

# INGENIERÍA Y CIENCIAS EXACTAS



**GUÍA DE ESTUDIO**

**BUAP 2022**



**Simulador  
PAD2022**

## ÍNDICE

Presentación . . . . .	3
Español . . . . .	4
Matemáticas . . . . .	48
Física . . . . .	89
Geometría . . . . .	104
Trigonometría . . . . .	117
Estadística y probabilidad . . . . .	126
Hoja de respuestas . . . . .	137
Despedida . . . . .	141

# PRESENTACIÓN

La Guía PAD 2022 es un instrumento elaborado por docentes y expertos de diversas áreas e instituciones académicas, cuyo fin es preparar con un mayor grado de confianza al aspirante para presentar el examen de admisión de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

La guía integra, en un solo instrumento, el desarrollo de cada uno de los temas presentes en el temario BUAP 2022, presentando ejemplos con explicaciones de los diferentes tipos de ejercicios y sugerencias de cómo prepararse para presentarlos.

## Plataforma Simulador PAD

Además de repasar esta guía, te sugerimos mejorar tu preparación para el examen de selección en el sitio [www.simuladorpad.com](http://www.simuladorpad.com).

Esta plataforma contiene dos módulos principales:

- a) Examen gratuito
- b) Exámenes de practica

En **Examen gratuito** podrás responder un examen de simulación, mismo que contiene cada una de las materias incluidas en el examen de selección. Este examen cuenta con 90 reactivos y tendrás un tiempo límite de 90 minutos para responderlo.

En **Exámenes de practica** podrás autoevaluarte al responder diez exámenes de simulación con características similares al examen que responderás en el proceso de admisión para el ingreso a las preparatorias de la BUAP.

Al termino de cada una se genera un reporte con los resultados, que te permitirán conocer tu avance en el dominio de los temas y aquellos que debes dedicar más tiempo de estudio.

# ESPAÑOL

- Lengua.
- Lectura.
- Destrezas de redacción.
- Literatura.

### SIGNOS DE PUNTUACIÓN

Los signos de puntuación son un elemento fundamental de la buena redacción. Cada signo se considera una grafía, por tanto, ocupa un espacio y tiene un significado, así como una función especial dentro del texto. Además, los signos de puntuación facilitan la lectura y aclaran el sentido que se le está dando a la información. Se trata de factores que ayudan al escritor a organizar la información que quiere transmitir al lector y de qué forma. Ayudan a plantear las ideas de forma clara y estructurada.

Hay que considerar que ciertos signos de puntuación tienen algunos usos subjetivos. Es decir, la aplicación depende del gusto, la necesidad o el estilo de cada autor. Sin embargo, hay reglas inmodificables que no pueden pasarse por alto. Por eso debes aprender las reglas de la utilización de los signos y tomarlos en cuenta en el momento de leer. Los signos de puntuación más usuales son los siguientes:

#### EL PUNTO

El punto es uno de los signos más importantes, debido a que separa ideas, párrafos o textos completos. Existen tres usos del punto. Punto y seguido, que se utiliza cuando todas las oraciones forman parte del mismo párrafo, debido a que desarrollan la misma idea. El punto y aparte se usa cuando se cambia de idea o se desarrolla un aspecto distinto del mismo tema y, entonces, se comienza a escribir en un nuevo párrafo. El punto final es para dar por terminado un texto.

#### Ejemplo

La biodiversidad es la variabilidad de organismos vivos. **PUNTO Y SEGUIDO** Esto, debido a que incluye la variabilidad de especies, la diversidad de los ecosistemas y la diversidad de los genes dentro de las especies. **PUNTO Y SEGUIDO** Se trata de una comunidad de plantas, animales y microorganismos que viven, se alimentan, se reproducen e interactúan en la misma zona o en el mismo medio ambiente. **PUNTO Y SEGUIDO** Según la variación y la distribución, se pueden considerar cuatro tipos de biodiversidad. **PUNTO Y APARTE**

#### LA COMA

La coma es uno de los signos de puntuación con mayor número de usos y también de suma importancia. Aunque su uso puede variar, dependiendo del estilo o la intencionalidad del autor, existen reglas que debes considerar para un uso acertado de este signo. Los siguientes son los usos básicos de la coma.

1. Para separar elementos de la misma clase en un listado. Recuerda que el último elemento de la lista se separa con la conjunción "y".

**Ejemplo:** Salí al súper a comprar vegetales, leche, panes y pastas.

2. También se separan las oraciones pequeñas dentro de un periodo.

**Ejemplo:** Fuimos a caminar, a ver una película, a comer y regresamos a casa.

3. Para separar el vocativo del resto de la información. El vocativo es la persona, animal o cualquier entidad a que se le dice, ordena, pide, sugiere o suplica algo, dentro de la oración. Recuerda, siempre se separa con coma el vocativo, sin importar que se encuentre al principio de la oración, en medio o al final.

**Ejemplo:** Queridos amigos, me voy de aquí. / Me voy de aquí, queridos amigos. / De aquí queridos amigos, me voy.

4. Para separar los elementos de una oración que no está escrita en el orden convencional

**Ejemplo:** Con entereza, vamos todos, en este momento, a discutir.

5. Para separar información incidental en donde sea que se encuentre, al principio, en medio o al final. Una frase incidental es una interrupción en la oración. Las frases incidentales agregan información que no es esencia, más bien es complementaria y accesorio.

**Ejemplos:** Xóchitl, quien sabe bastante de música, quedo fascinada con el concierto. / Juan Rulfo, escritor mexicano de siglo XX, escribió el cuento "Diles que no me maten"

6. Para separar interjecciones del resto de la información.

**Ejemplos:** ¡Bah!, eso no me interesa. / Pero, ay qué desagradable noticia.

7. Para separar marcadores textuales o discursivos como: sin embargo, no obstante. O algunas conjunciones como: pero, sino, que. Recuerda, algunas de estas frases o palabras se encierran entre comas, mientras que otras solo la utilizan antes o solo después.

**Ejemplos:** El planeta tierra está muy deteriorado, sin embargo, podemos hacer algo para revertir el daño. / Te comprendo, pero no puedo ayudarte. / No es que sea chismoso, sino que me gusta estar informado.

8. Para separar dos oraciones copulativas o las partes de la oración que funcionan, respectivamente, como causa y consecuencia.

**Ejemplo:** En cuanto se acabó la comida, todos nos retiramos.

9. Para evitar ambigüedades. Esto significa que se debe separar ciertos elementos de la oración para que la información no sea confusa o no diga algo distinto a lo que se pretende.

**Ejemplos:** Cuando llamó José estaba ocupado. En este ejemplo podemos ver que la falta de una coma después de la palabra "llamó" produce ambigüedad porque no se sabe si José llamó o es quien estaba ocupado.

## EJERCICIOS

Coloca las comas necesarias en las siguientes oraciones:

1. Dígame entonces a qué se refiere por favor.
2. No tienes idea canta como los ángeles.
3. ¡Abrid abrid el día me persigue!
4. Acudió toda la familia: padres hijos abuelos y cuñados.
5. Quien nos invitó fue Manolo no su amigo.
6. Mira papá la calificación que obtuve.
7. Héctor dame tu respuesta.
8. ¡Ah qué a gusto estoy!
9. No no quiero ese platillo.
10. Sabes que hiciste mal pero no quieres aceptarlo.
11. Efectivamente tienes razón.
12. No todas las personas aman a los animales por ejemplo mi prima odia a los gatos.
13. Prometiste acompañarme no puedes decir que no.
14. Si no comes bien no podrás salir a jugar.
15. Como no quiso madrugar se perdió del paseo.
16. Me interesa mucho el evento mas no podré ir.
17. Hazlo si quieres pero no te vayas a quejar después por las consecuencias.
18. Cualquiera que sea su objetivo todo escrito debe tener una estructura clara.
19. Tal como lo aseguran algunos estudios los zombis existen.
20. Pues así son las cosas precisamente porque los tiempos han cambiado.

## EL PUNTO Y COMA

Este signo de puntuación es uno de los más subjetivos y, quizá, complejos, sin embargo, existen reglas precisas para aplicarlo correctamente.

1. Para separar elementos de una oración cuando incluyen coma. Se trata de una división mayor de elementos que ya tienen separaciones internas.

**Ejemplo:** Cada equipo saldrá por un lugar diferente: el azul, por la derecha; el rojo, por la izquierda; el verde, por la trasera; y el amarillo, por el frente.

2. Para sustituir el nexos que une a dos oraciones.

**Ejemplo:** La tesis estaba muy bien estructurada; fue aceptada por los sinodales.

3. Para separar listados que incluyen incisos, números con guion o punto, letras, etcétera.

**Ejemplo:** Los elementos de la comunicación son los siguientes; a) mensaje; b) receptor; c) emisor; d) canal; e) código.

4. Antes de ciertos conectores cuando la información que le precede es extensa.

**Ejemplo:** Los jugadores se prepararon intensamente durante todo el año; no obstante, los resultados obtenidos no fueron los esperados.

## LOS DOS PUNTOS

Este signo se encarga de anunciar información importante, es decir, de hacer una llamada de atención sobre lo que sigue.

1- Antes de un listado de elementos del mismo tipo.

**Ejemplo:** Hoy compré tres libros: uno de Cortázar uno de Revueltas y otro de Elena Paz Garro.

2- Antes de una cita textual.

**Ejemplo:** Las palabras del médico fueron: "Mucho reposo y una alimentación equilibrada".

3- Cuando se anticipa la enumeración, los dos puntos dan entrada al concepto que los engloba.

**Ejemplo:** Activa, equilibrada y natural: así debe ser una forma de vida sana.

4- Después de las frases de salutación. En cartas, citatorios u otros documentos.

**Ejemplo:** A quien corresponda: / Estimados padres de familia:

5- Para separar la información que funciona como ejemplo, resumen, comprobación o efecto de la anterior, dentro de una oración.

**Ejemplo:** El concurso resultó un fraude: los premios se habían repartido con anticipación.

## LOS PUNTOS SUSPENSIVOS

Estos tres puntos indican una interrupción de la oración o un final impreciso. Generalmente muestran alguna emoción.

A continuación, las reglas de su uso.

1. Para omitir información que no es necesaria, debido a que se sobreentiende que el listado no está concluido. En este caso los tres puntos funcionan como un "etcétera".

**Ejemplo:** En este bazar encontré de todo: comestibles, ropa, artículos de belleza, electrodomésticos, muebles, juguetes...

2. Cuando se deja una cita incompleta porque no es necesario escribirla en su totalidad.

**Ejemplo:** En ese momento dijo: "Más vale pájaro en mano..." y tomó el dinero.

3. Para presentar un final inesperado en la oración.

**Ejemplo:** Y, entonces, temeroso se asomó a la habitación donde se escuchaban los rugidos y ahí estaba... un pequeño ratón.

4. Para indicar sentimientos o emociones como duda, pena, miedo, indecisión, etcétera.

**Ejemplo:** Sí quiero entrar a la competencia, pero... luego te explico.



## LOS PARÉNTESIS

Los paréntesis, en ocasiones, realizan funciones de otros signos de puntuación, por ejemplo, la coma o el punto. No obstante, existen varias especificaciones para darles un buen uso.

1. Se usan como las comas incidentales, para aislar una información explicativa o amplificadora. Sabemos que se necesitan paréntesis y no coma debido a que la información separada parece estar un poco distante del resto de esta, pero se encuentran ligadas a través de alguna relación como causa-consecuencia.

**Ejemplo:** Las asambleas (la última duró casi dos horas) se celebran en el auditorio Isabel Allende.

2. Se debe encerrar entre paréntesis las siglas y los acrónimos. Cuando se desglosa el significado de las siglas, solo uno de los elementos va entre paréntesis, es decir, las siglas o el desglose. También se encierran entre paréntesis datos que dan precisión a la información presentada, por ejemplo, años, estados, países, ciudades, etcétera.

**Ejemplos:** Aún recuerdo todo lo que sucedió cuando naciste (1986), sucesos inolvidables. / Si redactamos una nota acerca de la Dirección de Economía del Ministerio de Desarrollo Social (MIDES) debemos tener precauciones. / Jean-Paul Sartre (1905 - 1980).

3. Para introducir opciones en un texto. Puede ser en preguntas de opción múltiple, en textos que presenten la información ordenada por apartados o en esquemas.

4. Para encerrar los tres puntos cuando la cita está incompleta.

5. Para indicar las acotaciones en las obras teatrales.

6. En citas bibliográficas.

## LAS COMILLAS

Existen varios tipos de comillas, sin embargo, los usos básicos se concentran en las comillas inglesas. A continuación, las reglas del uso de las comillas.

1. Para encerrar las citas textuales u otras dentro de un escrito.

**Ejemplo:** Se dirigió al dependiente y le dijo: "Disculpe, ¿dónde puedo encontrar las cañas de pescar?".

2. Para encerrar palabras o frases que se están utilizando en sentido metafórico, irónico, sarcástico o con alguna connotación.

**Ejemplo:** ¡Qué "milagro" que vienes a visitarme!

3. Para citar títulos de poemas, cuentos, artículos, películas u obras que pertenecen a una recopilación.

**Ejemplo:** Esta tarde veré "The birds", de Hitchcock.

4. Para encerrar modismos, extranjerismos o palabras y frases en otra lengua.

**Ejemplo:** El papa bendijo a todos los feligreses presentes, diciendo: "In nomine Patri et Filii et Spiritu Sancti".

### Ejercicios

Elabora diez oraciones en las que utilices, de forma variada, punto y seguido, punto y coma, comillas, paréntesis, dos puntos y puntos suspensivos.

1. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
9. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
10. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## CATEGORÍAS O FUNCIONES GRAMATICALES

### SUSTANTIVOS:

También se les llama nombres, debido a que nombran a todos los seres que constituyen el universo. O sea que designan personas, objetos reales o imaginarios, cosas, lugares, sentimientos, animales, obras artísticas, etcétera. Los nombres indican género (masculino o femenino) y número (singular o plural). Así, la palabra especímenes se considera un sustantivo común, masculino, plural; y la palabra América se considera un sustantivo propio, femenino, singular. Para su estudio, los sustantivos se clasifican en propios, comunes y abstractos.

TIPO DE SUSTANTIVO	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLOS
PROPIOS	Se escriben con mayúscula inicial. Representan seres únicos, por ejemplo, lugares, personas, ciencias y obras artísticas, entre otras.	Sandra Lerma Primera Guerra Mundial Haiti Marte Sol El Salvador
COMUNES	Se escriben con minúscula inicial. Generalmente, representan seres inanimados o elementos seriados.	niño mascotas lámpara a casa persona lápices
ABSTRACTOS	En ocasiones se escriben con inicial mayúscula; representan entidades de existencia imaginaria, por ejemplo, sentimientos o valores. No son palpables y, a veces, su definición es subjetiva.	amor igualdad odio indiferencia inteligencia terquedad tristeza atrevimiento intrepidez

## Ejercicios

Escribe diez sustantivos propios.

---

---

Escribe diez sustantivos comunes.

---

---

Escribe diez sustantivos abstractos.

---

---

Indica el tipo, el género y el número de los siguientes sustantivos:

indignación \_\_\_\_\_

austeridad \_\_\_\_\_

gente \_\_\_\_\_

seis \_\_\_\_\_

disciplinas \_\_\_\_\_

matemáticas \_\_\_\_\_

Enriquez \_\_\_\_\_

caminante \_\_\_\_\_

Lima \_\_\_\_\_

República \_\_\_\_\_

león \_\_\_\_\_

fantasmas \_\_\_\_\_

aroma \_\_\_\_\_

caricia \_\_\_\_\_

## PRONOMBRES

Se les llama así porque se utilizan en lugar de un nombre o sustantivo; a veces, en lugar de otro pronombre u otra categoría gramatical. Por ejemplo, si estoy hablando de alguien llamada Andrea, puedo referirla como **ella**, como **tú** o como pronombre para no repetir su nombre. Además, varían en género y número. Se clasifican en personales, posesivos y reflexivos. Los más comunes son los siguientes.

TIPO DE PRONOMBRE		EJEMPLOS	
PERSONALES	1° persona 2° persona 3° persona	EN SINGULAR	EN PLURAL
		yo tu/usted/vos él/ella	nosotros ustedes/vosotros ellos/ellas
POSESIVOS	1° persona 2° persona 3° persona	EN SIGULAR	EN PLURAL
		mío/mía tuyo/tuya suyo/suya	míos/mías tuyos/tuyas suyos/suyas
REFLEXIVOS	1° persona 2° persona 3° persona	EN SINGULAR	EN PLURAL
		me te/se se	nos se/os se
DEMOSTRATIVOS		este esta esto	ese esa eso aquel aquello aquella

### Ejercicios

Subraya los pronombres de las siguientes oraciones:

1. Mi padre sembró esos árboles de naranja, yo sembré aquellos.
2. Estoy tratando de decidir entre este y aquel.
3. Quienes deben hacerlo somos nosotros, no tú.  
A No me fijé bien al cruzar la calle y por poco nos atropellan
5. Hoy te peinaste muy bonito, a ver qué día me enseñas a peinarme así.
6. Aquí el más interesado soy yo.
7. Como te lo dije, todos los regalos de esa mesa son míos.
8. Todo terminó entre nosotros, pues tú y yo no podemos permanecer juntos.
9. Este libro es mío, el tuyo es aquel.
10. Ella es mi profesora de español y él, de Matemáticas.
11. Ellos son los interesados en la vacante.

## ARTÍCULOS

Son un tipo de palabras que especifican y determinan a otras palabras; generalmente, acompañan al sustantivo y concuerdan con él en género y número. Para estudiarlos, se dividen en definidos, indefinidos y neutro.

CLASIFICACIÓN	ARTÍCULOS	
DEFINIDOS	EN SINGULAR	EN PLURAL
	el/la	los/las
INDEFINIDOS	un/una	unos/unos
NEUTRO	Lo	

## ADJETIVOS

Estas palabras califican o determinan al sustantivo que acompañan y concuerdan con él en género y número. Establecen particularidades o designan características, cualidades, propiedades o defectos. Los adjetivos se dividen en calificativos y determinativos.

<b>ADJETIVOS CALIFICATIVOS</b>	Pueden ubicarse antes o después del sustantivo. Señalan cualidades de las personas u objetos.	Pequeño, hermosa, fácil, aburrido, distinguido, complejo, vil, largo, angustiante, arduo, colosal, importante, deficiente, etc.
--------------------------------	---	---

ADJETIVOS DETERMINATIVOS		
Los determinativos establecen diferentes tipos de precisiones. Concuerdan en género y número con el sustantivo. Generalmente se colocan antes del sustantivo al que acompañan.		
Demostrativos	En singular	En plural
	este/esta ese/esa aquel/aquella	estos/estas esos/esas aquellos/aquellas

Posesivos 1° persona 2° persona 3° persona	En singular	En plural
	mi/mis tu/tus su/sus	nuestro (a)/nuestros (as) sus sus
Numerales	Cardinales	un, dos, tres, siete, ocho, nueve, diez, once, treinta, cuarenta, ...
	Ordinales	primero, segundo, tercero, octavo, décimo, undécimo, duodécimo, ...
	Partitivos	medio, tercio, cuarto, quinto, sexto, séptimo, onceavo, doceavo, ...
	Múltiplos	doble, triple, cuádruple, quintuple, undécuplo, terciódécuplo, ...

## Ejercicios

Escribe cinco oraciones en las cuales utilices varios adjetivos calificativos.

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_

Escribe diez oraciones en las cuales utilices al menos tres adjetivos de cada tipo (demostrativo, posesivo, numeral)

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_
7. \_\_\_\_\_
8. \_\_\_\_\_
9. \_\_\_\_\_
10. \_\_\_\_\_

## VERBOS

Los verbos indican comportamiento movimiento cambio, etcétera Refieren acciones físicas o anímicas; es decir acciones visibles o interiores e imperceptibles. De este modo *correr escribir, dormir estudiar* son verbos de acción o movimiento y *pensar, odiar, decidir, suponer, imaginar* son verbos de acción imperceptible. El verbo es de vital importancia, pues cuando está conjugado, es el núcleo del predicado de la oración.

En el verbo conjugado o personal se encuentra información de número (plural) o modo (indicativo, subjuntivo o imperativo).

MODOS INDICATIVOS			
TIEMPOS SIMPLES	PRESENTE	(yo) como (tú) comes (usted) come (él/ella/ello) come	(nosotros) comemos (ustedes) comen (ellos/ellas) comen
	COPRETÉRITO	(yo) comía (tú) comías (usted) comía (él/ella/ello) comía	(nosotros) comíamos (ustedes) comían (ellos/ellas) comían
	PRETÉRITO	(yo) comí (tú) comiste (usted) comió (él/ella/ello) comió	(nosotros) comimos (ustedes) comieron (ellos/ellas) comieron
	FUTURO	(yo) comeré (tú) comerás (usted) comerá (él/ella/ello) comerá	(nosotros) comeremos (ustedes) comerán (ellos/ellas) comerán
	POSPRETÉRITO	(yo) comería (tú) comerías (usted) comería (él/ella/ello) comería	(nosotros) comeríamos (ustedes) comerían (ellos/ellas) comerían

MODOS INDICATIVOS			
TIEMPOS COMPUESTOS	ANTE-PRESENTE	(yo) he comido (tú) has comido (usted) ha comido (él/ella/ello) ha comido	(nosotros) hemos comido (ustedes) han comido (ellos/ellas) han comido
	ANTE-COPRETÉRITO	(yo) había comido (tú) habías comido (usted) había comido (él/ella/ello) había comido	(nosotros) habíamos comido (ustedes) habían comido (ellos/ellas) habían comido



MODO INDICATIVO			
TIEMPOS COMPUESTOS	ANTEPRE- TÉRITO	(yo) hube comido (tú) hubiste comido (usted) hubo comido (él/ella/ello) hubo comido	(nosotros) hubimos comido (ustedes) hubieron comido (ellos/ellas) hubieron comido
	ANTE- FUTURO	(yo) habré comido (tú) habrás comido (usted) habrá comido (él/ella/ello) habrá comido	(nosotros) habremos comido (ustedes) habrán comido (ellos/ellas) habrán comido
	ANTEPOS- PRETÉRITO	(yo) habría comido (tu) habrías comido (usted) habría comido (él/ella/ello) habría comido	(nosotros) habríamos comido (ustedes) habrían comido (ellos/ellas) habrían comido

MODO SUBJUNTIVO			
TIEMPOS SIMPLES	PRESENTE	(yo) coma (tú) comas (usted) coma (él/ella) coma	(nosotros) comamos (ustedes) coman (ellos) coman
	PRETÉRITO	(yo) comiera (tú) comieras (usted) comiera (él/ella) comiera	(nosotros) comiéramos (ustedes) comieran (ellos) comieran
	FUTURO	(yo) comiere (tú) comieres (usted) comiere (él/ella) comiere	(nosotros) comiéremos (ustedes) comieren (ellos) comieren
TIEMPOS COMPUESTOS	ANTE- PRESENTE	(yo) haya comido (tú) hayas comido (usted) haya comido	(nosotros) hayamos comido (ustedes) hayan comido (ellos) hayan comido
	ANTE- PRETÉRITO	(yo) hubiera comido (tú) hubieras comido (usted, él, ella) hubiera comido	(nosotros) hubiéramos...
	ANTE- FUTURO	(yo) hubiere comido (tú) hubieres comido (usted, él, ella) hubiere comido	

MODO IMPERATIVO	
PRESENTE	(tu) come (ustedes) coman (nosotros) comamos

## FORMAS IMPERSONALES DEL VERBO

También existen formas verbales llamadas verboides, o sea, casi verbos o verbos que no funcionan solos, sino con otro verbo que si está conjugado. Son verboides o formas impersonales del verbo, debido a que no están conjugadas y no nos dan información acerca de tiempo, modo, persona ni número. Esas formas impersonales son infinitivos, terminados en ar, er, ir (amar, comer, vivir); gerundio, terminados en ando, iendo (amando, comiendo, viviendo); participio, terminados en to, cho, so, ado, ido (escrito, dicho, impreso, amado, comido, vivido).

## FORMAS IMPERSONALES DEL VERBO

Infinitivos	Terminación: ar er ir	Gerundios	Terminación: ando iendo	Participios	Terminación: to cho so ado ido
ser cubrir estar caminar comer dormir ejercitar satisfacer discernir manifestar aprender luchar madurar intentar decir imprimir		siendo cubriendo estando caminando comiendo durmiendo ejercitando satisfaciendo discerniendo manifestando aprendiendo luchando madurando intentando diciendo imprimiendo		sido cubierto estado caminado comido dormido ejercitado satisfecho discernido manifestado aprendido luchado madurado intentado dicho impreso/imprimido	

## LECTURA

Leer bien y comprender lo leído no es una habilidad sencilla de adquirir. Requiere esfuerzo y constancia. Una buena lectura implica un proceso visual y mental complejo, que no basta con recibir una información superficial o repasar líneas de texto con los ojos.

Para ser un buen lector es necesario considerar aspectos que van desde lo ambiental hasta lo físico y psíquico. Por ejemplo, un lugar confortable y silencioso, bien iluminado y ventilado, facilitará la comprensión del texto con el que estés trabajando. Además, las condiciones en que te encuentres al momento de comenzar a leer son determinantes para los resultados. Esto quiere decir que obtendrás mejores resultados si tus ojos están en condiciones óptimas, o sea descansados y con los lentes necesarios, en caso de requerirlos. No tener hambre, frío, calor y no estar desvelado son, entre otras cosas, factores que facilitarán el proceso de lectura de comprensión.

Otro método infalible para la buena lectura es la constancia. Lee continuamente hasta crear una costumbre activa de leer. Trata de leer todo lo que llegue a tus manos. Independientemente de los temas que sean de tu interés, es importante ser un lector activo y constante de diversos temas. Además, tener un buen nivel de cultura general te abrirá puertas en la vida.

Con relación al examen, las preguntas que se te realizan con respecto a la comprensión del texto son de detalles específicos de la lectura, algunos ejemplos son los siguientes:

1. Según el autor...
2. Según el pasaje anterior.
3. De acuerdo con el autor...
4. De acuerdo con el pasaje anterior...
5. ¿Cuál es el propósito del autor?
6. Lo que el autor quiere demostrar es...
7. La lectura anterior presenta todos los temas siguientes, EXCEPTO...

### ESTRATEGIAS PARA LA LECTURA DE COMPRENSIÓN

Analiza con cuidado los siguientes aspectos del texto:

1. ¿De qué manera me presenta la información el autor? Con datos verificables, argumentos objetivos, juicios de valor, opiniones, con expresiones denotativas o connotativas, etcétera.
2. ¿Cuál es el objetivo del autor? Pregúntate qué pretende el autor al presentarte esa información y qué busca provocar en ti, como lector.
3. ¿Cuál es la idea principal y cuales las ideas secundarias del texto? Identifica cual es la información central y cuál está de apoyo, ejemplo, refuerzo, reformulación, etcétera.
4. ¿Qué implica el texto? Identifica las ideas explícitas e implícitas. A partir de lo que está escrito, puedes concluir información que no está escrita con todas sus letras, pero que se encuentra entre líneas.
5. Relaciona la información del texto con los conocimientos que ya tenías del tema.
6. Capta la idea general del texto.

## IDEA PRINCIPAL E IDEAS SECUNDARIAS

Para que sea más sencillo distinguir las ideas principales de las secundarias debemos analizar el tema de la estructura de los párrafos. Todos los textos están conformados por párrafos que, a su vez, cuentan con una estructura. Estos párrafos están formados por combinaciones de oraciones, ideas que van desarrollando un tema. Cada párrafo contiene una idea principal que subordina a las demás. Esta idea principal está expresada en una o varias de las oraciones y el resto está ahí para enriquecerla, explicarla o complementarla.

Todas las oraciones que aparecen dentro del mismo párrafo comparten el tema, sin embargo, existe una jerarquía al momento de plantearlas en el texto. Para saber cuál es la idea principal debes considerar que, generalmente, aparece al principio del párrafo. Otra clave para identificar la idea central es el título. En los títulos se encuentra resumido el tema del texto y ese resumen contiene la idea principal. Además, las recurrencias, es decir, las repeticiones y aclaraciones significan que se habla de la idea primordial del escrito.

Recapitulando lo anterior, recordemos que las repeticiones en el texto, el título y las primeras líneas de este son grandes pistas para rescatar la idea principal. En la prueba se refieren a la idea central del texto realizando preguntas como las que siguen:

1. ¿Cuál sería el mejor título para el texto?
2. ¿Cuál es la opción que mejor expresa la idea principal del texto?
- 3.Cuál de los siguientes enunciados expresa mejor el contenido del texto?
4. Por su contenido, ¿a qué campo del conocimiento pertenece el texto?

Las ideas secundarias son planteamientos que apoyan a la idea principal. Todas las ideas secundarias tienen un propósito específico encaminado al desarrollo del tema central.

Cuando nos expresamos oralmente no podemos decir toda la información al mismo tiempo. Por ello, dividimos la información en ideas, en "pedazos" de texto que vamos agregando a lo dicho para que quede bien claro. De la misma forma sucede con el lenguaje escrito. Primero emitimos la idea central de lo que queremos decir y después vamos agregando, en orden, la información con que queremos enriquecer el tema. Para facilitar la redacción de estas ideas debes apoyarte en las conjunciones y los signos de puntuación.

Algunos tipos de ideas secundarias son las que siguen:

1. **De reiteración:** el autor repite lo que había escrito, pero, con otras palabras, o sea que hace una paráfrasis en la que reformula la idea.
2. **De contraste:** en ocasiones, el autor plantea ideas que rechaza o con las que no concuerda, con el fin de resaltar más y dejar claro cuál es su verdadero pensamiento.
3. **De ejemplificación:** los ejemplos sirven para hacernos comprender el alcance de la idea principal a través de casos y aplicaciones concretas.
4. **De justificación:** son oraciones que contienen razones o argumentos que apoyan la afirmación establecida en la idea principal. Ayudan, además, a una mejor comprensión de la idea principal.

## VOCABULARIO EN CONTEXTO

El contexto es aquella situación, modo o intención al utilizar una palabra dentro de una oración. En el contexto podemos encontrar pistas que nos ayudan a deducir el significado de palabras desconocidas. No importa si nunca hemos visto o escuchado cierta palabra, podemos inferir a qué se refiere o qué está significando en el contexto que es aplicada. Para ello es necesario analizar el resto de las palabras utilizadas en la misma oración o en las oraciones inmediatamente cercanas, antes o después. Recuerda que el contexto es el grupo de palabras que rodean a la palabra en cuestión.

Saber inferir lo que el autor quiere decir o la intención que tiene al utilizar ciertas palabras o expresiones habla de una buena lectura crítica y analítica. Así que aprende a observar y razonar acerca del vocabulario usado en el texto y el fin que persigue.

