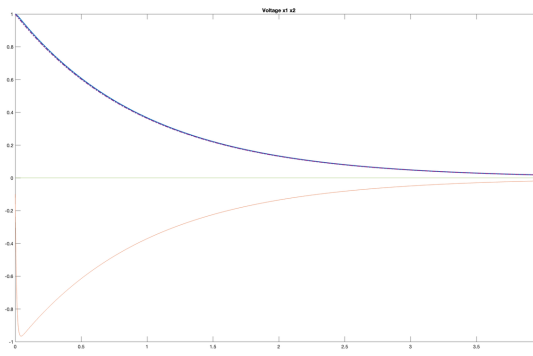


Output

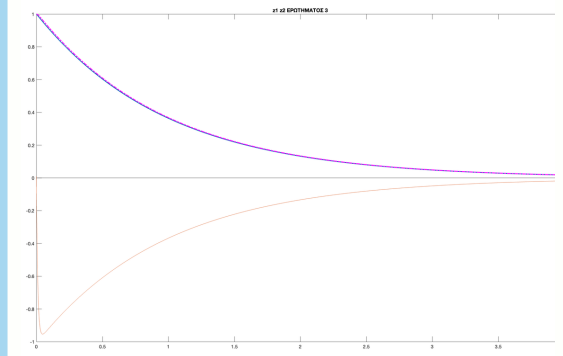


Voltage z1 z2

Σύγκριση Voltage Output με
ερωτήματα (1) και (2) με του (3)



(1)-(3)



(2)-(3)

Παρατηρούμε ότι με την είσοδο μας $u=0$ και με διαγώνιο πίνακα A το $z2$ μας αντιστοιχίζεται κοντά στο μηδέν πάνω στον άξονα των x . Σε αντίθεση με την πάνω μερία της κυματομορφής όπου υπάρχει σχεδόν ολική επικάλυψη και για τις 3 περιπτώσεις. Βλέπουμε την πορτοκαλί γραμμή επίσης να ξεκινάει από τα μηδέν και να πηγαίνει απότομα στην μέγιστή πριν ξεκινήσει να αποσβένει.

Ερώτημα 4ο

Για την παραπάνω έκφραση (αυτή με τον διαγώνιο πίνακα Λ) υπολογίστε τον πίνακα μετάβασης $\Phi(t)$ και κατ' επέκταση την εξέλιξη του συστήματος αναλυτικά. Συγκρίνεται (στο ίδιο figure) την κυματομορφή της εξόδου που προκύπτει με αυτή που προκύπτει μέσω του simulation

Υπολογισμός της λύσης για το σύστημα με διαγώνιο

Matlab Script

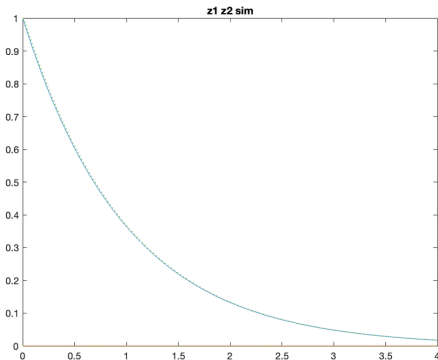
```
dt=0.001;
t=[0:3999]*dt;

R=100;
L=1;
C=0.01;
A=[0 1; -1/(L*C) -R/L];
x=[1.0; 0];
C1=[1 0];
zd=[0;0];

[U,L]=eig(A)
G=C1*U
z=[1; 0];
z0=z;
for i=1:4000

    z=z+zd*dt;
    zd=L*z;
    y=G*z;
    z1_log(i)=z(1);
    z2_log(i)=z(2);
    z_current=[z1_log,z2_log];
    ylog(i)=y;
    z_an=[exp(L(1,1) * t(i)) * z0(1);exp(L(2,2) * t(i)) * z0(2)];
    z1_an_log(i)=z_an(1);
    z2_an_log(i)=z_an(2);
end
```

```
figure(1)
plot(t(1:i),z1_an_log)
hold on
plot(t(1:i),z2_an_log)
hold off
title('z1 z2 sim')
```



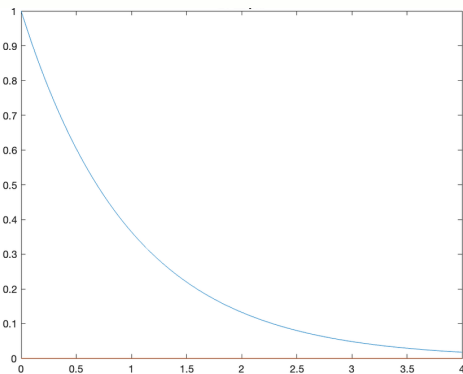
Phi/Sim

```
x0=[1.0; 0];
dt=0.001;
t=[0:4000]*dt;

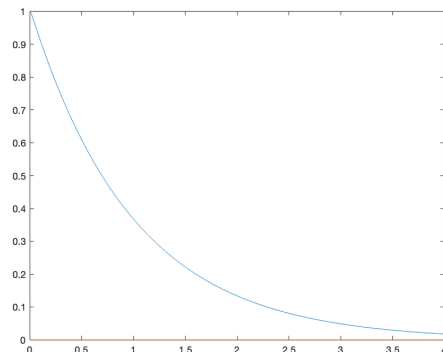
for i=1:4001
    t_now=t(i);

    Phi=
    [-0.01*exp(-98.98*t_now)
    +1.01*exp(-1.01*t_now)
    -0.01*exp(-98.98*t_now)
    +0.01*exp(-1.01*t_now);
    0*exp(-98.98*t_now)-0*exp(-1.01*t_now)
    0*exp(-98.98*t_now)-0*exp(-1.01*t_now)];

    x_log(:,i)=Phi*x0;
end
plot(t,x_log);
```



Simulation



Phi

Παρατηρούμε σαφέστατα ότι το phi που υπολογίστηκε σε σύγκριση με το αποτέλεσμα από την προσωμίωση είναι πανομοιότυπα και έχουν επικάλυψη.

