

# Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

## Laboratorium 8

### Page Rank

9 maja 2025

#### Literatura

- <http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/1/1999-66.pdf>
- <https://snap.stanford.edu/data/>

#### Zadanie 1 Prosty ranking wierzchołków

Zaimplementuj prosty model błędzenia przypadkowego po grafie skierowanym:

$$\mathbf{r}(u) = d \sum_{v \in B_u} \frac{\mathbf{r}(v)}{N_v}, \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{r}(u)$  oznacza ranking wierzchołka  $u$ , parametr  $d$  jest używany w normalizacji,  $B_u$  jest zbiorem wierzchołków, z których wychodzą krawędzie do wierzchołka  $u$ ,  $F_v$  oznacza zbiór wierzchołków, do których dochodzą krawędzie z wierzchołka  $v$ , a  $N_v = |F_v|$ . W zapisie macierzowym:

$$\mathbf{r} = d\mathbf{A}\mathbf{r}, \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{A}$  jest macierzą adiacencji grafu, w której każdy wiersz  $u$  jest przeskalowany wyjściowym stopniem wierzchołka  $u$ .

$$\mathbf{A}_{u,v} = \begin{cases} \frac{1}{N_u} & \text{jeśli krawędź } (u,v) \text{ istnieje} \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (3)$$

Zauważ, że  $\mathbf{r}$  może zostać obliczony jako dominujący wektor własny macierzy  $\mathbf{A}$  za pomocą metody potęgowej (dominujący wektor własny  $\mathbf{q}_1$  znormalizowany za pomocą normy L1). Przetestuj poprawność obliczeń korzystając z 3 dowolnych silnie spójnych grafów skierowanych o liczbie wierzchołków większej niż 10.

## Zadanie 2 Page Rank

Rozszerz model z poprzedniego zadania, dodając możliwość skoku do losowego wierzchołka grafu:

$$\mathbf{r}(u) = d \sum_{v \in B_u} \frac{\mathbf{r}(v)}{N_v} + (1 - d)\mathbf{e}(u), \quad (4)$$

W zapisie macierzowym:

$$\mathbf{r} = (d\mathbf{A} + (1 - d)\mathbf{e} \otimes \mathbf{1})\mathbf{r} \quad (5)$$

gdzie  $\|\mathbf{r}\|_1 = 1$ , a  $\mathbf{e}$  jest wektorem zawierającym prawdopodobieństwa odwiedzania wierzchołków przez losowy skok. Wykorzystaj metodę potęgową do obliczenia Page Rank jako dominującego wektora własnego macierzy  $\mathbf{B} = d\mathbf{A} + (1 - d)\mathbf{e} \otimes \mathbf{1}$ .

1.  $\mathbf{r}_0$
2. **do**
3.  $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{B}\mathbf{r}_i$
4.  $d = \|\mathbf{r}_i\|_1 - \|\mathbf{r}_{i+1}\|_1$
5.  $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_{i+1} + d\mathbf{e}$
6.  $\delta = \|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i\|_1$
7. **while**  $\delta > \epsilon$

Przetestuj działanie zaimplementowanego algorytmu Page Rank dla wybranych grafów z bazy SNAP. Przetestuj różne wartości parametru  $d$  (0.9, 0.85, 0.75, 0.6, 0.5) oraz różne postacie wektora  $\mathbf{e}$ , przykładowo  $\mathbf{e} = \frac{1}{n}[1, 1, \dots, 1]$ .