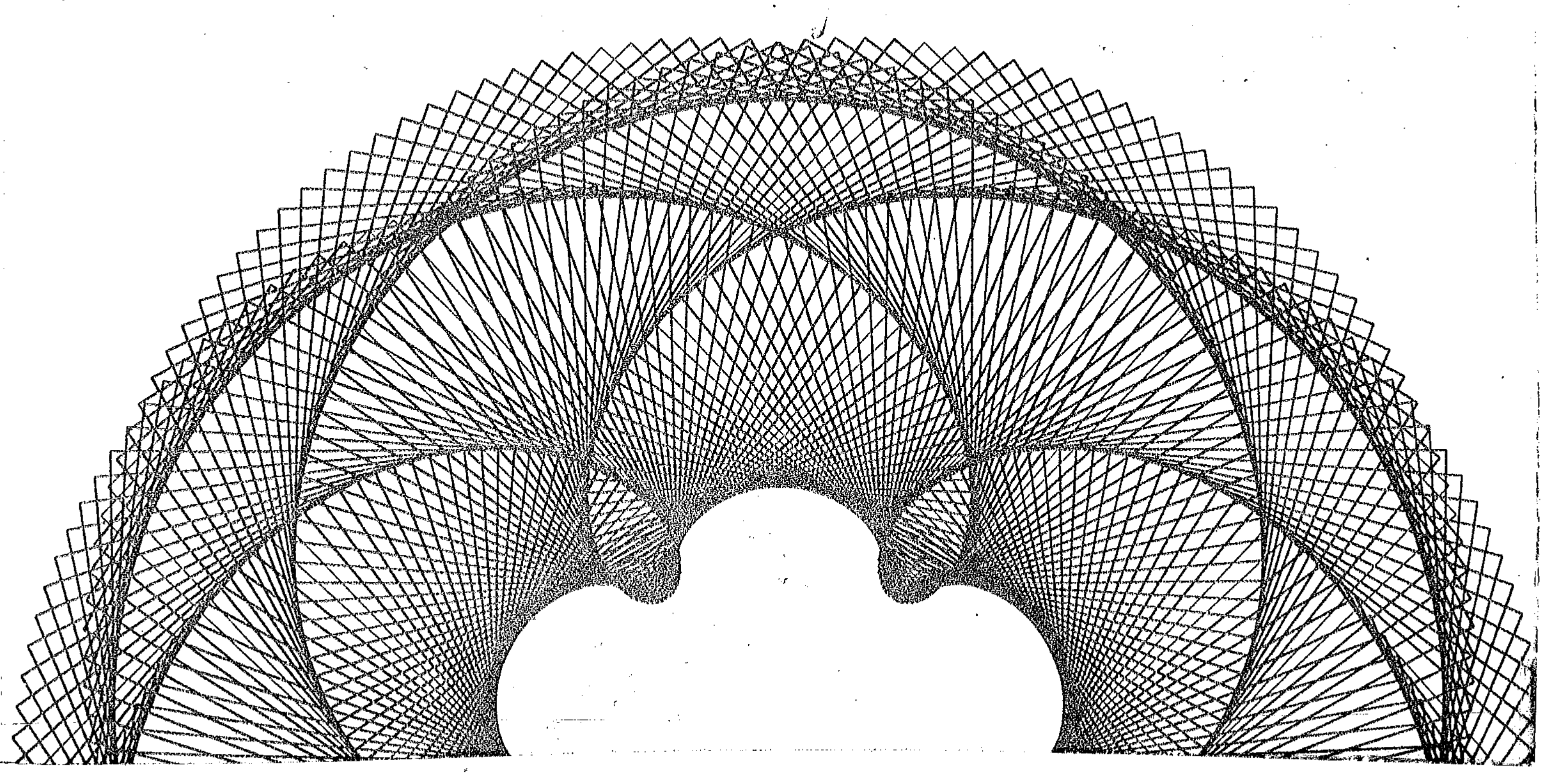
BUAP®

2017

Guía del estudiante Económico-Administrativas



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Vicerrectoría de Docencia

Curso de Preparación para la Prueba por Área de Conocimiento 2017

GUÍA DEL ESTUDIANTE

ÁREA DE ECONÓMICO-ADMINISTRATIVAS

Lya Sánchez Méndez
Responsable Académico

Nancy Santamaría Juárez
Carlos Zamora Lima
Héctor David Ramírez Hernández
Asesores Especialistas

ÍNDICE

BIENVENIDA

El Curso de Preparación BUAP para la Prueba por Área de Conocimiento tiene como propósito reforzar tus conocimientos según el área en la que se ubica la carrera que has elegido. Los ejercicios que encontrarás están apegados a un temario, el cual permite que tu preparación se consolide en los contenidos apropiados según cada área.

Es necesario que detectes los temas que necesitas fortalecer para que tu resolución en los ejercicios sea eficaz. A lo largo de estas sesiones debes familiarizarte con todos los elementos que se encuentran en ellas, ya que te apoyarán para que tus rutas de estudio tengan el efecto esperado por ti. La comunicación con tu facilitador es de suma importancia ya que te permitirá aclarar tus dudas.

INDICACIONES GENERALES PARA EL CURSO DE PREPARACIÓN PARA LA PRUEBA POR ÁREA DE CONOCIMIENTO 2017

Los dos factores esenciales para el óptimo desarrollo de este curso son: la labor que realiza tu facilitador y la colaboración de los alumnos. Enseguida te damos algunas recomendaciones:

- Llegar al menos 5 minutos antes de que comience la sesión
- Llevar la guía en todas las sesiones
- Tomar apuntes y hacer anotaciones en la guía
- Recuperar los conocimientos que previamente has adquirido a lo largo de tu vida académica

PRESENTACIÓN DEL ÁREA

El objetivo de esta guía es proporcionar un repaso teórico con ejercicios que contribuyan en la preparación de los alumnos para presentar la Prueba del Área de Ciencias Económico-Administrativas.

Los temas que se evalúan están relacionados con áreas de conocimiento de:

- Álgebra básica
- Álgebra intermedia
- Matemáticas financieras

Los ejercicios tienen por finalidad que los aspirantes a ingresar a la BUAP se familiaricen con los dos tipos de reactivos presentes en la Prueba de Conocimientos: *ejercicios de selección múltiple y ejercicios de suplir la respuesta.* Además te permiten recuperar los conocimientos necesarios para presentar la Prueba.

PROGRAMA GENERAL

En esta etapa de preparación para la Prueba por Área de Conocimiento (PAC) cada sesión es diferente, por lo que te recomendamos que asistas y participes activamente en cada una de ellas. El programa de las sesiones y actividades que realizarás en este curso son:

SESIÓN 1	SESIÓN 2	SESIÓN 3	SESIÓN 4	SESIÓN 5	SESIÓN 6
Aplicación de la Práctica de Ejercitación Inicial Tema: Problemas de Álgebra (Parte I)	Tema: Problemas de Álgebra (Parte II)	Tema: Problemas Álgebra (Parte III)	Tema: Problemas de Funciones (Parte I)	Temas: Problemas de Funciones (Parte II) y Problemas de Sistemas de Ecuaciones (Parte I)	Temas: Problemas de Sistemas de Ecuaciones (Parte II) y Problemas de Matemáticas Financieras Aplicación de la práctica de ejercitación final
22 de abril	29 de abril	6 de mayo	13 de mayo	20 de mayo	27 de mayo

SESIÓN 1

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Aplicación de la prueba de ejercitación inicial
Bienvenida
Indicaciones generales
Presentación del área
Programa general
Descripción de la forma de trabajo
Tipos de problemas
Teoría y ejemplos: Exponentes y radicales
Ejercicios
Socialización
Cuadro récord
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

La primera sesión está organizada en dos partes. La primera está dedicada a la aplicación de la Práctica de Ejercitación Inicial, cuya finalidad es detectar el nivel de conocimiento que tienes sobre los temas que integran la Prueba por Área de Conocimiento (PAC) a la que te enfrentarás para poder ingresar a la Universidad.