Para que en tu examen te resulte más fácil deducir significados por contexto analiza los siguientes aspectos:

1. Los sinónimos. Dentro de la misma oración en que se encuentra la palabra desconocida, el autor utiliza otras que van por el mismo sentido, palabras que pueden sustituirse entre sí o que, dependiendo del contexto, significan lo mismo.
2. Los marcadores textuales. Las frases o palabras que sirven de enlace aclaran la relación que existe entre dos ideas o palabras. Por ende, podemos deducir si una palabra es contraria o similar a otra por el marcador que las une.
3. Las definiciones. El significado de una palabra se puede comprender a través de la definición o explicación del concepto en cuestión.
4. El resumen. El autor refuerza algunas ideas repitiendo lo más importante a manera de precisiones y explicaciones que aclaran el significado de algunas palabras no muy usuales o desconocidas.

### Ejemplo

Diana es una niña muy impertinente. A veces es tan grosera que habla mientras su profesor explica el tema. Además, no muestra respeto por los demás estudiantes. Tiene muy malos modales. Inclusive sus padres piensan que es descortés.

En el ejemplo anterior, suponiendo que no sabemos el significado de la palabra "impertinente", es cuestión de observar el resto de la información. Podemos ver que algunas actitudes de Diana son negativas, por ejemplo, hablar mientras su profesor explica el tema o no respetar a sus compañeros. Además, en el periodo anterior se utilizan palabras como: grosera, respeto, malos modales, lo que nos dice que el sentido de la palabra desconocida es sinonímico, es decir, también tiene un sentido negativo. También la conjunción **además** es una clave, pues indica que todos los sustantivos escritos después de ella son sinónimos de la palabra en cuestión.

En el examen ponen a prueba tu habilidad para deducir significados por contexto a través del siguiente tipo de preguntas:

1. ¿Qué significa el término "..."?
2. En contexto, ¿qué podría significar la palabra "..."?
3. ¿Cuál opción podría sustituir a la palabra subrayada?
4. ¿Cuál opción NO podría sustituir al término subrayado?

### **IDEAS EXPLÍCITAS E IMPLÍCITAS**

Las ideas explícitas en un texto son aquellas que se pueden leer claramente. Se trata de la información que el autor menciona con todas sus letras. En cambio, las ideas implícitas son las que, como lectores; debemos abstraer del texto, pues el autor no las escribe expresamente, sino que las sugiere o las implica.

Las ideas implícitas o implicadas en un texto se pueden captar a través del tono del autor, o sea, mediante el lenguaje que utiliza. Estas implicaturas también pueden encontrarse a través de las opiniones o juicios de valor que emite el escritor.

En el examen debes reflejar tu capacidad para inferir información, respondiendo la siguiente clase de preguntas:

1. Del texto se deduce que...
2. Del pasaje anterior podemos inferir que...
3. De la lectura se puede inferir que...
4. El texto implica que...
5. Una deducción lógica del texto sería....
6. Con base en el texto, podemos decir que...
7. ¿Cuál sería una inferencia correcta del texto?

### **Ejemplo**

No hay nada tan patético como una multitud de espectadores inmóviles presenciando con indiferencia o entusiasmo el enfrentamiento desigual entre un noble toro y una cuadrilla de matones desequilibrados destrozando a un animal inocente que no entiende la razón de su dolor.

Del ejemplo anterior podemos inferir varias ideas. Con base en las palabras con tono de desaprobación que usa, podemos decir que el autor está en contra de las corridas de toros. También podríamos llegar a la conclusión de que el autor es un defensor de los animales. Entre otras cosas, la información también implica que el autor es una persona sensible ante el dolor y la vida de los seres vivos.

## Ejercicios:

Instrucciones: **La siguiente lectura está seguida por ejercicios basados en su contenido. Después de leer, seleccione la mejor respuesta para cada ejercicio y llene el espacio correspondiente en la hoja de respuestas. Conteste todos los ejercicios que siguen a la lectura basándose en lo que esta afirma o implica.**

**Los ejercicios del 1 al 6 se basan en la siguiente lectura:**

Desde la antigüedad, las leyendas de vampiros han estado presente en todas las civilizaciones. En el antiguo Egipto se temía a un misterioso pájaro "bebedor de sangre" que representaba la reencarnación de algún condenado injustamente que, durante las noches, atacaba a los hijos de sus asesinos.

La ciencia atribuye el origen de los vampiros a las enfermedades con pérdida de sangre, que los antiguos atribuían a seres diabólicos que atacaban durante la noche en busca del alimento esencial para su supervivencia.

En la cultura clásica también encontramos conductas similares a las de los vampiros. Criaturas con la parte superior de mujer y la inferior en forma de serpiente, que atacan a sus víctimas mordiéndolas.

Las leyendas de los pueblos eslavos están plagadas de vampiros, se creía que eran cuerpos íntegros que no habían muerto del todo: "los no muertos". Pensaban que la causa se debía a mordeduras de determinados animales, como escorpiones, o que se trataba de personas que habían sido excomulgadas, que no se iban a la otra vida en paz. La creencia en estos seres se reforzaba cuando, durante las noches, el ganado desaparecía de forma misteriosa. Se dice que para atacarlos y terminar con ellos definitivamente se utilizaba una cruz como defensa y una estaca que clavaban en el corazón, aunque también podían morir de forma irreversible con un buen exorcismo, quemados o arrancándoles la cabeza o el corazón.

La leyenda de los vampiros había ido desapareciendo de Europa, cuando en el siglo XVII el abad Dom Agustín Calmet, un erudito en arqueología y teología, publicó un libro titulado "Vampiros de Hungría y los alrededores".

Como incluyó testimonios médicos sobre el desenterramiento de cadáveres íntegros en los países que formaban la región de Transilvania, creyó estar ante unos evidentes y reales casos de vampiros.

## Ejercicios

1. Según el pasaje anterior, ¿a qué atribuye la ciencia el origen de los vampiros?
  - a) Seres diabólicos que atacaban durante la noche
  - b) A enfermedades con pérdida de sangre
  - c) A las leyendas
  - d) A testimonios médicos sobre el desenterramiento de cuerpos
  - e) A un pájaro "bebedor de sangre"

2. Del texto anterior podemos inferir que:
  - a) En la actualidad, nadie cree en los vampiros
  - b) Las leyendas de vampiros contienen casos verídicos
  - c) Los vampiros si existen
  - d) A lo largo de la historia y en diversas culturas, se le ha dado tratamiento al tema de los vampiros
  - e) Para atacarlos y terminar con ellos definitivamente, se utilizaba una cruz como defensa y una estaca que les clavaban en el corazón
3. Según el contexto, ¿qué podría significar la palabra "plagadas"?
  - a) Contaminadas
  - b) Repletas
  - c) Contagiadas
  - d) Exentas
  - e) Rellenas
4. ¿Cuál opción contiene la idea central del pasaje?
  - a) Testimonios acerca de vampiros reales
  - b) La clasificación de los vampiros
  - c) Las leyendas de vampiros según diversas culturas y épocas
  - d) Las leyendas esclavas de vampiros
  - e) La cultura de los vampiros
5. De la lectura podemos deducir que el autor:
  - a) Es un vampiro
  - b) Sabe cómo se asesinan los vampiros
  - c) Tiene un amplio conocimiento sobre literatura vampírica
  - d) Ha escrito novelas con temas vampíricos
  - e) Ha entrevistado a vampiros famosos como Drácula
6. De acuerdo con la lectura, ¿por qué Dom Agustín Calmet creyó estar ante casos reales de vampiros?
  - a) Porque las leyendas iban desapareciendo
  - b) Porque incluyó testimonios médicos sobre el desenterramiento de cadáveres íntegros
  - c) Porque vivía en Transilvania
  - d) Porque convivía con vampiros
  - e) Porque en Transilvania son muy comunes los vampiros
7. ¿Cuál sería un buen título para la lectura?
  - a) El origen de las leyendas vampíricas
  - b) La historia de los vampiros
  - c) El origen de los vampiros
  - d) Los vampiros en la actualidad
  - e) La literatura vampiresca



## ORACIÓN FUERA DE CONTEXTO

Este tema es sencillo, debido a que solo requiere que leas con mucha atención para responder correctamente. Se trata de identificar cuál de las oraciones que completan el párrafo se encuentra desconectada del resto. O sea, la oración que resulta incoherente dentro del conjunto de ideas.

Recuerda que, si bien la oración fuera de contexto maneja el mismo tema que el resto, no mantiene el mismo enfoque que las demás y eso hace que se encuentre descontextualizada. Es decir, se convierte en una información sobrante cuya omisión no afecta el texto.

En ocasiones, resulta un poco más complejo identificar la oración que desentona en el texto. Esto se debe a que todas las oraciones parecen estar relacionadas perfectamente entre sí. En esos casos, debes elegir la opción que contenga un enunciado cuyo contenido pueda desecharse y el texto conserve lo más importante, es decir, que no pierda información relevante, indispensable para la comprensión del fragmento.

### Ejemplo:

(1) Los mamíferos descienden de los reptiles. (2) No aparentan parecerse mucho porque los mamíferos surgieron hace unos 195 millones de años. (3) Algunos reptiles son muy peligrosos y feos. (4) Aunque es posible que las dos ramas se hayan separado mucho antes que eso. (5) Con el transcurso del tiempo, cada grupo evolucionó en diferentes direcciones. (6) Los reptiles se volvieron más pequeños y los mamíferos más grandes.

¿Cuál oración está fuera de contexto?

- (A) 2
- (B) 3**
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

La respuesta correcta es el inciso **(B)**. Si lees con cuidado, te darás cuenta de que el tema general del párrafo es una constante analogía entre los reptiles y los mamíferos. Todas las oraciones, excepto la 3, mencionan a los reptiles en comparación con los mamíferos. Por su parte, la oración 3 se enfoca en referir dos características de los reptiles, o sea, uno solo de los dos elementos que componen la idea principal del texto. Como la oración 3 rompe con la uniformidad del resto del texto por centrarse en los reptiles y excluir a los mamíferos, esa es la respuesta que debemos elegir.

### Ejercicios

Lee con atención los siguientes fragmentos e identifica la oración fuera de contexto.

(1) Los planetas tienen diversos movimientos. (2) Los más importantes son dos: el de rotación y el de traslación. (3) Por el de rotación, giran sobre sí mismos alrededor del eje. (4) Esto determina la duración del día del planeta. (5) Plutón es considerado un planeta enano. (6) Por el de traslación, los planetas describen órbitas alrededor del Sol. (7) Cada órbita es el año del planeta. (8) Cada planeta tarda un tiempo diferente para completarla. ¿Cuál oración está fuera de contexto?

- (A) 3
- (B) 4
- (4) 5
- (D) 6
- (E) 7

(1) Entre las diversas sustancias que componen los alimentos, (2) los nutrientes son aquellas que participan activamente en las reacciones metabólicas. (3) La nutrición es un tema importante que nos compete a todos. (4) El agua, el oxígeno y los minerales son los nutrientes básicos que consumen las plantas. (5) Por su parte, los seres humanos y los animales se alimentan de vegetales y de otros animales. ¿Cuál oración está fuera de contexto?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

(1) El miedo es una respuesta natural ante el peligro. (2) Es una sensación desagradable que atraviesa el cuerpo, la mente y el alma. (3) Se puede deber a algo que pasó, que está sucediendo o que podría pasar. (4) A mí siempre me han dado miedo los lugares solitarios. (5) Es difícil de controlar y puede provocar todo tipo de reacciones, tales como parálisis o ataques de ansiedad. (6) En su versión más extrema, lo que se padece es el terror. (7) Muchas veces, se teme a algo que no existe, que es producto de la imaginación. ¿Cuál oración está fuera de contexto?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

(1) Las mariposas monarca son conocidas por la increíble migración masiva que cada invierno las lleva a California y México. (2) La monarca norteamericana es la única mariposa que realiza una travesía tan espectacular. (3) Las Mariposas son insectos que pertenecen al orden de los lepidópteros. (4) Recorre una distancia cercana a los 5.000 kilómetros. (5) Estos insectos deben partir cada otoño antes de que lleque el frío, que acabar con ellos si se demoran demasiado. ¿Cuál oración está fuera de contexto?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

## UNIÓN DE ORACIONES

Lo más importante en esta parte del examen es que en el momento de unir dos oraciones en una misma, el sentido original de la información se conserve. Esto significa que no debes tomar en cuenta tus conocimientos previos o tus opiniones, debes basarte únicamente en lo que afirman las oraciones, sin importar que sea mentira, sea absurdo o no estés de acuerdo.

Para unir dos o más oraciones en una sola es de suma importancia que establezcas la relación que existe entre las informaciones que cada oración presenta. Después, debes considerar la función de los conectores, pues la forma de unir oraciones es mediante nexos, conectores, conjunciones o marcadores argumentativos, tales que significan cosas distintas.

En ocasiones, la respuesta correcta será más breve que las dos oraciones, pero eso no es malo, pues un buen texto dice mucho con pocas palabras. Lo que realmente importa es que no se altere la información, lo que sí puede cambiar es la forma de decirlo.

### Ejemplo:

(1) Ayer, Aldo le vendió su bicicleta a Juan José. (2) Aldo estaba escaso de dinero.

Elige la opción que mejor cohesione las oraciones 1 y 2

- (A) Desde que Aldo le vendió su bicicleta a Juan José, andan escasos de dinero.
- (B) Ya que Aldo estaba escaso de dinero, ayer le vendió su bicicleta a Juan José.
- (C) Juan José le compró la bicicleta a Aldo para que no anduviera sin dinero.
- (D) Como Juan José le vendió su bicicleta a Aldo, eso significa que no tenía dinero.
- (E) Ayer, Aldo andaba escaso de dinero, así que le vendió su bicicleta a Juan José.

En este ejemplo, la opción **(B)** es la correcta, pues a pesar de que las otras opciones contienen información parecida, no expresan lo mismo. Recuerda que no puedes cambiar la idea, sino la forma de expresión. También es muy importante que apliques tus conocimientos sobre signos de puntuación, pues la mejor forma de unir oraciones es mediante estos signos, además de los conectores.

### Ejercicios

(1) Ese restaurante debe tener buenos precios y deliciosos platillos. (2) Cada vez que veo ese restaurante está lleno de gente. ¿Qué opción une mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) Como ese restaurante está lleno de gente cada que lo veo, tiene buenos precios y comidas
- (B) Cada vez que paso por el restaurante, tiene buenas comidas y precios y mucha gente
- (C) Supongo que ese restaurante tiene buenos precios y platillos deliciosos porque cada vez que lo veo está lleno de gente
- (D) Cada vez que lo veo, tiene mucha gente y buenos platillos ese restaurante

(1) Dos de las ciudades más importantes del mundo son París y Nueva York. (2) Esta última está cerca de México. ¿Qué opción une mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) Dos de las ciudades más importantes del mundo son París y Nueva York, cercanas a México
- (B) Dos de las ciudades más importantes son París y Nueva York, y la última está cerca de México
- (C) Nueva York, ciudad cercana a México, y París son dos de las ciudades más importantes del mundo
- (D) Dos de las ciudades más importantes del mundo por ser cercanas a México son París y Nueva York
- (E) Las ciudades más importantes del mundo son París y Nueva York, además, una de ellas está muy cerca de México

(1) La madre de Luna le pidió que se esforzara por obtener buenas calificaciones. (2) Luna ha estado teniendo problemas de conducta en la escuela últimamente. ¿Cuál opción condensa mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) Debido a que Luna ha tenido problemas de conducta en la escuela últimamente, su madre le pidió que se esforzara por obtener buenas calificaciones
- (B) Como su madre le pidió que se esforzara por tener buenas calificaciones, Luna ha tenido mala conducta
- (C) A pesar de que Laura se ha esforzado por tener buena conducta, su mamá le exige buenas calificaciones
- (D) Como últimamente Laura se ha esforzado mucho, su madre ya no le pide que obtenga buenas calificaciones
- (E) Debido a que ha tenido malas calificaciones Laura su madre, le pidió que se esforzara más en la conducta

### SELECCIÓN DE PALABRAS ENLACE

En este tipo de ejercicios debes analizar cada una de las oraciones con respecto a la otra. Es decir, cuál de las dos sucede primero, cuál de las dos produce a la otra, o cuál es el efecto de la otra. Una vez que tienes clara la relación entre ambas oraciones, puedes elegir la opción que las sintetice en una sola, aplicando un conector adecuado.

#### Ejemplo:

(1) Antes del concierto, la cantante que visitó nuestra escuela dijo estar muy influenciada por Lila Downs; (2) \_\_\_\_\_, yo creo que lo que tocó en el auditorio, sonaba más parecido a Violeta Parra. ¿Qué opción enlaza mejor las oraciones y 2?

- (A) Además
- (B) Por lo tanto
- (C) Pero
- (D) Sin embargo
- (E) Pues

Para resolver efectivamente estos reactivos apóyate en los conocimientos que has adquirido desde las primeras lecciones de tu manual. En el ejemplo anterior, una de las claves para encontrar la respuesta correcta es el uso de los signos de puntuación; la coma, específicamente. Esto es, considerando la información presentada, podemos ver que el nexo que necesitamos es una conjunción adversativa. O sea que las posturas de ambas oraciones son algo contradictorias. Con esto, sabemos que las opciones se limitan a la (C) y a la (D), sin embargo, como se mencionó líneas arriba, la coma que se encuentra después de la línea indica que la palabra "pero" de la opción (C) queda descartada, pues no se escribe coma después de dicha conjunción.

## Ejercicios

Vamos al parque \_\_\_\_\_ fuimos ayer. ¿Qué opción completa mejor la oración?

- (A) Que
- (B) En el que
- (C) Adonde
- (D) Por el cual
- (E) En donde

(1) Cada día es más complicado encontrar una casa para vivir, \_\_\_\_\_ (2) cada día somos más y la situación empeora. ¿Qué opción conecta mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) Pues
- (B) Y es que
- (C) Sin embargo
- (D) Aunque
- (E) A pesar de que

(1) Las mariposas monarca nacen de huevos, de los cuales eclosionan en forma de larva. (2) \_\_\_\_\_ se comen la cáscara del huevo y se alimentan de las plantas del algodoncillo sobre las que nacieron. ¿Qué opción enlaza mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) A continuación
- (B) Consecuentemente
- (C) Pues
- (D) Después
- (E) De este modo

(1) Este proceso produce efectos en el medio ambiente, la cultura, los sistemas políticos, el desarrollo y la prosperidad económica, (2) \_\_\_\_\_ en el bienestar físico de los seres humanos que conforman las sociedades de todo el mundo. ¿Qué opción enlaza mejor las oraciones 1 y 2?

- (A) Al igual que
- (B) A sí mismo
- (C) Sino que
- (D) También
- (E) Como

## REDACCIÓN

### GENERALIZACIÓN

Esta pregunta consiste en identificar sobre cuál de las líneas del segmento recae la idea principal, es decir, aquella que mejor expresa lo que el autor quiere transmitir. Una idea principal resume el contenido, con ella se puede saber de lo que trata el texto, por lo que eliminarla provocaría que el resto de las líneas no guardaran sentido. En ocasiones, esta pregunta puede exigir que se identifique la idea central de una parte del segmento y no de todo, pero la forma de responderla no varía. Aparece en el examen como "¿Cuál de las líneas recoge MEJOR el contenido general?", aunque podría tener variantes como "¿Cuál línea resume de MEJOR forma el contenido del segmento?". En los siguientes segmentos se analiza esta pregunta:

#### Ejemplo:

(1) El corazón es un órgano muscular impar, (2) que puede considerarse hueco por sus cuatro cavidades internas. (3) tiene una forma piramidal, (4) con la base proyectada posterior y superiormente, (5) y el vértice, llamado ápex. (6) El corazón de un varón adulto pesa de 280 a 340 g, (7) y el de una mujer de 230 a 280 g. (8) Se localiza en el mediastino antero-inferior (9) a nivel de la segunda y quinta vértebra intercostal. (10) La principal función del corazón es la de proveer sangre a todos los tejidos del cuerpo.

1.- Las líneas de la 1 a la 10 del Segmento hablan del corazón. ¿Cuál de las opciones recoge MEJOR el contenido general?

- a) El corazón es un órgano muscular impar... (1)
- b) ... hueco por sus cuatro cavidades internas. (2)
- c) ... de un varón adulto pesa de 280 a 340 g... (6)
- d) ... proveer sangre... (10)

Como se puede ver, a diferencia del antiguo formato de la sección de Estilística, en Redacción se incluye una pequeña descripción del segmento en la pregunta de generalización, lo cual puede servir para encontrar la respuesta de manera más sencilla. El segmento anterior expresa, en esencia, lo que es el corazón, por lo que la línea 1, opción A, es la que representa la idea principal y la que mejor recoge el contenido general.

Cabe mencionar que en un segmento la idea principal es el tema central, del cual se desglosan subtemas o puntos específicos. Para identificarla, se recomienda analizar cuál es la línea que está relacionada con las demás, la que deja claro de lo que se está hablando,

## INTEGRACIÓN

Esta pregunta puede presentarse de dos maneras. La primera de ellas es equivalente a una pregunta de título, en la que se pide identificar una línea externa al texto que integre todas las ideas que en este se desarrollan. Al responder este tipo de ejercicio se debe buscar una opción que, de ser posible, englobe todos los puntos tratados, a la vez que no abarque un tema del que no se haya hablado en el segmento. Es básicamente buscar un parafraseo de la idea principal.

La otra variante de esta pregunta es prácticamente el mismo caso que generalización, ya que se proporcionan cuatro líneas del segmento y se pide elegir aquella que combine todos los puntos mencionados, la idea principal, en torno a la cual giran el resto de las sentencias.

En ambos casos, la pregunta aparece como "¿Cuál de los siguientes enunciados combina o integra MEJOR la secuencia de los enunciados del segmento?". La diferencia se nota únicamente en las opciones, si se trata de líneas del propio segmento o de frases que no pertenecen a él. A continuación, se analizan unos ejemplos:

### Ejemplo:

(1) En Islandia, la manera de atribuir un nombre o apellido a un recién nacido es muy distinta a la que se conoce. (2) En el caso de los apellidos, los islandeses siguen una antigua tradición germánica (3) que consistía en tomar el nombre de pila del padre y añadirle las terminaciones -son o -dóttir (4) (literalmente, 'hijo' o 'hija') según se trate de niño o niña.

1.- ¿Cuál enunciado combina o integra MEJOR los enunciados del 1 al 4 del segmento?

- a) Costumbres de Islandia.
- b) La manera en que nombran a los recién nacidos en Islandia.
- c) Las terminaciones -son y -dóttir.
- d) Cómo nombrar a los hijos.

## ADICIÓN

La tarea de escribir un texto puede ser tan sencilla o tan compleja como lo decida el redactor. Para ello, los escritores se valen de recursos estilísticos, los cuales sirven para enriquecer un texto y hacerlo más atractivo al lector. Existe una gran cantidad de recursos que se pueden utilizar: símil o comparación, metáfora, ironía, antítesis, juego de palabras, paradoja, alegoría, hipérbaton, hipérbole, adjetivación, entre otros. La pregunta de adición pide identificar aquella línea del segmento que incluye uno de estos recursos estilísticos, los cuales, en la PAD, afectan solo a una línea o a un fragmento de esta, como se ve a continuación.

### Ejemplo:

(1) Es muy importante para un gran número de personas. (2) Es tan necesario que las personas pagan de manera electrónica o en efectivo para poder utilizarlo, (3) aunque deban soportar el estrujamiento de la multitud (4) o los aventones de la gente que corre como caballo desbocado para intentar entrar, (5) ya que los traslados a sus destinos son más rápidos. (6) Es por ello que el tren eléctrico urbano es un medio de transporte efectivo.

1.- ¿Cuál de los siguientes enunciados le añade información y enriquece ESTILÍSTICAMENTE la secuencia de los enunciados del 1 al 6 del segmento anterior?

- a) Es muy importante... (1)
- b) ... deben soportar el estrujamiento... (3)
- c) ... la gente que corre como caballo desbocado... (4)
- d) ... los traslados a sus destinos son más rápidos. (5)

En el caso anterior, la línea 4 es un ejemplo del recurso estilístico conocido como **símil**. Este consiste en expresar de forma original una relación entre dos elementos que no pertenecen a la misma categoría, como un objeto con un sentimiento o una persona con un animal, como en este ejemplo. Se caracteriza por el uso de "como", "del mismo modo que", "cual" u otras expresiones de comparación, aunque no es obligatorio que las contenga. Suele ser uno de los recursos más fácilmente identificables.

Algunos ejemplos de símiles:

*Peligrosa como el mar.*

*Su cabello rojo como el fuego.*

*Cantaba como un ángel.*

*Tan rápido cual gacela que huye del león.*

*Brotaron de la nieve como margaritas.*

*Sus labios tersos como las nubes.*

*Sus ojos eran como galaxias.*

*Dormía como diputado en el congreso.*

*Era tan feo como un chango.*

*Corría del mismo modo que un caballo.*

Un recurso parecido al símil es la **metáfora**, solo que esta no menciona al objeto, persona o situación que representa. Mediante las metáforas se traslada el sentido literal de las voces a uno figurado. La metáfora es un recurso utilizado de manera cotidiana por todo hablante cuando busca decir algo de una manera más sutil o atractiva. A continuación, se analiza un ejemplo de este recurso:



**Ejemplo:**

(1) Charly Losado era un chico entusiasta y dedicado en lo que hacía. (2) Todos los días se levantaba temprano para ir a la escuela y aprender todas las reglas posibles que la RAE (Real Academia de la Lengua Española) estipulaba. (3) Sin embargo, no todo era color de rosa, a excepción de su traje. (4) Y es que sus compañeros de la escuela (5) se mofaban de su peso exagerado y los vivos colores de su vestimenta. (6) Fue todo el bullying lo que motivó a Charly a inscribirse en el gimnasio (7) y, muy entusiasmado, fue y pagó membresía por todo un año. (8) Desde entonces, Charly no ha dejado de ir al gimnasio; (9) todos los días acude, se toma una selfie y hace una publicación al respecto para restregárselo a sus amigos que le hacen bullying.

1.- ¿Cuál de los siguientes enunciados le añade información y enriquece ESTILÍSTICAMENTE la secuencia de los enunciados del 1 al 9 del segmento anterior?

- a) ... era un chico entusiasta y dedicado en lo que hacía. (1)
- b) ... no todo era color de rosa... (3)
- c) ... a excepción de su traje. (3)
- d) ... los vivos colores de su vestimenta. (5)

En el ejemplo anterior, la mejora estilística recae en la metáfora "no todo era color de rosa", en la opción B. En este caso la expresión refleja que la vida o una situación no siempre es como se quiere, sino que suele haber problemas u obstáculos que dificultan las cosas. La opción D podría generar problemas para descartarla, ya que "los vivos colores" podría hacer pensar que es una metáfora, sin embargo, la palabra "vivos" también se utiliza con el significado de "intenso".

Algunos ejemplos de metáforas:

*Cada que la veo siento que el tambor de mi pecho se acelera.*

*A mi tío se le zafó un tornillo.*

*Está llenito de amor.*

*Su corazón es una caja fuerte.*

*Lo tenía entre ceja y ceja.*

*Su perro estiró la pata.*

*Jorge es muy mandilón.*

*Cucaracha de templo.*

*Johana se sentía triste por los fríos mensajes de su novio.*

*El técnico movió sus piezas.*

*Cuando la miré por primera vez, me movió el tapete.*

*Le diste vuelta a mi universo.*

Otros recursos estilísticos se enlistan a continuación.

La **prosopopeya**, conocida también como personificación, consiste en atribuir a las cosas inanimadas o abstractas, acciones y cualidades propias de seres animados, o a los seres irracionales las del hombre, por ejemplo:

*Hoy el sol se escondió y no quiso salir.  
El tiempo nos cambia a todos,  
Espero que mi boca nunca se calle.  
La luna sale a caminar siguiendo tus pupilas.  
Sentíamos cómo las olas nos bañaban con su suave brisa.  
Los árboles bailaban al compás de la noche.  
El mundo no entiende de amores.  
Los celulares son dueños de nuestro tiempo.  
Los celos me están matando.  
La vida va y viene.*

La **hipérbole** es un recurso de uso muy cotidiano, ya que es común aumentar o disminuir exageradamente una idea para que sea creíble o llame la atención. Por mencionar algunos ejemplos:

*No puedo vivir sin ella.  
Te llamé un millón de veces.  
No hay un día que no piense en su belleza.  
Era el dueño del mundo entero.  
Solo unos cuantos siglos he de adorarte.  
Traigo tanta hambre que me comería una vaca.*

La **paradoja** es una figura retórica que consiste en la unión de dos ideas que, en primera instancia parecen no tener sentido. Por otro lado, el **oxímoron** es otra figura que une dos palabras con significados opuestos y que conforman una contradicción. Ambos recursos son muy similares, sin embargo, la diferencia la está en que la paradoja es más extensa que el oxímoron, y que invita a la reflexión de una idea. Algunos ejemplos de estas figuras son los siguientes:

*Somos parientes sin serlo.  
Son gemelos iguales pero diferentes.  
Sí pero no.  
El problema no es problema.  
Acompáñame a estar solo.  
El muerto estaba más vivo que nunca.  
Si quieres salir, necesitas entrar.  
Luz oscura.  
Eres mi dulce soledad.*

La **metonimia** consiste en designar una cosa con el nombre de otra con la que existe una relación de contigüidad espacial, temporal o lógica por la que se designa el efecto con el nombre de la causa (o viceversa), el signo con el nombre de la cosa significada, el contenido con el nombre del contenedor, el instrumento con el nombre del agente, el producto con el nombre de su lugar de procedencia, el objeto con la materia de que está hecho o lo específico con el nombre genérico.

*Cuando ya quedaban pocos metros, logró conseguir el oro.*

*Se compró un Lamborghini.*

*Si bien todos los músicos fueron fabulosos, en el concierto sobresalieron los metales.*

*Disculpe mozo, finalmente pediremos un Jerez.*

*La casa blanca ya hizo declaraciones al respecto.*

*Por sus últimas películas, este actor ha ganado dos Goyas.*

La **onomatopeya** es la imitación lingüística o representación de un sonido natural o de otro acto acústico no discursivo. En literatura se entiende como la imitación o recreación del sonido de algo en el vocablo que se forma para significarlo o vocablo que imita o recrea el sonido de la cosa o la acción nombrada. Ejemplos típicos de onomatopeyas son "boom", "clap", "pam", "toc", "bing", "clic", "Pum". También pueden ser casos para referirse a fenómenos visuales como "zigzag" o expresiones más elaboradas como "gritó con fuerza al vacío".

La **ironía** es el modo en que se conoce a todas aquellas formas del lenguaje que suponen una contradicción en el significado de un mensaje.

Las **imágenes sensoriales** se utilizan para mencionar el amplio abanico de representaciones o ideas que tienen una relación con los sentidos. Estas imágenes pueden ser visuales, auditivas, táctiles, gustativas u olfativas.

## PARTICULARIZACIÓN

La pregunta de particularización implica un proceso opuesto a las preguntas de generalización e integración, ya que en lugar de pedir una línea que generalice las ideas desarrolladas en el segmento, solicita identificar alguna propiedad particularizada, un enunciado que exprese indirectamente relaciones o atributos específicos de lo que se expresa.