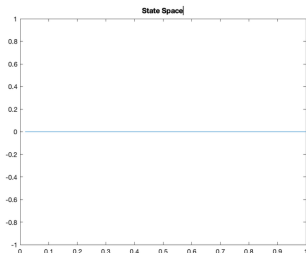
Ερώτημα 5ο

Συγκρίνεται όλες τις εξελίξεις των καταστάσεων από τις δύο παραπάνω εκφράσεις, αυτή την φορά στον χώρο της κατάστασης. Τι παρατηρείτε;

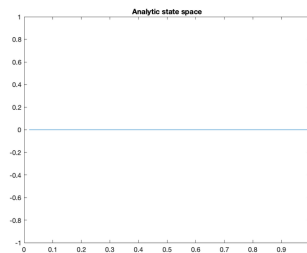
Σύγκριση στον χώρο των καταστάσεων

Matlab Script

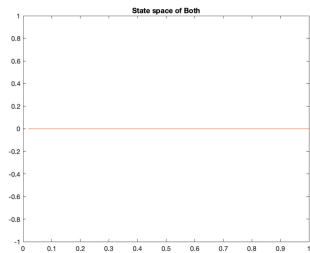
```
figure(1)
plot(z1_log, z2_log)
title('State Space')
figure(2)
plot(z1_an_log, z2_an_log)
title('Analytic state space')
figure(3)
plot(z1_log, z2_log)
hold on
plot(z1_an_log, z2_an_log)
hold off
title('State space of Both')
```



State 1



State 2



Both States

Ο χώρος των καταστάσεων έχει πληρή επικάλυψη για όλες τις περιπτώσεις και δείχνει ότι το σύστημα έχει αρχική ταχύτητα 0 αλλά μη μηδενική αρχική θέση εξαιτίας του ότι είναι μία γραμμή που κάθετε πάνω στον άξονα των x . Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα δεν κινείται στην αρχή, αλλά δεν βρίσκεται και σε σταθερή ισορροπία. Η συμπεριφορά του συστήματος με την πάροδο του χρόνου εξαρτάται από τη συγκεκριμένη δυναμική του συστήματος.

Ερώτημα 6ο

Να θεωρηθεί $u = e^{-4t}$ και να προσομοιωθεί η εξέλιξη του συστήματος χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις παραπάνω εκφράσεις. Να δώσετε την κυματομορφή της εξόδου του συστήματος σε figure.

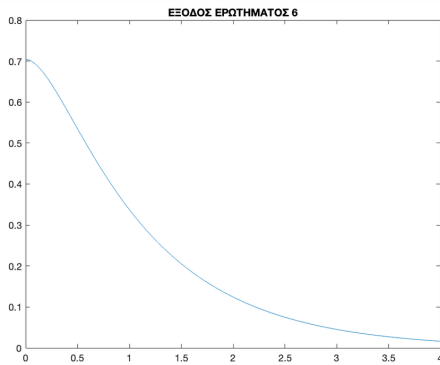
Είσοδος

Matlab Script

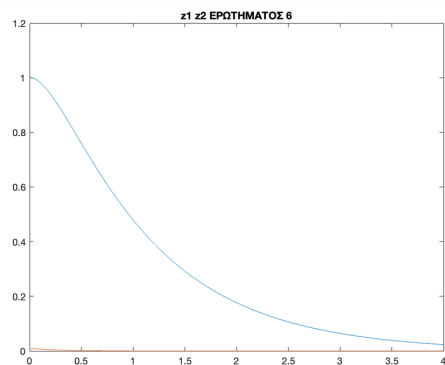
```
dt=0.001;
t=[0:3999]*dt;
R=100;
L=1;
C=0.01;
A=[0 1; -1/(L*C) -R/L];
x=[1.0; 0];
C1=[1 0];
zd=[0;0];
[U,L]=eig(A)
G=C1*U
z=[1; 0];
z0=z;
u = exp(-4 * t);

for i = 1:4000
    z = z + (zd * dt) + (u(i) * dt);
    zd = L * z;
    y = G * z;
    z1_log(i) = z(1);
    z2_log(i) = z(2);
    z_current = [z1_log, z2_log];
    ylog(i) = y;
end
figure(1)
plot(t(1:i),ylog)
title('ΕΞΟΔΟΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΣ 6)')
figure(2)
plot (t(1:i),z1_log)
hold on
plot(t(1:i),z2_log)
title('z1 z2 ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΣ 3')
```