En la segunda parte de la sesión se abordan los primeros temas relacionados con Álgebra. Es importante mencionar que durante el desarrollo de este curso ejercitarás todo el contenido que integra la Prueba del Área de Ciencias Económico-Administrativas.

TIPOS DE PROBLEMAS DEL ÁREA DE ECONÓMICO-ADMINISTRATIVAS

En la Prueba del Área de Ciencias Económico-Administrativas contestarás ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR). En este curso trabajarás con varios ejemplos y ejercicios de ambos tipos de problemas.

TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

Los temas de Álgebra se revisarán en las sesiones 1, 2 y 3. Verás un recordatorio de cada tema, así como un ejemplo similar a un problema de la PAC; posteriormente realizarás unos ejercicios.

CONTENIDO: Álgebra
1. Exponentes y radicales a. Exponentes enteros b. Leyes de exponentes c. Exponentes racionales d. Radicales • Simplificación • Operaciones • Racionalización

TEORÍA Y EJEMPLOS

Exponentes y radicales

Exponentes enteros

El exponente de una variable representa el número de veces que debe ser multiplicada por sí misma, por ejemplo $a^4 = (a)(a)(a)(a)$.

Leyes de exponentes

Las leyes de los exponentes son muy utilizadas en Álgebra porque sirven para simplificar expresiones algebraicas. La siguiente es una tabla en donde se resumen estas leyes con distintas variables, se proporcionan ejemplos. Considerando los exponentes m y n números enteros y las variables y, s, x, u y t con valores reales, se tiene:

Leyes de los exponentes	Ejemplos
$y^m \cdot y^n = y^{m+n}$	$y^6 \cdot y^8 = y^{6+8} = y^{14}$
$\frac{s^m}{s^n} = s^{m-n}$	$\frac{s^7}{s^3} = s^{7-3} = s^4$
$\frac{1}{x^m} = x^{-m}$	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$
$x^0 = 1 \qquad (x \neq 0)$	Si $x = 28$ entonces 28^0=1
$(u^m)^n = u^{m \cdot n}$	$(u^3)^5 = u^{3 \cdot 5} = u^{15}$
$(x \cdot y)^m = x^m \cdot y^m$	$(x \cdot y)^4 = x^4 \cdot y^4$
$\left(\frac{s}{t}\right)^m = \frac{s^m}{t^m}$	$\left(\frac{s}{t}\right)^6 = \frac{s^6}{t^6}$

Exponentes racionales

Los exponentes racionales son aquellas expresiones que se representan de la forma $a^{\frac{m}{n}}$, donde m y n son enteros, con $n \neq 0$, por ejemplo $x^{\frac{1}{2}}$ (que se lee: "equis a la un medio").

Radicales

La expresión $x^{\frac{1}{2}}$ se puede expresar también como un radical $\sqrt{x}$ (que se lee: "raíz cuadrada de equis"). Esto puede extenderse a raíces terceras, cuartas, quintas, etc., como lo muestra la siguiente tabla.

Forma Racional	Forma Radical
$x^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{x}$
$x^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{x}$
$x^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{x}$
…	…
$x^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[n]{x}$

En general, las variables pueden tener como exponente cualquier fracción $\frac{m}{n}$, por ejemplo:

Forma Racional	Forma Radical
$x^{\frac{2}{3}}$	$\sqrt[3]{x^2}$
$x^{\frac{3}{4}}$	$\sqrt[4]{x^3}$
$x^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[n]{x^m}$

En la tabla de las leyes de exponentes que se mostró anteriormente puedes ver que éstas también se aplican cuando los exponentes tienen forma racional, es decir, de fracción.

potencia

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

radicales

$\sqrt{a}$ $a^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[3]{y^6} = y^{\frac{6}{3}}$

$y^m \cdot y^n = y^{m+n}$

$y^m = z^n = y^m z^n$

Siguiendo las leyes de los exponentes tenemos lo siguiente:

Un ejemplo de **simplificación** de radicales es $\sqrt{256}=\sqrt{2^8}=2^{\frac{8}{2}}=2^4=16$

Un ejemplo de **operaciones** con radicales es $\sqrt{6^2}\cdot\sqrt{x^4}=\sqrt{6^2\cdot x^4}=\sqrt{36x^4}$

La **racionalización** de radicales consiste en quitar los radicales del denominador, lo que facilita el cálculo de operaciones, esto se logra multiplicando el numerador y el denominador por la raíz que se quiere eliminar, por ejemplo $\frac{2}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3\cdot 2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

EJERCICIOS

1. El resultado de $\frac{4^1\cdot 4^5}{4^2}$ es

$\frac{4^6}{4^2}=4^4$

(A) 4^5

(B) 4^4

(C) 4^3

(D) 4^2

(E) 4

$$\frac{4^{10}a^{2n+2}}{2^{16}a^{2n}} = \frac{4^{10}}{2^{16}}\cdot\frac{a^{2n+2}}{a^{2n}}$$

2. El resultado de simplificar la expresión anterior es

$\frac{4^{10}\cdot 2}{2^{16}}=\frac{2\cdot 2\cdot 2^{10}}{2^{16}}$ 2^6

(A) $2a$

(B) $4a^2$

(C) $8a$

(D) $16a^2$

(E) $32a$

$2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$

3. ¿Qué valor de n hace que la igualdad se cumpla?

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)^{\cancel{n}} = \frac{1}{x+1}$$

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 1

(E) 2

---

4. En la simplificación de la expresión $\left(\frac{3x^3y^6}{x^6y^5}\right)^{-1}$ se tiene como resultado

$$\frac{(3x^3y^6)^{-1}}{x^6y^5} \quad 3\left(\frac{x^3y^6}{x^6y^5}\right)^{-1} \quad 3(x^{-3}y^{1})^{-1} \quad 3(x^{-3} \quad \frac{x^3}{3y}$$

(A) $\frac{3x^3}{y}$

(B) $\frac{x^3}{3y}$

(C) $\frac{3x^{-3}}{y}$

(D) $\frac{x}{3y^{-1}}$

(E) $\frac{x^3}{y}$

---

5. ¿Cuál es el resultado de $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)\left(3^{\frac{1}{3}}\right)$? $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

$3 = \frac{5}{6}$

(A) $3^{2/3}$

(B) $3^{5/6}$

(C) $3^{4/6}$

(D) $3^{1/6}$

(E) $3^{1/2}$

6. Simplificar $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$ a su mínima expresión

(A) $a^{1/6}$

(B) $a^{-1/6}$

(C) $a^{\frac{7}{6}}$

(D) a^3

(E) a^2

$\frac{a^{\frac{3}{6}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{6}-\frac{2}{3}}$