Un ejemplo de una buena particularización es el recurso literario conocido como metonimia, el cual se describió en la pregunta de adición, y que suele transformar las propiedades y las relaciones que se dan entre objetos distintos como partes de un mismo conjunto.

A continuación, se revisa un ejemplo:

### Ejemplo:

(1) El club de fútbol Barcelona es uno de los mejores equipos del mundo (2) ya que ha ganado un sinnúmero de campeonatos. (3) Los azulgranas lo tienen todo. (4) pero cómo no, con una plantilla tan poderosa (5) tanto en el terreno de juego como en el banquillo. (6) Messi ha ganado en varias ocasiones el balón de oro (7) debido al gran desempeño que tiene con su equipo.

1.- ¿Cuál de los enunciados del 1 al 7 del segmento expresa INDIRECTAMENTE MEJOR el éxito del equipo Barcelona?

- a) es uno de los mejores equipos del mundo... (1)
- b) ... ha ganado un sinnúmero de campeonatos. (2)
- c) Los azulgranas lo tienen todo. (3)
- d) ... ha ganado en varias ocasiones el balón de oro... (6)

Ya que la pregunta pide identificar la opción que exprese de manera indirecta el éxito del Barcelona, claramente es incorrecto elegir una línea que lo mencione de manera directa, como en este caso la 1, que dice literalmente que el Barcelona es uno de los mejores equipos, es decir, que es muy exitoso. También es incorrecto seleccionar una frase que dé argumentosa explicaciones que justifiquen la idea que se pide particularizar. En este caso, la oración 2 proporciona un motivo por el cual se considera al Barcelona un gran equipo, lo que equivale a mencionar de manera directa que es un equipo exitoso. En cuanto a la opción D, esta ni siquiera se refiere al Barcelona, sino a Messi. Esto significa que la respuesta correcta es C, ya que "azulgranas" es una metonimia para referirse indirectamente al Barcelona.

## ELISIÓN

La quinta pregunta que aparece en esta sección es la que solicita encontrar la palabra o expresión que puede eliminarse sin afectar el contenido del segmento. Antes de que la PAA fuera reestructurada, se podían eliminar detalles de poca importancia u oraciones que no estaban del todo relacionadas con la idea principal, pero en la PAD solo se pueden omitir pleonasmos y redundancias, información que resulta innecesaria porque es repetitiva o se puede sobrentender. A continuación, se revisa un ejemplo:

### Ejemplo:

(1) Hace unos 5000 años se produjeron en Oriente Próximo tres inventos muy importantes: (2) la rueda, la vela y el arado. (3) Los carros y los barcos de vela permitieron entablar relaciones comerciales entre regiones cada vez más alejadas y distantes. (4) El arado mejoró las cosechas y la alimentación, lo que produjo un aumento de la población. (5) Otros avances muy importantes fueron la invención del regadío y la construcción de canales para transportar el agua a las ciudades y a los campos de cultivo.

1.- Los enunciados del 1 al 5 del segmento hablan de inventos importantes de la humanidad. ¿Cuál línea se puede eliminar sin perder información relevante?

- a) tres inventos muy importantes... (1)
- b) la rueda, la vela y el arado. (2)
- c) y distantes,,, (3)
- d) la invención del regadío... (5)

La respuesta es la opción C, ya que en la misma línea 3 se dice que los carros y barcos de vela permitieron entablar relaciones comerciales entre regiones cada vez más "alejadas", por lo que la palabra "distantes" es un pleonismo, que al eliminarse no alteraría la información del segmento.

## EJERCICIOS

### EJERCICIO 1

En los siguientes segmentos, selecciona la línea que contenga idea principal y la referencia indirecta a la idea señalada. Esto con la finalidad de ejercitar funciones cognitivas superiores, como pensamiento analítico, capacidad de síntesis y los vínculos entre las ideas establecidas por el autor.

#### Segmento I

(1) Desde niño soñaba con ser un superhéroe como los que veía en películas o series de televisión. (2) Esos personajes que salvan al mundo a toda costa sin importarles lo que les pudiera llegar a pasar. (3) Todos los días se ponía su pijama azul y su capa roja para jugar a proteger al mundo de los más fieros villanos y las más grandes catástrofes. (4) José ha crecido y, a pesar de querer ser un héroe, sabe que no puede tener súper poderes o alguna capacidad extraordinaria para salvar al mundo de alguna catástrofe. (5) Por eso, José quiere convertirse en médico. (6) Sabe que de esta forma puede ayudar a las personas a recuperar su salud y darles un motivo de lucha para seguir viviendo. (7) Para ello, día a día se prepara y devora cuanto libro de medicina se encuentra a su paso para ser el mejor.

Idea Principal: ( )

Referencia indirecta a las motivaciones de José para ser médico: ( )

#### Segmento II

(1) La preeclampsia se define como un trastorno sistémico específico del embarazo, (2) caracterizado por el desarrollo de hipertensión arterial y proteinuria después de las 20 semanas de gestación. (3) Este desorden complica aproximadamente del 7 al 10% de los embarazos, y en México es la causa más frecuente de morbilidad materna, fetal y perinatal. (4) Las complicaciones de la hipertensión son la tercera causa de muerte relacionadas con el embarazo, superada únicamente por la hemorragia y el embolismo.

Idea Principal: ( )

Referencia indirecta a la prioridad de atender la hipertensión: ( )

#### Segmento III

(1) A pesar de ser el último elemento diseñado, (2) la cimentación es la parte más importante de un edificio. (3) En ella se resisten todas las cargas que incluyen a la estructura, (4) y su finalidad es evitar hundimientos y desplazamientos.

Idea Principal: ( )

Referencia indirecta a la importancia de la cimentación: ( )

## EJERCICIO 2

En los siguientes segmentos, establecer la línea que contenga una mejor estilística y la línea que se puede omitir.

### Segmento I

(1) Pues bien, si no llega (2) será que se ha retrasado, eso es todo, (3) se le hizo un poco tarde. (4) Se puede haber caído del caballo, el caballo puede haber corcoveado arriba de un puente, puede haber corrido tan rápido que se pescó una pleuresía. (5) ¡Vamos, señores! (6) Tengamos en cuenta los imponderables. (7) La vida es un rosario de pequeñas miserias cuyas cuentas va pasando el filósofo mientras se ríe.

Estilística (   )

Omitir     (   )

### Segmento II

(1) Dorothea escribía sin comas, sin puntos, (2) yo no entendía un pomo, (3) Claro, soy ferretero, Quizás vos entendés. (4) -Yo ni siquiera entiendo las ferreterías- confesé. (5) Mucho menos los textos sin puntuación. (6) Dorothea decía que escribía en libertad: (7) sin correctores, sin editores, sin lectores, (8) ¡Sin reglas!

Estilística (   )

Omitir     (   )

### Segmento III

(1) Una de las cosas que aprendí en mis años de mayor locura (2) fue que uno podía estar en una habitación, (3) con paredes, ventanas con barrotes y puertas cerradas con llave, rodeado de otras personas locas, (4) o incluso metido en una celda de aislamiento, (5) sin nadie a tu lado, (6) sin que esa fuera, de hecho, la habitación en la que uno estaba. (7) La memoria es la habitación en la que uno está en realidad, (8) las relaciones y los acontecimientos, (9) toda clase de fuerzas que no se pueden ver. (10) A veces delirios. (11) A veces alucinaciones. (12) A veces sueños y esperanzas. (13) A veces rabia. (14) Eso era lo importante: reconocer siempre dónde estaban las paredes reales.

Estilística (   )

Omitir     (   )

### EJERCICIO 3

#### Segmento I

(1) Una de las características más evidentes y claras de la Sinfonía Heroica de Beethoven es aquella referente a lo expansivo. (2) Terminada en los primeros meses de 1804 y estrenada en el Theater and derWien en 1805, (3) la Tercera de Beethoven es, sin lugar a dudas, la sinfonía de mayor duración que cualquier músico escribiera hasta ese momento. (4) Y es que, incluso, su primer movimiento dura aproximadamente lo mismo que la totalidad de la Sinfonía de Praga, de Mozart. (5) En cuanto a su orquestación, únicamente la inclusión de un tercer corno cambia la instrumentación que Beethoven utiliza en su Primera Sinfonía. (6) Para ese momento, no estaba muy convencido de utilizar trombones, contrafagot o píccolo, como ocurrió en la Quinta Sinfonía. (7) Lo realmente fascinante de la Sinfonía Heroica es su portento, sus épicos alcances, que están conectados a un sentimiento de conflicto sinfónico que alcanza gran intensidad y poesía; (8) todo lo cual hace a esta obra diametralmente opuesta a las dos primeras sinfonías del catálogo beethoveniano.

1.- Los enunciados del 1 al 8 del Segmento I hablan de una sinfonía de Beethoven. ¿Cuál línea recoge MEJOR su contenido general?

- a) Una de las características más evidentes y claras de la Sinfonía Heroica de Beethoven... (1)
- b) Terminada en los primeros meses de 1804... (2)
- c) ...la Tercera de Beethoven es, sin lugar a dudas, la sinfonía de mayor duración... (3)
- d) ...su primer movimiento dura aproximadamente lo mismo que la totalidad de la Sinfonía de Praga, de Mozart. (4)

2.- ¿Cuál de los siguientes enunciados del 1 al 8 del Segmento I expresa INDIRECTAMENTE MEJOR la estructura de la sinfonía?

- a) ... es aquella referente a lo expansivo. (1)
- b) Terminada en los primeros meses de 1804... (2)
- c) ...su primer movimiento dura aproximadamente lo mismo que la totalidad de la Sinfonía de Praga, de Mozart. (4)
- d) ... únicamente la inclusión de un tercer corno... (5)

3.- ¿Cuál de las siguientes opciones le añade información y enriquece ESTILÍSTICAMENTE la secuencia de los enunciados del 1 al 8 del Segmento I sin negar lo que en ellos se dice?

- a) ...la sinfonía de mayor duración que cualquier músico escribiera hasta ese momento. (3)
- b) ...su primer movimiento dura aproximadamente lo mismo que la totalidad de la Sinfonía de Praga, de Mozart. (4)
- c) ...sus épicos alcances que están conectados a un sentimiento de conflicto sinfónico... (7)
- d) ...las dos primeras sinfonías del catálogo beethoveniano. (8)

4.- Los enunciados del 1 al 8 del Segmento I hablan de una sinfonía de Beethoven. ¿Cuál de ellos puede omitirse sin perder información necesaria?

- a) ... y claras... (1)
- b) ... los primeros meses de... (2)
- c) ... aproximadamente ... (4)
- d) ... del catálogo beethoveniano. (8)



## Segmento II

(1) Lo que recuerdo es esto... (2) Su piel era blanca como la porcelana, (3) su rostro exhibía una expresión de reposo beatífico. (4) Lo único que le faltaba era un halo alrededor de la cabeza. Todos los ángeles tienen un halo. (5) La muerte, apenas más que una molestia, un mero dolor momentáneo, (6) algo desagradable e incómodo, en el camino inevitable, delicioso y glorioso hacia el cielo. (7) Por supuesto, en realidad (que es una palabra que he aprendido a utilizar con la menor frecuencia posible) no era nada de eso. (8) Tenía la piel manchada de sangre oscura, le habían arrancado la ropa, el corte en la garganta se abría como una sonrisa burlona en su cuello, (9) tenía los ojos desorbitados y la cara contorsionada de susto y de incredulidad. (10) Una gárgola de la muerte. (11) Era un asesinato en su aspecto más espantoso.

1.- Los enunciados del 1 al 11 del Segmento II hablan de un crimen. ¿Cuál de ellos recoge MEJOR el contenido general?

- a) Lo que recuerdo es esto... (1)
- b) La muerte, apenas más que una molestia, un mero dolor momentáneo... (5)
- c) Una gárgola de la muerte. (10)
- d) Era un asesinato en su aspecto más espantoso. (11)

2.- Los enunciados del 1 al 11 del Segmento II hablan de un crimen. ¿Cuál de ellos puede omitirse sin perder información importante?

- a) Lo que recuerdo es esto... (1)
- b) Todos los ángeles tienen un halo. (4)
- c) de susto y de incredulidad. (9)
- d) en su aspecto más espantoso. (11)

3.- ¿Cuál de las siguientes opciones le añade información y enriquece ESTILÍSTICAMENTE la secuencia de los enunciados del 1 al 11 del Segmento II sin negar lo que en ellos se dice?

- a) ... su rostro exhibía una expresión de reposo beatífico. (3)
- b) ... algo desagradable e incómodo... (6)
- c) Tenía la piel manchada de sangre oscura... (8)
- d) ... el corte en la garganta se abría como una sonrisa burlona en su cuello... (8)

### Segmento III

(1) La tradición más compartida a lo largo del mundo es, quizás, la celebración de cumpleaños, y esta se remonta a muchos siglos atrás. (2) En la antigüedad, felicitar, dar regalos o tener velas encendidas era una forma de agradecimiento.

(3) La celebración de cumpleaños es una práctica estrictamente pagana, relacionada con la astrología. (4) Los antiguos astrólogos inventaron un calendario Y calcularon las fechas de reyes, gobernantes y sucesores. (5) En el antiguo Egipto, los faraones, en sus cumpleaños, ordenaban cerrar los negocios y daban enormes fiestas a sus sirvientes. (6) La costumbre de las tortas con velas encendidas comenzó con los griegos; (7) estos colocaban sobre el templo de Artemisa tortas redondas como la luna, hechas con miel y adornadas con cirios.

(8) Las velas rinden tributo al espíritu del cumpleañosero y le traen buena suerte.

(9) La creencia popular es que las velas pueden conceder deseos. (10) Pero con la consolidación del cristianismo, la celebración cesó por considerarse una tradición pagana. (11) Sin embargo, un tiempo después, la Iglesia se interesó Y Prestó más atención al nacimiento de Cristo, y el resultado marcó el inicio de la celebración de Navidad. (12) Con esto, el mundo occidental recuperó la celebración de cumpleaños.

1.- Los enunciados del 1 al 12 del Segmento III tratan la historia de la celebración de cumpleaños. ¿Cuál de ellos recoge MEJOR el contenido general?

- a) ... la celebración de cumpleaños... (1)
- b) La celebración de cumpleaños es una práctica estrictamente pagana... (3)
- c) ... las tortas con velas encendidas comenzó con los griegos... (6)
- d) ... las velas pueden conceder deseos. (9)

2.- ¿Cuál de los enunciados del 1 al 12 del Segmento III expresa INDIRECTAMENTE MEJOR la importancia de la tradición de los cumpleaños?

- a) La tradición más compartida a lo largo del mundo... (1)
- b) ...la celebración de cumpleaños... (1)
- c) La celebración de cumpleaños es una práctica estrictamente pagana... (3)
- d) ...la Iglesia se interesó y prestó más atención al nacimiento de Cristo, y el resultado marcó el inicio de la celebración de Navidad. (11)

3.- ¿Cuál de las siguientes opciones le añade información y enriquece ESTILÍSTICAMENTE la secuencia de los enunciados del 1 al 12 del Segmento III sin negar lo que en ellos se dice?

- a) La tradición más compartida a lo largo del mundo... (1)
- b) ...tener velas encendidas era una forma de agradecimiento. (2)
- c) ... tortas redondas como la luna... (7)
- d) ... la celebración cesó por considerarse una tradición pagana. (10)

4.- Los enunciados del 1 al 12 del Segmento III tratan la historia de la celebración de cumpleaños. ¿Cuál puede omitirse sin perder información importante?

- a) ...más compartida... (1)
- b) ...una forma de agradecimiento. (2)
- c) ... en sus cumpleaños... (5)
- d) ...prestó más atención... (11)

## LITERATURA

Este ejercicio requiere clasificar el texto, dadas las características generales de su composición, en alguna de las siguientes categorías: epístola, cuento, memoria, crónica, novela, drama, poema y ensayo.

### ENSAYO

Es un género literario que se caracteriza por permitir desarrollar un tema determinado de una manera libre y personal. Comúnmente, manifiesta alguna opinión o idea sin una estructura rígida ni documentación exhaustiva.

#### Ejemplo:

El fenómeno del calentamiento global debe ser un tema de preocupación para los gobiernos de todos los países. ¿En qué consiste dicho fenómeno y por qué es grave? Se trata del aumento de la temperatura media, en todo el planeta. Esto incluye a la atmósfera terrestre y la de los océanos,

Existen datos científicos suficientes que demuestran que la temperatura está aumentando, y que, lo más grave, el resultado de este aumento es el hombre y sus múltiples actividades que solo han deteriorado el medio ambiente. El cambio climático y el efecto invernadero no son consecuencias de la naturaleza, Es el resultado de la actividad del ser humano destruyendo, precisamente, a esa naturaleza. Mientras todo este panorama continúe, no se prestará la debida atención al calentamiento global y a sus múltiples consecuencias en el medio ambiente.

### MEMORIA

La memoria literaria es una obra en prosa de no ficción, caracterizada porque el propio autor habla acerca de su vida.

#### Ejemplo:

Mi gobierno me mandaba a México. Lleno de esa pesadumbre mortal producida por tantos dolores y desorden, llegué en el año 1940 a respirar en la meseta de Anáhuac lo que Alfonso Reyes ponderaba como la región más transparente del aire, México, con su nopal y su serpiente; México florido y espinudo, seco y huracanado, violento de dibujo y de color, violento de erupción y creación, me cubrió con su soltilugio y su luz sorpresiva. Lo recorrí por años enteros de mercado a mercado. porque México está en los mercados. No está en las guturales canciones de las películas, ni en la falsa charrería de bigote y pistola. México es una tierra de pañolones color carmín y turquesa fosforescente. México es una tierra de vasijas y cántaros y de frutas partidas bajo un enjambre de insectos. México es un campo infinito de magueyes de tinte azul acero y corona de espinas amarillas.

## CRÓNICA

Consiste en la recopilación de hechos narrados según el orden temporal en que ocurrieron, a menudo por testigos presenciales, ya sea en primera o en tercera persona. En la crónica se utiliza un lenguaje sencillo y directo, y admite un lenguaje literario con uso reiterativo de adjetivos para enfatizar las descripciones.

### Ejemplo:

+El 11 de octubre del año de 1492, tras la puesta del sol, la carabela llamada La Pinta iba avanzando unas 12 millas cada hora. Siendo las 10 de la noche del mismo día, el Almirante ya había visto en el horizonte algo que parecía fuego, pero era tan poca la visibilidad que apenas y se podía distinguir. Llamaron a Pedro Gutiérrez, de profesión repostero, para que diera su punto de vista sobre esto, a lo que dijo que efectivamente parecía luz de una fogata. <sup>En</sup> ese momento el Almirante Cristóbal Colón ordenó que se montara guardia ininterrumpida y durante el tiempo que fuese necesario hasta que se divisara tierra, prometiendo a quien fuera el primero en verla, que le daría un jubón de seda, aparte de los otros regalos que los reyes ya habían prometido. A las dos de la mañana del día siguiente La Pinta divisó tierra e informó de inmediato al Almirante; fue el marinero Rodrigo de Triana quien dio el tan esperado grito de: ¡Tierra! ¡Tierra a la vista! que estaba a escasas dos leguas de distancia, En ese momento amainaron las velas e iniciaron el desembarco. Era viernes cuando desembarcaron en la isla que en el idioma de los nativos se llamaba Guanahani.

## CUENTO

Un cuento es una narración breve, basada en hechos reales o ficticios, protagonizada por un grupo reducido de personajes y con un argumento relativamente sencillo. El cuento se compone de tres partes: introducción, inicio o planteamiento; desarrollo, nudo o medio; y desenlace, final o conclusión, Su principal variante es la fábula.

### Ejemplo:

Había una hoja de papel sobre una mesa, junto a otras hojas iguales a ella, cuando una pluma, bañada en negrísima tinta, la manchó completa y la llenó de palabras. "¿No podrías haberme ahorrado esta humillación?" dijo enojada la hoja de papel a la tinta. "Tu negro infernal me ha arruinado para siempre". "No te he ensuciado", repuso la Unta. "Te he vestido de palabras. Desde ahora ya no eres una hoja de papel sino un mensaje. Custodias el pensamiento del hombre. Te has convertido en algo precioso". En ese momento, alguien que estaba ordenando el despacho, vio aquellas hojas esparcidas y las juntó para arrojarlas al fuego. Sin embargo, reparó en la hoja "sucias" de tinta y la devolvió a su lugar porque llevaba, bien visible, el mensaje de la palabra. Luego, arrojó el resto al fuego...

## FÁBULA

Como una variante del cuento, se trata de un relato de ficción que se caracteriza por su brevedad, frecuentemente está protagonizado por animales con características humanas y tiene como principal finalidad su voluntad didáctica. Lo habitual es que la fábula enseñe a través de una moraleja que cierra la historia en cuestión.

**Ejemplo:** El león, la zorra y el asno se asociaron para ir de caza. Cuando ya tuvieron bastante, dijo el león al asno que repartiera entre los tres el botín. Hizo el asno tres partes iguales y le pidió al león que escogiera la suya. Indignado por haber hecho las tres partes iguales, saltó sobre él y lo devoró. Entonces pidió a la zorra que fuera ella quien repartiera, La zorra hizo un montón de casi todo, dejando en el otro grupo solo unas piltrafas. Llamó al león para que escogiera de nuevo. Al ver aquello, le preguntó el león que quién le había enseñado a repartir tan bien, - ¡Pues el asno, señor! Aprende siempre de error ajeno.

## DRAMA

Consiste en un texto que se encuentra destinado a su interpretación teatral, y se expone en forma de diálogos, El drama es un recurso discursivo con el que se puede representar algún hecho o evento histórico, alguna experiencia, una aventura o simplemente una historia, Además de diálogos puede contener parlamentos, monólogos y apartes.

### Ejemplo:

Acto primero. Decoración, Saloncito íntimo en el piso de Algernon, en HalfMoon-Street. La habitación está lujosa y artísticamente amueblada. Oyese un piano en el cuarto contiguo.

LANE está preparando sobre la mesa el servicio para el té de la tarde, y después que cesa la música entra ALGERNON.

ALGERNON. - ¿Ha oído usted lo que estaba tocando, Lane?

LANE. - No creí que fuese de buena educación escuchar, señor.

ALGERNON. - Lo siento por usted, entonces. No toco correctamente -todo el mundo puede tocar correctamente-, pero toco con una expresión admirable. En lo que al piano se refiere, el sentimiento es mi fuerte. Guardo la ciencia para la vida.

LANE. - Sí, señor.

ALGERNON. - Y, hablando de la ciencia de la Vida, ¿ha hecho usted cortar los sandwiches de pepino para lady Bracknell?

LANE. -Sí, señor. (Los presenta sobre una bandeja.)

ALGERNON. (Los examina, coge dos y se sienta en el sofá.)-¡Oh!,,. Y a propósito, Lane: he visto en su libro de cuentas que el jueves por la noche, cuando lord Shoreman y míster Worthing cenaron conmigo, anotó usted ocho botellas de champagne de consumo.

LANE. - Sí, señor; ocho botellas y cuarto.

ALGERNON. - ¿Por qué será que en una casa de soltero son, invariablemente los criados los que se beben el champagne?

LANE. - Yo lo atribuyo a la calidad superior del vino, señor. He observado con frecuencia que en las casas de los hombres casados rara vez es de primer orden el champagne.

ALGERNON. - ¡Dios mío! ¿Tan desmoralizador es el matrimonio?

## EPÍSTOLA

Es un género literario que es sinónimo de carta, cuya función Principal es comunicar. El género epistolar emplea, por lo general, la primera y la segunda persona y se caracteriza por la espontaneidad y naturalidad.

### Ejemplo:

Querido amigo.

Alrededor de un kilómetro antes de llegar al túnel, Sam paró el coche y yo subí detrás. Patrick puso la radio muy alta para que yo pudiera oírla, y acercábamos al túnel, escuché la música y pensé en todas las cosas que la gente ha dicho durante el último año, Pensé en Bill diciéndome que yo era especial Y en mi hermana diciéndome que me quería Y mi madre, también. E incluso mi padre; mi hermano cuando estaba en el hospital. Pensé en Patrick diciéndome que era su amigo, Y pensé en Sam diciéndome que hiciera cosas. Para estar realmente allí Y pensé sencillamente en lo genial que es tener amigos y familia.

Mientras entrábamos en el túnel, no levanté los brazos como si volara Solo dejé que el viento me corriera por la cara. Y empecé a llorar y a sonreír al mismo tiempo. Porque no podía evitar sentir tanto amor como sentía por mi tía Helen por comprarme dos regalos. Y tanto deseo porque el regalo que le había comprado a mi madre por mi cumpleaños fuera muy especial. Y porque mis hermanos y Sam y Patrick y todos fueran felices.

Pero sobre todo, lloraba porque de repente fui consciente del hecho de que era yo el que estaba de pie en ese túnel con el viento corriendo por mi cara Sin preocuparme de ver el centro de la ciudad. Sin ni siquiera pensar en ello. Porque estaba de pie en el túnel. Y estaba realmente allí, Y aquello era suficiente para hacerme sentir infinito.

Mañana empiezo mi segundo año de instituto. Y lo creas o no, no tengo ningún miedo de ir. No sé si tendré tiempo para escribir más cartas, porque podría estar demasiado ocupado intentando «implicarme».

Así que, si esta acaba siendo mi última carta, por favor, piensa que las cosas me irán bien, y que aun cuando no sea así, pronto se arreglarán.

Y yo pensaré lo mismo de ti.

Con mucho cariño, Charlie.

## NOVELA

La novela es una obra literaria en la que se narra una ficción en todo o en alguna de sus partes y cuya finalidad es causar placer estético a los lectores con la descripción de sucesos, así como de personajes, pasiones o costumbres. Por su extensión regular, habitualmente al presentarse como ejemplo en la PAA, suele ser fragmentada.

### Ejemplo:

Sombra llevaba tres años en la cárcel. Como era un tipo bastante grande y tenía pinta de no andarse con gilipolleces, su mayor problema consistía en encontrar maneras de matar el tiempo. Se dedicaba a entrenar para mantenerse en forma, a practicar juegos de manos con monedas y, sobre todo, a pensar en lo mucho que quería a su mujer. Lo mejor de estar en la cárcel —quizá lo único bueno, en opinión de Sombra— era aquella sensación de alivio: el alivio que produce sentir que uno ha caído ya lo más bajo que se puede caer y ha tocado fondo. No le preocupaba que pudieran cogerle, porque ya le habían pillado. En la cárcel no se despertaba con temor; no le asustaba lo que el mañana pudiera traerle, porque ya se lo había traído el ayer. Nada importaba, decidió Sombra, si eras culpable del delito por el que te habían condenado o no. Según su experiencia, allí todo el mundo se quejaba de alguna cosa: siempre había algo que las autoridades habían interpretado mal, o algo que decían que habías hecho cuando no era así, o no lo habías hecho exactamente como ellos decían. Lo único importante era que te habían pillado. Se había dado cuenta durante los primeros días, cuando todo, desde la jerga carcelaria hasta la bazofia que les daban de comer, era nuevo para él. Pese a la amargura y al terrible resquemor que le producía estar encarcelado, respiraba con alivio.

## POEMA

Un poema constituye una composición literaria del campo de la poesía. El texto puede estar escrito en verso o prosa. Se concibe como expresión artística de la belleza por medio de la palabra.

### Ejemplo:

Yo sé que hay quienes dicen: ¿por qué no canta ahora con aquella locura armoniosa de antaño? Esos no ven la obra profunda de la hora, la labor del minuto y el prodigio del año. Yo, pobre árbol, produje, al amor de la brisa, cuando empecé a crecer, un vago y dulce son. Pasó ya el tiempo de la juvenil sonrisa: ¡dejad al huracán mover mi corazón!

# MATEMÁTICAS

- Aritmética.
- Álgebra.
- Geometría.
- Estadística y probabilidad.



**Simulador  
PAD2022**

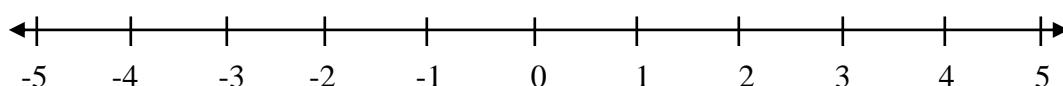


## ARITMÉTICA

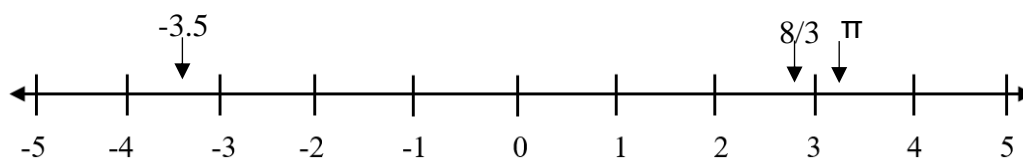
La aritmética es la rama de las matemáticas que trata sobre los números y las operaciones que se realizan con ellos. Las cuatro operaciones básicas son la suma, la resta, la multiplicación y la división, pero también existen la potenciación, la radicación, el valor absoluto y otras operaciones y procesos más complejos. Todos ellos se estudiarán en las siguientes páginas.

### Recta numérica

La recta numérica es una representación gráfica de los números reales. En el centro se encuentra el cero, con los números positivos a su derecha y los negativos a su izquierda. El espacio entre cada número entero y el siguiente debe ser el mismo, como se muestra en la siguiente figura:



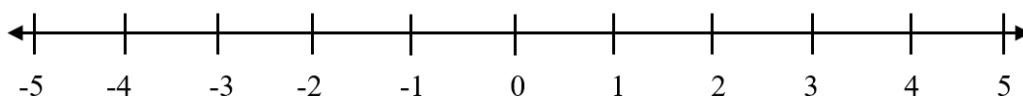
Aunque es muy común que solo aparezcan marcados los números enteros, cualquier otro número tiene asignado un punto en la recta numérica. Por ejemplo, los números  $-3.5$ ,  $8/3$  y  $\pi$  están ubicados en los siguientes puntos:



En ocasiones es necesario identificar si una cantidad es mayor o menor que otra. A esto se le llama relación de orden, y para representarla se usan los símbolos  $>$  (mayor que) y  $<$  (menor que). Por ejemplo,  $7 > 2$  (siete es mayor que dos), que representa lo mismo que  $2 < 7$  (dos es menor que 7). En inecuaciones se trabajará más con estos signos; por el momento basta con saber que en la recta numérica un número que está a la derecha es mayor que un número que está a la izquierda. En la figura anterior, por ejemplo, es mayor que  $8/3$ , y este valor es a su vez mayor que  $-3.5$ .

**Ejercicio. Ubicar los siguientes números en la recta numérica:**

1.  $-4.5$       2.  $\pi$       3.  $1.2$       4.  $20/4$       5.  $-0.2$       6.  $5/3$



### Ley de signos en suma y resta.

Si los signos "+" o "-" aparecen entre dos números, estos se deben sumar o restar según las siguientes reglas:

1. Si ambos números tienen el mismo signo, se hace una suma y el resultado conserva el signo de los números originales.
2. Si los números tienen signos distintos, se realiza una resta y se le asigna al resultado el signo del número mayor (sin considerar los signos de los valores originales).

