



LINFO 1121
DATA STRUCTURES AND ALGORITHMS



**TP1: Complexités, piles, Files et
listes**

Question 1.1.1: Qu'est-ce qu'un type abstrait de données?

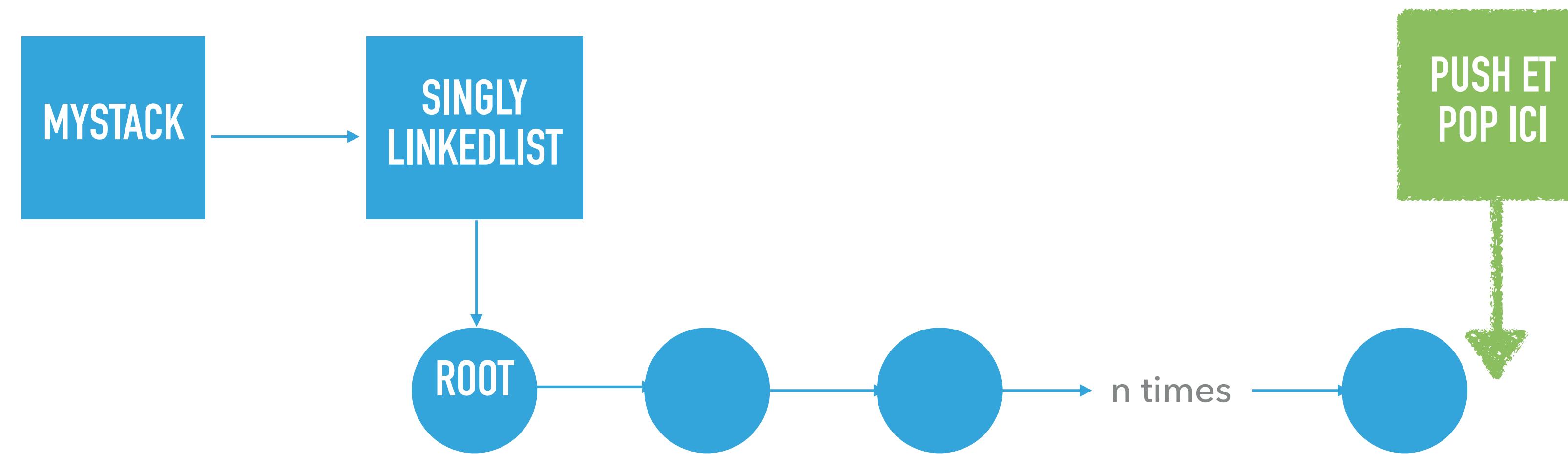
En informatique, un **type abstrait** est une spécification mathématique d'un ensemble de **données** et de l'ensemble des opérations qu'on peut effectuer sur elles. On qualifie **d'abstrait** ce **type de données** car il correspond à un cahier des charges qu'une structure de **données** doit ensuite implémenter.

DE QUOI SE RAPPROCHE LE PLUS UN TYPE ABSTRAIT DE DONNÉE EN JAVA?

- ▶ Une classe
- ▶ Un objet
- ▶ Une interface
- ▶ Une structure
- ▶ Un type primitif

Question 1.1.2

Comment implémenter une pile (stack) avec une liste simplement chaînée, où les opérations se font en fin de liste?



QUELLE EST LA COMPLEXITÉ DE CETTE IMPLÉMENTATION?

$\mathcal{O}(1)$ ~ 1 $\Omega(1)$ $\Theta(1)$

$\mathcal{O}(n)$ $\sim n$ $\Omega(n)$ $\Theta(n)$

QUESTION 1.1.3: QUELLES SONT LES IMPLÉMENTATIONS POSSIBLES POUR UNE PILE?

Question ouverte, parce que je suis un fou.

Question 1.1.3 (suite)

Pourquoi `java.util.Stack` est-il implémenté via un tableau?

	Liste chainée	Tableau
Push	$O(1)$	$O(n)$?
Pop	$O(1)$	$O(n)$?
n push	$O(n)$	$O(n^2)$?
n pop	$O(n)$	$O(n^2)$?