$\frac{a^{\frac{3}{6}}}{a^{2/3}} = a^{\frac{3}{6}-\frac{2}{3}} = \frac{9-12}{18} = -\frac{3}{18} = -\frac{1}{6}$

$= a^{-1/6}$

---

7. El resultado de simplificar $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{4}}$ es

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) $\sqrt[12]{4}$

(E) $\sqrt[12]{16}$

$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{4}}$

$\sqrt[12]{4}$

---

8. El orden de menor a mayor de 3^{45} , 5^{30} , 2^{90} , 8^{20} es

3 2 4 1

(A) 2^{90}, 3^{45} , 5^{30} , 8^{20}

(B) 2^{90}, 3^{45} , 8^{20} , 5^{30}

8

(C) 8^{20} , 5^{30} , 3^{45} , 2^{90}

(D) 8^{20} , 2^{90}, 3^{45} , 5^{30}

(E) 2^{90} , 5^{30} 3^{45} , 8^{20}

---

leyes de exponentes

9. Si a y b son números reales positivos, ¿cuál de las siguientes expresiones equivale a $\sqrt{a^2 + b^2}$?

(A) $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$

(B) $a + b$

(C) $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$

(D) $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$

(E) $a^0 + b^0$

$\sqrt{n} = (n^{\frac{1}{2}})$

$\sqrt{a^2+b^2} = (a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{\ } = \frac{1}{2}$

---

10. Al simplificar $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{16}}$ se obtiene

(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(B) $\frac{5}{4}$

(C) $\sqrt{5}$

(D) $2\sqrt{5}$

(E) $5\sqrt{2}$

$\overline{\ 4\ }$

$(a.b)^n = a^n.b^n$

$\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$

$20 = 2.2.5 = (2^2.5)^{\frac{1}{2}}$

$16 = 2.2.2.2 \quad (2^4)^{\frac{1}{2}}$

$= (2^2.5)^{\frac{1}{2}}$

$20 = \cancel{2}.\cancel{2}.5$

$16 = \cancel{2}.\cancel{2}.2.2$

$= \frac{\sqrt{5}}{2.2}$

$$\frac{81}{\sqrt{81}}$$

11. La expresión anterior es equivalente a:

(A) $-\sqrt{81}$

(B) -9

(C) 0

(D) 9

(E) $\sqrt{82}$

$\frac{81}{9} = 9$

$9\overline{)81}$ 9

---

12. Sea $a = \left(\frac{\sqrt[3]{(27)^2}}{(\sqrt[3]{27})} + 5\right)^{1/3}$, el valor de a es

$\left(\frac{27^{\frac{2}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} + 5\right)^{1/3} = 27^{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}}$ $\quad \sqrt[3]{27} =$

(A) 2 $\quad \sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$ $\quad a = (27^{2/3 - 1/3} + 5)^{1/3}$ $\quad \sqrt[3]{8} = 2$

(B) 4 $\quad a = \left(\frac{(27)^{2/3}}{(27)^{1/3}} + 5\right)^{1/3}$ $\quad a = (27^{1/3} + 5)^{1/3}$ $= 27 = 3^3$ $\quad 27^{1/3} = (3^3)^{1/3}$

(C) 5

(D) 8

(E) 9 $\quad a = (27^{2/3} \cdot 27^{-1/3} + 5)^{1/3}$ $\quad a = (3+5)^{1/3} = 8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$

13. Si una colonia de bacterias se duplica cada 15 minutos e inicialmente hay 4000 de ellas, el número de bacterias que hay al término de una hora y media es

(A) $2(4000)$

(B) $2(15)(4000)$

(C) $6(4000^2)$

(D) $2^6(4000)$

(E) $2(4000^6)$

tiempo	bacterias	
0	4,000	
15	2(4,000)	
30	2(2(4000))	$= 2^2(4000)$
45	"	$2^3(4000)$
60	"	$2^4(4000)$
75	"	$2^5(4000)$
90	"	$2^6(4,000)$

4 – 4000

0 – 4000

15 – 2(4000)

30 – 2(2)(4000)

45

60

75

90

14. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación $\frac{4^3 4^{-1}}{4^2}$? $\quad \frac{4^2}{4^2} = 1$ $\quad \frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

1

15. ¿Cuál es el valor de n que hace cierta la siguiente expresión?

$$\left(\frac{x^n}{x^3}\right)^2 = x^2$$

4

16. El resultado de $9^{-2} + 3^{-3} + 3^{-4}$ es $\quad = 9^{-2} = \frac{1}{9^2}$

$x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ $\quad \frac{1}{9^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = \frac{1+3+1}{81} = \frac{5}{81}$

17. El resultado de simplificar la siguiente expresión $(2^4 . 5^{-2})(2^{-2} . 5^4)$ es $\quad = (2^{4+(-2)})(5^{-2+4})$

100 $\quad (4)(25) = 100 \quad (2^2)(5^2)$

18. Determina el resultado de simplificar la expresión

$a^{mn} = (a^m)^n$ $\quad \left(\frac{2^{1000}}{4^{500}}\right)^{200} = \left(\frac{2^2 \cdot 500}{4^{500}}\right)^{200} = \left(\frac{4^{500}}{4^{500}}\right)^{200}$

$= 1^{200} = 1$

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 1			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
ÁLGEBRA Exponentes y radicales	1	B	✓
	2	D	
	3	E	✓
	4	B	
	5	B	✓
	6	B	
	7	D	
	8	C	
	9	C	
	10	A	
	11	D	✓
	12	A	
	13	D	✓
	14	1	
	15	4	
	16	5/81	
	17	100	
	18	1	

DESPEDIDA

En esta sesión has repasado la teoría y realizado ejercicios que corresponden a la primera parte de los temas de Álgebra; durante la **SESIÓN 2** se verá la segunda parte.

EJERCITACIÓN EN CASA

Te sugerimos que realices los siguientes ejercicios para reforzar lo visto en esta sesión.

1. Si $x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = 2$, entonces $x^{\frac{3}{2}}$ es

   (A) 1

   (B) 4

   (C) 8

   (D) 9

   (E) 16

2. Al simplificar la expresión $(a)^{-2/3}\,(a)^{1/5}$ se obtiene

   (A) $a^{7/15}$
   (B) $a^{3/8}$
   (C) $a^{-7/15}$
   (D) $a^{13/15}$
   (A) $a^{1/8}$

Respuestas

1. C
2. C

SESIÓN 2

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Descripción de la forma de trabajo
Teoría y ejemplos: Ecuaciones con una sola variable y ecuaciones literales
Ejercicios
Socialización
Cuadro récord
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

En esta segunda sesión se tratan los temas: ecuaciones con una sola variable y ecuaciones literales. Te invitamos a revisar estos temas que forman parte de la Prueba del Área de Ciencias Económico-Administrativas.

TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

A continuación verás un recordatorio, así como algunos ejemplos y ejercicios de los siguientes temas:

CONTENIDO: Álgebra II
2. Ecuaciones con una sola variable y ecuaciones literales a. Valor absoluto b. Ecuaciones de primer grado en una variable c. Ecuaciones cuadráticas o reducibles a cuadráticas • Factorización • Fórmula cuadrática • Completar el cuadrado d. Ecuaciones radicales e. Ecuaciones racionales f. Ecuaciones literales

TEORÍA Y EJEMPLOS

Ecuaciones con una sola variable y ecuaciones literales

Valor absoluto

Si x es cualquier número real, su valor absoluto queda definido de la siguiente manera:

$$|x| = \begin{cases} x \; si \; x \geq 0 \\ -x \; si \; x < 0 \end{cases}$$

Para cualquier pareja de números reales a y b se cumplen las siguientes propiedades de valor absoluto.