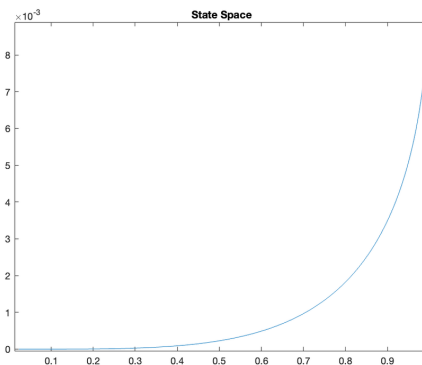
Matlab Plots



Output



Voltage z1 z2



State

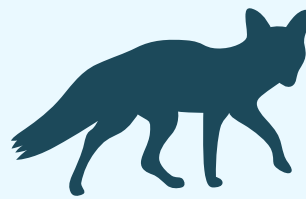
Αυτή την φορά εξαιτίας της υπαρξης εισόδου βλέπουμε οτι τα output και voltage ξεκινανε με την αντιθετη καμπυλότητα πριν επανέριουν στην τελική ίδια κατάσταση. Είναι ενδιαφέρον οτι στην κατάσταση ξέφυγε απο πάνω απο τον άξονα των x που δείχνει την επιρροη της αρχικής τιμής στην κατάσταση του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή, φαίνεται ότι η εισαγωγή της μεταβλητής $u=e^{-4t}$ προκάλεσε την αλλαγή του χώρου καταστάσεων από οριζόντια γραμμή σε καμπύλη με κλίση προς τα πάνω. Αυτό θα μπορούσε να υποδηλώνει ότι το σύστημα βιώνει τώρα κάποιο είδος εκθετικής ανάπτυξης.

Ερώτημα 1ο

Ερευνητές δημιούργησαν ένα κλειστό οικοσύστημα, το οποίο περιέχει τόσο αλεπούδες, όσο και κουνέλια, για να μελετήσουν την δυναμική των δύο πληθυσμών κατά την συνύπαρξή τους. Έπειτα από 10 έτη μελέτης, κατέληξαν πως η δυναμική που διέπει τους πληθυσμούς των δύο ειδών μπορεί να προσεγγιστεί από το παρακάτω δυναμικό σύστημα:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Ο ρυθμός αλλαγής των πληθυσμών, $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix}$, αντιστοιχεί σε μεταβολή ανά έτος. Να εκτιμήσετε αν το σύστημα είναι ευσταθές ή ασταθές. Τι σημαίνει αυτό για το οικοσύστημα; Να προσομοιωθεί η εξέλιξη των πληθυσμών ξεκινώντας από την τρέχουσα κατάσταση που είναι 500 κουνέλια και 730 αλεπούδες. Επαληθεύστε την ευστάθεια ή αστάθεια μέσω της προσομοίωσης. Για την προσομοίωση θεωρείστε βήμα ολοκλήρωσης ίσο με έναν μήνα.



Matlab Script

```
A=[10 -3; 3 2];
B=[1 ; 1];

dt=1/12 ;
t=[1:60]*dt;
x=[500;730];

for i=1:60
    x_dot = A*x;
    x = x+x_dot*dt;

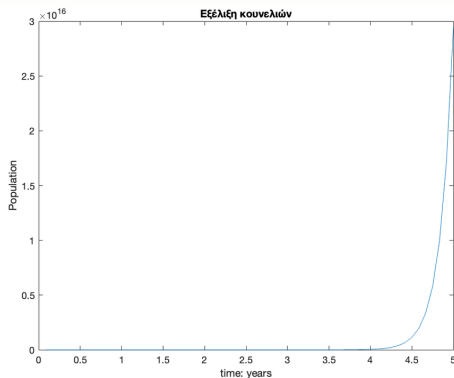
    x1_log(i) = x(1);
    x2_log(i) = x(2);
end
```

```
figure(1)
plot(t(1:i),x1_log)
title("Εξέλιξη κουνελιών")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")

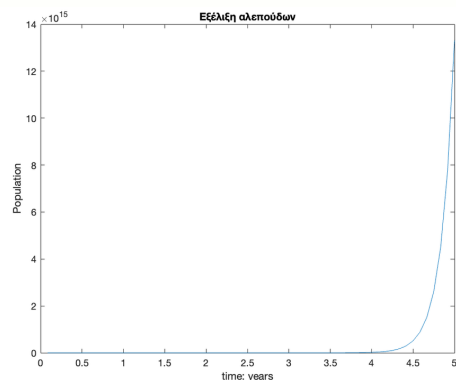
figure(2)
plot(t(1:i),x2_log)
title("Εξέλιξη αλεπούδων")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")

figure(3)
plot(x1_log, x2_log)
title("Εξέλιξη στον Χώρο Καταστάσεων")
xlabel("time: years")
```

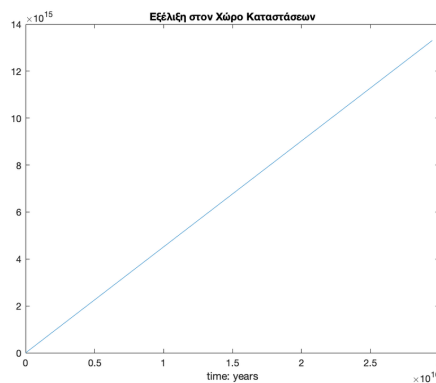
Matlab Plots



Εξέλιξη κουνελιών



Εξέλιξη αλεπούδων



State

Ευστάθεια

Για να ελέγξουμε αν το σύστημα είναι σταθερό ή ασταθές, πρέπει να βρούμε τις ιδιοτιμές του πίνακα A και να αναλύσουμε τη συμπεριφορά τους. Εάν όλες οι ιδιοτιμές έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη, τότε το σύστημα είναι σταθερό. Εάν κάποια από τις ιδιοτιμές έχει θετικά πραγματικά μέρη, τότε το σύστημα είναι ασταθές.