**Ejemplo:** Realizar las siguientes operaciones:

- a)  $14 + 23$
- b)  $-7 - 12$
- c)  $26 - 19$
- d)  $-8 + 31$
- e)  $-40 + 14$

- a) En este caso, ambos números son positivos, entonces se suman y el resultado también es positivo:  $14 + 23 = 37$
- b) Los números son negativos, así que se agrupan y el resultado sigue siendo negativo:  $-7 - 12 = -19$
- c) Ahora los números son de distinto signo, por lo que se restan y, ya que el 26 es el número mayor, el resultado se deja positivo:  $26 - 19 = 7$
- d) Al igual que en el caso anterior, los números tienen signos contrarios y es mayor el número positivo, por lo que el resultado se queda con este signo:  $-8 + 31 = 23$ .
- e) Los números también tienen diferente signo, pero esta vez el negativo es mayor, así que el resultado es negativo:  $-40 + 14 = -26$ .

Es posible que en algunos ejercicios se pida sumar o restar más de dos números, por ejemplo:  $-6 + 4 + 9 - 5 + 2 - 8 - 3 + 7 + 1$ .

Una forma de resolver este tipo de problemas es hacer las operaciones conforme van apareciendo, es decir, efectuar la primera operación y usar el resultado para realizar la siguiente, y así sucesivamente. Otra manera es sumar por separado los números positivos y los negativos y restar los resultados como en los ejemplos anteriores. Si se resuelve la operación por este método, se tiene que:

Positivos:  $4 + 9 + 2 + 7 + 1 = 23$

Negativos:  $-6 - 5 - 8 - 3 = -22$

Resultado:  $23 - 22 = 1$

### Ley de signos en multiplicación

En la multiplicación el signo del resultado depende de los signos de los factores. Cuando se multiplican números del mismo signo (menos por menos más por más) el resultado es positivo; si los números son de signos distintos el resultado es negativo (esta misma regla se aplica en la división). Por ejemplo

$$-4(5) = -20 \quad (-3)(-6) = 18 \quad 7(-2) = -14 \quad -(-9) = 9$$

En el último caso solo se multiplican los signos.

No se debe confundir la ley de signos para suma y resta con la ley de signos para multiplicación y división. También es importante identificar ejercicios que no son una multiplicación como tal:

$$\begin{array}{ll} -6(-4) = 24 \text{ y } (-6)(-4) = 24 & \text{Ambas son multiplicaciones} \\ -6 - (4) = -10 \text{ y } -6 + (-4) = -10 & \text{Son sumas o restas} \end{array}$$

Para que la operación indicada sea una multiplicación no debe haber signos entre los paréntesis o entre el número y el paréntesis. Cuando hay un signo de por medio, solo se multiplica el signo por el número que está a la derecha:

$$\begin{array}{ll} (-5) - (-9) = & \text{Se multiplica el signo menos por el -9} \\ -5 + 9 = 4 & \text{y se vuelve 9 positivo.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} -(-3)(-8) = & \text{Esta sí es una multiplicación, porque} \\ 3(-8) = 24 & \text{entre los paréntesis no hay nada.} \end{array}$$

**Resolver las siguientes operaciones, según se trate de una multiplicación, una suma o una resta.**

- |                  |                   |                     |
|------------------|-------------------|---------------------|
| 1. $-4 - (-9) =$ | 5. $-8 - (-6) =$  | 9. $-(-2) + (-9) =$ |
| 2. $(-6) - 5 =$  | 6. $-7 - (-7) =$  | 10. $-(-5) - (6) =$ |
| 3. $-3(-6) =$    | 7. $-(12)(-13) =$ | 11. $(5) + (-5) =$  |
| 4. $(-7)(-4) =$  | 8. $5 - (-8) =$   | 12. $(4) - 3(-2) =$ |

## Múltiplos y divisores.

### Múltiplos

Los múltiplos de un número se obtienen al multiplicar este número por cualquier entero. En otras palabras, son todos los resultados en una tabla de multiplicar. Por ejemplo:

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

### Divisores

Los divisores de un número son los valores enteros que dividen de manera exacta (sin residuo) a dicho número. Por ejemplo:

Divisores de 4: 1, 2, 4.

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Divisores de 13: 1, 13.

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Como se puede ver, el 13 tiene solo dos divisores porque es un número primo. El resto de los números tienen al menos otro divisor aparte del 1 y de ellos mismos.

Los múltiplos y los divisores están muy relacionados, ya que un número siempre será múltiplo de cualquiera de sus divisores. Por ejemplo, el 10 es múltiplo de 1, de 2, de 5 y de 10.

### Ejercicio.

#### Encontrar los primeros cinco múltiplos:

1. 11
2. 14
3. 25
4. 66
5. 90

#### Encontrar todos los divisores:

6. 18
7. 20
8. 25
9. 56
10. 150

## Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo (m. c. m.) de un conjunto de números es la cantidad más pequeña que es divisible entre cada elemento del conjunto. Por ejemplo:

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66 ...

Cómo puede verse, el 4 y el 6 tienen muchos divisores en común, de hecho, tienen una cantidad infinita de divisores en común, pero el más pequeño de ellos es el 12, por eso es su mínimo común múltiplo.

El mínimo común múltiplo es muy útil para resolver algunos problemas, además de ser un punto básico en el tema de fracciones.

El procedimiento para calcular el mínimo común múltiplo de un conjunto de valores es sencillo. Si se tienen los números 6, 8 y 20, por ejemplo, se siguen estos pasos:

*Paso 1.* Se acomodan los números en una Tabla como la que se muestra en la figura.

6	8	20	

*Paso 2.* Se busca un número primo (2, 3, 5, 7, etc.) que divida al menos a uno de los valores de la izquierda, y se anota a la derecha.

6	8	20	2

En este caso se empieza con el 2.

*Paso 3.* Se hace la división con los números que sea posible y se anota el resultado abajo de la cantidad correspondiente.

6	8	20	2
3	4	10	

Si no se puede dividir, se pasa igual

*Paso 4.* Se busca otro número primo y se repite el proceso hasta que todas las columnas lleguen a 1. En este caso, la tabla queda así:

6	8	20	2
3	4	10	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

*Paso 5.* Para calcular el mínimo común múltiplo, se multiplican todos los números primos encontrados. En este caso:

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

### Máximo común divisor

El máximo común divisor de un grupo de números es el valor más grande que puede dividir a todos esos números. Si se compararan, por ejemplo, los divisores del 24 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24) y los divisores de 36 (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36), se podría ver que tienen muchos divisores en común, pero el mayor de ellos es el 12.

Si se tienen dos números, hacer esta comparación es sencillo, pero resultaría muy tardado si se tuviera un conjunto con más valores. En ese caso se puede realizar una tabla parecida a la que se empleó para calcular el m.c.m., con la única diferencia que los números primos que se usen deben dividir a todos los valores. Esto significa que no es necesario que todas las columnas lleguen a 1.

Si se quisiera calcular, por ejemplo, el M.C.D. de 72, 108 y 180, la tabla quedaría así:

72	108	180	2	El máximo común divisor es igual a multiplicar todos los primos empleados en el proceso:  M.C.D. = $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$
36	54	90	2	
18	27	45	3	
6	9	15	3	
2	3	5		

## Potencias de números enteros.

Una potencia es como una multiplicación expresada de manera compacta, en la que el exponente representa la cantidad de veces que se debe multiplicar el número base.

Exponente  
↓

Base  $\rightarrow a^b = \frac{a \times a \times \dots \times a}{b \text{ veces}}$

Por ejemplo:  
 $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Se debe tener cuidado cuando se trabaja con potencias de números negativos:

$$\begin{array}{ll} (-7)^2 = 49 & -7^2 = -49 \\ (-7)(-7) = 49 & -(7)(7) = -49 \end{array}$$

Como se puede ver, la potencia afecta también al signo cuando el número está entre paréntesis, pero no lo afecta cuando los paréntesis no existen.

## Jerarquía de operaciones.

Cuando se tiene una secuencia de operaciones, estas no se deben resolver en el orden en que aparecen. Lo correcto es hacerlas de acuerdo con la jerarquía que tengan, es decir, primero las de mayor jerarquía y al final las de menor jerarquía. El orden adecuado es el siguiente:

1. Resolver paréntesis, empezando por el más interno.
2. Resolver potencias y raíces.
3. Resolver multiplicaciones y divisiones.
4. Resolver sumas y restas.

**A continuación, se analizan algunos ejemplos.**

$$\begin{array}{ll} 4 + 5 \times 2 = & \text{Se resuelve primero la multiplicación, ya} \\ 4 + 10 = 14 & \text{que tiene la mayor jerarquía que la suma.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5 - 24 / 2 \times 3 + 7 = & \text{La división y la multiplicación tienen la misma} \\ 5 - 12 \times 3 + 7 = & \text{jerarquía, por lo cual se resuelven en el orden} \\ 5 - 36 + 7 = -24 & \text{en que aparecen. Es importante cuidar este punto,} \\ & \text{porque si no se sigue con el orden adecuado el resultado podría ser} \\ & \text{incorrecto. Al final se realizan las operaciones de menor jerarquía, es} \\ & \text{decir, las sumas y restas.} \end{array}$$

$(5 + 4) \times 2 =$	Aunque la suma tiene menor jerarquía que
$(9) \times 2 =$	la multiplicación, en este caso se resuelve
$9 \times 2 = 18$	primero porque está dentro de un paréntesis.

$(4 - (5 \times 3 + 1)) \div 4 =$	Cuando hay un paréntesis dentro de otro, se
$(4 - (15 + 1)) \div 4 =$	resuelven primero las operaciones del más
$(4 - 16) \div 4 =$	interno, respetando la jerarquía.
$- 12 \div 4 = - 3$	

**Ejercicio. Resolver las siguientes operaciones.**

1.  $4 - 3 (5 - 2 \times 6) + 14 / 7 =$
2.  $5 \times 2 - 3 (4 - 2 - (6 - 1) + 9) - 2^2 \times 3 =$
3.  $3 + (2 (4 - 6^2 + 20 \times 2) \times 2 - 1) + 5 - 4^2 \times 2 =$
4.  $6 + (-(5 + 1) \times 23 - (- 8 + 5 \times 3 + 4)) + 7^2 =$
5.  $-(2 \times 3^2 / 3 \times 5) + \sqrt{8 * 3 - 4 + 4 * 11} =$

### Notación científica

La notación científica es un recurso que se emplea para expresar de manera más concisa cantidades muy grandes o muy pequeñas, valiéndose de las potencias de 10 para ello. Los números expresados de esta manera tiene la siguiente forma:

$a \times 10^b$ , donde  $a$  representa al número base y  $b$  a la potencia.

Cuando  $b$  tiene signo positivo, el punto decimal en  $a$  se recorre  $b$  posiciones hacia la derecha, llenando con ceros los espacios que queden vacíos. Si el signo de  $b$  es negativo, el punto decimal en  $a$  se mueve hacia la izquierda. Algunos ejemplos:

$2.3467 \times 10^3 = 2346.7$	Se recorre el punto tres posiciones a la derecha.
$1 \times 10^5 = 100\,000$	Se mueve el punto cinco posiciones a la derecha y se rellena con ceros.
$17\,465 \times 10^{-4} = 1.7465$	Se recorre el punto cuatro posiciones a la izquierda.
$8 \times 10^{-2} = 0.08$	Se mueve el punto dos posiciones a la izquierda y se rellena con ceros.

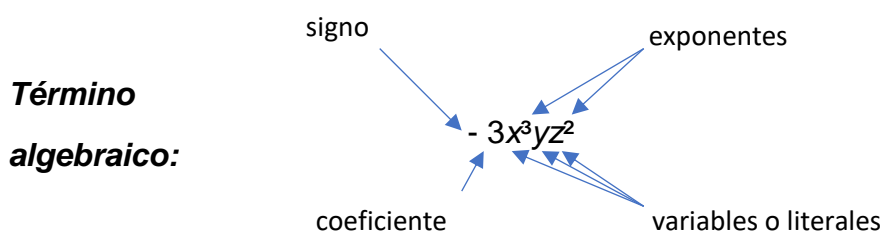


## ALGEBRA

El álgebra es la generalización de la aritmética. En álgebra, además de números se emplean las variables, que son los símbolos que sirven para representar a los números y para enunciar modelos que ayudan a solucionar los problemas de una manera más práctica y a encontrar valores desconocidos por medio de ecuaciones.

### Conceptos básicos

La unidad básica del álgebra es el término algebraico, el cual se compone de los siguientes elementos:



**Signo:** Puede ser positivo o negativo. Si no está expresado, se supone que es positivo.

**Coefficiente:** Es el número que está multiplicando a las variables. Cuando no está escrito, se sobreentiende que es igual a 1.

**Variables o literales:** Están representadas por letras y pueden ser sustituidas por un valor numérico. Si dos variables están juntas, se multiplican entre ellas.

**Exponentes:** Señalan cuántas veces se multiplica la variable por sí misma. Cuando no se muestra el exponente, significa que vale 1.

Cuando varios términos algebraicos se unen por medio de sumas o restas, se forma una expresión algebraica. Las expresiones algebraicas se nombran o clasifican de acuerdo al número de términos que contienen:

**Monomio** (un término):  $2a$ ,  $-4h^2j$ ,  $y$ .

**Binomio** (dos términos):  $a + b$ ,  $x^3 - y^2$ ,  $2c^2 + d$ .

**Trinomio** (tres términos):  $3x + 2y - z^2$ ,  $a^5 - 3b + c$ .

**Polinomio** (más de un término):  $2p - 3q^3 - 5r^2 + s$ .

Como es posible ver, el concepto de polinomio es aplicable a cualquier expresión con más de un término, pero es común emplearlo cuando existen cuatro o más términos.

## Operaciones algebraicas básicas

Las operaciones algebraicas básicas son las mismas que existen en aritmética. Claro está que, al trabajar con variables y exponentes más que con simples números, en el álgebra existen reglas específicas para cada tipo de operación. A continuación, se estudia cada una de ellas.

### Suma y resta algebraica

El primer punto a recalcar sobre la suma y resta algebraica es que solo pueden llevarse a cabo entre términos semejantes. Esto es, que solo se pueden sumar o restar los términos que tengan las mismas variables con los mismos exponentes.

**Ejemplo.** ¿Cuál es el resultado de la siguiente simplificación algebraica?

$$3xy + 4x^2y - 5xy^2 + 2x - 3y + 5xy^2 - x^2y + x + y + 2xy - 3$$

Identificar los términos semejantes es el primer paso para resolver una simplificación algebraica (otra manera de llamar a la suma y resta algebraica). En este caso se han señalado de la misma manera los términos que son semejantes entre sí:

$$3xy + 4x^2y - 5xy^2 + 2x - 3y + 5xy^2 - x^2y + x + y + 2xy - y - 3$$

●   ●   ●   ●   ●   ●   ●   ●   ●   ●   ●

Se suma por separado cada grupo de términos semejantes:

$$3xy + 2xy = 5xy$$

Signos iguales se suman.

$$4x^2y - x^2y = 3x^2y$$

Signos contrarios se restan.

$$- 5xy^2 + 5xy^2 = 0$$

Términos iguales se hacen cero y se cancelan.

$$2x + x = 3x$$

Signos iguales se suman.

$$- 3y + y - y = -3y$$

Los términos negativos se restan al positivo.

Una vez obtenidos los resultados de cada operación, se escriben en una sola expresión, a excepción del 0. Al final de esta expresión se anota el término independiente (el que no tiene asociada ninguna variable) tal y como está, ya que no fue parte de ninguna operación. Entonces, el resultado es:

$$5xy + 3x^2 + 3x - 3y - 3$$

## Multiplicación algebraica

A diferencia de la suma y resta algebraica, la multiplicación algebraica siempre puede llevarse a cabo, sin importar si los términos que intervienen en la operación son semejantes o no.

Así, por ejemplo, multiplicar  $(2x^3y)(-3x^2y^2z)$  resulta en lo siguiente:

Signo =  $(+)(-) = -$

Coeficiente =  $(2)(3) = 6$

Variables:  $x = x^{3+2}$ ,  $y = y^{1+2}$ ,  $z = z$

Respuesta:  $-6x^5y^3z$

Cuando se multiplica un monomio por un polinomio, se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio. Los pasos para llegar al resultado no cambian, sino que se aplican más de una vez. Si se quiere multiplicar, por ejemplo,  $(-2xz)(3xy^2 + 4yz)$ , se tiene lo siguiente:

Primer término:  $(-2xz)(3xy^2) = -6x^2y^2z$

Segundo término:  $(-2xz)(4yz) = -8xyz^2$

Resultado:  $-6x^2y^2z - 8xyz^2$

Cuando la operación se realiza entre dos polinomios, se multiplica cada término del primero por cada término del segundo y, si es posible, se simplifican términos semejantes.

## División algebraica

Al igual que la multiplicación, la división algebraica siempre se puede llevar a cabo, sin importar si los términos son semejantes o no.

**Ejemplo. Resolver las siguientes divisiones:**

$$\text{a) } \frac{4x^2y^3z}{2xy}$$

$$\text{b) } \frac{2a^4b^2c^3}{8a^2b^5c^3}$$

$$\text{c) } \frac{-7p^3q^7r^2}{3p^3q^5r^4}$$

$$\text{a) } \frac{4x^2y^3z}{2xy}$$

Ya que tanto numerador como denominador son positivos, el signo del resultado también lo es. El 2 divide exactamente al 4, por lo tanto, se efectúa la división. Los exponentes de  $x$  y  $y$  son mayores en el numerador, por lo que se restan y quedan expresados de forma positiva. Ya que la  $z$  solo aparece en el numerador, basta con pasarla igual.

$$\text{b) } \frac{2a^4b^2c^3}{8a^2b^5c^3}$$

En este caso el signo también es positivo. El coeficiente en el denominador es mayor al del numerador, por lo cual se simplifica y solo queda el 4 en el denominador. El exponente de  $a$  es mayor en el numerador, por eso se deja ahí luego de la resta, mientras que el exponente de  $b$  es mayor en el denominador y se anota abajo. Los exponentes de  $c$  son iguales, por lo cual la variable se cancela al convertirse en 1, y no es necesario anotarla.

Cuando el exponente de una variable en el denominador es mayor al del numerador, esta se puede anotar en el numerador, pero con exponente negativo. Aunque es menos común, el resultado pudo haberse expresado como  $a^2b^{-2}/4$ .

$$\text{c) } \frac{-7p^3q^7r^2}{3p^3q^5r^4}$$

El signo del resultado es negativo según la ley de los signos. Los coeficientes no pueden dividirse ni simplificarse, por lo que se quedan como están. La  $p$  se cancela y no se anota, porque su exponente es igual arriba que abajo, La  $q$  y la  $r$  se dejan dónde está el exponente mayor: en el numerador y denominador, respectivamente.

Otra manera de haber expresado el resultado sería  $-7q^2r^2/3$ .

Cuando se divide un polinomio entre un monomio, se divide cada término del polinomio entre el monomio, es decir, se repite varias veces el proceso, como se muestra en el siguiente ejemplo:

$$\frac{3x^2 + 4x^3z - y^3z}{2xy^2z} = \frac{3x}{2yz} + \frac{2x^2}{y^2} - \frac{y}{2x}$$

## Leyes de los exponentes

Las leyes de los exponentes se emplean para hacer operaciones con variables que tienen algún exponente, y se pueden aplicar también a valores independientes. Algunas de ellas expresan de manera resumida lo aprendido en multiplicación y división algebraica, mientras que el resto proporciona más información para resolver ejercicios de este tipo.

Las leyes más importantes son las siguientes:

1.  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

Cuando dos potencias con la misma base se multiplican, el resultado es igual a la base elevada a la suma de las potencias. Ejemplo:

$$x^3 \cdot x^4 = x^7$$

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^5 = 243$$

2.  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

La división de dos potencias con la misma base da como resultado la misma base elevada a la resta del exponente del numerador menos el exponente del denominador. Ejemplo:

$$\frac{x^6}{x^2} = x^4 \qquad \frac{2^{20}}{2^{15}} = 2^5 = 32$$

3.  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

Una variable elevada a un exponente negativo baja al denominador con exponente positivo. Si la variable de exponente negativo está en el denominador, sube al numerador con exponente positivo. Ejemplo:

$$x^{-3} \frac{1}{x^3} = \qquad 2^{-4} \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

4.  $x^0 = 1, si x \neq 0$

Cualquier número o variable elevado a la potencia cero es igual a uno, excepto si ese valor es el 0. Ejemplo:

$$(3x^4 + 5y - z)^0 = 1$$

$$1863^0 = 1$$

$$5. \quad (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

Si una variable elevada a cierta potencia se eleva a una potencia más, el resultado es igual a la variable elevada al producto de las potencias. Ejemplo:

$$(x^3)^5 \cdot x^{3 \cdot 5} = x^{15}$$

$$(5^2)^2 \cdot 5^{2 \cdot 2} = 5^4 = 625$$

$$6. \quad x^n \cdot y^n = (xy)^n$$

Cuando se multiplican dos variables con el mismo exponente, se multiplican las variables y se deja el mismo exponente. Asimismo, cuando dos variables que están multiplicándose se elevan a una potencia, cada una se eleva por separado a esta potencia. Ejemplo:

$$x^3 y^3 z^3 = (xyz)^3 \quad 3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$$

$$7. \quad x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m}$$

Cuando una variable se eleva a una potencia fraccionaria, esta variable se eleva al exponente indicado en el numerador y después se le saca raíz del orden que indique el exponente del denominador (cuadrada, cúbica, etc.). El cambio puede darse a la inversa, es decir, partiendo de la raíz de una potencia se puede llegar a una variable elevada a una potencia fraccionaria. Ejemplo:

$$x^{2/3} = \sqrt[3]{x^2}$$

$$4^{2/3} = \sqrt[3]{4^2}$$

**Ejercicio. Simplifica las siguientes expresiones:**

$$1. \quad X^4 * X^5 * X^6 =$$

$$2. \quad 5(3^{20} - 8^2/5 - 3)^0 =$$

$$3. \quad \frac{a^{3/2} * a^{5/2}}{2a^3} =$$

$$4. \quad 2^2 * 2^3 + 3^2 * 4^2 =$$

$$5. \quad (3^{4/2} * 2^5) / (3^2)^6 =$$

$$6. \quad \frac{2^5 * 3^5}{6^4 * 6^2} =$$

## Factorización

La factorización es el proceso contrario a la multiplicación, ya que consiste en descomponer una expresión matemática en factores. Factorizar es agrupar los factores comunes a todos los términos de la expresión, de tal manera que la multiplicación de estos factores de como resultado la expresión original.

El factor común es un elemento que aparece en todos los términos de una expresión, y es la forma más sencilla de factorización:

$$\begin{array}{ll} ab^2c - ab + acd & \text{Todos los términos del trinomio contienen a} \\ a(b^2c - b + cd) & \text{una } a, \text{ por lo cual esta se puede factorizar.} \end{array}$$

En el ejemplo anterior, se escribió cada término "eliminando" el factor común (la  $a$ ), y la expresión resultante se multiplicó por este factor. No es posible factorizar más porque los términos no comparten ningún otro elemento.

En álgebra algunas expresiones son tan comunes que existe una manera determinada de factorizarlas, lo que 'hace la tarea un poco más sencilla. Llamados "productos notables", se analizan enseguida.

### Trinomio cuadrado perfecto.

Cuando una expresión algebraica cumple la siguiente forma:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Se puede factorizar como  $(a + b)(a + b)$  o como  $(a + b)^2$ , ya que un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo.

Si la expresión tiene la forma  $a^2 - 2ab + b^2$ , al factorizar se cambia el signo del segundo término:  $(a - b)^2$ . Ambos casos se factorizan así:

$$\begin{array}{ll} 4x^2 + 12xy + 9y^2 & \\ ( \quad ) ( \quad ) & 1. \text{ Abrir dos pares de paréntesis.} \\ (2x \quad ) (2x \quad ) & 2. \text{ Escribir en ambos paréntesis la raíz cuadrada del} \\ & \text{primer término.} \\ (2x + \quad ) (2x + \quad ) & 3. \text{ Escribir en los dos paréntesis el signo del segundo} \\ & \text{término.} \\ (2x + 3y) (2x + 3y) & 4. \text{ Calcular la raíz cuadrada del tercer término y} \\ & \text{anotarla en los paréntesis.} \\ (2x + 3y)^2 & 5. \text{ Se expresa el resultado como un binomio elevado} \\ & \text{al cuadrado.} \end{array}$$

## Sustitución algebraica

Una ecuación es una igualdad matemática en la que aparece al menos una incógnita o variable. Sus partes se conocen como miembros y su objetivo es servir como modelo para describir situaciones reales. Para esto es necesario que la o las incógnitas sean sustituidas por valores numéricos, proceso que se conoce como sustitución algebraica.

La sustitución algebraica es sencilla: se cambia cada variable por el valor numérico correspondiente y para obtener el resultado se realizan las operaciones respetando su jerarquía y el uso de paréntesis.

Para encontrar el valor de  $2a^2 + 3a$  cuando  $a = 3$ , por ejemplo:

$$2(3)^2 + 3(3)$$

$$2(9) + 3(3)$$

$$18 + 9 = 27$$

Se sustituye cada  $a$  por el valor numérico 3, se realiza primero la potencia, luego las multiplicaciones y al final la suma.

**Ejemplo.** Si  $m - n = 5$ , ¿a qué es igual  $(m - n)^2 + 3(m - n) + 2$ ?

Lo que podría resultar complicado de este problema sería pensar que no se puede resolver porque no se conoce el valor de  $m$  ni el valor de  $n$ ; sin embargo, si se analiza la expresión en la pregunta es posible notar que las variables nunca aparecen solas, por lo que es innecesario conocer su valor individual.

En la segunda expresión  $m$  y  $n$  aparecen restándose, justo como en la ecuación proporcionada, así que se sustituye cada  $m - n$  por un 5:

$$(5)^2 + 3(5) + 2 = 25 + 15 + 2 = 42$$

Cuando  $m - n$  es igual a 5,  $(m - n)^2 + 3(m - n) + 2$  es igual a 42.

## EJERCICIOS.

1. Si  $y = -3$ , ¿a qué es igual  $2y - 4$ ?
2. Si  $c = 4$ , ¿a qué es igual  $10 + 3c$ ?
3. Si  $b = 2$ , ¿a qué es igual  $(3b + 2)(b - 3)$ ?
4. Si  $x = -5$ , ¿a qué es igual  $-x^2$ ?
5. Si  $a = 3$ , ¿a qué es igual  $4a + 2a$ ?
6. Si  $x = -2$  y  $y = 3$ , ¿a qué es igual  $2xy + y$ ?
7. Si  $(a - 2)^2 = 10$ , ¿a qué es igual  $3(a - 2)^2$ ?
8. Si  $c = 4$  y  $d = 2$ , ¿a qué es igual  $(2^c)^d$ ?
9. Si  $x^2 = 18$ , ¿a qué es igual  $3x^2$ ?



## Ecuaciones cuadráticas

Las ecuaciones cuadráticas son aquellas que tienen al menos una variable con exponente dos, es decir, elevada al cuadrado. Los ejercicios que piden encontrar el valor que puede tomar la variable en alguna ecuación cuadrática suelen ser sencillos, pues se pueden resolver mediante factorización o sustitución. Sin embargo, cuando ninguno de estos métodos resulta útil, es posible emplear la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Si } ax^2 + bx + c = 0$$

Como se puede ver,  $a$  es el coeficiente del  $x^2$ ,  $b$  es el coeficiente de  $x$  y  $c$  es el término independiente. Asimismo, se puede notar que la ecuación debe estar igualada a cero para que sea posible emplear la fórmula general.

Independientemente del método que se use para resolver una ecuación cuadrática, ésta siempre tiene dos soluciones, las cuales pueden ser distintas o iguales. **Ejemplo:**

$$6x^2 - 13x = 15$$

Lo primero es igualar la ecuación a cero.

$$6x^2 - 13x - 15 = 0$$

Con  $a = 6$ ,  $b = -13$  y  $c = -15$ , se emplea

la fórmula general para hallar las soluciones

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(6)(-15)}}{2(6)} = \frac{13 \pm \sqrt{529}}{12}$$

$$x = \frac{13 \pm 23}{12}$$

En este punto se resuelve la expresión tomando un signo distinto para cada respuesta.

$$x_1 = \frac{13 + 23}{12} = \frac{36}{12} = 3$$

$$x_2 = \frac{13 - 23}{12} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$$

## Despejes

En sustitución algebraica se estudió el proceso para resolver una expresión a partir del valor de su incógnita, pero ¿qué sucede cuando se desconoce cuánto vale esta incógnita? En ese caso lo que se hace es despejar.

Despejar una ecuación consiste en dejar de un lado de la igualdad únicamente a la variable y del otro, a todos los términos independientes o valores numéricos.

Para despejar una ecuación se deben emplear las propiedades de igualdad, las cuales indican que, si una operación se realiza en un lado de la igualdad, se debe hacer la misma operación en el otro lado para que la ecuación no se altere. Esto es, que, si de un lado se hace una suma, del otro lado se debe sumar la misma cantidad, y lo mismo sucede si la operación que se efectúa es una resta, una multiplicación, una división, una potencia o una raíz.

Las operaciones adecuadas para llegar al resultado dependen de los valores que aparezcan en la ecuación, como se muestra en el siguiente ejemplo:

**Ejemplo.** ¿Cuál es el valor de  $x$  en la expresión  $3x + 5 = 17$ ?

El objetivo es que del lado izquierdo de la igualdad solo quede la  $x$ , por lo que se hacen las operaciones necesarias para conseguirlo, respetando las leyes de la igualdad.

El primer paso es restar 5 a ambos lados de la ecuación:

$$3x + 5 - 5 = 17 - 5$$

El 5 positivo y el 5 negativo se hacen 0.

$$3x = 12$$

Con esto se elimina uno de los valores del lado de la incógnita. Para eliminar el valor que queda, se dividen ambos lados de la igualdad entre 3:

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

El resultado de dividir 3 entre 3 es 1, valor que no se escribe, así que  $x = 4$ .