Propiedades		Ejemplos
$\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$		$\lvert 5 \rvert = \lvert -5 \rvert$
$\lvert ab \rvert = \lvert a \rvert \lvert b \rvert$		$\lvert (5)(4) \rvert = \lvert 5 \rvert \lvert 4 \rvert$
$\lvert a \div b \rvert = \lvert a \rvert \div \lvert b \rvert$ o bien $\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$		$\lvert 27 \div 3 \rvert = \lvert 27 \rvert \div \lvert 3 \rvert$ o $\left\lvert \frac{27}{3} \right\rvert = \frac{\lvert 27 \rvert}{\lvert 3 \rvert}$

Ecuaciones de primer grado en una variable

La ecuación $ax + b = 0$ en donde a y b son números reales y $a \neq 0$, se dice que es de primer grado en una variable porque tiene una sola variable que en este caso es x cuyo exponente es 1.

Hallar la solución o raíz de una ecuación significa encontrar el o los valores que hacen que la igualdad sea cierta. Para llegar a tal solución es necesario hacer despejes para dejar sola a la variable de un lado de la igualdad. Por ejemplo:

$$5x - 35 = 0$$

$$5x = 35$$

$$x = \frac{35}{5}$$

$$x = 7$$

Ecuaciones cuadráticas o reducibles a cuadráticas

Para encontrar los valores que hagan cierta una ecuación cuadrática, inicialmente podemos probar si se puede resolver mediante **factorización**. Por ejemplo: en el caso de la ecuación $x^2 - 10x + 25 = 0$, observamos que se puede factorizar como $(x - 5)(x - 5) = 0$. Estos valores se encontraron buscando dos números que sumados resulten en el coeficiente de la x, que en este caso es -10 y multiplicados resulten el tercer término de la ecuación, que es 25. De la factorización se puede observar que para que la igualdad se cumpla debe cumplirse que $(x - 5) = 0$ para ambos factores. Lo que implica que para ambos casos que $x = 5$.

Otra forma de resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, es sustituyendo los valores de a, b y c en la **fórmula general** y resolver hasta hallar la solución. La fórmula general es:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si por ejemplo tenemos una ecuación como $5x^2+10x-40=0$ primero se debe llevar a la forma $ax^2+bx+c=0$, esto lo podemos hacer dividiendo toda la ecuación entre 5, quedando como $x^2+2x-8=0$, si queremos resolver esta ecuación **completando cuadrados**, haríamos lo siguiente:

$$x^2+2x-8=0$$
$$x^2+2x=8$$

Ahora sumamos a ambos lados de la igualdad la mitad de b elevado al cuadrado

$$x^2+2x+1=8+1 \text{, esto es}$$

$$x^2+2x+1=9 \text{, luego factorizamos y tendremos}$$

$$(x+1)(x+1)=9 \text{, es decir}$$

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x+1=3, x+1=-3$$
$$x_1=2, x_2=-4$$

Ecuaciones radicales

Las ***ecuaciones radicales*** son aquellas que tienen la incógnita bajo el signo radical. Para el caso en que la incógnita está bajo una raíz cuadrada, conviene aislar una de las incógnitas con radicales de un lado de la igualdad (aun cuando del otro lado también quede otro radical), posteriormente elevar al cuadrado y seguir despejando la variable hasta hallar la solución. Por ejemplo:

$$\sqrt{x}-3=1$$
$$\sqrt{x}=4$$
$$(\sqrt{x})^2=(4)^2$$
$$x=16$$

Ecuaciones racionales

Las ecuaciones racionales se refieren a ecuaciones donde al menos una incógnita está en el numerador o el denominador de una fracción. Por ejemplo:

$$\frac{4}{3x} = \frac{5}{2}$$

$$8 = 15x$$

$$x = \frac{8}{15}$$

Ecuaciones literales

Son aquellas ecuaciones donde una o más cantidades conocidas se representan mediante letras. Regularmente estas cantidades se representan por las primeras letras del alfabeto y las incógnitas con las últimas letras.

Las fórmulas de perímetros, áreas, volúmenes, etc. son ejemplos de este tipo de ecuaciones. Como el área del triángulo $A = \frac{bh}{2}$, el volumen de un cubo $V = l^3$

EJERCICIOS

1. El valor positivo de x que satisface la ecuación $|5x - 10| = 20$ es

(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 6
(E) 8

① $5x - 10 = 20$
$5x = 20 + 10$
$5x = 30$
$x = \frac{30}{5}$
$x = 6$ ✓

$|5(6) - 10| = 20$
$|30 - 10| = 20$

② $|5x| \cdot 10| = 20$

② $5x - 10 = -20$
$5x = -20 + 10$
$5x = -10$
$x = \frac{-10}{5}$
$x = -2$

---

2. ¿Qué valor de x hacen verdadera la expresión $|4x - 8| = 12$?

(A) -10
(B) -5
(C) 0
(D) 5
(E) 10

① $4x - 8 = 12$
$4x = 12 + 8$
$4x = 20$
$x = \frac{20}{4}$
$x = 5$

$|4(5) - 8| = 12$
$|20 - 8| = 12$

② $4x - 8 = -12$
$4x = -12 + 8$
$4x = -4$
$x = \frac{-4}{4}$
$x = -1$

3. Al completar el cuadrado perfecto de $x^2 - 6x = -5$, su ecuación es equivalente a

(A) $x - 9 = -14$

(B) $(x + 3)^2 = -5$

(C) $x - 3 = 4$

(D) $(x - 3)^2 = 4$

(E) $x^2 - 6x + 9 = -5$

$\left(-\frac{6}{2}\right)^2 \quad (-3)^2 = 9$

$x^2 - 6x = -5$

$x^2 - 6x + 9 = -5 + 9$

$x^2 - 6x + 9 = +4 \quad = (x-3)^2 = 4$

$(x-3)(x-3) = 4$

---

4. El valor de x que hace cierta la igualdad $\sqrt{9}x = \sqrt{125} - \sqrt{4}x$ es

(A) $\sqrt{5}$

(B) 5

(C) $\frac{25}{\sqrt{13}}$

(D) $\frac{125}{13}$

(E) $5\sqrt{5}$

$3x = \sqrt{125} - 2x$

$3x + 2x = \sqrt{125}$

$5x = \sqrt{125}$

$x = \frac{\sqrt{125}}{5}$

$x = \frac{\sqrt{5^2 \cdot 5}}{5}$

$x = \frac{5\sqrt{5}}{5}$

$x = \sqrt{5}$

125	5
25	5
5	5
1	

---

5. ¿Qué valor de x hace válida la siguiente ecuación $\sqrt{3(x-5)+6} - 6 = 2\sqrt{9} + 3$?

