

# Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

## Laboratorium 6

### Singular Value Decomposition - zastosowania

25 kwietnia 2025

#### Pojęcia

- Latent Semantic Indexing
- Information Retrieval
- Inverse Document Frequency

#### Literatura

- *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, Carl D. Meyer, SIAM, 2000.

Singular Value Decomposition: rozdział 5.12, w szczególności: **Example 5.12.3** oraz **Example 5.12.4**

#### Zadanie 1 Wyszukiwarka

1. Przygotuj duży ( $> 1000$  elementów) zbiór dokumentów tekstowych w języku angielskim (np. wybrany korpus tekstów, podzbiór artykułów Wikipedii, zbiór dokumentów HTML uzyskanych za pomocą *Web crawlera*, zbiór rozdziałów wyciętych z różnych książek)
2. Określ słownik słów kluczowych (termów) potrzebny do wyznaczenia wektorów cech *bag-of-words* (indeksacja). Przykładowo zbiorem takim może być unia wszystkich słów występujących we wszystkich tekstach.
3. Dla każdego dokumentu  $j$  wyznacz wektor cech *bag-of-words*  $\mathbf{d}_j$  zawierający częstości występowania poszczególnych słów (termów) w tekście.
4. Zbuduj rzadką macierz wektorów cech *term-by-document matrix* w której wektory cech ułożone są kolumnowo  $A_{m \times n} = [\mathbf{d}_1 | \mathbf{d}_2 | \dots | \mathbf{d}_n]$  ( $m$  jest liczbą termów w słowniku, a  $n$  liczbą dokumentów)

5. Przetwórz wstępnie otrzymany zbiór danych mnożąc elementy *bag-of-words* przez *inverse document frequency*. Operacja ta pozwoli na redukcję znaczenia często występujących słów.

$$IDF(w) = \log \frac{N}{n_w}, \quad (1)$$

gdzie  $n_w$  jest liczbą dokumentów, w których występuje słowo  $w$ , a  $N$  jest całkowitą liczbą dokumentów.

6. Napisz program pozwalający na wprowadzenie zapytania (w postaci sekwencji słów) przekształcanego następnie do reprezentacji wektorowej  $\mathbf{q}$  (*bag-of-words*). Program ma zwrócić  $k$  dokumentów najbardziej zbliżonych do podanego zapytania  $\mathbf{q}$ . Użyj korelacji między wektorami jako miary podobieństwa

$$\cos \theta_j = \frac{\mathbf{q}^T \mathbf{d}_j}{\|\mathbf{q}\| \|\mathbf{d}_j\|} = \frac{\mathbf{q}^T \mathbf{A} \mathbf{e}_j}{\|\mathbf{q}\| \|\mathbf{A} \mathbf{e}_j\|} \quad (2)$$

7. Zastosuj normalizację wektorów cech  $\mathbf{d}_j$  i wektora  $\mathbf{q}$ , tak aby miały one długość 1. Użyj zmodyfikowanej miary podobieństwa otrzymując

$$|\mathbf{q}^T \mathbf{A}| = [|\cos \theta_1|, |\cos \theta_2|, \dots, |\cos \theta_n|] \quad (3)$$

8. W celu usunięcia szumu z macierzy  $\mathbf{A}$  zastosuj SVD i *low rank approximation* otrzymując

$$\mathbf{A} \simeq \mathbf{A}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{D}_k \mathbf{V}_k^T = [\mathbf{u}_1 | \dots | \mathbf{u}_k] \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{v}_k^T \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (4)$$

oraz nową miarę podobieństwa

$$\cos \phi_j = \frac{\mathbf{q}^T \mathbf{A}_k \mathbf{e}_j}{\|\mathbf{q}\| \|\mathbf{A}_k \mathbf{e}_j\|} \quad (5)$$

9. Porównaj działanie programu bez usuwania szumu i z usuwaniem szumu. Dla jakiej wartości  $k$  wyniki wyszukiwania są najlepsze (subiektywnie). Zbadaj wpływ przekształcenia IDF na wyniki wyszukiwania.