Para simplificar la aplicación de las leyes de la igualdad, se dice que los términos de un lado de la ecuación pueden pasar al otro lado haciendo la operación contraria, es decir, que un número que está sumando pasa restando o un número que está multiplicando pasa dividiendo:

$$-2x + 8 = 18$$

Ecuación original.

$$-2x = 18 - 8$$

El 8 pasa al otro lado restando.

$$x = 10/-2$$

El -2 pasa al otro lado dividiendo.

$$x = -5$$

Como puede verse en el ejemplo anterior, si un número negativo está multiplicando a  $x$ , su signo no se modifica cuando pasa al otro lado de la igualdad como división. El resultado es  $-5$

Si en la igualdad aparecen términos de  $x$  en ambos lados, estos se agrupan del lado contrario a los términos independientes:

$$4x + 8 = 2x + 20$$

Ecuación original.

$$4x - 2x = 20 - 8$$

Tanto  $2x$  como  $8$  pasan restando.

$$2x = 12$$

Se simplifica.

$$x = 12/2$$

El  $2$  pasa dividiendo

$$x = 6$$

**Ejercicio. Resolver las siguientes ecuaciones.**

1.  $x + 3 = -5$

2.  $2x - 8 = 12$

3.  $4x - 3 = 5x + 9$

4.  $2(3x + 2) = 3(-2x) - 8$

5.  $3x - 5 = 7x + 15$

6.  $x / 2 + 6 = 3 - x$

7.  $4x - 7 = -2(x - 2) / -3$

8.  $(x + 4) / 3 = (x - 2) / 3$

9.  $5 + (x + 1) / 2 = 2x + 4$

10.  $x + 12 = 32$

## Criterios de ecuaciones

En algunos problemas en los que aparecen ecuaciones no es necesario resolverlas para llegar a la respuesta. Algunas veces basta con analizar un poco el ejercicio y realizar una o dos operaciones básicas para encontrar el resultado. Las condiciones que pueden presentarse son muchas, pero en los siguientes ejemplos se analizan las más comunes.

**Ejemplo.** Si  $3x + 2y = -3$ , ¿a qué es igual  $9x + 6y$ ?

Si se quisiera encontrar los valores de  $x$  y de  $y$  resultaría imposible, ya que el problema proporciona solo una ecuación para dos variables. Afortunadamente, buscar los valores de las incógnitas no es necesario para llegar a la respuesta.

Si se analizan ambas expresiones, se puede ver que los términos del binomio que aparece en la pregunta son el triple de los términos de la ecuación inicial:  $9x$  es el triple de  $3x$  y  $6y$  es el triple de  $2y$ . Esto significa que el valor de  $9x + 6y$  debe ser el triple de lo que vale  $3x + 2y$ , es decir,  $-3 \times 3 = -9$ .

Si se desea representar este análisis usando las leyes de la igualdad, se tiene:

$$3x + 2y = -3$$

$$3(3x + 2y) = (-3)(3)$$

$$9x + 6y = -9$$

**Ejemplo.** Si  $8x + 4y = 24$ , ¿a qué es igual  $2x + y$ ?

En este caso los valores de la expresión que aparece en la pregunta son menores a los términos de la ecuación original, por lo que en vez de multiplicar se debe dividir:

$$8x + 4y = 24$$

$$(8x + 4y) / 4 = 24/4$$

$$2x + y = 6$$

La respuesta es 6.

## Inecuaciones

Las inecuaciones o desigualdades son expresiones algebraicas parecidas a las ecuaciones, con la diferencia de que para relacionar los valores no emplean el signo de igual (=) sino los símbolos de mayor (>), que menor que (<), mayor o igual que ( $\geq$ ) o menor o igual que ( $\leq$ ), lo cual implica que no exista una solución única.

Para resolver una inecuación basta con despejar la variable, justo como se hizo con las ecuaciones lineales.

**Ejemplo.** ¿Qué valores puede tomar  $x$  en la expresión  $5x + 2 > 2x - 4$ ?

$5x - 2x > -4 - 2$	Se agrupan términos semejantes.
$3x > -6$	Se hacen operaciones.
$x > -6 / 3$	Se despeja $x$ .
$x > -2$	Y el resultado es $x > -2$ .

Los valores que puede tomar  $x$  son todos aquellos mayores a  $-2$ , como el  $-1$ , el  $0$ , el  $10$  o el  $3000$ . A menos que se den condiciones específicas, en una inecuación la variable puede tomar un número infinito de valores.

**Ejemplo.** ¿Cuál es el mínimo valor entero que puede tomar  $x$  en la expresión  $x + 3 \leq 3x + 5$ ?

En este caso el problema proporciona una condición, por lo cual sí es posible encontrar una solución única, pero para esto primero se realiza el despeje:

$x - 3x \leq 5 - 3$	Cuando un valor negativo está
$-2x \leq 2$	multiplicando a la $x$ y se pasa al otro
$x \geq 2 / -2$	lado dividiendo, se debe invertir el
$x \geq -1$	sentido del signo.

La expresión resultante, tomando en cuenta la aclaración anterior, es  $x \geq -1$ . La  $x$  puede tomar cualquier valor igual o mayor a  $-1$ , pero de estos es precisamente el  $-1$  el valor mínimo, por eso es la respuesta.

**Ejercicio. Resolver las siguientes inecuaciones.**

1.  $4x - 5 < 11$
2.  $2x - 4 > x + 8$
3.  $-3x + 2 < -5x + 6$
4.  $x + 5 > 3x - 7$
5.  $3(x + 1) < 2(2x - 2)$
6.  $(2x - 4) / 3 < -x + 2$

**Hallar el mínimo valor entero que puede tomar x.**

7.  $5x + 2 > 12$
8.  $12 - x \geq -3x + 10$

**Hallar el mínimo valor entero que puede tomar x.**

9.  $x + 8 \geq 4x - 13$
10.  $20 < 2x + 5 < 28$

## Funciones

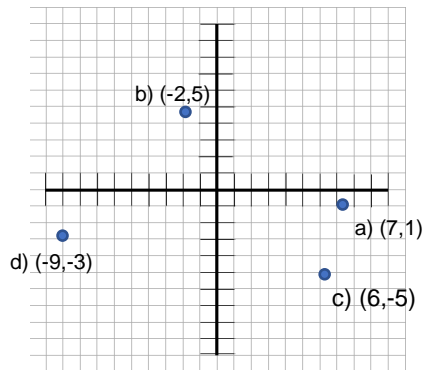
Antes de definir lo que es una función, es importante conocer lo que es el plano cartesiano.

### Plano cartesiano.

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares que se cruzan en un punto llamado "origen". La recta horizontal corresponde al eje X, el cual tiene valores positivos hacia la derecha y valores negativos a la izquierda. La recta vertical representa al eje Y, también conocido como  $f(x)$ , cuyos valores positivos van hacia arriba y los negativos hacia abajo.

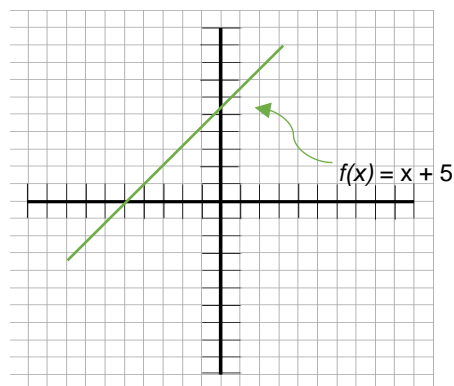
En el plano cartesiano se pueden ubicar puntos mediante coordenadas de la forma  $(x, y)$ , donde  $x$  indica la distancia sobre el eje X que separa al punto del origen, mientras que  $y$  señala la distancia que hay sobre el eje Y del punto al origen, como se muestra en la figura. Así, el origen tiene como coordenadas  $(0, 0)$  porque se encuentra justo en el cruce de las rectas. El punto  $(3, 4)$ , por su parte, se ubica tres unidades a la derecha y cuatro unidades hacia arriba partiendo del origen.

La siguiente figura muestra lo que es el plano cartesiano y algunos puntos ubicados sobre él.



### ¿Qué es una función?

Cuando varios puntos sobre un plano cartesiano forman una gráfica siguiendo cierta relación, se conoce como función al patrón que relaciona a los elementos del eje X (llamado dominio) con los elementos del eje Y o  $f(x)$  (llamado imagen), como se ve en la siguiente imagen:



En la relación expresada por una función, cada elemento del dominio está ligado a un solo elemento de la imagen. En la figura anterior,  $f(x) = x + 5$  indica que a cada valor de  $x$  corresponde un valor de  $f(x)$  cinco unidades mayor.

Los problemas referentes a funciones que aparecen en la PAD se pueden dividir en cuatro tipos. A continuación, se analiza cada uno de ellos.

El primer tipo de problema referente a funciones es aquel que pide calcular cuánto vale la función para un punto determinado de  $x$ . Para solucionar este caso bastará con hacer una sustitución, tema que se vio con anterioridad.

**Ejemplo.** ¿Qué valor toma  $f(x) = 4x - 5$  cuando  $x = -1$ ?

Como ya se mencionó, para encontrar la respuesta basta con sustituir  $x - 1$  en  $f(x) = 4x - 5$ :

$$f(-1) = 4(-1) - 5 = -4 - 5 = -9$$

Cuando  $x = -1$ ,  $f(x) = 4x - 5$  vale  $-9$ .

En ocasiones la situación que plantea el problema puede variar un poco y se puede preguntar por el valor de  $x$  partiendo del valor de  $f(x)$ . Si esto sucede, en lugar de sustituir se despeja, como se ve en el siguiente ejemplo.

### ¿En qué valor es discontinua una función?

Una función es discontinua en un punto cuando un elemento del dominio no tiene imagen, es decir, cuando no se puede definir  $f(x)$  para determinado valor de  $x$ , dentro de los números reales.

Existen varios motivos para que una función sea discontinua, pero solo dos de ellos se incluyen en la PAD: división entre cero Y raíces pares de números negativos. A continuación, se analiza un ejemplo de cada caso.

**Ejemplo.** ¿Para qué valor de  $x$  es discontinua la siguiente función?

$$f(x) = \frac{4x + 1}{3x + 9}$$

Ya que la función tiene a la variable en el denominador, este podría volverse cero para determinado valor de  $x$ . Para conocer este punto en que la función sería discontinua, se iguala el denominador a cero y se despeja para  $x$ :



$$3x + 9 = 0$$

$$3x = -9$$

$$x = -9 / 3$$

$$x = -3$$

En  $x = -3$  el denominador de la función se hace  
cero, por eso es discontinua en este punto.

**Ejemplo.** ¿Para qué valor de  $x$  es discontinua la siguiente función  $f(x) = \sqrt{2x - 4}$ ?

Cuando existe una raíz par, como en este caso, la función es discontinua cuando el radicando es negativo, es decir, cuando los valores dentro de la raíz son menores a cero. Para encontrar la respuesta, por ende, se puede plantear una inecuación y despejar para  $x$ .

$$2x - 4 < 0$$

$$2x < 4$$

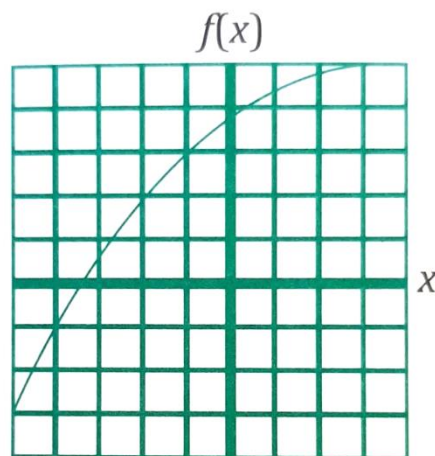
$$x < 4 / 2$$

$$x < 2$$

La función es discontinua cuando  $x$  toma cualquier  
valor menor a 2, como 0, -3 o -10.

### Interpretar la Gráfica de una función.

El último tipo de problema relacionado con funciones consiste en responder una pregunta interpretando la gráfica de una función. Esta pregunta puede hacer referencia al punto mínimo que alcanza la función, pedir el valor para un punto determinado entre otras cosas. A continuación, se analiza un **ejemplo**:



1. Con base en la gráfica anterior, responder las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es el valor mínimo que toma la función?
- b) ¿Cuál es su valor máximo?
- c) Cuando  $x = -4$ , ¿qué valor tiene la función?
- d) ¿Cuál de los siguientes valores nunca toma la función?

I. 7

II. 0

III. -2

Lo primero que se debe tener en cuenta en este tipo de problema es que las preguntas se hacen solo respecto al segmento que aparece en la gráfica, así que:

- a) El punto mínimo que toma la función, o su valor más bajo, es -3.
- b) Su valor máximo es 5.
- c) Si se cuentan cuatro espacios hacia la izquierda sobre el eje X y desde ese punto se cuentan los espacios que hay hacia abajo hasta cruzar con la gráfica, se determina que  $f(x) = -1$  cuando  $x = -4$ .
- d) El segmento de gráfica que se muestra en el problema va de  $f(x) = 5$  a  $f(x) = -3$ . En este rango están incluidos el 0 y el -2, pero no el 7, valor que jamás toma la función.

Las preguntas en este tipo de problema podrían ser iguales a las del ejemplo anterior o referirse a algo distinto, pero ya se vio que no resulta complicado encontrar la respuesta.

**EJERCICIO. Calcular cuanto vale  $f(x)$  en cada punto de  $x$  dado.**

- 1.  $f(x) = x + 3$ ,  $x = 2$ ,  $x = -3$
- 2.  $f(x) = (2x + 1)^2$ ,  $x = 4$ ,  $x = -2$
- 3.  $f(x) = -x - 5$ ,  $x = 0$ ,  $x = -1$
- 4.  $f(x) = (3x + 5) / 5$ ,  $x = 5$ ,  $x = -10$
- 5.  $f(x) = -2x - 4$ ,  $x = 7$ ,  $x = -4$
- 6.  $f(x) = 10 - x$ ,  $x = 7$ ,  $x = -2$
- 7.  $f(x) = (x + 1)(x + 2)$ ,  $x = 0$ ,  $x = 6$
- 8.  $f(x) = 30 / (x - 1)$ ,  $x = 6$ ,  $x = -4$
- 9.  $f(x) = 4x + 1$ ,  $x = 2$ ,  $x = -5$
- 10.  $f(x) = \sqrt{3x+4}$ ,  $x = 4$ ,  $x = -1$

### ÁNGULOS

Definición: se denomina ángulo a la abertura comprendida entre dos rectas que se cortan en un punto. Las rectas son los lados del ángulo y el punto donde se cortan es su vértice. Para representar un ángulo se utiliza el símbolo  $\angle$ .

Para conocer mejor a los ángulos debemos, primero, establecer una forma de distinguirlos, es decir, una clasificación entre ellos.

Los ángulos los podemos clasificar por su medida de la siguiente manera:

Ángulos agudos.- son aquellos que miden menos de  $90^\circ$

Ángulos rectos.- son aquellos que miden exactamente  $90^\circ$

Ángulos obtusos.- son los que miden más de  $90^\circ$

Ángulo colineal o llano.- es aquel que mide exactamente  $180^\circ$

Ángulo perigonal o completo.- Es aquel que mide  $360^\circ$  (exactamente una vuelta)

Otra clasificación importante es la que se refiere a los ángulos que se presentan “por parejas”, en esta clasificación es importante la suma de los ángulos considerados.

Ángulos complementarios.- son aquellos que suman  $90^\circ$

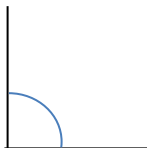
Ángulos suplementarios.- son aquellos que miden  $180^\circ$

Ángulos conjugados.- son los que suman  $360^\circ$

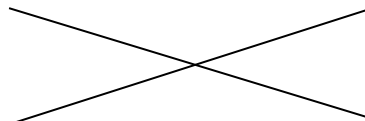
Ángulos opuestos por el vértice.- son aquellos en los que los lados de uno son la prolongación de los lados del otro.

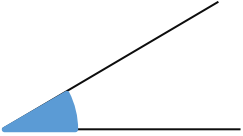
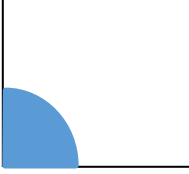
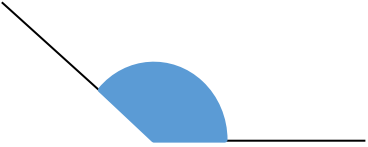
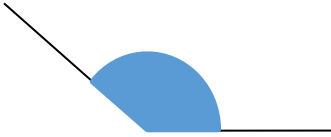

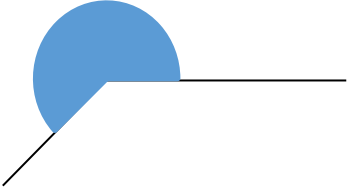
**Por ejemplo:**

Ángulo recto



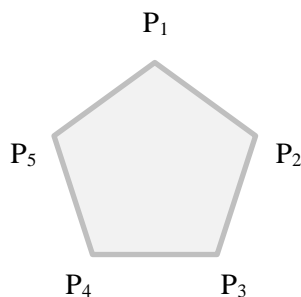
Ángulos opuestos por el vértice



Clasificación de ángulos según su medida	
 <p>Ángulo agudo <math>&lt; 90^\circ</math></p>	 <p>Ángulo recto <math>= 90^\circ</math></p>
 <p>Ángulo obtuso <math>&gt; 90^\circ</math></p>	 <p>Ángulo convexo <math>&lt; 180^\circ</math></p>
 <p>Ángulo colineal o llano <math>= 180^\circ</math></p>	 <p>Ángulo cóncavo <math>&gt; 180^\circ</math></p>

## POLÍGONOS

Un polígono es la figura cerrada formada por  $n$  segmentos  $P_1P_2$ ,  $P_2P_3$ ,  $P_3P_4$  .....  $P_nP_1$  ( $n \geq 3$ ), llamados **lados**. A los puntos  $P_1, P_2, \dots, P_n$  se les llama **vértices**.



Los polígonos los podemos clasificar en regulares e irregulares. Son polígonos regulares aquellos en los que tanto los ángulos como los lados del mismo son iguales entre sí, por ejemplo, un cuadrado o un triángulo equilátero. Son polígonos irregulares aquellos que no cumplen con esa condición, por ejemplo: un rectángulo o un trapecio.

Los polígonos regulares tienen diversas propiedades como son:

*Centro.*- Llamamos centro de un polígono regular al centro de la circunferencia que se construye en la parte externa del polígono (circunscrita).

*Radio.*- Llamamos radio de un polígono regular al segmento de recta que une el centro con un vértice.

*Ángulo central.*- Es el formado por dos radios consecutivos.

*Apotema.*- En un polígono regular, es el segmento de recta que une al centro con uno de sus lados y que además es perpendicular.

*Ángulo interno.*- Todos aquellos formados por dos lados consecutivos.

*Ángulo externo.*- Se obtienen prolongando uno de los lados; son adyacentes a un ángulo interno.

*Diagonal.*-Es el segmento de recta que une a dos vértices no consecutivos del polígono.

### Propiedades de los polígonos:

En un polígono regular de “n” lados tenemos las siguientes propiedades:

1.- Cada ángulo central mide:  $\frac{360^\circ}{n}$

2.- Cada ángulo interno mide:  $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

3.- Cada ángulo externo mide:  $\frac{360^\circ}{n}$

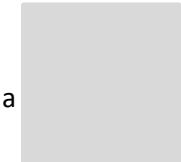

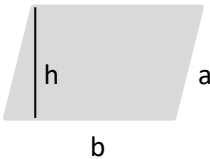
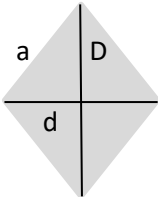
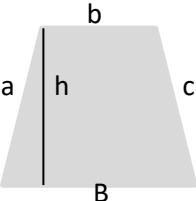
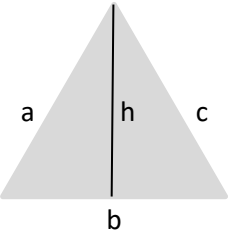
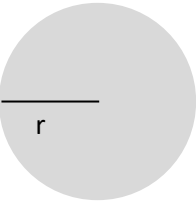
4.- La suma de ángulos internos es:  $180^\circ(n - 2)$

5.- El total de diagonales que pueden trazarse desde cualquier vértice es:  $n - 3$

6.- La suma de todas las diagonales que se pueden trazar es:  $\frac{n(n-3)}{2}$

7.- La suma de los ángulos externos es siempre igual a  $360^\circ$

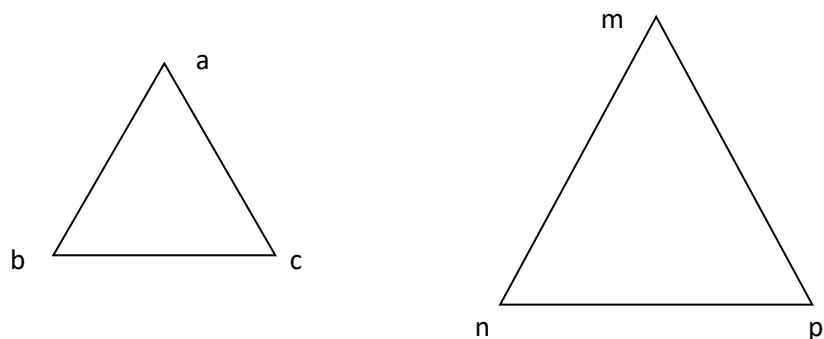
Medidas de longitud, áreas, perímetro, capacidad, volumen y medida de longitud.

Áreas y Perímetros		
Nombre	Figuras	Formulas
Cuadrado		$A = a^2$ $P = 4a$
Rectángulo		$A = bh$ $P = 2b + 2h$
Paralelogramo		$A = bh$ $P = 2b + 2a$
Rombo		$A = \frac{dD}{2}$ $P = 4a$
Trapezio		$A = \frac{(b + B)h}{2}$ $P = a + b + B + c$
Triángulo		$A = \frac{bh}{2}$ $P = a + b + c$
Círculo		$A = \pi r^2$ $P = 2\pi r$

## Semejanza de triángulos

Otro tipo de triángulos que merecen atención especial son los llamados triángulos semejantes. Atendiendo el lenguaje cotidiano, decimos que semejante significa parecido. Lo mismo se utiliza en triángulo, solo que más preciso.

Dos o más triángulos son semejantes cuando sus tres ángulos miden lo mismo, pero pueden variar en tamaño. Es decir, tienen la misma forma, aunque no el mismo tamaño.



Los triángulos abc y mnp son semejantes.

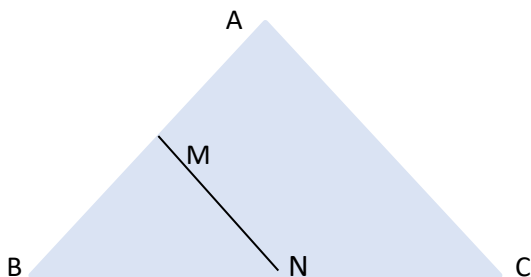
En este caso los ángulos iguales son: m y a    n y b    p y c

Los triángulos semejantes tienen una especial relación entre sus lados, es decir, *los lados correspondientes son proporcionales*. Para los triángulos anteriores, representamos dicha relación de la siguiente manera:

$$\frac{ab}{mn} = \frac{ac}{mp} = \frac{bc}{np}$$

Para poder obtener triángulos semejantes consideramos al siguiente:

**Teorema.-** Toda recta paralela a alguno de los lados de un triángulo genera un triángulo semejante al original.



En este caso los triángulos ABC y MBN son semejantes.

La semejanza se puede representar con el símbolo  $\sim$  por lo que decimos que  $ABC \sim MBN$

Tenemos cuatro criterios de semejanza:

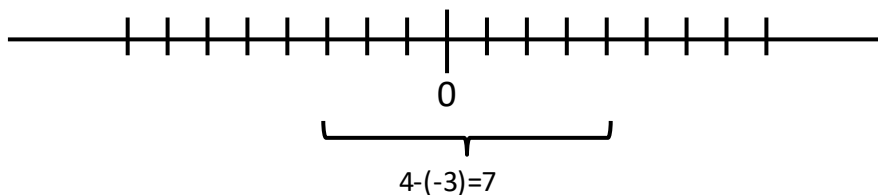
- 1.- Dos triángulos son semejantes si tienen dos pares de ángulos iguales.
- 2.- Dos triángulos son semejantes si tienen dos pares de lados homólogos proporcionales e igual ángulo comprendido entre tales lados.
- 3.- Dos triángulos son congruentes si poseen sus tres lados homólogos respectivamente proporcionales.
- 4.- Dos triángulos son semejantes si poseen dos pares de lados homólogos proporcionales e igual el ángulo opuesto al mayor de estos lados.

### La distancia entre dos puntos sobre la recta numérica

Para calcular la distancia entre dos diferentes puntos sobre la recta numérica únicamente debemos buscar la diferencia entre ellos.

Por ejemplo, la distancia entre los puntos 4 y  $-3$  deberá calcularse de la siguiente manera:

$$4 - (-3) = 4 + 3 = 7$$



La distancia entre dos puntos  $a$  y  $b$  sobre la recta numérica se expresa como  $|a - b|$  o bien como  $|b - a|$ . Observamos que, en el ejemplo anterior, se tienen los números 4 y  $-3$  y si aplicamos las fórmulas tendremos:  $|4 - (-3)| = 7$  o bien  $|-3 - 4| = 7$ .



## EJERCICIOS

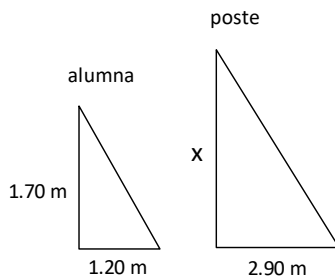
1. La suma de cuatro ángulos es de  $330^\circ$ . El primero de ellos es recto, los ángulos dos y tres son suplementarios. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

- A)  $50^\circ$
- B)  $48^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $60^\circ$

2. Una bodega tiene 4 m de largo, 5 m de ancho y 3m de alto. En ella caben 600 cajas de un producto x. La bodega se ampliará considerando el largo al doble y el ancho al triple mientras que la altura quedará igual. ¿Cuántas cajas del producto x podrá contener la nueva bodega?

- A) 2400
- B) 1800
- C) 3600
- D) 3000

3. Una alumna se encuentra parada junto a un poste de luz, en ese instante el sol genera una sombra que mide 1.20 m en la alumna y 2.90 m en el poste. ¿Cuánto medirá el poste si la alumna mide 1.70 m de altura?



- A) 4.10 m
- B) 4.20 m
- C) 4.30 m
- D) 6 m

4. En juego infantil, Luis debe caminar sobre una línea recta para tomar los premios. Inicia caminando 8 metros hacia la derecha y después regresa 12 metros hacia la izquierda. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida?

- A) 4 m
- B) 3 m
- C) - 4 m
- D) - 3 m

## ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Existen muchas definiciones de Probabilidad y Estadística, pero en síntesis la podemos definir como una rama de las Matemáticas que se considera ciencia formal y se aplica como una herramienta que se encarga del estudio del uso y análisis de datos provenientes de una muestra que representan a una población determinada; tiene la finalidad de explicar las correlaciones y dependencias que existen en un fenómeno ya sea físico o natural y sus ocurrencias en forma aleatoria o condicional.

Actualmente el campo de aplicación de la estadística es muy amplio, se podría afirmar que es la rama de las matemáticas que tiene más aplicaciones en otras áreas del conocimiento; además, los conocimientos matemáticos necesarios para desarrollarla, en sus conceptos básicos, son elementales.

El método estadístico se basa en la elaboración de encuestas, las cuales son el conjunto de entrevistas, cuestionarios o consultas que se realizan con el propósito de recopilar datos.

Una vez realizada la encuesta, hay que organizar los datos de modo que se obtenga una descripción de las observaciones efectuadas que resuma la información recopilada. Esto se logra con la tabulación y asignación de parámetros estadísticos (Estadística Descriptiva). Los datos pueden ser resumidos ya sea numéricamente o gráficamente y se presentan por medio de parámetros estadísticos como: media, mediana, moda, desviación estándar etc.

La interpretación de los resultados de una encuesta permite inferir propiedades de la **población** de sujetos estudiados apoyándose en una **muestra** de ellos (Inferencia estadística).

Observamos entonces que, para su estudio, la Estadística se ha dividido en

$$\text{Estadística} \begin{cases} \text{Descriptiva} \\ \text{Inferencial} \end{cases}$$

### Población y muestra

Dada la importancia que tienen, definimos población y muestra de la siguiente manera:

**Población** es el conjunto de todos los individuos (objetos) en los que se desea estudiar cierta característica o propiedad.

**Muestra** es un grupo de la población donde se estudia la característica y debe ser una auténtica representación de la población (tanto en número como en diversidad). Entre más representativa sea la muestra de la población, los resultados obtenidos serán más certeros.

La población y la muestra se clasifican de la siguiente manera:

$$\text{Población} \begin{cases} \text{Finita} \\ \text{Infinita} \end{cases}$$

$$\text{Muestra} \begin{cases} \text{Grande} \\ \text{Pequeña} \end{cases}$$

Se considera una **población finita** cuando el número de elementos que componen la población es limitado como el número de aspirantes a realizar un examen de admisión. Se considera **población infinita** cuando el número de elementos que componen la población es demasiado grande como el número de estrellas del firmamento.

El tamaño de la muestra es relativo al tamaño de la población sin embargo existen algunos autores que toman como elemento de clasificación a la cantidad 30 de elementos, es decir, más de 30 es muestra grande y menos de 30 es muestra pequeña.

Para obtener resultados de un estudio, generalmente se aplica una encuesta o la observación directa de un fenómeno. Una vez elaborada la encuesta debe ser aplicada, la población se elige de acuerdo al objetivo de la misma, pero a menudo la población encuestada es demasiado grande o bien esta debe ser desechada (vida de un foco), entonces se selecciona una muestra. Esta debe ser una autentica representación de la población tanto en número como en composición. Los porcentajes de la muestra deben coincidir con los de la población, por ejemplo, si en una población existe un 60% de hombres, la muestra deberá tener un 60% de hombres; si en la población existe un 45% de menores de edad, la muestra deberá tener tal porcentaje.

### Variables discretas y continuas

La forma más adecuada de organizar datos es mediante el uso de categorías, sin embargo, nuestra capacidad de categorizar está limitada por la naturaleza de las variables que usamos. En términos estadísticos, las variables que interesa medir pueden ser discretas o continuas.

Las **variables discretas** son aquellas que solo pueden tomar valores muy específicos, por ejemplo, el género de una persona que solo es hombre y mujer. Otros ejemplos serían la nacionalidad de una persona, su estado civil etc.

Las **variables continuas** no son tan fáciles de categorizar ya que pueden tomar cualquier valor a lo largo de un continuo, por ejemplo: la duración de una llamada telefónica, el ingreso de una familia, el peso exacto de una persona, etc.

La distinción entre variables discretas y continuas es de gran utilidad en la estadística. Podemos decir que las variables continuas son aquellas que, por su manera de presentarse, usan valores decimales. Las variables continuas suelen agruparse en intervalos o clases.

### Representación gráfica de datos estadísticos

Para la representación de los diferentes datos estadísticos, independientemente de uso de la tabla de distribución de frecuencias, es de mucha utilidad emplear distintos tipos de gráficas como son: gráfica de barras, pictóricas, histograma, lineal y circular. Posiblemente las gráficas que mayor “popularidad” o uso tienen son las gráficas de barras, los polígonos de frecuencias y las gráficas circulares.

Las gráficas de barras o histograma representan las frecuencias absolutas de cada una de las clases de los datos continuos o de los valores en datos discretos.

El polígono de frecuencias relaciona, mediante una recta, las distribuciones de frecuencias de los datos estudiados.