(A) 36

(B) 41

(C) 78

(D) 53

(E) 68

$\sqrt{3(x-5)+6} - 6 = 2 \cdot 3 + 3$

$\sqrt{3(x-5)+6} - 6 = 6 + 3$

$\sqrt{3(x-5)+6} = 9 + 6$

$\left(\sqrt{3(x-5)+6}\right)^2 = 15^2$

$3(x-5) + 6 = 225$

$3(x-5) = 225 - 6$

$x - 5 = \frac{219}{3}$

$x - 5 = 73$

$x = 73 + 5$

$x = 78$

6. La solución de la ecuación $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x+1}+1}+1} = 2$ es

(A) 54

(B) 57

(C) 60

(D) 63

(E) 66

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{x+1}+1}+1} = 4$

$\sqrt{\sqrt{x+1}+1} = 4-1$

$\left(\sqrt{\sqrt{x+1}+1}\right)^2 = 3^3$

$\sqrt{x+1}+1 = 9$

$\sqrt{x+1} = 9-1$

$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = (8)^2$

$x+1 = 64$

$x = 64-1$

$x = 63$

Ecuación racional

7. Si se tiene la ecuación $\frac{x}{2x+1} = \frac{3}{8}$ ¿cuál es el valor de x?

(A) $\frac{3}{2}$

(B) 2

(C) $\frac{2}{4}$

(D) 4

(E) 0

$8x = 3(2x+1)$

$8x = 6x+3$

$8x-6x = 3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

---

8. Determinar el valor de x en la expresión: $\frac{2x^6-2x^2}{x^2} = 30$.

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

$\frac{2x^6-2x^2}{x^2} = 30$

$\frac{2x^6}{x^2} - \frac{2x^2}{x^2} = 30$

$2x^4 - 2 = 30$

$2x^4 = 30+2$

$2x^4 = 32$

$x^4 = \frac{32}{2}$

$x^4 = 16$

$x = \sqrt[4]{16}$

$\boxed{x = 2}$

---

9. Determinar el valor de x de la ecuación: $ax - ad = bd - bx$.

(A) $a - b$
(B) $a + b$
(C) b
(D) d
(E) a

$ax + bx = bd + ad$

$x(a+b) = d(b+a)$

$x = \frac{d(a+b)}{(a+b)}$

$\boxed{x = d}$

Ecuación exponencial

10. La solución a la ecuación $3^x + 2^{x+1} = 43$ es

(A) $x = 2$
(B) $x = 3$
(C) $x = 4$
(D) $x = 5$
(E) $x = 6$

$27+16=43$ $\quad x=3$

$3^3 + 2^{3+1} = 43$

$27+16=43$

$\boxed{43=43}$

11. El valor de x que hace CIERTA la expresión $\frac{(x+1)^2-x^2}{x} = 3$, es 1	$\frac{(x+1)^2-x^2}{x} = 3$ $(x+1)^2-x^2 = 3x$ $\cancel{x^2}+2x+1-\cancel{x^2} = 3x$ $2x+1 = 3x$ $1 = 3x-2x$ $\boxed{1 = x}$
12. En la ecuación $\sqrt{m} - 3 = 5$, el valor de m es 6 .64	$\sqrt{m} = 5+3$ $\sqrt{m} = 8$ $(\sqrt{m})^2 = 8^2$ $m = 8 \cdot 8$ $m = 64$
13. El cociente de $-6(2-x) - 6x$ entre $x - 10$ es cuatro. ¿Cuánto vale x? 7	$\frac{-6(2-x)-6x}{x-10} = 4$ $-12+6x-6x = 4(x-10)$ $-12 = 4x-40$ $40-12 = 4x$ $28 = 4x$ $x = \frac{28}{4}$ $\boxed{x=7}$
14. El valor de x que satisface la ecuación $\frac{1}{x-1} = -\frac{1}{x+1}$ es 0	$\frac{1}{x-1} = -\frac{1}{x+1}$ $1(x+1) = -1(x-1)$ $x+1 = -x+1$ $x+x = 1-1$ $2x = 0$ $x = \frac{0}{2}$ $x = 0$

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles para poder trabajar en ellas.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 1			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
ÁLGEBRA Ecuaciones con una sola variable y ecuaciones literales	1	D	✓
	2	D	✓
	3	D	✓
	4	A	
	5	C	
	6	D	
	7	A	✓
	8	C	
	9	D	
	10	B	✓
	11	1	
	12	64	✓
	13	7	
	14	0	✓

DESPEDIDA

En esta sesión has repasado la teoría y realizado ejercicios que corresponden a la segunda parte de los temas de Álgebra; durante la **SESIÓN 3** terminarás con los temas de Álgebra.

EJERCITACIÓN EN CASA

Te sugerimos que realices los siguientes ejercicios extra clase para reforzar lo visto en esta sesión.

1. Encontrar el valor de c, para que la expresión $m^2 + 14m + c$, sea un trinomio cuadrado perfecto. (A) 7 (B) 14 (C) 9 (D) 2 (E) 49	

Respuesta

1. E

SESIÓN 3

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Descripción de la forma de trabajo
Teoría y ejemplos: Álgebra
Ejercicios (Parte I)
Socialización de los ejercicios
Ejercicios (Parte II)
Socialización de los ejercicios
Cuadro récord
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

En la tercera sesión revisarás los temas de Inecuaciones con una sola variable y resolución de problemas verbales que forman parte del área de ciencias económico – administrativas. Como en las sesiones anteriores, realizarás ejercicios que correspondan a dicho contenido para posteriormente revisarlos y comentar las respuestas, así como las estrategias que has seguido para llegar a la clave o respuesta correcta.

TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

CONTENIDO: Álgebra
1. Inecuaciones con una sola variable a) Inecuaciones lineales b) Inecuaciones con valor absoluto c) Inecuaciones cuadráticas d) Inecuaciones racionales 2. Resolución de problemas verbales a) Aplicaciones de las ecuaciones de primer grado en una variable b) Aplicaciones de las ecuaciones lineales c) Aplicaciones de las desigualdades lineales

TEORÍA Y EJEMPLOS

Inecuaciones o desigualdades. Una inecuación o desigualdad es una relación que determina el orden de dos cantidades diferentes, los símbolos que se utilizan son: $>$, $<$, $\leq$ y $\geq$.

Ejemplos:

a) 2<7, se lee "dos es menor que siete".

b) -10>-15, se lee "menos diez es mayor que menos quince".

c) $x \leq 2$, se lee "x es menor o igual a dos".

d) $x \geq 3$, se lee "x es mayor o igual a tres".

e) $2<x<5$, se lee "x es mayor que dos y menor que cinco".

Propiedades de las desigualdades. Sean a, b y c números reales arbitrarios, se tiene:

1. Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
2. Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
3. Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$ y $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
4. Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$ y $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Intervalos. Los siguientes subconjuntos de números reales son conocidos como intervalos.

Conjunto	**Tipo de intervalo**
$(a,b) = \{x \in \mathbb{R}: a < x < b\}$	Intervalo abierto
$[a,b] = \{x \in \mathbb{R}: a \leq x \leq b\}$	Intervalo cerrado
$[a,b) = \{x \in \mathbb{R}: a \leq x < b\}$	Intervalo semicerrado
$(a,b] = \{x \in \mathbb{R}: a < x \leq b\}$	Intervalo semiabierto
$[a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R}: a \leq x\}$	Intervalo infinito a la derecha
$(a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R}: a < x\}$	Intervalo infinito a la derecha
$(-\infty,b] = \{x \in \mathbb{R}: x \leq b\}$	Intervalo infinito a la izquierda
$(-\infty,b) = \{x \in \mathbb{R}: x < b\}$	Intervalo infinito a la izquierda

Una **inecuación o desigualdad lineal** con una incógnita es una expresión de cualquiera de los cuatro tipos siguientes:

$$ax + b > 0 \qquad ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0 \qquad ax + b \leq 0$$

$a^2 \leq b$ si y solo si $|a| \leq \sqrt{b}$ $b \geq 0$

donde $a \neq 0$ y $a, b \in \mathbb{R}$.