Σε αυτήν την περίπτωση, μπορούμε να βρούμε τις ιδιοτιμές του A χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `eig` στο MATLAB. Οι ιδιοτιμές του A είναι 8.6458, 3.3542, που σημαίνει ότι το σύστημα είναι ασταθές επειδή και οι δύο ιδιοτιμές έχουν θετικό πραγματικό μέρος. Αυτό σημαίνει ότι οι πληθυσμοί των αρπακτικών και των θηραμάτων θα αυξηθούν εκθετικά με την πάροδο του χρόνου, οδηγώντας σε αστάθεια στο σύστημα.

Οι πληθυσμοί αυξάνονται χωρίς όριο βάση και τα διαγράμματα που δείχνουν ότι οι πληθυσμοί αυξάνονται εκθετικά και για τους λαγούς και τις αλεπούδες

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |(sI - A)| = 0 \Rightarrow \left| \begin{bmatrix} s-10 & +3 \\ -3 & s+2 \end{bmatrix} \right| = 0 \\
 &\Rightarrow (s-10)(s+2) - (3 \cdot (-3)) \Rightarrow s^2 - 12s + 29 \\
 \Delta &= (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (29) = 28 \quad s_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{28}}{2} < \begin{matrix} 8.64 \\ 3.35 \end{matrix} \\
 &2 \text{ θετικοί πόλοι} \Rightarrow \text{το σύστημα είναι ασταθές.}
 \end{aligned}$$

Ερώτημα 2ο

Θεωρείστε τώρα πως η τιμή του πληθυσμού δεν μπορεί να είναι αρνητική (όπως στην πραγματικότητα) και προσομοιώστε ξανά το σύστημα. Έχει αλλάξει η συμπεριφορά και γιατί; Αν ο αρχικός πληθυσμός των κουνελιών ξεκινούσε από 300 αντί για 500, σε πόσους μήνες θα είχαν εξαφανιστεί τα κουνέλια από το οικοσύστημα; Μπορεί να μειωθεί ο πληθυσμός των αλεπούδων; Βρείτε το όριο για τον αρχικό πληθυσμό των κουνελιών, πάνω από το οποίο οι δύο πληθυσμοί θα αυξάνονται στην διάρκεια του χρόνου.

Εξέλιξη με όρια

Matlab Script

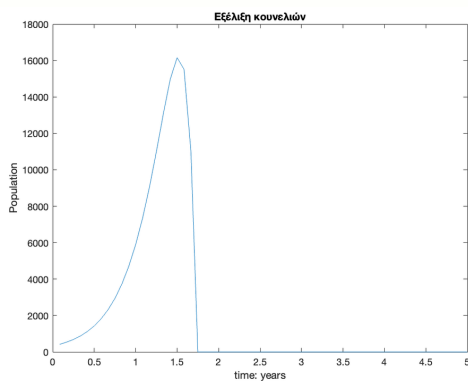
```
A=[10 -3; 3 2];
B=[1 ; 1];
dt=1/12 ;
t=[1:60]*dt;
x=[300;730];
%όριο που εξαφανίζονται τα κουνέλια
x=[329;730];
for i=1:60
    x_dot = A*x;
    x = x+x_dot*dt;
    if(x(1)<0)
        x(1)=0
    end
    if (x(2)<0)
        x(2)=0
    end
    x1_log(i) = x(1);
    x2_log(i) = x(2);
end
figure(1)
plot(t(1:i),x1_log)
title("Εξέλιξη κουνελιών")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")
```

```
figure(2)
plot(t(1:i),x2_log)
title("Εξέλιξη αλεπούδων")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")

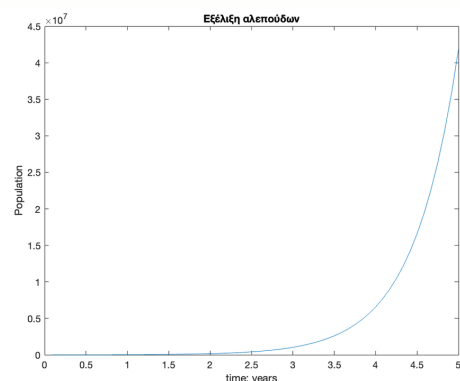
figure(3)
plot(x1_log, x2_log)
title("Εξέλιξη στον Χώρο Καταστάσεων")
xlabel("time: years")
```