La gráfica circular, como su nombre lo indica, representa en un círculo los valores estudiados de acuerdo con su frecuencia.

### Medidas de tendencia central

Dentro de la estadística es frecuente que los datos a manejar sean bastante numerosos, por lo que se hace indispensable buscar maneras, relativamente fáciles, de interpretar esta gran cantidad de resultados.

Uno de los fines importantes de la estadística descriptiva es el de resumir esa gran cantidad de datos en unos pocos números que nos proporcionen una idea, lo más cercana posible, del comportamiento de todos los elementos de la población estudiada. Los mencionados reciben el nombre de **parámetros centrales o medidas de tendencia central**

Los parámetros centrales tienen como objetivo agrupar los datos de toda la población, alrededor de un solo número que será su representante.

Los parámetros centrales son de gran utilidad para el manejo de datos estadísticos y los más importantes son: **Media, Moda y Mediana**.

### Media aritmética

Este es, posiblemente, el parámetro de mayor frecuencia en la estadística no solo es un representante del promedio de los valores de toda la población, sino también es un auxiliar en el cálculo de otros parámetros.

La media aritmética, para un conjunto de datos se define como:

$$X = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_n}{n}$$

Es decir, la media aritmética de un conjunto de n valores numéricos es el cociente de dividir la suma de todos los valores por el número de ellos. La media aritmética se conoce frecuentemente como **promedio**.

### Moda

De los parámetros centrales, posiblemente sea la moda el que resulta más evidente.

***Se llama moda de un conjunto de datos a aquel valor que se presenta con más frecuencia.***

En base a la definición, se puede presentar el caso en que un conjunto de datos no tenga moda, que tengan una moda o bien que tengan varias modas.

El primer caso es cuando en el conjunto de datos, ninguno se repite.

En el segundo caso hablamos de un valor modal, es decir, con más frecuencia.

En el tercer caso consideramos conjuntos de datos que tienen varios valores modales. Si existen dos valores modales, la muestra es bímodal; si existen tres valores modales, la muestra es trímodal, etc.

La moda no es tan representativa como la media aritmética, pero es útil en algunas ocasiones, sobre todo en aquellas muestras donde un valor se destaca claramente sobre los demás o cuando este parámetro se desea conocer (como en elecciones).

A pesar de esto, la moda tiene un significado real, ya que representa, al analizar el problema, la preferencia de una población (pensemos por ejemplo en cierta ciudad para vivir, un hospital para ser atendido, el querer trabajar en cierta empresa, etc.)

## Mediana

La mediana es un parámetro estadístico que se obtendrá después de ordenar los datos. En términos generales no siempre es necesario que se ordenen los datos, pero en este caso sí y deberá ser en forma creciente, siempre que tal ordenación sea posible.

La definición correspondiente es la siguiente:

**Se llama mediana a aquel valor  $x_m$  que ocupa el lugar central de un número impar de datos ordenados; o a la media aritmética de los valores centrales,  $x_m$  y  $x_{m+1}$  si el número de datos es par.**

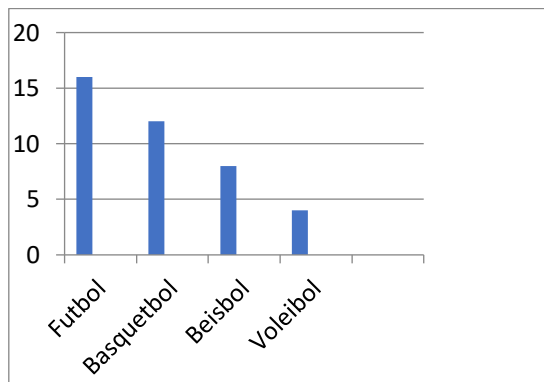
La mediana se utiliza especialmente en los casos siguientes:

- Cuando se trata con datos cualitativos que pueden ser ordenados.
- Cuando los datos estadísticos poseen valores extremos que afectan demasiado el valor de la media.

La mediana, tiene la propiedad de que el cincuenta por ciento de los datos son menores o iguales a ella y el cincuenta por ciento restantes son mayores o iguales; es decir, la mediana divide al conjunto de datos en dos partes exactamente iguales.

## EJERCICIOS

1. La gráfica representa el deporte favorito de los alumnos de un curso. ¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera (s)?



- I) Al 30° de los alumnos lo que más les gusta es el futbol
- II) A la mitad de los alumnos lo que más les gusta es basquetbol o beisbol
- III) Al 30° de los alumnos lo que más les gusta es el volibol o beisbol

- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III

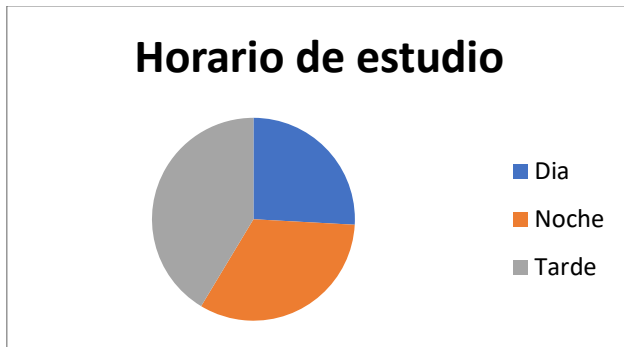
2. Consideremos los siguientes sucesos:

- I.- Goles anotados por un jugador en un partido
  - II.- Estatura, con centímetros, de una persona
  - III.- Número de teléfonos celulares construidos en una fábrica
- (a) Variable continua
  - (b) Variable discreta

¿En qué inciso se relaciona correctamente los enunciados anteriores con su respectivo tipo de variable?

- A) I a, II a, III a
- B) I a, II b, III a
- C) I b, II b, III b
- D) I b, II a, III b

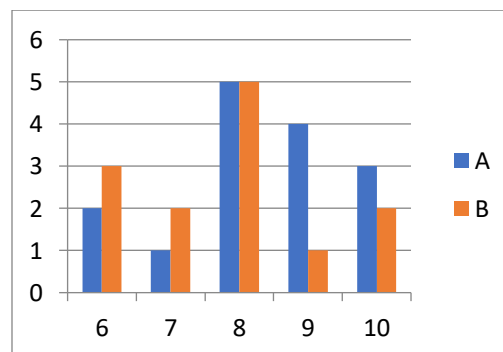
3. La siguiente figura representa las preferencias del horario para estudiar, día, tarde y noche, de 175 personas. Con base en la figura, ¿cuántas personas prefieren estudiar en el día?



Tarde 167.4°      Noche 37.5%      Día ¿?

- A) 28
- B) 30
- C) 66
- D) 81

4. La siguiente gráfica muestra las calificaciones de los grupos A y B. Si se considera el total de alumnos. ¿Cuál es el valor de la mediana?



- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9

---

Felicidades aspirante, ya has concluido más del 60% de la guía de estudio.

Solo queremos recordarte que puedes medir tus avances en la nueva plataforma **Simulador PAD 2022**, donde puedes contestar 10 exámenes de simulación con una gran similitud al examen de selección oficial.

¡Mucho éxito, aspirante!

---

[Exámenes](#)[Preguntas frecuentes](#)[Iniciar sesión](#)[Registrarse](#)[Examen gratuito](#)

## ASEGURA TU LUGAR EN LA BUAP

Estudia en línea y prepárate para tu examen de admisión con el nuevo **Simulador PAD**.

[Ver exámenes](#)[Examen gratuito](#)



# FÍSICA

- Lenguaje técnico de la física.
- Dinámica y cinemática.
- Termodinámica, electricidad y magnetismo.

## MECÁNICA Y CINEMÁTICA

La **Mecánica** es la rama de la Física que se encarga de estudiar **el movimiento y el equilibrio de los cuerpos**. Por otro lado, la **Cinemática** es una parte de la Mecánica que estudia **el movimiento de los cuerpos en el espacio y el tiempo sin considerar las causas que lo producen**.

Para estudiar ambas, es necesario comprender los siguientes movimientos y sus respectivas fórmulas.

### Movimiento Rectilíneo Uniforme

En el movimiento a velocidad constante, también llamado MRU, la velocidad es la posición final menos posición inicial sobre el tiempo final menos el tiempo inicial.

$$V = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$$

Si la posición inicial y el tiempo inicial son equivalentes a cero, se puede simplificar la fórmula de la siguiente manera:

$$V = \frac{\cancel{d_f} - \cancel{d_i}}{\cancel{t_f} - \cancel{t_i}} \quad V = \frac{d}{t}$$

Por lo tanto, la velocidad es igual al desplazamiento sobre el tiempo.

### Movimiento Uniformemente Acelerado

En el movimiento con aceleración constante, también llamado MUA, la aceleración es igual a la velocidad final menos la velocidad inicial, sobre el tiempo final menos el tiempo inicial.

$$a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i}$$

Si la velocidad inicial y el tiempo inicial son equivalentes a cero, entonces se puede simplificar la fórmula de la siguiente manera:

$$a = \frac{V}{t}$$

Por lo tanto, la aceleración es igual a la velocidad sobre el tiempo.

Para comprender mejor este tema, resolvamos unos ejemplos usando las fórmulas que acabamos de describir.

### Problema 1: Movimiento Rectilíneo Uniforme

Isaac corre 10 km por hora ¿Qué desplazamiento realiza Isaac en 10 segundos? Observa que la velocidad a la que corre Isaac es constante, así que la fórmula que utilizaremos es: velocidad es igual a desplazamiento sobre tiempo. Esta fórmula pertenece al Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Datos	Despeje
$t = 10 \text{ s}$ $v = 10 \text{ km/h}$	$V = \frac{d}{t}$

De esta fórmula despejamos el desplazamiento y nos queda:

$$t v = d \quad d = v t$$

Por lo que desplazamiento es igual a velocidad por tiempo.

Siempre hay que tener cuidado con las unidades, por eso es bueno utilizar las del **sistema internacional** (SI). En este caso estamos empleando la velocidad en km por hora y el tiempo recorrido en segundos, por lo tanto, es necesario convertir la velocidad a unidades básicas del sistema internacional.

Sabemos que un kilómetro son mil metros, así que 10 kilómetros son 10,000 metros y una hora tiene 3600 segundos.

Resolvamos la conversión: 10,000 sobre 3600 nos da 2.78 metros por segundo.

Datos	Fórmula
$t = 10 \text{ s}$ $v = 10 \text{ km/h}$	$V = \frac{d}{t}$ $V = \frac{d}{t} = \frac{10000 \text{ m}}{3600 \text{ st}} = 2.78 \text{ m/s}$

Así ya sabemos que Isaac corrió durante 10 segundos, por lo que sólo falta sustituir los valores en la fórmula:  $d = v t$  desplazamiento es igual a velocidad por tiempo. Es decir:

$$(2.77 \text{ m/s}) \times (10\text{s}) = 27 \text{ m}$$

Esto nos dice que en 10 segundos Isaac se desplazó 27 metros.

## Problema 2. Movimiento Uniformemente Acelerado

Resolvamos otro problema, ahora con aceleración, es decir, cuando la velocidad cambia.

Una combi parte del reposo y se mueve según está escrito en la tabla.

Determina su aceleración a los 5 segundos, 10 segundos y 20 segundos.

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
5	10
10	20
20	40

Como podemos ver, éstos son intervalos. El primero es de 0 a 5 segundos, el segundo es de 5 a 10 segundos y el tercero es de 10 a 20 segundos.

La tabla nos da tiempo y velocidad, ahora sustituycamos esos valores en la fórmula de aceleración. La aceleración es igual a velocidad final menos velocidad inicial sobre el tiempo final menos el tiempo inicial.

Comencemos con el intervalo más sencillo: aceleración de 0 a 5 segundos.

La velocidad a los 0 segundos equivale a cero, por lo que podemos cancelar la velocidad inicial y el tiempo inicial. Nos queda la fórmula de aceleración simplificada.

Resolvamos ahora la aceleración en el intervalo de 5 a los 10 segundos. Para resolverlo, seguimos el mismo procedimiento sustituyendo los valores en la fórmula de aceleración. La velocidad final es de 20 metros por segundo y la inicial es de 10 metros sobre segundo. 10 segundos es el tiempo final y 5 segundos es el tiempo inicial. Esto da como resultado 2 metros por segundo al cuadrado.

### Aceleración 5 – 10 segundos

$$a_{10} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{20 - 10}{10 - 5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

Por último, determinaremos cuál es la aceleración en el intervalo de los 10 a los 20 segundos.

Al igual que en los ejercicios anteriores debemos utilizar la fórmula de aceleración. La velocidad final es de 40 metros por segundo, mientras que la inicial es de 20 metros por segundo.

El tiempo final es de 20 segundos y el inicial es de 10 segundos. Esto da como resultado una aceleración de 2 metros por segundo al cuadrado.

### Aceleración 10 - 20 segundos

$$a_{20} = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{40 - 20}{20 - 10} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/s}^2$$

Observa cómo la combi aumenta su velocidad 2 m cada segundo que pasa, es un movimiento con aceleración constante.

## DINÁMICA

La Dinámica **estudia las causas que producen el movimiento de los cuerpos**, en otras palabras, estudia las fuerzas.

### Leyes de Newton

Para comprender el movimiento de los cuerpos las **leyes de Newton** son la base, así que empecemos por repasar la primera ley:

**“Todo cuerpo tiene que mantener su estado de reposo o de movimiento hasta que una fuerza externa modifique dicho estado”.**

La segunda ley de Newton establece que:

**“La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su masa”.**

La fórmula que representa la segunda ley de Newton es la siguiente:  $a = \frac{F}{m}$

Aceleración es igual a la fuerza sobre la masa, aunque también la podemos describir como la fuerza que es igual a la masa por la aceleración.

$$F = ma$$

Debemos recordad que la unidad de fuerza en el sistema internacional es de Newton (N) que equivale a kilogramo por metro sobre segundo al cuadrado, también en unidades básicas del sistema internacional.

$$1N = 1Kg \times m/s^2$$

La tercera ley de Newton dice que:

**“A toda fuerza de acción corresponde una fuerza de reacción de igual magnitud y dirección, pero en sentido opuesto”.**

## Fuerzas aplicadas

Para resolver problemas de dinámica es importante considerar los siguientes conocimientos:

Si tenemos un objeto y dos fuerzas distintas son aplicadas en el mismo sentido, la fuerza resultante es igual a la suma de ambas fuerzas.



Observa que las fuerzas se representan con flechas, éstas son vectores y cuando tienen la misma dirección, como en este caso, se llama vectores colineales.

Ahora bien, si tenemos una fuerza aplicada a un objeto y otra fuerza en sentido inverso, entonces la fuerza resultante es igual a la resta de ambas fuerzas.



Estas flechas también son vectores colineales: tienen la misma dirección, pero sentido contrario.

Otro factor que hay que tomar en cuenta es el siguiente: si tenemos dos objetos, uno dentro de otro, y éstos viajan con la misma aceleración, la fuerza que el objeto mayor va a recibir del objeto menor es igual a cero, debido a que ambos se mueven con la misma aceleración.



Resolvamos un problema usando los conceptos y fórmulas que acabamos de repasar.

### Problema 1

Un vehículo de 800,000 gramos se mueve con una aceleración constante de 10 metros por segundo al cuadrado. ¿Cuál es la fuerza que el motor realiza para mantener esa aceleración?

**Según la ley fundamental de la Dinámica, la fuerza es igual a la masa por la aceleración.** Sabemos que la masa del vehículo es de 800,000 gramos. Conocemos también que un Newton es un kilogramo por metro sobre segundo cuadrado.

Para resolver el problema debemos primero convertir los 800,000 gramos en 800 kilogramos y sustituir la aceleración de 10 metros por segundo al cuadrado en la fórmula.

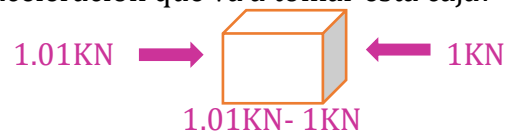
$$(800 \text{ kg}) \times (10 \text{ m/s}^2) = 8,000 \text{ N}$$

La fuerza que debe de producir el motor es de 8,000 Newtons.

Ahora resolvamos un problema más complejo.

## Problema 2

A una caja con masa de un kilogramo se le aplican dos fuerzas en sentidos opuestos, una de 1 kilonewton a la izquierda y otra de 1.01 kilonewtons a la derecha. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración que va a tomar esta caja?



Para resolver este problema es muy útil hacer un diagrama. En este caso tenemos una caja y se le aplican dos fuerzas en sentidos opuestos, una de 1 kilonewton y otra de 1.01 kilonewtons.

Como vimos anteriormente, la fuerza resultante que va a recibir el objeto se obtiene de la resta de las fuerzas opuestas.

$$1.01 \text{ KN} - 1 \text{ KN} = .01 \text{ KN}$$

Como el problema pide la magnitud tomaremos el valor absoluto sin importar si éste es negativo o positivo.

Observa que el resultado obtenido es en kilonewtons y la unidad base es el Newton. Para quitar el prefijo *kilo* hacemos la siguiente conversión utilizando esta tabla:

Símbolo	Valor
1 daN=	10 N
1 HN=	100 N
1 KN=	1000 N
1 MN=	10000 N

El resultado es  $(0.01 \text{ KN}) \times 1000 = 10 \text{ N}$ .



.01 kilonewtons convertidos en unidades básicas del sistema internacional dan como resultado 10 Newtons. Entonces, para obtener la magnitud de la aceleración utilizaremos la siguiente fórmula:

**Fuerza= masa x aceleración**

Despejando la aceleración de la fórmula obtenemos que: aceleración es igual a fuerza sobre masa.

$$\begin{array}{l} \text{Datos} \\ F=10\text{ N} \\ m=1\text{ Kg} \end{array} \quad a = \frac{F}{m} = \frac{10\text{ N}}{1\text{ Kg}} = 10\text{ m/s}^2$$

Sustituyendo los valores de fuerza igual a 10 Newtons y masa igual a 1 kg en la fórmula, obtenemos como resultado que la aceleración es igual a 10 metros sobre segundo al cuadrado.

Por lo tanto, podemos decir que el sentido de la fuerza mayor hará que la caja se desplace hacia la derecha.

## TERMODINÁMICA

La Termodinámica **estudia la relación i interacción entre el calor y la energía.**

### Leyes de la Termodinámica

Podemos separar en tres leyes a la Termodinámica, aunque comúnmente se utiliza lo que conocemos como ley cero, por lo que también la incluiremos en esta lección.

**Ley 0 de la Termodinámica.** La ley 0 nos habla del equilibrio térmico. Esta ley sostiene que si ponemos un cuerpo A de mayor temperatura junto a un cuerpo B de menor temperatura, el que tiene mayor temperatura cederá calor al que tiene menor temperatura hasta que los dos cuerpos lleguen a una misma temperatura, llamada **temperatura de equilibrio.**

**Ley 1ª de la Termodinámica.** Es una forma de mencionar el principio de conservación de la energía y dice lo siguiente: **en cualquier proceso termodinámico, el calor neto absorbido por un sistema es igual a la suma del trabajo neto que éste realiza más el cambio de su energía interna.** Esta ley a manera de fórmula se ve de la siguiente manera:

$$\Delta Q = \Delta U + W$$

**Ley 2ª de la Termodinámica.** La segunda ley habla de la eficiencia, esto quiere decir que no existe una máquina perfecta que pueda convertir el 100% de la energía suministrada en trabajo útil. El enunciado de la segunda ley establece lo siguiente:

**“La cantidad de entropía en el universo tiende a incrementarse”**

**Ley 3ª de la Termodinámica.** La tercera ley establece que no se puede alcanzar el cero absoluto, que es el 0 en la escala de Kelvin.

### Cero absoluto

Es la **temperatura más baja del universo**, en esta temperatura no existe el movimiento molecular de los cuerpos.

### Problema 1

Basándonos en la primera ley de la Termodinámica, un motor realiza 300 Joules de trabajo y disminuye su energía interna en 500 Joules, ¿Cuál será el intercambio neto de calor en este proceso?

Observa que el problema dice que la energía interna disminuye, esto quiere decir que el cambio de energía interna es negativo.

$$\Delta U = -500 \text{ J}$$

También es importante identificar que al tratarse de un motor que realiza un trabajo, éste es positivo.

$$\Delta W = 300 \text{ J}$$

Con los dos datos identificados, el siguiente paso es sustituir en la fórmula de la primera ley de la Termodinámica:

$$\Delta Q = \Delta U + W$$

$$\Delta Q = (-500 \text{ J}) + 300 \text{ J}$$

$$\Delta Q = -200 \text{ J}$$

Al sustituir y realizar las operaciones, tenemos como resultado que se expulsan 200 Joules del sistema.

## ELECTROMAGNETISMO

### Electrostática

La Electrostática se define como el **estudio de las cargas eléctricas en reposo**. Cuenta con varias leyes, siendo la más importante la primera ley de la Electrostática.

Esta ley nos dice que **las cargas de signos iguales se repelen, y las de signos diferentes se atraen**.

### Ley de Coulomb

Nos dice que **la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas es directamente proporcional al producto de ambas cargas, e inversamente proporcional a la distancia que las separa elevada al cuadrado**. Matemáticamente esta ley se representa de la siguiente forma:

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

Dónde: **F** es la fuerza y se mide en Newtons.

**q<sub>1</sub>** y **q<sub>2</sub>** son las cargas eléctricas y se miden en Coulombs.

**K** es la constante de Coulomb y tiene el valor de  $9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Te recordamos que memorices este valor.

### Ejemplo 1

Una carga de  $2 \times 10^{-5} C$  se encuentra a 1 metro de otra carga de  $-3 \times 10^{-4} C$ . ¿Se atraen o se repelen? ¿Cuál es la magnitud de la fuerza?

Para resolver estas preguntas es importante que recuerdes **la primera ley de la Electrostática, la cual dice que si las dos cargas tienen el mismo signo se repelen, y si tienen diferente signo se atraen**. Por lo tanto, la respuesta a la primera pregunta es las cargas se atraen.

Para la segunda pregunta utilizaremos la fórmula que estudiamos:

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

Datos:

$$K = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

$$q_1 = 2 \times 10^{-5} C$$

$$q_2 = 3 \times 10^{-4} C$$

Observa que en  $q_2$  se considera el valor absoluto, por lo tanto, no consideramos el signo.

$$r = 1m$$

El siguiente paso es sustituir en la fórmula:

$$F = \frac{Kq_1q_2}{r^2} = \frac{\left(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\right)(2 \times 10^{-5} C)(3 \times 10^{-4} C)}{(1m)^2}$$

10 a la menos 9 por 10 a la menos 5 por 10 a la menos 4.

$$(10^9)(10^{-5})(10^{-4}) = 10^0 = 1$$

Recordemos que los exponentes se suman, entonces se cancelan y por lo tanto, simplificamos y obtenemos:

$$F = \frac{(9)(2)(3)}{(1)} = 54N$$

Para entender el resultado hay que multiplicarlo por 3 por 2, que es 6, por 9, y eso da 54 Newtons.

## Electrodinámica

Es el **estudio de las cargas eléctricas en movimiento**. Dentro de la electrodinámica nos encontramos con el tema de circuitos eléctricos.

### Circuito eléctrico

Un **circuito eléctrico** es un **cambio cerrado por donde circula la corriente eléctrica**. Hay dos tipos de circuitos: **en serie y en paralelo**. Para calcularlos es indispensable conocer las fórmulas y leyes que los rigen.

**Ley de Ohm Voltaje** es igual a la resistencia por la intensidad de la corriente eléctrica.

$$V = RI$$

No te preocupes si se te olvida la fórmula, mucha gente para recordarla utiliza la frase: "Victoria es la Reina de Inglaterra".

Por otro lado, la potencia es igual al voltaje por la intensidad de la corriente eléctrica.

$$P = VI$$

## Circuito en serie

Es aquel en el que **la corriente eléctrica sólo tiene un camino por donde fluir**.

Para resolver un circuito en serie usamos este formulario:

$$\begin{aligned} R_{Total} &= R_1 + R_2 + \dots \\ V_{Total} &= V_1 + V_2 + \dots \\ I_{Total} &= I_1 = I_2 = \dots \end{aligned}$$

## Circuito en paralelo

Es aquel en el que **la corriente eléctrica tiene varios caminos por donde fluir**.

Para resolver un circuito en paralelo usamos este formulario:

$$\begin{aligned} R_{Total} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots} \dots \\ V_{Total} &= V_1 = V_2 = \dots \\ I_{Total} &= I_1 + I_2 = \dots \end{aligned}$$

Ahora veamos un problema.

Dado el siguiente circuito serie-paralelo, cuyas resistencias valen  $R_1 = 7 \text{ ohm}$ ,  $R_2 = 10 \text{ ohm}$  y  $R_3 = 5 \text{ ohm}$ , determina la intensidad de la corriente, voltaje, resistencia y potencia totales, y en cada resistencia.

El valor más sencillo de identificar es el voltaje total, ya que es un dato del problema.

$$V = 5V$$

Ahora hay que calcular la resistencia total o equivalente del circuito, para esto se resuelve en paralelo  $R_2$  y  $R_3$ .

$$R_A = \frac{1}{\frac{1}{10 \text{ ohm}} + \frac{1}{5 \text{ ohm}}} = 3.33 \text{ ohm}$$

Después se resuelve en serie las resistencias  $R_1$  y  $R_A$ , y se obtiene la resistencia total.

$$R_{Total} = 7 \text{ ohm} + 3.33 \text{ ohm} = 10.33 \text{ ohm}$$

Para determinar la intensidad de corriente despejamos ésta de la ley de Ohm:

$$I_{Total} = \frac{5V}{10.33 \text{ ohm}} = 0.48 \text{ A}$$

Por último, para la potencia total, sustituimos en la fórmula:

$$P = (5V)(0.48A) = 2.4 \text{ W}$$

# GEOMETRÍA

- Cónicas, círculo, elipse, parábola, hipérbola, y polígonos.



**Simulador  
PAD2022**

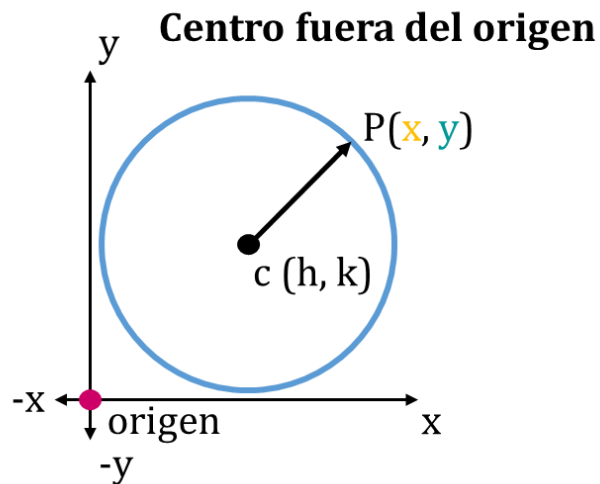
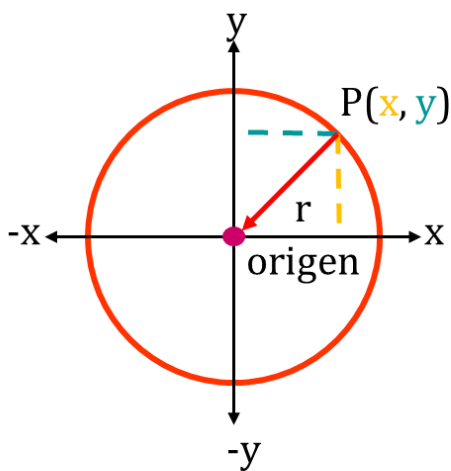


## CIRCUNFERENCIA

### La circunferencia

Puede definirse como **el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan a otro punto llamado centro**. Está pertenece a la clase de curvas conocidas como cónicas ya que, de igual forma, una circunferencia puede ser la intersección de una superficie cónica con un plano perpendicular a su eje.

#### Centro en el origen



La forma más fácil de expresar una circunferencia es  $x^2 + y^2 = r^2$ , donde  $r$  es el radio, y el centro de la circunferencia se encuentra en el origen.

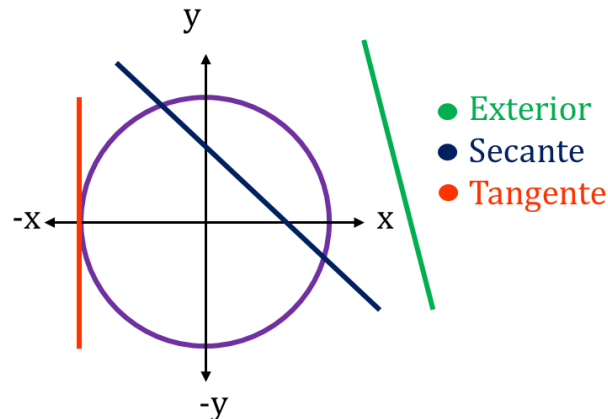
Cuando el centro se encuentra fuera del origen en el punto  $C(h, k)$ , la ecuación de la circunferencia se representa como  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ .

Asimismo, también podemos escribir esta fórmula general, igualada a cero:  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ , cuando el centro está en el origen.

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ , cuando el centro está en  $C(h, k)$ .

## Tipos de rectas

Existen también tres tipos de recta que pueden estar en una circunferencia: **la exterior**, que no se intersecta con la circunferencia; **la secante**, la cual toca dos puntos de la circunferencia y **la tangente** la cual sólo hace intersección con un punto en la circunferencia.



Por ejemplo, si tenemos una recta tangente y en lugar de la intersección trazamos una recta perpendicular, va a ser una recta secante con la característica que cruzará por el centro de la circunferencia.

### Ejemplo:

Dada la ecuación  $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 25 = 0$ , encuentra el centro y el radio de la circunferencia.

Primero, convertiremos la ecuación de una forma general a su forma simplificada. Para ello, pasaremos el término independiente al segundo miembro y agruparemos las letras iguales:  $x^2 + 4x + y^2 - 8y = 25$

Cómo pudiste observar, dejamos unos espacios en blanco después de  $4x$  y  $8y$ , esto es porque completaremos los trinomios cuadrados perfectos para poder factorizar las expresiones. Para esto, tomaremos el  $4$  del término  $4x$  lo dividiremos entre  $2$ , el resultado obtenido se elevará al cuadrado. Lo mismo haremos con el  $8$  de  $8y$ .