El **conjunto solución** de una inecuación son todos los valores para los cuales se cumple la desigualdad.

Ejemplos.

a) El conjunto solución de $2x - 3 \geq 9$ es:

Utilizando las propiedades de las desigualdades se despeja la variable x.

$$2x - 3 \geq 9$$
$$2x \geq 9 + 3$$
$$2x \geq 12$$
$$x \geq \frac{12}{2}$$
$$x \geq 6$$

Por tanto, el conjunto solución puede quedar representado como $x \geq 6$; $[6, +\infty)$

b) El intervalo solución de $\frac{x+1}{3} > \frac{3x-4}{2}$ es:

$$2(x+1) > 3(3x-4)$$
$$2x + 2 > 9x - 12$$
$$2 + 12 > 9x - 2x$$
$$14 > 7x$$
$$\frac{14}{7} > x$$
$$2 > x$$

Por tanto, el intervalo solución es $(-\infty, 2)$.

Para resolver desigualdades que involucran valor absoluto, las siguientes propiedades son de gran importancia:

1. $|a| < b$ es equivalente a $-b < a < b$
2. $|a| > b$ es equivalente a $a < -b$ ó $b < a$

Los símbolos $<$ y $>$ pueden ser cambiados por $\leq$ y $\geq$ respectivamente.

Ejemplos.

1. Determina el conjunto solución de $|3x + 2| < 8$

$$|3x + 2| < 8$$
$$-8 < 3x + 2 < 8$$
$$-8 - 2 < 3x < 8 - 2$$
$$-10 < 3x < 6$$
$$-\frac{10}{3} < x < \frac{6}{3}$$
$$-\frac{10}{3} < x < 2$$

Por tanto, el conjunto solución es $-\frac{10}{3} < x < 2$

2. El intervalo de solución de $|x - 3| \geq 7$ es:

$$|x - 3| \geq 7$$
$$x - 3 \leq -7 \text{ ó } 7 \leq x - 3$$
$$x \leq -7 + 3 \text{ ó } 7 + 3 \leq x$$
$$x \leq -4 \text{ ó } 10 \leq x$$

Por tanto, el intervalo solución es $(-\infty, -4] \cup [10, +\infty)$

Inecuaciones de segundo grado con una incógnita. Sean x_1 y x_2 las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, con $a > 0$ y $x_1 < x_2$, entonces:

Inecuación	**Intervalo solución**
(A) $ax^2 + bx + c < 0$	(x_1, x_2)
(B) $ax^2 + bx + c > 0$	$(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$
(C) $ax^2 + bx + c \leq 0$	$[x_1, x_2]$
(D) $ax^2 + bx + c \geq 0$	$(-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

Ejemplos.

1. El intervalo solución de $x^2 - 16 \geq 0$ es:

Se obtienen las raíces de la ecuación $x^2 - 16 = 0$, las cuales son $x_1 = -4$ y $x_2 = 4$.

La inecuación $x^2 - 16 > 0$ tiene la forma del inciso (D) de la tabla anterior, por lo que el conjunto solución es: $(-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$, es decir $(-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$

2. El intervalo solución de $x^2 + 5x < -6$ es:

La inecuación $x^2 + 5x < -6$ es equivalente a $x^2 + 5x + 6 < 0$. Así que obtenemos las raíces de la ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$.

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$
$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

Por lo que las raíces de la ecuación son: $x_1 = -3$ y $x_2 = -2$.

Dado que la inecuación toma la forma del inciso (A) de la tabla anterior se concluye que el intervalo solución es (x_1, x_2), es decir (-3,-2).

EJERCICIOS

PRIMERA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

$$4(3-x) \leq 6(x-2)$$

1. Los valores de x que satisfacen la desigualdad anterior son

(A) $x \leq \frac{12}{5}$

(B) $0 \leq x \leq \frac{12}{5}$

(C) $x \leq 0$ o $\frac{12}{5} \leq x$

(D) $x \geq -\frac{12}{5}$

(E) $x \geq \frac{12}{5}$

$4(3-x) \leq 6(x-2)$

$12 - 4x \leq 6x - 12$

$12 + 12 \leq 6x + 4x$

$24 \leq 10x$

$\frac{24}{10} \leq x$ — simplificar

$\frac{12}{5} \leq x$

2. El conjunto solución para la desigualdad es

$$7 < 2x - 3 \leq 15$$

(A) (5,15]

(B) (7,9]

(C) $(-\infty, 9]$

(D) $(-\frac{5}{2}, \infty]$

(E) (5,9]

$7 < 2x - 3 \leq 15$

$3 + 7 < 2x \leq 15 + 3$

$10 < 2x \leq 18$

$\frac{10}{2} < x \leq \frac{18}{2}$

$5 < x \leq 9$

( ]

3. El intervalo solución de la desigualdad es

$$|2x+3| - |4-1| < -|1-3|$$

(A) $-2<x<0$

(B) $0<x<1$

(C) $-1<x<1$

(D) $-2< x <-1$

(E) $-1\leq x<1$

$\frac{-4}{2} < x < \frac{-2}{2}$

$-2 < x < -1$

$|2x+3| - |4-1| < -|1-3|$

$|2x+3| - 3 < -2$

$|2x+3| < -2+3$

$|2x+3| < 1$

$-1 < 2x+3 < 1$

$-1-3 < 2x < 1-3$

$-4 < 2x < -2$

4. ¿Cuál es el conjunto de soluciones de la expresión $|\ x - 5\ | \leq 3$?

(A) [-3,3)

(B) [-3,3]

(C) [-2, 8]

(D) [2, 8]

(E) [2,-8]

$|x-5| \leq 3$

$x-5 \geq -3$ ó $3 \geq x-5$

$x \geq -3+5$ ó $3+5 \geq x$

$x \geq 2$ ó $8 \geq x$

5. Resolver la siguiente inecuación

$$|4x-6| < 10$$

(A) $-1 < x < 4$
(B) $-1 \leq x < 4$
(C) $-1 < x \leq 4$
(D) $-1 \leq x \leq 4$
(E) $-1 > x > 4$

$|4x-6| < 10$

$-10 < 4x-6 < 10$

$-10+6 < 4x < 10+6$

$-4 < 4x < 16$

$\frac{-4}{4} < x < \frac{16}{4}$

$-1 < x < 4$

6. Sea $|1 - 9x| > 1$, el conjunto solución es

(A) $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{2}{9}, \infty\right)$

(B) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

(C) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

(D) $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$

(E) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

$|1-9x|>1$

$1-9x<-1$ ó $1<1-9x$

$9x<0$ ó $x>2/9$

$x<0$ ó

$$5 - x^2 \geq x - 25$$

7. Los valores de x que satisfacen la desigualdad anterior son

(A) $-6 \leq x \leq 5$

(B) $-5 \leq x \leq 6$

(C) $x \leq -6$ *o* $5 \leq x$

(D) $-6 \leq x \leq -5$

(E) $x \leq -5$ *o* $6 \leq x$

$5-x^2 \geq x-25$

$-x^2 \geq x-25+30$

$x^2 \geq x-30$

$0 \geq x^2+x-30$

$0 \geq (x+6)(x-5)$

$-6 \leq x \leq 5$

$a^2<b \quad |a|<\sqrt{b}$

8. El conjunto solución de la desigualdad es

$$(x-1)^2 < 9$$

(A) $-10 < x < 10$

(B) $-9 < x \leq 9$

(C) $-2 < x < 4$

(D) $-2 \leq x \leq 4$

(E) $0 < x < 9$

$(x-1)^2<9$ $\quad |x-1|<3$

$|x-1|<3$

$-3<x-1<3$

$-3+1<x<3+1$

$-2<x<4$

9. ¿Cuál es el conjunto solución de la siguiente inecuación $\frac{5}{3} < \frac{2-3x}{7}$?