Matlab Plots

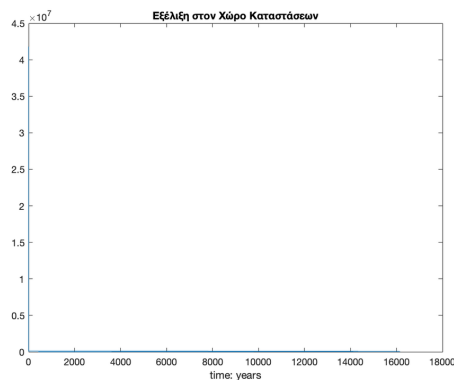
$x=[329;730];$



Εξέλιξη κουνελιών

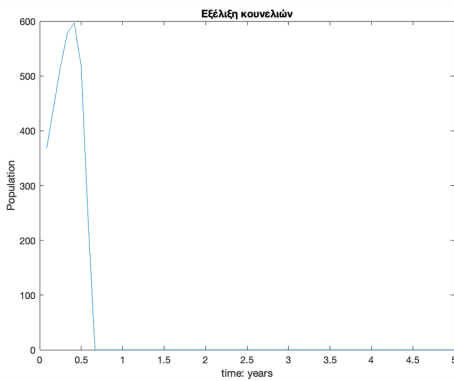


Εξέλιξη αλεπούδων

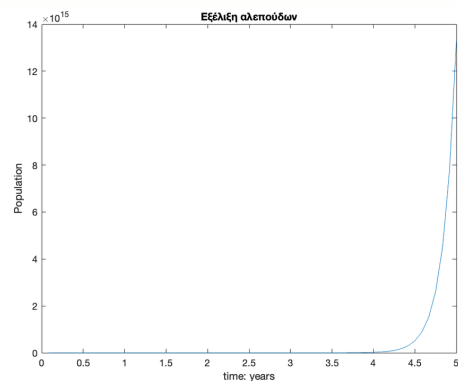


State

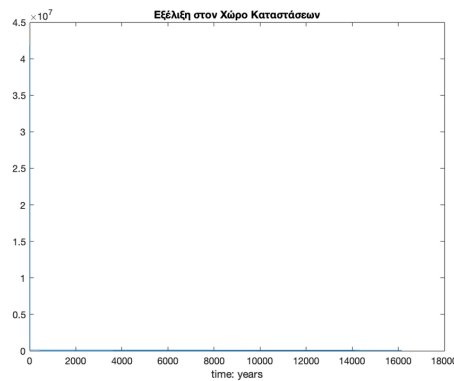
Matlab Plots

 $x=[300;730];$


Εξέλιξη κουνελιών



Εξέλιξη αλεπούδων



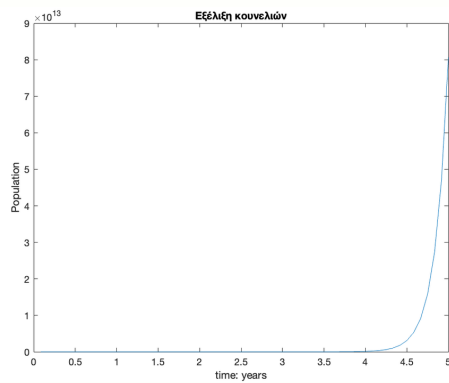
State

Εξέλιξη των κουνελιών

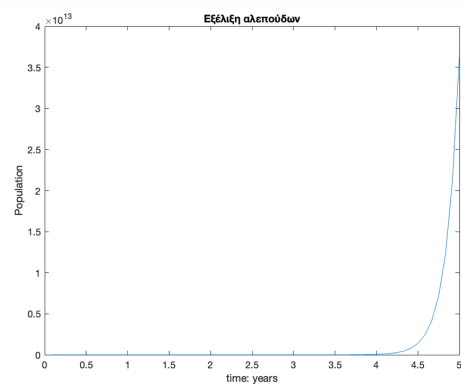
Παρατηρούμε ότι για το όριο που έχουμε τοποθετήσει 329,730 δηλαδή το όριο που εξαφανίζονται τα κουνέλια το παρατηρούμε και στην γραφική παράσταση την εξάλιψη αυτή η οποία συμβαίνει γύρω στα 1 χρόνια και 8 μήνες. Αν πάλι τα κουνέλια μειώθουν πιο πολύ οι αρχικοί τους πλυθυσμοί βλέπουμε ότι εξαλείφονται σε πολύ πιο σύντομο χρονικό διάστημα γύρω στους 8 μήνες ενώ για 330 κουνέλια δλδ για ένα παραπάνω βλέπουμε ότι το σύστημα η εξέλιξη των κουνελιών συνεχίζει κανονικά εκθετικά όπως την αρχική κατάσταση.

Matlab Plots

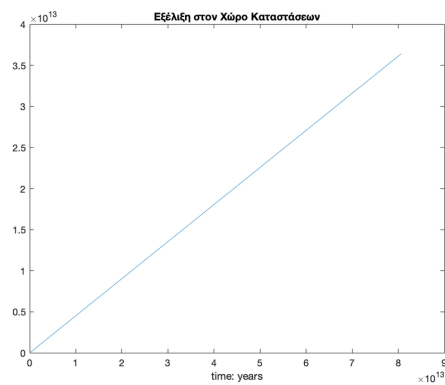
$x=[330;730];$



Εξέλιξη κουνελιών



Εξέλιξη αλεπούδων



State

Ερώτημα 3ο

Να κατασκευαστεί script στο Matlab μέσω του οποίου θα διαπιστώσετε αν το παραπάνω σύστημα είναι ελέγξιμο.

Ελεγκσιμότητα

Matlab Script

```
A=[10 -3; 3 2];
B=[1 ; 1];
R=[B A*B];
n=rank(R)

if(n==2)

    disp("The system is controllable.")

end
```

Command Window

```
n = 2
The system is controllable.
```

Η τάξη του πίνακα ελεγκσιμότητας που είναι ίση με τον αριθμό των καταστάσεων σημαίνει ότι το σύστημα είναι πλήρως ελεγχόμενο, καθώς μπορεί να οδηγηθεί από οποιαδήποτε αρχική κατάσταση σε οποιαδήποτε άλλη κατάσταση χρησιμοποιώντας τις εισόδους. Έτσι, $\text{rank} = 2$ σημαίνει ότι έχουμε 2 ανεξάρτητες εισόδους που μπορούν να ελέγξουν το σύστημα. Συνεπώς το σύστημα είναι ελεγχσιμο.

$$R = [B \ AB] \Rightarrow A \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Ερώτημα 4ο

Έπειτα από τα 10 έτη έρευνας, το πείραμα πρέπει να σταματήσει. Συνεπώς, θα πρέπει όλα τα ζώα να ελευθερωθούν στο φυσικό τους περιβάλλον. Η διαδικασία αυτή, σύμφωνα με τις υποδείξεις των βιολόγων, θα πρέπει να γίνει ομαλά σε διάρκεια 4 έως 5 ετών. Βρείτε κατάλληλο νόμο ελέγχου u , ο οποίος να υποδεικνύει πόσα ζώα θα πρέπει να ελευθερώνονται τον μήνα από κάθε είδος, έτσι ώστε να επιτευχθεί ο παραπάνω στόχος.