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \qquad \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

Agregaremos estos números en ambos lados de la ecuación:

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 25 + 4 + 16$$

Ahora, tenemos dos trinomios cuadrados perfectos, los podemos factorizar y sumar los términos independientes del segundo miembro:

$$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 45$$

De la ecuación factorizada, podemos deducir los componentes de la circunferencia, pues:

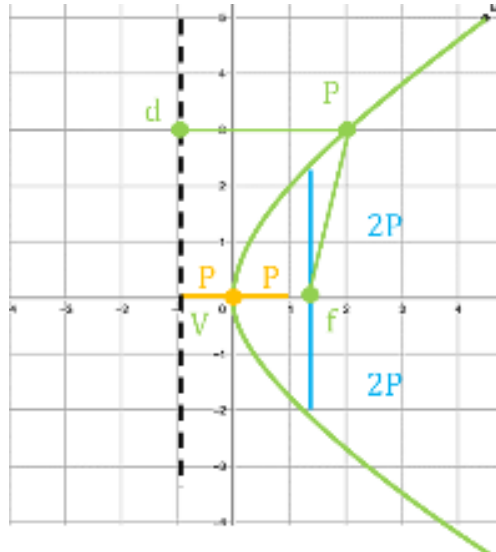
$$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 45$$

$$h = -2; k = 4; r^2 = 45$$

A partir de la información anterior, descubriremos que el centro se encuentra en las coordenadas  $C(-2, 4)$  y que el radio será  $r = \sqrt{45}$

## PARÁBOLA

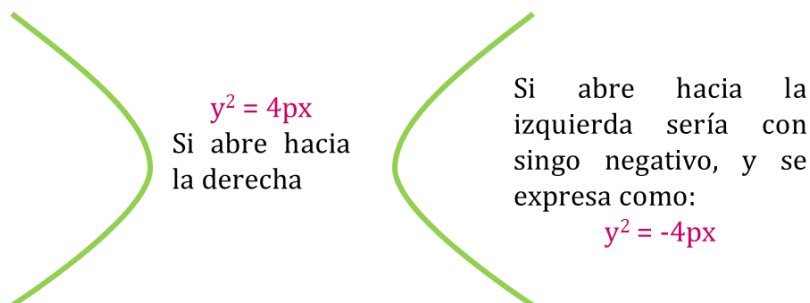
La parábola se puede definir como el lugar geométrico donde todos los puntos se encuentran a la misma distancia de un lugar llamado **foco** y una recta llamada **directriz**.



Componentes de la parábola	
<b>d= directriz</b>	Es una línea de referencia, que siempre estará a la misma distancia del vértice al foco.
<b>V= vértice</b>	Es el punto donde abre la parábola, esto quiere decir que si trazamos una recta de forma vertical, para las parábolas horizontales, sólo va a cruzar por un punto de manera tangencial con la parábola.
<b>F= foco</b>	Es un punto fijo en el cual, la distancia de éste a un punto $P(x, y)$ sobre la parábola, siempre será igual a la distancia de dicho punto a la directriz.
<b>P= parámetro</b>	Es la distancia del foco al vértice.
<b>LR= Lado Recto</b>	Es el segmento de recta que corta al eje de simetría pasando por el foco. Mide $4p$

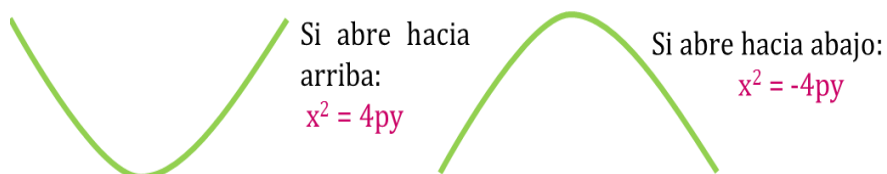
Existen dos tipos de parábolas: horizontales y verticales, y cada una de éstas puede ser de dos tipos, con vértice en el origen y con vértice fuera del origen.

La **parábola horizontal con vértice en el origen** se expresa de la siguiente manera:



La **parábola horizontal con vértice fuera del origen** se expresa de la siguiente manera:  $(y-k)^2 = \pm 4p (x-h)$ .

También tenemos la **parábola vertical con vértice en el origen**.



La **parábola vertical con vértice fuera del origen** se expresa de la siguiente manera:  $(x-h)^2 = \pm 4p (y-k)$ .

**Resolvamos el siguiente ejercicio.**

Dada la siguiente parábola:  $(y-4)^2 = 12(x+4)$  encuentra el vértice, el foco y la directriz.

Primero tenemos que analizar que la  $y$  está al cuadrado por lo tanto es una parábola horizontal. Esto quiere decir que todos los desplazamientos van a ser sobre el eje  $x$  y no sobre el eje  $y$ .

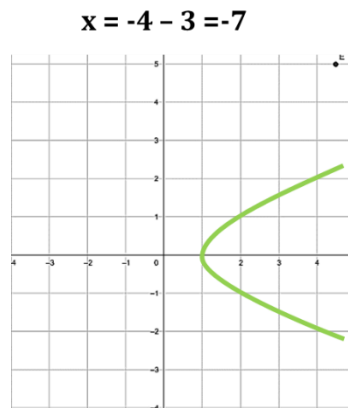
Para encontrar el vértice podemos observar que se encuentra fuera del origen en el punto  $V(h, k)$ . Siguiendo la fórmula simplificada:  $4p = 12$ .

Por lo tanto:  $p = \frac{12}{4} = 3$

El vértice se encuentra en el punto:  $V(-4, 4)$ .

Como se trata de una parábola horizontal, el desplazamiento sólo se lleva a cabo en el eje  $X$ . por lo tanto el foco se encuentra en:  $f(-4 + p, 4)$

Sustituiremos el parámetro y nos queda que:  $f(-4 + 3, 4)$  que es  $f(-1, 4)$



Para calcular la directriz recordaremos que la distancia del vértice al foco es la misma distancia del vértice a la directriz, sólo que en sentido opuesto.

En este caso la parábola es horizontal por lo que la directriz se representará con la letra x.

### Resolvamos otro problema

Dada la ecuación:  $x^2 - 6x - 8y + 25 = 0$ , encuentra el vértice, el foco y la directriz.

Si nos damos cuenta la ecuación está en su forma general, la pasaremos a su forma simplificada. Adicionalmente tenemos una **X** cuadrada por lo tanto sabemos que es una parábola vertical.

Lo primero que haremos será completar el trinomio cuadrado perfecto. Agrupamos las x en el primer miembro, y el resto en el segundo miembro:  $x^2 - 6x = 8y - 25$

Completamos el trinomio cuadrado perfecto, dividiendo el 6 de 6x entre dos y elevado al cuadrado, el resultado se agrega en ambos lados de la ecuación:

$$\left(\frac{6}{-2}\right)^2 = 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 8y - 25 + 9$$

Factorizamos el trinomio cuadrado perfecto y reduciendo los términos semejantes, nos queda la ecuación:

$$(x - 3)^2 = 8y - 16$$

Para que la ecuación quede en su forma simplificada, necesitamos factorizar el segundo miembro:

$$(x - 3)^2 = 8(y - 2).$$

De la ecuación en su forma simplificada, podemos deducir los componentes de la parábola:  $h = 3$ ;  $k = 2$ ;  $4p = 8$ .

Por lo tanto, el vértice se encuentra en  $V(3, 2)$ , el parámetro  $p = 2$ . De aquí, podemos obtener la coordenada del foco:  $F(3, 2+2)$   $F(3, 4)$ .

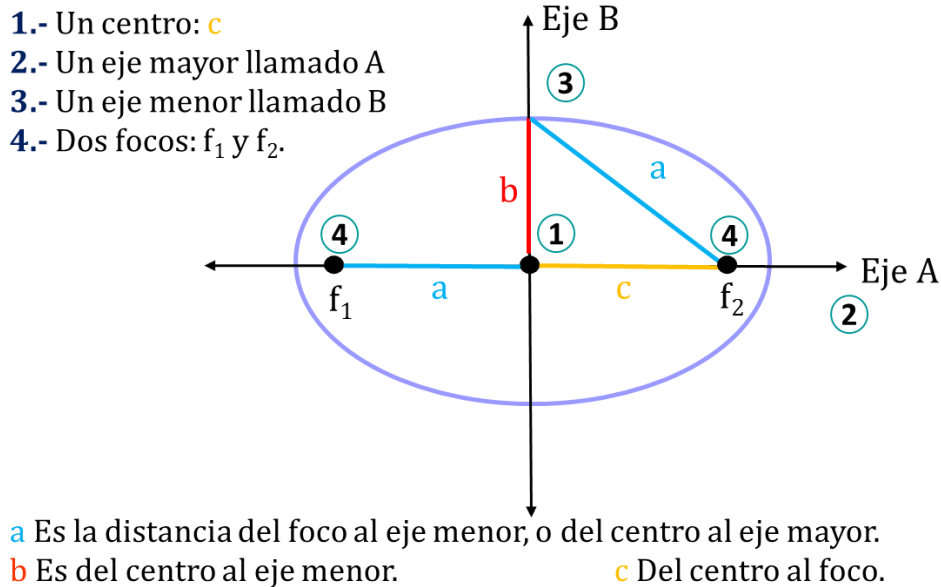
La directriz es la recta horizontal de la ecuación:  $y = 2-2$ ,  $y = 0$ .

**Vértice en:**  $v(3, 2)$     **Directriz:**  $y = 0$

## ELIPSE

La elipse es el lugar geométrico en el que todos los puntos se mantienen a una misma distancia de dos puntos llamados focos.

En la elipse siempre vamos a contar con los siguientes elementos:



Podemos notar que se forma un **triángulo rectángulo** por lo tanto podemos aplicar el **teorema de Pitágoras** que dice que:  $a^2 = b^2 + c^2$

La **excentricidad** es la relación constante que existe entre las distancias de un punto a una recta fijos. Se representa con la letra **e**.

Si  $e = 0$ , la ecuación es de una **circunferencia**.

Si  $0 < e < 1$ , la ecuación es de una **elipse**.

Si  $e = 1$ , la ecuación es de una **parábola**.

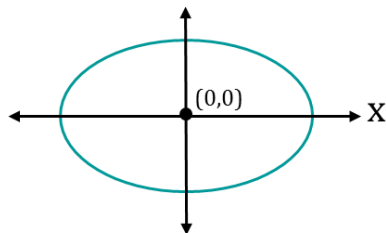
Si  $e > 1$ , la ecuación es de una **hipérbola**.

La excentricidad de una elipse se calcula con la fórmula:  $e = \frac{c}{a}$

Existen dos tipos de elipse: la **horizontal** y la **vertical**.

La elipse **horizontal** se plantea con la siguiente ecuación:

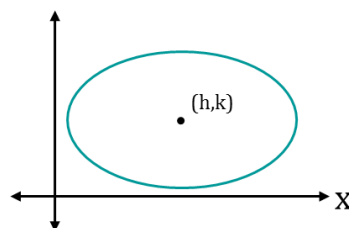
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Esto cuando el centro está en el origen (0,0).

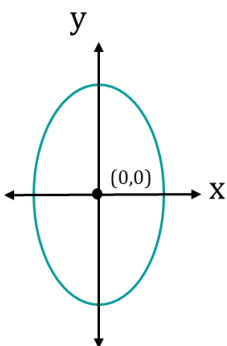
Cuando tiene centro en **h, k** es decir que no está en el origen, aplicamos el desplazamiento:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



Si la elipse es **vertical**, lo único que va a cambiar son los ejes. Ahora el eje menor corresponde a **X** y el eje mayor corresponde a **Y**. Por lo tanto, nos queda:

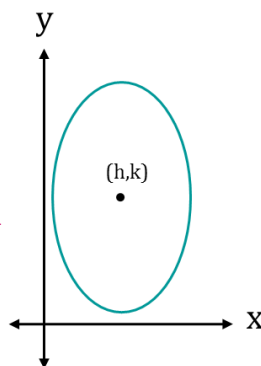
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



Los ejes cambian:  
Eje menor corresponde a "x".  
Eje mayor corresponde a "y".

Para centro en **h, k** aplicamos un desplazamiento:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$





### Resolvamos un ejercicio.

Encuentra los elementos de la elipse con centro en el origen. Uno de sus focos está en  $(3, 0)$  y su eje mayor es  $= 10$ .

Lo primero que tenemos que analizar es de qué tipo de elipse estamos hablando. Si su foco está en  $3,0$  y su centro está en el origen, significa que es una elipse horizontal. Si el foco estuviera en  $0,3$  sería una elipse vertical.

También debemos analizar su eje mayor, que es  $= 10$ , esto quiere decir que de lado a lado mide  $10$ , por lo tanto:  $2a = 10, a = 5$

Ahora la distancia del centro a uno de sus focos, si el centro está en el origen y el foco está en  $3,0$ , va a ser igual a  $3$ . Por lo tanto:  $C(0,0); F(3,0); c = 3$ .

Recordamos la relación pitagórica  $a^2 = b^2 + c^2$ .

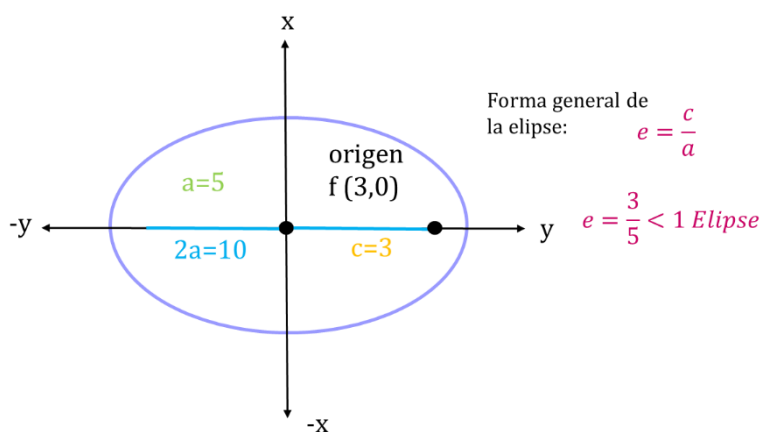
Despejemos en  $b$ :  $b^2 = a^2 - c^2$ .

$$b = \sqrt{(5)^2 - (3)^2} \quad b = \sqrt{9 - 15} \quad b = \sqrt{16} \quad b = 4$$

Vamos a escribirlo en su forma simplificada:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Ya contamos con los elementos y calculamos la excentricidad. Nos damos cuenta de que es menor a 1, por lo tanto comprobamos que es una elipse.



### Resolvamos otro ejercicio.

Dada la siguiente ecuación, encuentra el **centro**, los **focos**, los **semi ejes** y la **excentricidad**.

$$\frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y-6)^2}{36} = 1 \quad 36 > 16$$

Lo primero que hay que analizar es que se trata de una **elipse vertical**, debido a que el **segundo dividendo es mayor al primero**, y que es con centro en **C (h, k)** ya que si fuera centro en el origen sería  $x^2+y^2=1$ .

El centro lo sacamos de manera inmediata, está en **C (h, k)** con signos opuestos, es:

$$C (-4, 6)$$

Ahora, para los **focos** necesitamos sacar **A, B** y **C**. Recordamos que **A** es el semejante mayor, **B** es la raíz de **16** y con la relación pitagórica **C** es igual a raíz de **20**.

$$a = \sqrt{36} \quad a = 6$$

$$b = \sqrt{16} \quad b = 4$$

Definimos c con la relación pitagórica:  $a^2=b^2+c^2$        $c^2=6^2-4^2$

$$c = \sqrt{36-16} \quad c = \sqrt{20}$$

Calculemos la excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} \quad e = \frac{c}{\sqrt{20}}$$

Para los focos tenemos que aplicarle el recorrido con **c**, pero al eje **Y**, debido a que es una **elipse vertical**, si fuera una elipse horizontal, aplicaríamos el recorrido al **eje X**, por lo tanto, nos queda:

$$F - 4, 6 + \sqrt{20} \quad F^1 - 4, 6 - \sqrt{20}$$

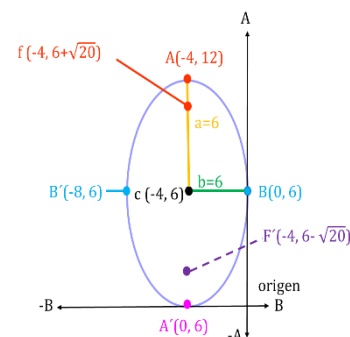
Para el eje **A** que es el eje mayor, como también es vertical, nos vamos a basar en el eje **Y**. Calcular eje **A** y **A'**. Lo podemos identificar con un cero:

$$A (-4, 6+6) \quad A (-4, 12) \quad A' = (-4, 6-6) \quad A' (-4, 0)$$

Calcular eje **B** y **B'**:

$$B (-4, +4, 6) \quad B (0, 6) \quad B' = (-4, -4, 6) \quad B' (-8, 6)$$

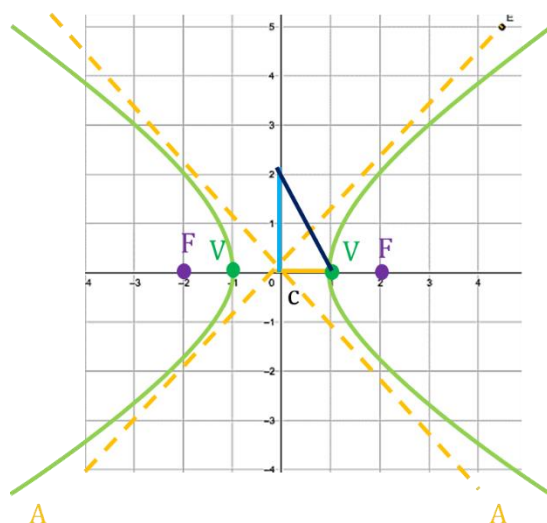
Visualmente queda de la siguiente manera:



## HIPÉRBOLA

La hipérbola se define como el lugar geométrico donde la diferencia de distancia a dos puntos, llamados focos, siempre será la misma.

Se puede relacionar con dos parábolas que son simétricas, en donde contamos con C centro, V vértice, F focos, A asíntotas, \* semi eje mayor y \* semi eje menor.



Las hipérbolas tienen la siguiente relación:  $a^2 = b^2 + c^2$ , donde C es la distancia del centro al foco y A es la distancia entre el centro y el vértice.

Adicionalmente tenemos las asíntotas, que son dos líneas rectas que se aproximan a la hipérbola, pero nunca la tocan. Para calcular estas rectas podemos decir que  $y_1$  y  $y_2$  se define como:

$$y_1 = \frac{b}{a} \quad y_2 = -\frac{b}{a}x$$

Las hipérbolas también cuentan con una excentricidad.

$$e = \frac{c}{a} > 1$$

Existen dos tipos de hipérbola, la horizontal y la vertical. Veamos sus características.

**Horizontal:** Tiene la siguiente ecuación simplificada. Centro en el origen, es decir en (0,0).

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si tiene centro en C(h,k)  
aplicamos el desplazamiento y  
nos queda:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

**Vertical:** Tiene la siguiente ecuación simplificada. Centro en el origen.

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Si tiene centro en  $b = \sqrt{9} = 3$   
Aplicamos el desplazamiento  
y nos queda:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

**Resolvamos un ejercicio.**

Encuentra los **focos, vértices, excentricidad y asíntotas** de la hipérbola

$$18x^2 - 32y^2 = 288$$

La **X** es positiva y la **Y** negativa, por lo tanto, ésta es una **hipérbola horizontal**. No hay un desplazamiento en la X y la Y. Por lo tanto, la hipérbola **se encuentra en el origen**.

Para encontrar la excentricidad comenzamos dividiendo entre 288 para que la ecuación sea igual a 1.

$$\frac{18x^2}{288} - \frac{32y^2}{288} = \frac{288}{288}$$

Simplificamos y  
obtenemos:

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Ahora podemos sacar **A, B y C**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a = \sqrt{16} = 4$$

$$b = \sqrt{9} = 3$$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$$

El vértice es la distancia del centro al punto, por lo tanto son: **v (4,0) v'(-4,0)**.

Los focos son la distancia del centro a **c**. **c** es igual a **5** y el centro es el origen por lo tanto los focos quedan en **f (5, 0) y f' (-5,0)**.

Para calcular las asíntotas recordamos que:

$$y = \frac{b}{a}x$$

Por lo tanto:

$$y = \frac{3}{4}x \quad y' = -\frac{3}{4}x$$

**Resolvamos ahora otro ejercicio.**

En la ecuación de la hipérbola  $F(7,2)$   $V(5,2)$ ,  $C(3,2)$ . Encuentra la excentricidad y las asíntotas.

Lo primero que podemos observar es que la  $y$  no cambia, por lo tanto, es una **hipérbola horizontal**.

Recordemos que  $a$  es la distancia del vértice al centro.

$$a = 5 - 3 \\ a = 2$$

$c$  es la distancia del foco al centro, esto es:

$$c = 5 - 3 \\ c = 4$$

$b$  es igual a:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{16 - 4} \quad b = \sqrt{12}$$

Recordemos la fórmula de la hipérbola.

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Ya tenemos el centro que es  $C(3,2)$ , tenemos  $a$  y  $b$ . Lo único que necesitamos hacer es sustituir. Obtenemos:

$$\frac{(x - 3)^2}{4} - \frac{(y - 2)^2}{12} = 1$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{2} \quad e = 2$$

Las asíntotas:

$$y = \frac{b}{a}x \quad y = \frac{\sqrt{12}}{2}x \quad y' = -\frac{\sqrt{12}}{2}x$$

# TRIGONOMETRÍA

- Funciones circulares y trigonométricas.

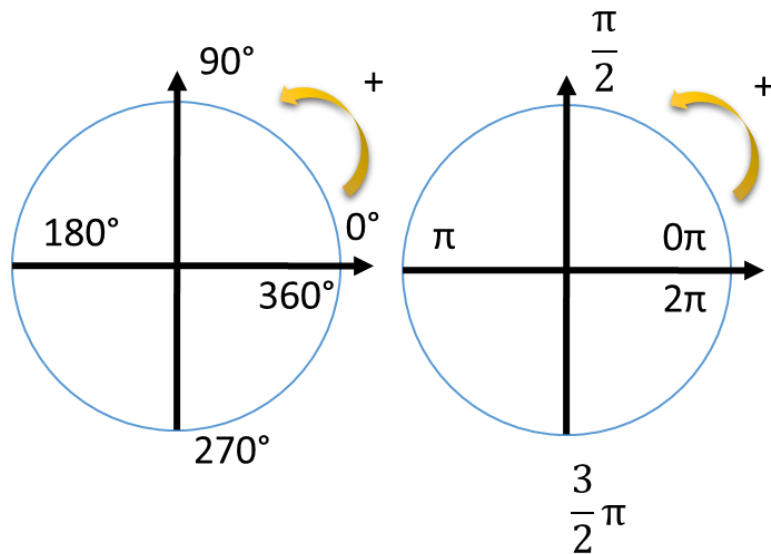


**Simulador  
PAD2022**

# TRIGONOMETRÍA

## Trigonometría plana

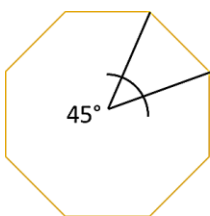
Un **ángulo** es la **abertura que tienen dos rectas que se intersectan**. A esa intersección la llamamos **vértice**. Existen dos sistemas para medirlos:



1.- **Sistema sexagesimal:** Éste se basa en una circunferencia dividida en 360 partes iguales. Cada parte se conoce como grado. Cada grado se subdivide en 60 minutos, cada minuto se subdivide en 60 segundos.

2.- **Sistema cíclico o circular:** Tiene como unidad el radián, que es la longitud del radio de un círculo. Los ángulos se escriben como una fracción de  $\pi$ . Un ángulo que cubre la totalidad del perímetro de la circunferencia mide  $2\pi$  radianes.

Como ambos sistemas tienen por objetivo medir ángulos, es posible **convertir de grados a radianes y viceversa**.



$$45^\circ \left( \frac{\pi}{180^\circ} \right) \quad \left( \frac{45^\circ \pi}{180^\circ} \right)$$
$$\left( \frac{45}{180} \right) \quad 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ radianes}$$

Para eliminar los grados e introducir los radianes, sólo se multiplica el ángulo, por  $\pi$  entre 180°. Por ejemplo:

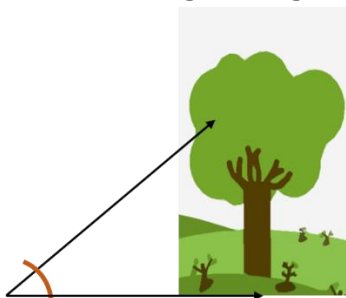
El ángulo interno de un octágono es de  $45^\circ$ , para determinar el valor del ángulo en radianes lo multiplicamos por  $\pi$  entre  $180^\circ$ .

Se eliminan los grados y se simplifica la fracción.

Ahora bien, si te piden convertir radianes a grados, lo que hay que hacer, es multiplicar por  $180^\circ$  entre  $\pi$ , provocando la eliminación de los radianes e introduciendo los grados.

### Por ejemplo:

El ángulo formado por el suelo y la sombra de un árbol es de  $\pi/6$  radianes, determina el valor del ángulo en grados.



$$x = \left(\frac{\pi}{6}\right) \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right)$$

$$x = \frac{180^\circ \pi}{6\pi} \quad 30^\circ$$

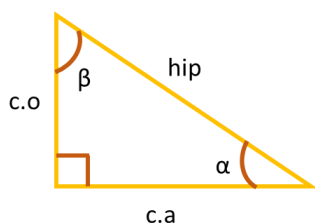
Se multiplica  $\pi/6$  por  $180^\circ$  entre  $\pi$ . Queda  $180^\circ \pi$  entre  $6\pi$ . Se eliminan los radianes y se divide  $180^\circ$  entre 6. Por lo tanto  $\pi/6$  es equivalente a  $30^\circ$ .

## Razones trigonométricas

Dentro de un triángulo rectángulo, existe un ángulo recto y dos ángulos agudos. Si tomamos como referencia a uno de sus ángulos, podremos identificar al **cateto opuesto**, que es el lado que se encuentra del otro lado del ángulo. El **cateto adyacente** será el lado del triángulo que se encuentra a un lado del ángulo. Por último, el lado más largo del triángulo, se conocerá como **hipotenusa**.

Las razones trigonométricas representan la relación ángulo que existe entre la medida de un ángulo y la medida de los lados de un triángulo rectángulo.

Estas son **seno**, **coseno**, **tangente**, **cotangente**, **secante** y **cosecante**.



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{c. o.}}{\text{hip}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{c. a.}}{\text{hip}}$$

$$\text{tan } \alpha = \frac{\text{c. o.}}{\text{c. a.}}$$

$$\text{csc } \alpha = \frac{\text{hip}}{\text{c. o.}}$$

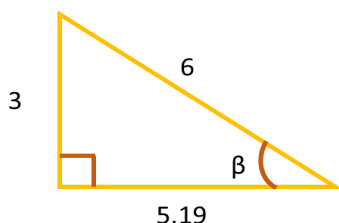
$$\text{sec } \alpha = \frac{\text{hip.}}{\text{c. a.}}$$

$$\text{cot } \alpha = \frac{\text{c. a.}}{\text{c. o.}}$$



**Ejemplo:** En el siguiente triángulo rectángulo identifiquemos la hipotenusa y los catetos correspondientes para saber el valor de las razones trigonométricas.

Para ello partimos identificando el ángulo en el cual nos apoyaremos; sabemos que el valor de la hipotenusa es 6, el del cateto adyacente es 5.19 y el del cateto opuesto es 3.



$$\begin{aligned} \text{hip} &= 6 \\ \text{c. a.} &= 5.19 \\ \text{c. o.} &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &= \frac{3}{6} \\ \text{cos } \beta &= \frac{5.19}{6} \\ \text{tan } \beta &= \frac{3}{5.19} \end{aligned}$$

Podemos decir que seno de  $\beta$  es igual a 3 entre 6. Coseno de  $\beta$  es igual a 5.19 entre 6. Y tangente de  $\beta$  es igual a 3 entre 5.19.

## Cálculo para ángulos notables

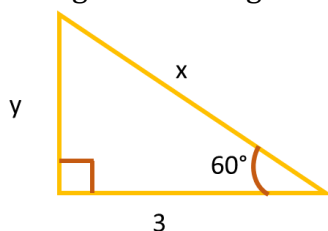
Para realizar de forma más eficiente los cálculos de las razones trigonométricas, es recomendable conocer los senos y cosenos de los ángulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , y existe una forma muy sencilla de conocerlos:

En una tabla con forma de raíz cuadrada, colocamos en las filas a seno y coseno; y en las columnas, los ángulos notables. En el renglón de seno enumeramos del cero al cuadrado y en el de coseno, de cuatro al cero. Lo primero que tenemos que hacer es ubicar la fila y la columna correspondientes, tomando el número en donde se intersectan con su raíz cuadrada; y ese resultado siempre se divide entre dos.

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
	$0\pi$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
Sen	0	1	2	3	4
Cos	4	3	2	1	0
	2				

### Veamos el ejemplo:

En el siguiente triángulo debemos obtener el valor de la hipotenusa y del cateto faltante.



$$\text{Hip} = x$$

$$\text{C. O} = y$$

$$\text{C. A} = 3$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Identificamos que el ángulo que conocemos es el de  $60^\circ$ ; a partir de esto, vemos que el cateto adyacente es 3 y los lados por encontrar son la hipotenusa y el cateto opuesto. Primero relacionamos el cateto adyacente y la hipotenusa, por lo que la razón trigonométrica que debemos utilizar es coseno.

$$\cos \alpha = \frac{\text{C. a.}}{\text{hip}}$$

Sustituimos los valores correspondientes y despejamos  $x$ :

$$x = \frac{3}{\cos 60^\circ}$$

$$x = \frac{3}{1/2}$$

$$\text{hip} = 6$$

Aplicando la tabla de los ángulos notables, calculamos que el valor de  $x$  es igual a 3 entre un medio, por lo tanto, el valor de la hipotenusa es 6.

$$\tan \alpha = \frac{\text{C. o.}}{\text{C. a.}}$$

Ahora relacionamos el cateto adyacente con el cateto opuesto, por lo tanto la razón trigonométrica que debemos utilizar es tangente.

Sustituimos los valores correspondientes y despejamos  $y$ .

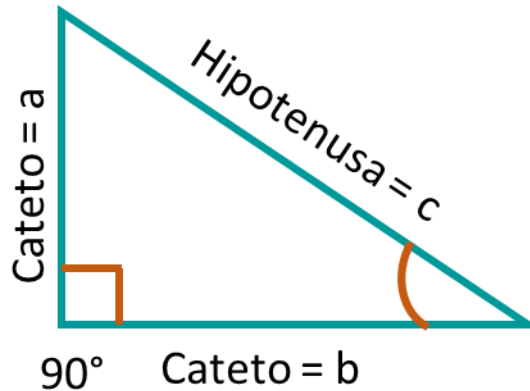
$$y = 3 \tan 60^\circ \quad y = 3(\sqrt{3})$$

Aplicando la tabla de los ángulos notables, calculamos que el valor de  $y$  es igual a 3, por la raíz cuadrada de 3. Por lo tanto, el cateto opuesto toma el valor de 3 por raíz de 3.

## Triángulos rectángulos

Podemos conocer toda la información de un triángulo rectángulo utilizando los siguientes recursos:

**1.- El Teorema de Pitágoras:** Sirve para obtener el valor de un lado cuando conocemos el valor de los otros dos. Se define por la fórmula:  $a^2 + b^2 = c^2$ .



Donde  $a$  y  $b$  son dos catetos y  $c$  es la hipotenusa.