Question 1.1.3 (suite)

Pourquoi `java.util.Stack` est-il implémenté via un tableau?

	Liste chainée	Tableau
Push	O(1)	O(1) Sauf redim. O(n)
Pop	O(1)	O(1) Sauf redim. O(n)
n push	O(n)	O(n^2) ?
n pop	O(n)	O(n^2) ?

On double la taille du tableau quand on atteint la limite.

Sur n push, on fait donc un resize à ces positions:

- 1
- 2
- 4
- 8
- 16
- ...
- n

Combien de redim.?

$$\sum_{i=0}^{\log_2 n} \frac{n}{2^i}$$

Question 1.1.3 (suite)

Pourquoi `java.util.Stack` est-il implémenté via un tableau?

	Liste chainée	Tableau
Push	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
Pop	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
n push	$O(n)$	$O(n^2)$?
n pop	$O(n)$	$O(n^2)$?

On double la taille du tableau quand on atteint la limite.

Sur n push, on fait donc un resize à ces positions:

- 1
- 2
- 4
- 8
- 16
- ...
- n

Combien de redim.?

$$\sum_{i=0}^{\log_2 n} \frac{n}{2^i} < 2n \in \mathcal{O}(n)$$

Question 1.1.3 (suite)

Pourquoi `java.util.Stack` est-il implémenté via un tableau?

	Liste chainée	Tableau
Push	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
Pop	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
n push	$O(n)$	$O(n)$
n pop	$O(n)$	$O(n)$

On double la taille du tableau quand on atteint la limite.

Sur n push, on fait donc un resize à ces positions:



Combien de redim.?

$$\sum_{i=0}^{\log_2 n} \frac{n}{2^i} < 2n \in \mathcal{O}(n)$$

Question 1.1.3 (suite)

Pourquoi `java.util.Stack` est-il implémenté via un tableau?

	Liste chainée	Tableau
Push	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
Pop	$O(1)$	$O(1)$ Sauf redim. $O(n)$
n push	$O(n)$	$O(n)$ (amorti)
n pop	$O(n)$	$O(n)$ (amorti)

Même complexités,
pourquoi ce choix
d'implémentation?

Question 1.1.4: Pile avec deux files

Any ideas?

Question 1.1.5: Itérateurs

-> Code

Question 1.1.6: TYPES de complexités

Le livre utilise la notation \sim (tilde). On utilise dans d'autres cours les notations O, Omega et Theta.

Quelle est la différence entre ces différentes classes de complexités?

Question 1.1.6: types de complexités

$$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } f(n) \leq k \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