(A) $(-\infty, \frac{-29}{9})$

(B) $[\frac{-29}{9}, \infty)$

(C) $[\frac{29}{9}, \infty)$

(D) $(-\infty, \frac{29}{9})$

(E) $(-2, \frac{7}{8})$

$\frac{5}{3} < \frac{2-3x}{7}$

$3(2-3x) < 5(7)$

$6-9x < 35$

$9x < 35-6$

$9x < 29$

$x < \frac{29}{9}$

C

10. ¿Cuál es el intervalo que representa el conjunto solución de la expresión

$$\frac{2x-1}{x+2} < 1?$$

(A) (-2, 3)
(B) [-1, 2)
(C) [3, 5]
(D) (0, 1]
(E) (-10, 5)

$\frac{2x-1}{x+2} < 1$

$\frac{2x-1}{x+2} - \frac{1}{1} < 0$

$\frac{2x-1-x-2}{x+2} < 0$

$\frac{2x-x-1-2}{x+2} < 0$

$\frac{x-3}{x+2} < 0$

I $x-3>0$ y $x+2<0$

II $x-3<0$ y $x+2>0$

$x<3$ $x>-2$

$(-2, 3)$

$$\left(\frac{x}{2}+4\right) - (9-11) < 7$$

11. Un entero positivo que satisface la desigualdad anterior es

$(\frac{x}{2}+4) - (9-11) < 1$

$(\frac{1}{2}+4) - (9-11) < 1$

$$x^2 + 4x \leq 12$$

12. El máximo valor de x que puede tomar en la desigualdad anterior es

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 3

PARTE 1

TEMA	Ejercicio	Respuesta	✓ o ✗
ÁLGEBRA Inecuaciones con una sola variable a) Inecuaciones lineales b) Inecuaciones con valor absoluto c) Inecuaciones cuadráticas d) Inecuaciones racionales	1	E	✓
	2	E	✓
	3	D	
	4	D	✓
	5	A	✓
	6	A	✓
	7	A	
	8	C	
	9	A	✓
	10	A	
	11	1	
	12	2	

EJERCICIOS

SEGUNDA PARTE

INDICACIONES: soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

1. Las variables x e y están relacionadas de tal manera que si $x = 2$ entonces $y = 6$, también $y = 0$ cuando $x = -2$. ¿Cuál es la ecuación que representa la relación?

(A) $5x - 3y + 8 = 0$
(B) $3x - 2y + 6 = 0$
(C) $2x + 3y + 4 = 0$
(D) $-3x + 2y + 6 = 0$
(E) $3x - 2y - 6 = 0$

$x = 2 \quad y = 6$
$x = -2 \quad y = 0$

$3(2) - 2(6) + 6 = 0$
$6 - 12 + 6 = 0$
$12 - 12 = 0$

$3(-2) - 2(0) + 6 = 0$
$-6 - 0 + 6 = 0$
$-6 + 6 = 0$

2. José gasta 260 pesos en cierto número de productos. Cada producto cuesta 10 pesos y por cada producto le cobran el 25% adicional más 10 pesos del envío de todo el paquete. ¿Cuántos productos compró José en un solo envío?

(A) 15
(B) 16
(C) 20
(D) 25
(E) 26

$260 = x(12.5) + 10$
$260 = x(12.5) + 10$
$260 - 10 = x(12.5)$
$250 = x(12.5)$
$\frac{250}{12.5} = x$
$20 = x$

3. Si $y \geq 1$ y $x + y \geq 3$, para que se cumplan las dos restricciones anteriores x debe ser

(A) $x \leq 1$

(B) $x \leq 0$

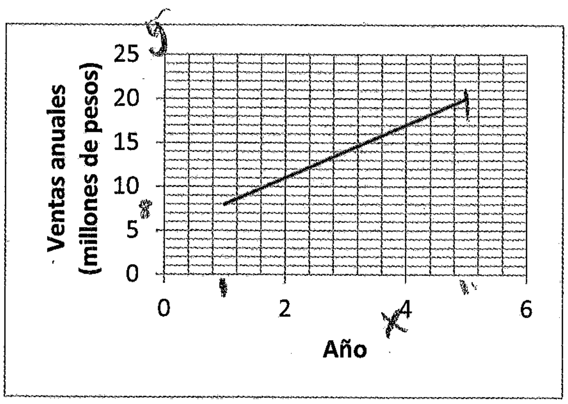
(C) $x \geq 1$

(D) $x \geq 2$

(E) $x \leq -1$

$y \geq 1$ $\quad x + y \geq 3$

$y \geq 1$ $\quad 2 + 1 \geq 3$



4. La gráfica anterior representa las ventas (en millones de pesos) de una empresa en los últimos cinco años. ¿Cuál ecuación representa dicha situación?

(A) $y = -x + 1$

(B) $y = 2x + 2$

(C) $y = 3x + 5$

(D) $y = 4x + 4$

(E) $y = 7x + 1$

sostituir

$y = 3(1) + 5 = 8$

5. Jorge tiene una deuda de \$120 con Luis. Para poder pagar su deuda decide abonar \$5 diarios. ¿Cuál de las siguientes funciones representa la relación entre la deuda y los días transcurridos?

(A) $D(x) = 5x + 120$

(B) $D(x) = 120 - x$

(C) $D(x) = -5x + 120$

(D) $D(x) = \frac{1}{5}x + 120$

(E) $D(x) = -\frac{1}{5}x + 120$

6. Una compañía elabora un producto a un costo variable por unidad de \$30 y lo vende por \$42. Los costos fijos mensuales son de \$35,000. ¿Cuántas unidades debe de elaborar al mes con el fin que la compañía tenga utilidades de al menos \$25,000 mensuales?

$25{,}000 = x(42)$

(A) 3500

(B) 4000

$\frac{25{,}000}{42} = x$

(C) 4500

(D) 5000

$42(5500) = ?$

(E) 5500

$12x - 35{,}000 = 25{,}000$

$12x = -35{,}000 - 25{,}000$

$12x = 60{,}000$

$x = \frac{60{,}000}{12}$

$x = 5{,}000$

Plan	Mensualidad	Costo por mensaje
A	$250	$0.80
B	$150	$1.20

7. La tabla anterior muestra 2 planes de una compañía de telefonía celular que incluyen llamadas ilimitadas a todo destino por una mensualidad fija y un costo adicional por mensaje. ¿Cuál es el número máximo de mensajes que NO debe exceder el plan B para que sea ventajoso, desde el punto de vista financiero?