Ελεγκσιμότητα

Matlab Script

```
dt=1/12 ;
t=[1:60]*dt;
x=[300;730];
A=[10 -3; 3 2];
B=[1 ; 1];
R=[B A*B]
R'
inv(R')
syms s;
a = coeffs(det(s*eye(2,2)-A))
gama = [1 0 ; -12 1]
inv(gama)
d = coeffs((s+1)*(s+10))
C=[11-(-12) ; 10-(29)]
kappa = inv(R')*inv(gama)*C
kappa = kappa'
x=[500;730];
for i=1:60
    u=-kappa*x;
    x_dot = A*x +B*u;
    x = x+x_dot*dt;

if(x(1)<0)
    x(1)=0
end
```

Matlab Script

```

if (x(2)<0)
    x(2)=0
end
x1_log(i) = x(1);
x2_log(i) = x(2);
u_log(i) = u;
end
figure(1)
plot(t(1:i),x1_log)
title("Εξέλιξη κουνελιών")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")

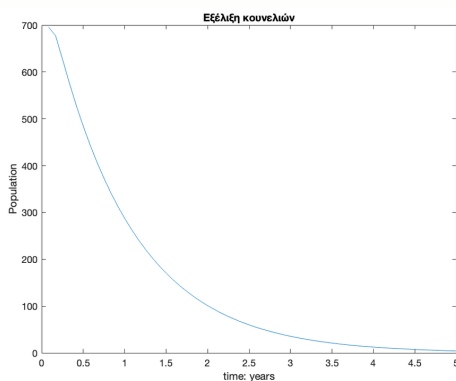
figure(2)
plot(t(1:i),x2_log)
title("Εξέλιξη αλεπούδων")
xlabel("time: years")
ylabel("Population")

figure(3)
plot(x1_log, x2_log)
title("Εξέλιξη στον Χώρο Καταστάσεων")
xlabel("time: years")

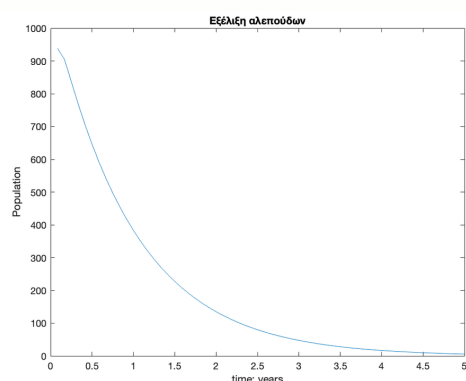
figure(4)
plot(t(1:i), u_log)
title("U through time")
xlabel("time")

```

Matlab Plots

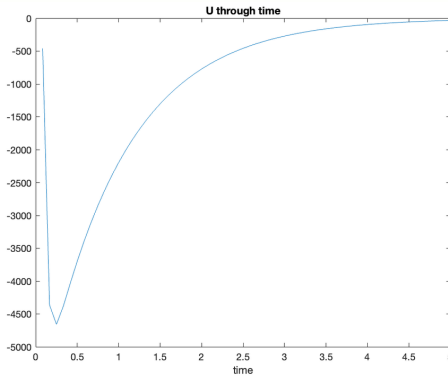


Εξέλιξη κουνελιών

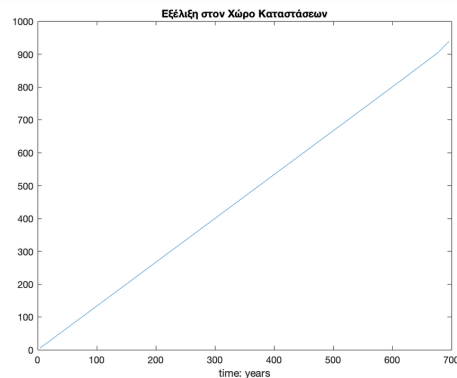


Εξέλιξη αλεπούδων

Matlab Plots



U through Time



State Space

Εξέλιξη των κουνελιών

Η είσοδος ελέγχου "u" ξεκινά από το -500 και αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου στο -4500 στα 0,25 έτη, και στη συνέχεια ανεβαίνει σχεδόν γραμμικά για τα υπόλοιπα έτη μέχρι το μηδέν στα 5 έτη, γεγονός που σημαίνει ότι η είσοδος ελέγχου προσπαθεί να μειώσει τον πληθυσμό των κουνελιών και των αλεπούδων με την πάροδο του χρόνου.

Οι γραφικές παραστάσεις των κουνελιών ξεκινούν με 700 κουνέλια και μηδενίζονται σε 5 χρόνια και των αλεπούδων ξεκινούν με 930 και μηδενίζονται σε 5 χρόνια, πράγμα που σημαίνει ότι η είσοδος ελέγχου επιτυγχάνει να μειώσει τον πληθυσμό των κουνελιών και των αλεπούδων με την πάροδο του χρόνου και επιτυγχάνει το στόχο της απελευθέρωσης όλων των ζώων στη φύση εντός του καθορισμένου χρονικού πλαισίου.