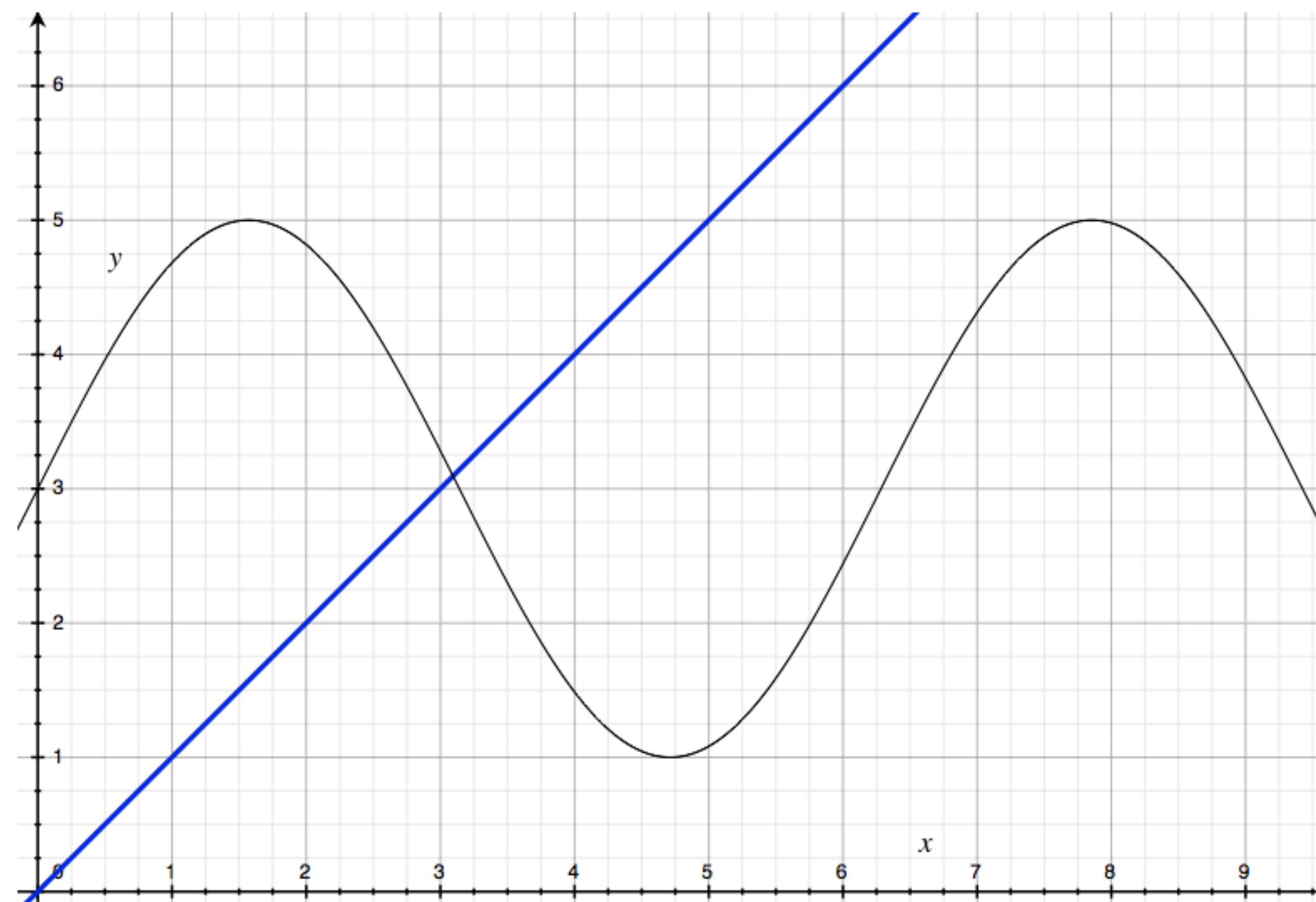
« Appartient »
 $\mathcal{O}()$ est donc un ensemble

Ceci est une fonction
qui compte le nombre
d'opérations en
fonction de n

Il existe un k tel que
 $k \cdot g(n)$ est plus grand
que $f(n)$ quand n est
grand

Question 1.1.6: types de complexités

$$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } f(n) \leq k \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$



$$f(x) = 2 \sin(x) + 2$$

$$g(x) = x$$

$$2 \sin(x) + 2 \in \mathcal{O}(x)$$

Question 1.1.6: types de complexités

$$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } f(n) \leq k \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } k \cdot f(n) \geq g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff \exists k_0, k_1 \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } k_0 \cdot g(n) \leq f(n) \leq k_1 \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

Question 1.1.6: types de complexités

$$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } f(n) \leq k \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \iff \exists k \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } k \cdot f(n) \geq g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff \exists k_0, k_1 \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.q. } k_0 \cdot g(n) \leq f(n) \leq k_1 \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$f(n) \sim g(n) \iff \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1$$

PLEINS DE QUESTIONS SUR WOOCLAP

Courage, c'est ici que ça se complique.

wooclap

Question 1.1.7: Doubling RATIO TEST

Si $f(n) \sim an^b \log n$ alors $\frac{f(2n)}{f(n)} \sim 2^b$

Question 1.1.7: Doubling RATIO TEST

n	1000	2000	4000	8000	16000	32000	64000
T(n)	0	0	0.1	0.3	1.3	5.1	20.5
Ratio précédent		~1	~1	~3	4.3	3.92	4.01