**2.-** La suma de los ángulos internos de todo triángulo equivale a un ángulo llano. De esta forma, podemos conocer el valor de un ángulo, si se conoce el valor de los otros dos.

$$A + B + C = 180^\circ$$

En un triángulo rectángulo, sabemos que uno de los ángulos mide  $90^\circ$ , por lo que podemos simplificar esta fórmula de la siguiente manera:

$$A + B = 90^\circ$$

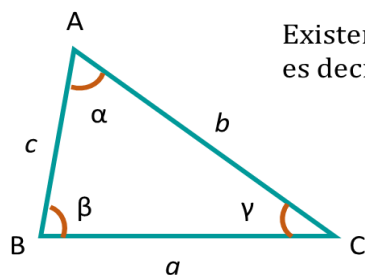
**3.- Razones trigonométricas:** Expresan la relación que existe entre un ángulo y los lados de un triángulo rectángulo. Las razones trigonométricas son:

$\text{sen } \alpha = \frac{\text{c. o.}}{\text{hip}}$	$\text{cot } \alpha = \frac{\text{c. a.}}{\text{c. o.}}$
$\text{cos } \alpha = \frac{\text{c. a.}}{\text{hip}}$	$\text{sec } \alpha = \frac{\text{hip}}{\text{c. a.}}$
$\text{tan } \alpha = \frac{\text{c. o.}}{\text{c. a.}}$	$\text{csc } \alpha = \frac{\text{hip}}{\text{c. o.}}$

Existen triángulos que no son rectángulos, es decir, que ni tienen ningún ángulo recto, a estos se les conoce como triángulos oblicuángulos.

## Ley de senos

Establece que las razones de las longitudes de los lados entre sus respectivos ángulos opuestos son proporcionales. Partiendo de esta ley podemos resolver triángulos teniendo tan sólo dos lados y dos ángulos o bien, tres lados y un ángulo.



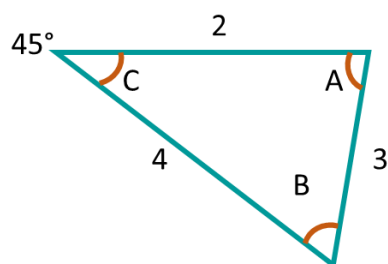
Existen también triángulos que no son rectángulos, es decir que no tienen ningún ángulo de 90°.

#### Ley de senos

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

Vamos a resolver un ejemplo utilizando la ley de senos.

Suponiendo que tenemos los valores 2, 3 y 4, y el ángulo opuesto a 3 es de 45°.



Apliquemos la ley de senos:

$$\frac{3}{\text{sen } (45)} = \frac{4}{\text{sen } (A)} = \frac{2}{\text{sen } (B)}$$

Recordemos que tomamos el lado con su ángulo opuesto, entonces **despejamos seno de A**. Para despejar pasamos seno de 45 multiplicando y 3 dividiendo. Nos queda:

$$\frac{3}{\text{sen } (45)} = \frac{4}{\text{sen } (A)} = \frac{2}{\text{sen } (B)}$$

$$\rightarrow \text{sen } (A) = \frac{4 \text{ sen}(45)}{3}$$

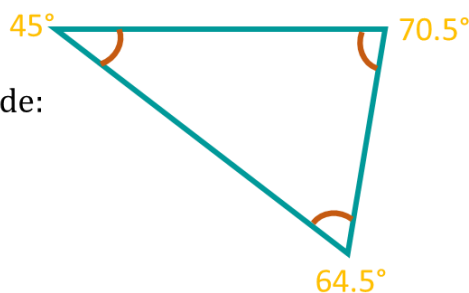
$$\text{sen } A = 0.94 \quad A = \arcsen (0.94) \quad A = 70.5^\circ$$

Ahora tenemos dos de los tres ángulos podemos aplicar directamente la teoría que establece la suma interna de un triángulo siempre será de 180°. Por lo tanto, si ya conocemos los ángulos podemos inferir que: **B = 180° - 45° - 70.5°**.

Esto nos da una respuesta de:

$$B = 64.5^\circ$$

Que es el tercer ángulo.



## Ley de cosenos

Es utilizada para resolver triángulos que no tienen ningún ángulo de 90°.

Para calcular la ley de cosenos necesitamos dos lados y un ángulo, o los tres lados.

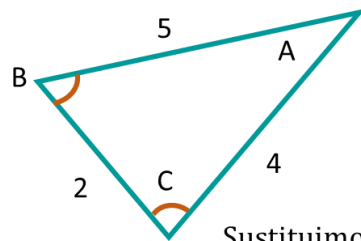
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cos C$$

Ahora, resolvamos un ejercicio. Calcula el ángulo **C** del siguiente triángulo.

Nos dan los tres lados. El lado **2**, el lado **4** y el lado **5**.



Al despejar utilizamos la ley de cosenos, obtenemos que:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Sustituimos los valores que ya tenemos:

$$\cos C = \frac{2^2 + 4^2 - 5^2}{2(2)(4)}$$

Esto es igual a:

$$\cos C = \left(\frac{5}{16}\right) \quad C = \arccos\left(-\frac{5}{16}\right) \quad C = 108.21^\circ$$

Despejamos la C, pasando el coseno al otro lado. Recuerda que la función inversa del coseno es “el arco cuyo coseno”, y se expresa como arccos.

Teniendo este ángulo podemos calcular los otros dos utilizando la **ley de senos**.

# ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Probabilidad condicional e independencia.



**Simulador  
PAD2022**

### Estadística

La Estadística es la ciencia que trata de la **recolección, análisis e interpretación, presentación y organización de datos**. Es utilizada para poder hacer comparaciones y encontrar correlaciones significativas entre grupos de datos. Un estudio estadístico consta de las siguientes fases:

- Toma o levantamiento de datos.
- Organización y representación de datos.
- Análisis de datos.
- Obtención de conclusiones.

Veamos algunos conceptos centrales de la estadística:

**Población:** Una población es el conjunto de todos los elementos a los que se somete a un estudio estadístico, es decir son el sujeto de los experimentos.

**Muestra:** Una muestra es un conjunto representativo de la población de referencia, el número de individuos de una muestra es menor que el de la población.

**Variable:** Una variable es cualquier característica, número o cantidad que se puede medir o contar dentro de una muestra. Existen dos tipos de variables, las variables cualitativas o categóricas y las variables cuantitativas numéricas.

1.- **Variables cualitativas:** Estas variables no tienen un orden específico y evalúan cualidades, por lo tanto no se les puede asignar un número. Por ejemplo: el color de un automóvil.

2.- **Variables cuantitativas:** A éstas se les puede asignar un valor numérico y son medibles, por ejemplo: el número de abejas en un pañal.

### Probabilidad

La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1, que indica las posibilidades que tiene de suceder cuando se realiza un experimento aleatorio. Esto con el fin de cuantificar los resultados y saber si un suceso es más probable que otro.

## Teoría de probabilidades

La teoría de probabilidades se ocupa de **asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento aleatorio**, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro.

Comencemos con un ejemplo básico.

Al lanzar un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 6? Utilizamos la siguiente fórmula  $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$  en donde  $n(A)$  es el número de casos favorables y  $n(U)$  es el número total de casos. Sólo hay un 6 en un dado por lo que  $n(A)$  es 1 hay que es 6 números totales por lo que la probabilidad es 1 en 6. A esto se le conoce como evento simple.

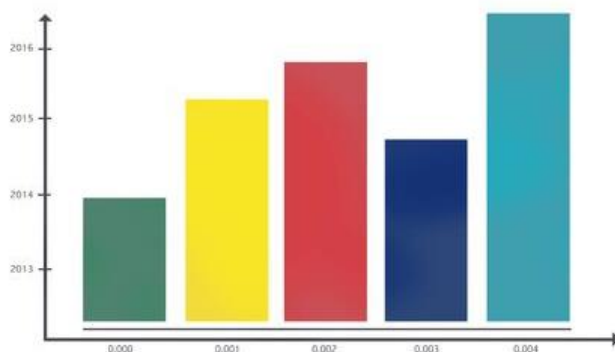
**La probabilidad estudia las combinaciones entre objetos y números sin olvidar sus relaciones.** Para encontrar combinaciones se utilizan factores representados por un número con un signo de exclamación. Este es el resultado de multiplicar un número por todos los números naturales que le preceden por ejemplo el factorial de 3 es  $3 \times 2 \times 1 = 6$ . A partir de esto utilizamos la fórmula:

$${}^nC_r = \frac{{}^n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

## Frecuencia e información gráfica

Los gráficos y las tablas representan e interpreta la información procedente de diferentes fuentes, de forma clara, precisa y ordenada. Según las características y la cantidad de datos, conviene utilizar uno u otro gráfico. A continuación veremos los diferentes gráficos y cuando se emplean.

Los más conocidos son:



**Gráfico de barras:** Son aquellos que emplean barras rectangulares que se colocan paralelamente. La altura de cada barra indica la frecuencia de este dato. Con la información representada en los gráficos puedes interpretar rápidamente y de manera visual la información, facilitando su posterior análisis.



**Gráficos de líneas o lineal:** Es un conjunto de puntos conectados por una línea, que muestran tendencias de una variable a lo largo de un período.

**Gráfico circular o por sectores:** Es un diagrama en círculo que representa visualmente información en tajadas imaginarias.

**Pictogramas:** Son los más llamativos, ya que representan por medio de dibujos, se reemplazan las barras por representaciones gráficas. Éstas son comunes en revistas y periódicos.

**Histograma:** Es un gráfico formado por barras contiguas, donde cada una representa un intervalo de valores, sirve para expresar información sobre datos que están agrupados.

**Tablas:** Son las que organizan los datos para mostrar qué tan seguido ocurre algo, permite organizar la información numérica recogida, por ejemplo, a través de una encuesta.

## Frecuencia

Tanto en las tablas como los gráficos **el número de veces que se repite un dato se denomina frecuencia**. Las tablas de frecuencia son de suma importancia ya que a partir de éstas se pueden crear gráficos e interpretar las medidas de descripción. En la tabla se organizan todos los datos junto a las frecuencias que les corresponde. Ejemplo:

Los niños de un curso elaboraron una encuesta para saber cuál era su animal preferido, los resultados que obtuvieron fueron los siguientes:

- 12 alumnos dijeron: oso.
- 16 alumnos dijeron: perro.
- 10 alumnos dijeron: zorros.
- 6 alumnos dijeron: vacas.

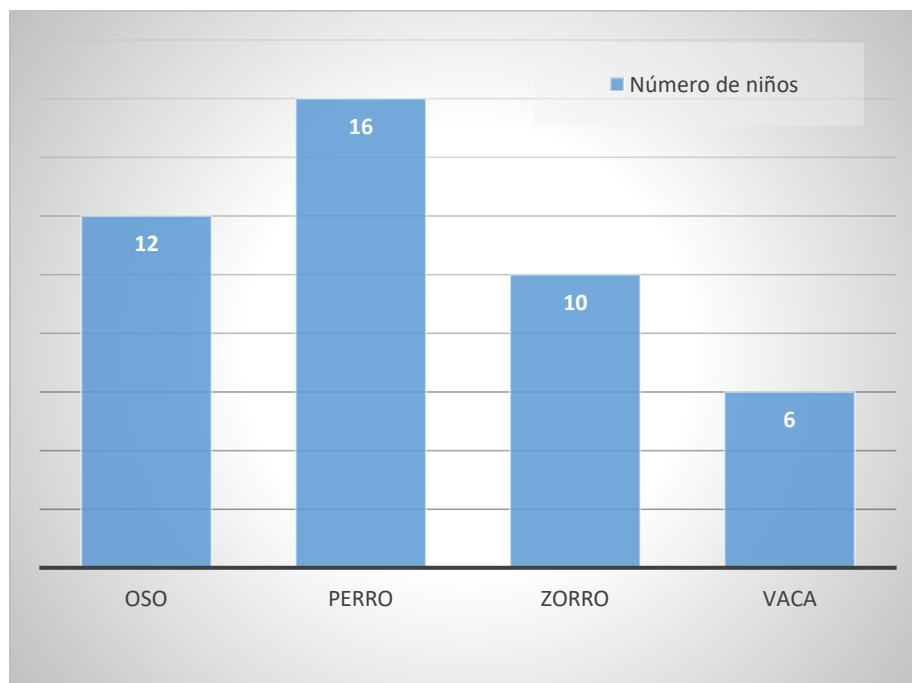
**Paso 1.** Esta encuesta la graficamos en una tabla de frecuencia, para ello realizaremos una tabla con cuatro casillas, con los cuatro animales favoritos de los alumnos.

**Paso 2.** Ahora debemos agregar un título a la columna con el listado de animales al que llamaremos “Animales” y la columna de la derecha donde aparecen los datos con la cantidad de alumnos a quién le hicimos la encuesta, la llamaremos “Número de niños”, además colocaremos los resultados:

- Con estos datos podemos observar de manera clara que el animal que más prefieren los alumnos es el oso.
- Con los datos de la tabla podemos realizar un gráfico.

Animales	Número de niños
Oso	12
Perro	16
Zorros	10
Vaca	6

Para realizar el gráfico, lo primero que debemos hacer es dibujar los ejes de coordenadas, uno vertical y el otro horizontal, cómo se ve a continuación: en el eje vertical, vamos a representar el número de alumnos y en el eje horizontal, vamos a representar los animales. Ahora sólo tenemos que marcar que en el gráfico los datos que hemos recogido en la tabla.



## MEDIDAS DESCRIPTIVAS

Es muy común que exista un conjunto de diferentes resultados para una observación dada, ya sea por las características de la muestra o población estudiada, o por diferencias en los métodos de medición.

Para tener **información más precisa y objetiva de las observaciones** que se estudian, se utilizan las medidas descriptivas, éstas son:

**Medidas de tendencia central:** Permiten el estudio de las observaciones localizadas en la parte más concurrida del conjunto de observaciones.

**Medidas de variabilidad:** Estudian el rango en el que se presentan las observaciones, buscando determinar la validez de cada resultado, así como determinar los valores que se entienden como aceptables.

**Medidas de posición relativa:** Estudian a las observaciones de acuerdo con su posición dentro del conjunto de observaciones.

### Medidas de tendencia central

En ocasiones, nos interesa **centrar** nuestra atención en medidas que nos den un resumen de los datos obtenidos. Nos preguntamos ¿Qué características de tal conjunto de números son de más interés y merecen más atención? Una de las características que más nos interesa es donde se encuentra su centro.

#### Medida aritmética

La media aritmética o promedio de un conjunto de **n** mediciones es igual a la suma de las mediciones dividida entre **n**. También es conocida como media muestral.

La media muestral **x** de un conjunto de números **x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>** está dada por la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

El valor de la media es más preciso que la exactitud asociada con cualquier observación individual, por esto, habitualmente reportamos el valor de la media usando un dígito de mayor exactitud decimal a la empleada en las individuales.

Cuando estudiamos a una muestra o población, una de las comparaciones más comunes es visualizar si una observación se encuentra por encima o por debajo de la media.

**Ejemplo:** La cantidad de reflectancia de luz de las hojas se ha utilizado para varios fines, incluyendo la evaluación del color de la tierra, la estimación de la condición del Nitrógeno y medidas de biomasa. El artículo científico Leaf reflectance- Nitrogen-Chlorofyll relations in buffelgrass dio las siguientes observaciones, obtenidas mediante espectrofotometría en reflectancia de hojas bajo condiciones experimentales específicas:

15.2	16.8	12.6	13.2	12.8	13.8	16.3	13.0
12.7	15.8	19.2	12.7	15.6	13.5	12.9	

Hallar la media muestral para las observaciones obtenidas.

**Solución:** La muestra está formada por  $n = 15$  elementos. Para obtener la media muestral, deberán sumarse las 15 observaciones y dividirlas entre 15, de manera que:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

## Mediana

La mediana de un conjunto de  $n$  mediciones es el valor de  $x$  que cae en la posición media cuando las mediciones son ordenadas de menor a mayor.

La mediana muestral se obtiene al ordenar primeramente las  $n$  observaciones de menor a mayor, incluyendo valores repetidos, de manera que cada observación muestral aparezca en la lista ordenada. Entonces:

$$\tilde{x} = \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{ésimo término, si } n \text{ es impar.}$$

$$\tilde{x} = \frac{\left( \frac{n}{2} \right) \text{ésimo término} + \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{ésimo término}}{2}, \text{ si } n \text{ es par.}$$

**Ejemplo:** El riesgo de desarrollar deficiencia de hierro es especialmente alto durante el embarazo. El problema para detectar esta diferencia es que algunos métodos para determinar el contenido de hierro pueden ser afectados por el mismo estado de embarazo. Considera los siguientes datos sobre la concentración de globulina receptora, para una muestra de mujeres con pruebas de laboratorio de evidente anemia por deficiencia de hierro (Serum Transferrin Receptor for the Detection of Iron Deficiency in Pregnancy, Amer J. of Clinical Nutrition 191, pp. 1077-1081):

15.2	9.3	7.6	11.9	10.4	9.7
20.4	9.4	11.5	16.2	9.4	8.3

**Solución:** La lista de valores ordenados es:

Como  $n = 12$  es par, promediamos el sexto y séptimo valores ordenados para obtener la media muestral:

$$\tilde{x} = \frac{9.7 + 10.4}{2}$$

$$\tilde{x} = 10.05$$

Observamos que si la observación mayor,  $20.4$ , no hubiera aparecido en la muestra, la resultante de la mediana muestral para las  $n = 11$  observaciones hubiera sido el único valor medio  $9.7$ . La media muestral es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{139.3}{12} = 11.61$$

Que es un poco mayor que la mediana  $x$ , debido a los valores inusuales  $15.2$ ,  $16.2$  y  $20.4$ .

La mediana, a diferencia de la media, es una medida insensible a las observaciones. Sucede a menudo que un conjunto de observaciones hay medidas que son muy grandes o pequeñas.

Estas medidas afectan a la media, pues una medida muy alta puede recorrer la media a la derecha, o muy pequeña, mover la media a la izquierda. Esto no sucede con la mediana, al ser una medida insensible, se mantendrá en su lugar sin importar las medidas poco comunes.

En una situación ideal, la media y la mediana deben estar en el mismo lugar, cuándo existe un sesgo, es decir, la existencia de medidas poco comunes, la media se recorre hacia un lado.

## Moda

La moda es la categoría que se representa con más frecuencia o el valor de  $x$  que se representa con más frecuencia. Cuando las mediciones en una variable continua se han agrupado como histograma de frecuencia, o de frecuencia relativa, la clase con el pico más alto o frecuencia se llama clase modal, y el punto medio de esta clase se toma como la moda.

La medida modal nos **indica el valor que más veces se repite dentro de los datos**; es decir, en la serie ordenada la moda es 2. Es posible que en algunas ocasiones se representen dos o más valores con mayor frecuencia, en estos casos, se dice que el conjunto es **multimodal**.

## MEDIDAS DE POSICIÓN

### Medidas de posición relativa

Las medidas de posición dividen un conjunto de datos en subgrupos con el mismo número de observaciones, con el objetivo de estudiar las características de dicho grupo.

### Percentiles

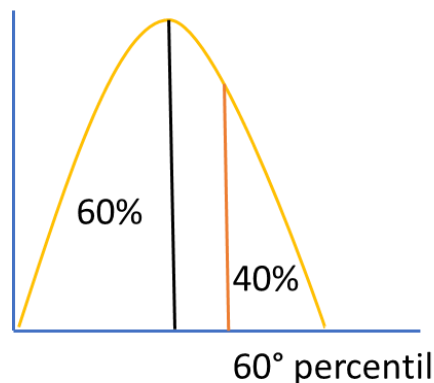
Los percentiles permiten agrupar los datos en centésimas, de tal manera que cada percentil representa el valor que se encuentra en el grupo del tanto por ciento.

Un conjunto de  $n$  mediciones de la variable  $x$  se ha reacomodado en orden de magnitud. El  $p$ -ésimo **percentil** es el valor de  $x$  que es mayor a  $p\%$  de las mediciones y es menor que el restante  $(100-p)\%$ .

**Ejemplo:** Has sido notificado que tu calificación es de **610** en el examen verbal de graduación, dicha evaluación te ha colocado en el **60°** percentil en la distribución de calificaciones. ¿Dónde está tu calificación de **610** en relación a las calificaciones de los otros que tomaron el examen?

**Solución:** Calificar en el **60°** percentil significa que **60%** de todas las calificaciones de examen fueron más bajas que tu calificación y **40%** fueron más altas.

Al localizar el **60°** percentil, entendemos que la calificación obtenida en el ejemplo fue mayor que el **60%** de la población estudiada, y el **40%** restante obtuvo una calificación más alta.



Para todo conjunto de mediciones, se puede obtener desde el percentil 1 hasta el 100, éste último representa la totalidad de la población.

## Cuartiles

Los percentiles  $25^\circ$ ,  $50^\circ$  y  $75^\circ$  dividen a la población estudiada en las respectivas cuartas partes. El percentil  $25^\circ$  se conoce como primer cuartil, y se representa como, el percentil  $75^\circ$  se conoce como tercer cuartil y se representa como. El percentil  $50^\circ$ , que divide a la población en dos mitades, es la mediana.

Un conjunto de  $n$  mediciones en la variable  $x$  se ha acomodado en orden de magnitud. El cuartil inferior  $Q_1$  es el valor de  $x$  que es mayor a un cuarto de las mediciones y es menor que los restantes tres cuartos. El cuartil inferior  $Q_3$ , es el valor de  $x$  que es mayor a tres cuartos de las mediciones y menor que el cuarto restante.

Cuando las mediciones están dispuestas en orden de magnitud:

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n + 1)$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(n + 1)$$

Cuando  $Q_1$  y  $Q_3$  no son enteros, los cuartiles se encuentran por interpolación, usando los valores de las dos posiciones adyacentes.

**Ejemplo:** Encuentra los cuartiles inferior y superior para el siguiente conjunto de mediciones:

16, 25, 4, 18, 11, 13, 20, 8, 11, 9

**Solución:** Ordenando la  $n=10$  mediciones de menor a mayor:

4, 8, 9, 11, 11, 13, 16, 18, 20, 25

Posición de  $Q_1 = \frac{1}{4}(n + 1) = \frac{1}{4}(10 + 1) = \frac{1}{4}(11) = 2.75$ .

Posición de  $Q_3 = \frac{3}{4}(n + 1) = \frac{3}{4}(10 + 1) = \frac{3}{4}(11) = 8.25$ .

Como estas posiciones son enteras, el cuartil inferior se toma como el valor  $\frac{3}{4}$  de la distancia entre la segunda y tercera mediciones ordenadas, y el cuartil superior se toma como el valor  $\frac{1}{4}$  de la distancia entre la octava y novena mediciones ordenadas, por tanto:

$$Q_1 = 8 + .75(9-8) = 8 + .75(1) = 8.75$$

$$Q_3 = 18 + .25(20-18) = 18 + .25(2) = 18.5$$

## Rango intercuartil

Como la mediana y los cuartiles dividen a la distribución de datos en cuatro partes, cada una de ellas contiene el 25% de las mediciones,  $Q_1$  y  $Q_3$  son las fronteras que concentran al 50% de las mediciones centrales, y dentro de éstas se encuentran la mediana y la moda. **Podemos medir el largo de este 50% de mediciones con la llamada rango intercuartil.**

El **rango intercuartil (IQR)** para un conjunto de mediciones es la diferencia entre los cuartiles superior e inferior; esto es:

$$\text{IQR: } Q_3 - Q_1$$

Para el ejemplo anterior, en que  $Q_1 = 8.75$  y  $Q_3 = 18.5$ , tendremos que:

$$\text{QR} = 18.5 - 8.75 = 9.75.$$



## ESPAÑOL

### LA COMA

1. Dígame, entonces, a qué se refiere, por favor.
2. No tienes idea, canta como los ángeles.
3. ¡Abrid, abrid, el día me persigue!
4. Acudió toda la familia: padres, hijos, abuelos y cuñados.
5. Quien nos invitó fue Manolo, no su amigo.
6. Mira, papá, la calificación que obtuve.
7. Héctor, dame tu respuesta.
8. ¡Ah, qué a gusto estoy!
9. No, no quiero ese platillo.
10. Sabes que hiciste mal, pero no quieres aceptarlo.
11. Efectivamente, tienes razón.
12. No todas las personas aman a los animales, por ejemplo, mi prima odia a los gatos.
13. Prometiste acompañarme, no puedes decir que no.
14. Si no comes bien, no podrás salir a jugar.
15. Como no quiso madrugar, se perdió del paseo.
16. Me interesa mucho el evento, mas no podré ir.
17. Hazlo, si quieres, pero no te vayas a quejar después por las consecuencias.
18. Cualquiera que sea su objetivo, todo escrito debe tener una estructura clara.
19. Tal como lo aseguran algunos estudios, los zombis existen.
20. Pues así son las cosas, precisamente porque los tiempos han cambiado.

### SUSTANTIVOS

Indignación **común, femenino, singular**  
Austeridad **común, femenino, singular**  
Gente **común, femenino, singular**  
Seis **común, masculino, plural/singular**  
Disciplinas **común, femenino, plural**  
Matemáticas **propio, femenino, plural**  
Enriquez **propio, masculino, singular**

Caminante **común, masculino, singular**  
Lima **propio, masculino, singular**  
República **propio, femenino, singular**  
León **común, masculino, singular**  
Fantasmas **común, masculino, plural**  
Aroma **común, masculino, singular**  
Caricia **propio, masculino, singular**

### PRONOMBRES

1. Mi padre sembró esos árboles de naranja, yo sembré aquellos.
2. Estoy tratando de decidir entre este y aquel.
3. Quienes deben hacerlo somos nosotros, no tú.  
A No me fijé bien al cruzar la calle y por poco nos atropellan
5. Hoy te peinaste muy bonito, a ver qué día me enseñas a peinar me así.
6. Aquí el más interesado soy yo.
7. Como te lo dije, todos los regalos de esa mesa son míos.
8. Todo terminó entre nosotros, pues tú y yo no podemos permanecer juntos.
9. Este libro es mío, el tuyo es aquel.
10. Ella es mi profesora de español y él, de Matemáticas.
11. Ellos son los interesados en la vacante.

## LECTURA DE COMPRENSIÓN

1. B      2. D      3. B      4. C      5. C      6. B      7. A

### ORACIÓN FUERA DE CONTEXTO

1. (5)
2. (3)
3. (4)
4. (3)

### UNIÓN DE ORACIONES

1. C
2. C
3. A

### SELECCIÓN DE PALABRAS ENLACE

1. C
2. A
3. D
4. A

## REDACCIÓN

### GENERALIZACIÓN – EJERCICIO 1

#### Segmento I

Idea principal ( 5 )  
Referencia indirecta ( 1 )

#### Segmento II

Idea principal ( 1 )  
Referencia indirecta ( 4 )

#### Segmento III

Idea principal ( 2 )  
Referencia indirecta ( 4 )

### ADICIÓN Y ELISIÓN – EJERCICIO 2

#### Segmento I

Estilística ( 7 )  
Omitir ( 3 )

#### Segmento II

Estilística ( 2 )  
Omitir ( 8 )

#### Segmento III

Estilística ( 7 )  
Omitir ( 5 )

### REDACCIÓN – EJERCICIO 3

#### Segmento I

1. C
2. D
3. C
4. A

#### Segmento II

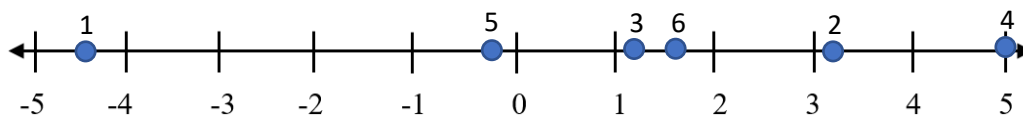
1. D
2. B
3. D

#### Segmento III

1. A
2. D
3. C
4. D

## MATEMÁTICAS

### RECTA NUMÉRICA



### LEY DE SIGNOS

1.  $-4 - (-9) = 5$

2.  $(-6) - 5 = -11$

3.  $-3 (-6) = 18$

4.  $(-7) (-4) = 28$

5.  $-8 - (-6) = -14$

6.  $-7 - (-7) = 0$

7.  $-(12) (-13) = 36$

8.  $5 - (-8) = 13$

9.  $-(-2) + (-9) = -7$

10.  $-(-5) - (6) = -11$

11.  $(5) + (-5) = 0$

12.  $(4) - 3 (-2) = 10$

### MÚLTIPLOS Y DIVISORES

1. 11, 22, 33, 44, 55

2. 14, 28, 42, 56, 70

3. 25, 50, 75, 100, 125

4. 66, 132, 198, 264, 330

5. 90, 180, 270, 360, 450

6. 1, 2, 3, 6, 9, 18

7. 1, 2, 4, 5, 10, 20

8. 1, 5, 25

9. 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

10. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

### JERARQUÍA DE OPERACIONES

1. 27

2. -20

3. 7

4. -4

5. -22

### LEYES DE LOS EXPONENTES

1.  $x^{15}$

2. 5

3.  $a/2$

4. 176

5. 1

6.  $1/6$

### SUSTITUCIÓN ALGEBRAICA

1. -10

2. 22

3. -8

4. -25

5. 70

6. -9

7. 30

8. 256

9. 54

### DESPEJES

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. -8  | 6. -2  |
| 2. 10  | 7. -3  |
| 3. -12 | 8. -1  |
| 4. -1  | 9. 1   |
| 5. -5  | 10. 20 |

### INECUACIONES

- |             |              |
|-------------|--------------|
| 1. $x < 4$  | 6. $x < 2$   |
| 2. $x > 12$ | 7. $x = 3$   |
| 3. $x < 2$  | 8. $x = -1$  |
| 4. $x < 6$  | 9. $x = 7$   |
| 5. $x > 7$  | 10. $x = 11$ |

### INTERPRETACIÓN DE LA GRÁFICA

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $f(2) = 5, f(-3) = 0$   | 6. $f(7) = 3, f(-2) = 12$  |
| 2. $f(4) = 49, f(-2) = 25$ | 7. $f(0) = 2, f(6) = 56$   |
| 3. $f(0) = -5, f(-1) = -4$ | 8. $f(6) = 6, f(-4) = -6$  |
| 4. $f(5) = 4, f(-10) = -5$ | 9. $f(2) = 9, f(-5) = -19$ |
| 5. $f(7) = -18, f(-4) = 4$ | 10. $f(4) = 4, f(-1) = 1$  |

### GEOMETRÍA

1. D
2. C
3. A
4. A

### ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. D
2. D
3. A
4. C

---

**Felicidades aspirante, has concluido la guía de estudio.  
¡Ya estás un paso más cerca de tu objetivo!**

**El último paso para completar tu preparación es poner a prueba tus conocimientos contestando los exámenes de nuestra plataforma [Simulador PAD 2022](#).**

**Y por haber finalizado tu guía cuentas con un cupón del 50% de descuento para aplicarlo en la plataforma.**

**CUPÓN: [BUAP50](#)**

**¡Mucho éxito en tu examen, aspirante!**

---



**Simulador  
PAD 2022**