Ερώτημα 1ο

Το αρχείο «Pole_on_cart_sim.mdl» προσομοιώνει το μηχανικό μοντέλο του συστήματος ράβδου-σε-φορείο της Άσκησης 1 από τις Σημειώσεις του μαθήματος. Τρέξτε το αρχείο στο Simulink και εμφανίστε σε διαγράμματα την εξέλιξη της πρώτης και δεύτερης κατάστασης (θέση φορείου και γωνία ράβδου) στον χρόνο. Στο .mdl που σας δίνεται περιλαμβάνεται και ελεγκτής με ανάδραση κατάστασης που ωστόσο έχει μηδενικά κέρδη (συνεπώς είναι σαν να μην υπάρχει). Οι μεταβλητές που αποθηκεύονται στον χώρο εργασίας του Matlab είναι οι εξής: η πρώτη κατάσταση ως x_c , η δεύτερη κατάσταση ως θ , η είσοδος ελέγχου ως u και η κορεσμένη είσοδος ελέγχου ως u_{sat} . Είναι τα αποτελέσματα αναμενόμενα;

Pole_on_cart_sim

Matlab Script

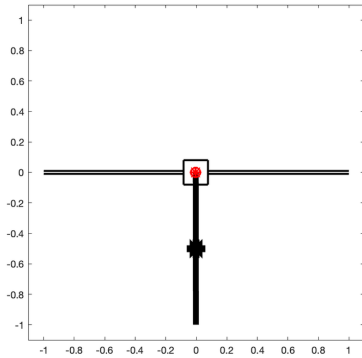
```
figure;
subplot(3,1,1);
plot(t,xc);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Position of cart (m)');

subplot(3,1,2);
plot(t,theta);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Angle of pendulums (rad)');

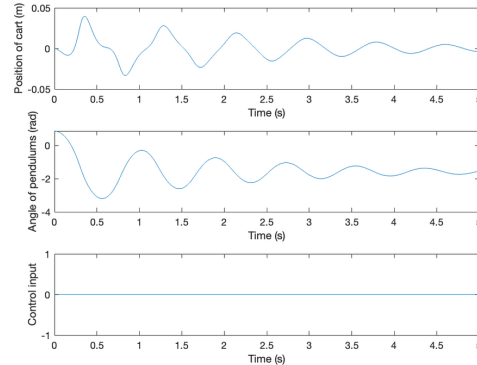
subplot(3,1,3);
plot(t,u);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Control input');
```

Χρησιμοποιώ τον κώδικα απο το eclass `sim_poleOnCart.m` και απλά προσθέτω το τριπλό αυτό πλότε που μάς ζητάει η εκφώνηση.

Matlab Plots



Pendulum Simulation



xc,theta,u with t

%%
 %%%%%%%%% CHANGE THESE GAINS !%%%%%%%%

$K = [0 \ 0 \ 0 \ 0];$

Με βάση του gain ότι είναι μηδέν είναι λογικό το. cart pendulum να ολοκληρώνει στην κάτω φυσική του θέση οπότε να τα αποτελέσματα είναι αναμενόμενα. Από την στιγμή που έχουμε ορίσει μηδενικά gain δεν υπάρχει κάποιος έλεγχος του συστήματος οπότε είναι απόλυτα λογικό να αποσβένει μόνο του με την πάροδο του χρόνου χωρίς να πρωσπαθεί να σταθεροποιηθεί σε κάποια κατάσταση μή του αναμενόμενου.

Ερώτημα 2ο

Να σχεδιαστεί ελεγκτής με ανάδραση καταστάσεων για τοποθέτηση των πόλων στις θέσεις $12 = -2$ και $34 = -20$, και να προσομοιωθεί η συμπεριφορά θεωρώντας το γραμμικό σύστημα. Να δοθούν διαγράμματα της εξέλιξης των καταστάσεων και να σχολιαστούν.

Σχεδίαση ελεγκτή

Matlab Script

```
A = [0 0 1 0; 0 0 0 1; 0 4.35 -27.99 -0.01; 0 63.1 -124.71 -0.19];
B = [0; 0; 4.73; 21.09];
C = [1 0 0 0];

poles = [-2 -20 -30 -40];
K = place(A,B,poles); % Control gain

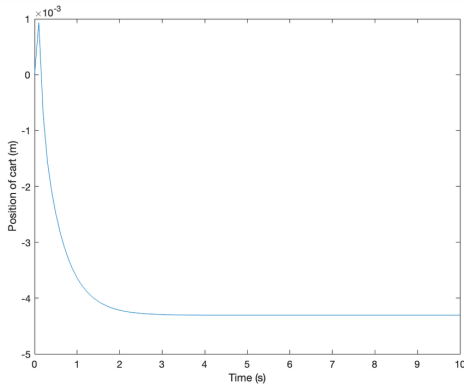
sys_cl = ss(A-B*K,B,C,0); % Closed-loop

t = 0:0.1:10;
[y,t,x] = step(sys_cl,t);
figure;
plot(t,y);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Position of cart (m)');

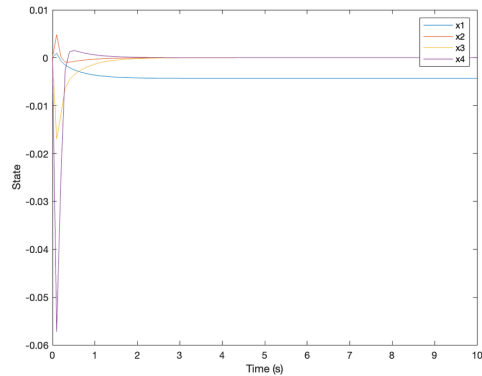
figure;
plot(t,x);
xlabel('Time (s)');
ylabel('State');
legend('x1','x2','x3','x4');

K
```

Matlab Plots



u/t



state of each x

Output

$K =$

-232.1965 190.7654 -147.5473 36.1175

`>> set4exc2`

|

Τα παραπάνω gain που βρίσκουμε αποτελούν το λεγόμενο *inverted pendulum* οπότε περιμένουμε να έχουμε ένα *pendulum* που ισοροποεί στην πάνω κατάσταση. Βάση αυτού και τα δύο διαγράμματα αποτελούν σωστες προσεγγίσεις για την κατάσταση που αναλύουμε. Τόποθέτησα του πόλους -2 -20 -30 -40 λόγω κάποιου προβλήματος όμως αποφέρουν στο ίδιο αποτέλεσμα με τους πόλους που ορίζει η άσκηση και είναι αυτοί που θα σταθεροποιήσουν του *pendulum* στην όρθια θέση με χρήση των gains που μας δίνει ως αποτέλεσμα.

Ερώτημα 3ο

Να τοποθετηθούν τα κέρδη που βρέθηκαν στον ελεγκτή ανάδρασης κατάστασης του `pole_on_cart_sim.mdl` (μη γραμμικό μοντέλο) και να προσομοιωθεί η συμπεριφορά του συστήματος με το Simulink. Να δοθούν τα διαγράμματα της εξέλιξης των δύο πρώτων καταστάσεων, της εισόδου ελέγχου u , όπως και της κορεσμένης εισόδου ελέγχου

Προσομοίωση με το `pole_on_cart_sim.mdl`

Matlab Script

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%% CHANGE THESE GAINS !%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

K = [-232.1965 190.7654 -147.5473 36.1175];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure;
subplot(2,1,1);
plot(t, xc);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Position of cart (m)');

subplot(2,1,2);
plot(t, theta);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Angle of pole (rad)');

figure;
subplot(2,1,1);
plot(t, u);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Control input (N)');
```


Matlab Script

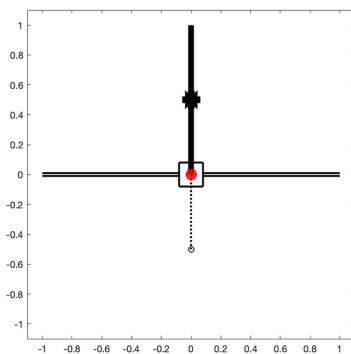
```
subplot(2,1,2);
plot(t, xc);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Control output (m)');

% saturation limits
umin = -100;
umax = 100;

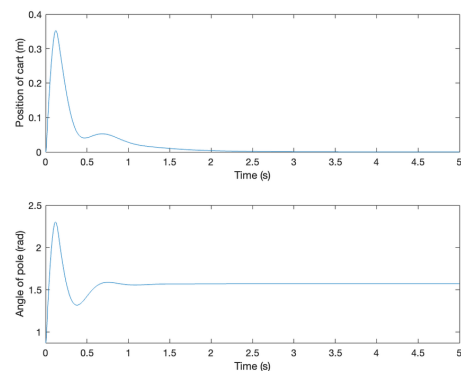
% Saturate control input
u_sat = u;
u_sat(u < umin) = umin;
u_sat(u > umax) = umax;

% Plot saturated control input
figure;
plot(t, u_sat);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Saturated control input (N)');
```

Matlab Plots

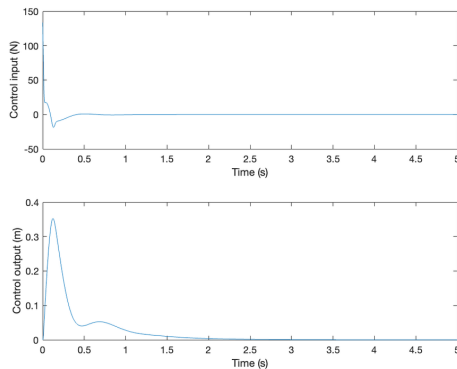


Pendulum Simulation

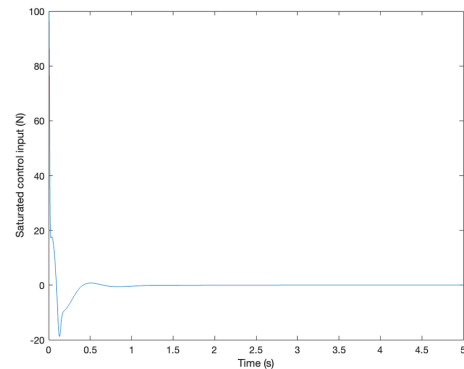


position and angle/t

Matlab Plots



Control input/output



saturated control

Σε αυτή την περίπτωση αντί για μηδενικά gain τοποθετούμε τα gain που αποτυπώθηκαν απο τον υπολογισμό παραπάνω για την σταθεροποίηση του pendulum στην όρθια κατάσταση όπως αναμενεται. Απο οτι βλέπουμε βάση και των simulations αλλά και τον γραφημάτων το cart pendulum κάνει ακριβώς αυτό που περιμέναμε και σταθεροποιήτε στην όρθια κατάσταση.

Υπο κανονικές συνθήκες με την τοποθέτηση των τιμών αυτών στο simulink μοντέλο του κανονικού cart pendulum του εργαστηρίου αναμένουμε παρόμοια αποτελέσματα με αυτα της προσομοίωσης.