(A) 175

(B) 200

(C) 225

(D) 250

(E) 275

$150 = (1.20)(x)$

$x = \frac{150}{1.20}$

$1.20 \overline{)\,150.00}$ 1.2 300 600

$250 + 0.8(x) > 150 + 1.2(x)$

$250 - 150 > 0.8x + 1.2(x)$

$100 > 0.4x$

$\frac{100}{0.4} > x$

$250 > x$

8. Javi está leyendo un libro del que lleva la mitad de él leídas. Si sabe que el lunes leyó la tercera parte y el jueves leyó 25 páginas. ¿Cuántas páginas le faltan aún por leer?

(A) 150

(B) 75

(C) 30

(D) 25

(E) 15

$\frac{1}{3}x + 25 = \frac{1}{2}x$

$25 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x$

$25 = \frac{3x - 2x}{6}$

$25 = \frac{x}{6}$

$x = 25(6)$

$x = 150$

$\frac{150}{2} = x$

9. Si $\frac{4^x+10}{2} \leq 50$ ¿cuál es el valor MÁXIMO que hace cierta esta inecuación?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

$\frac{4^x+10}{2} \leq 50$

$\frac{64+10}{2} \leq 50$

$\frac{74}{2} \leq 50$

$37 \leq 50$

10. Un fabricante produce diariamente 150 artículos que vende al doble del costo menos $10. ¿Cuánto es el costo de producir cada artículo si sus utilidades diarias son de $3600?

$x = \frac{5100}{150}$

34 $\quad x = 34$

$x - 2x$

$150\ (x-2x)$

$150\ (2x-10) - 150\ (x) = 3{,}600$

$300x - 1500 - 150x = 3{,}600$

$300x - 150x = 3{,}600 + 1500$

$150x = 3{,}600 + 1500$

$150x = 5100$

$$3(x+1) - 2 = 2(x+1)$$

11. De la ecuación anterior, el valor de $x + 1$ es

2

$3(x+1) - 2 = 2(x+1)$

$3x + 3 - 2 = 2x + 2$

$3x - 2x = 2 + 2 - 3$

$x = 1$

$(x+1) = 2$

$(1+1) = 2$

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 3 PARTE 2			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
ÁLGEBRA Resolución de problemas verbales a) Aplicaciones de las ecuaciones de primer grado en una variable b) Aplicaciones de las ecuaciones lineales c) Aplicaciones de las desigualdades lineales	1	B	✓
	2	C	✓
	3	D	
	4	C	
	5	C	✓
	6	D	
	7	D	
	8	B	
	9	C	✓
	10	34	
	11	2	

DESPEDIDA

En esta sesión has realizado ejercicios que corresponden a: *inecuaciones con una sola variable y resolución de problemas verbales*. Durante la **Sesión 4** tendrás la oportunidad de revisar los temas de: *funciones y sus aplicaciones, funciones polinómicas y racionales*.

SESIÓN 4

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Descripción de la forma de trabajo
Teoría y ejemplos: Funciones y sus aplicaciones
Ejercicios (Parte I)
Socialización de los ejercicios
Teoría y ejemplos: Funciones polinómicas y racionales
Ejercicios (Parte II)
Socialización de los ejercicios
Cuadro récord
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

En la cuarta sesión revisarás los temas de *funciones y sus aplicaciones, funciones polinómicas y funciones racionales* que forman parte del área de Ciencias Económico – Administrativas. Así como en las sesiones anteriores, tendrás que responder ejercicios que correspondan a dicho contenido para posteriormente revisarlos y comentar las respuestas, así como las estrategias que has seguido para llegar a la clave o respuesta correcta.

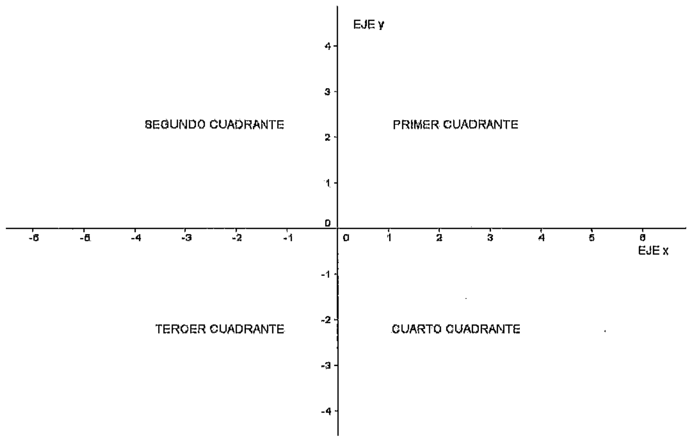
TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

Verás un recordatorio de cada tema, así como un ejemplo similar a un problema de la PAC; posteriormente realizarás unos ejercicios.

CONTENIDO: Funciones y sus aplicaciones.
1.- Funciones y sus aplicaciones a. Sistema de coordenadas cartesianas b. Dominio y campo de valores c. Evaluación de funciones d. Gráficas y traslaciones en el plano e. Álgebra y composición de funciones f. Funciones inversas 2.- Funciones polinómicas y racionales a. Funciones lineales • Ecuación de la recta • Gráficas (pendiente e intersecciones con los ejes) • Rectas paralelas y perpendiculares • Aplicaciones

TEORÍA Y EJEMPLOS

Sistema de coordenadas cartesianas. El sistema de coordenadas cartesianas en el plano está constituido por dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto "O" al que se le llama "el origen". Una de las rectas se acostumbra representarla en posición horizontal y se le da el nombre de eje x o eje de las abscisas; a la otra recta, vertical, se le denomina eje y o eje de las ordenadas, y ambas constituyen los dos ejes de coordenadas rectangulares, los cuales dividen al plano en cuatro partes llamadas cuadrantes.



Dominio y campo de valores. El *dominio* será el conjunto de valores en el eje de las abscisas (eje de x) para los cuales la función tiene al menos un punto con ese valor.

El *campo* de valores (alcance) será el conjunto de valores en el eje de las ordenadas (eje de y) para los cuales la función tiene al menos un punto con ese valor.

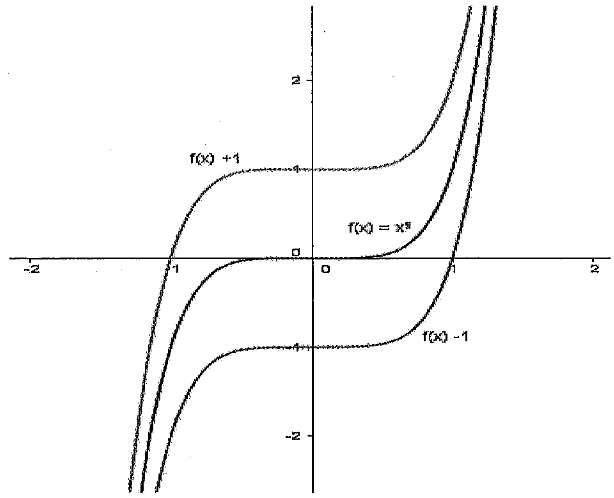
Evaluación de funciones. Una relación matemática puede expresarse como un conjunto de pares ordenados (x, y). Los elementos de estos pares ordenados satisfacen alguna condición matemática previamente establecida entre ellos.

Cuando un conjunto de pares ordenados satisfacen la condición: "**a cada valor de x le corresponde un único valor de y**", se dice que ese conjunto de pares ordenados representan a una **función** y cuando se tiene ese caso, $\boldsymbol{y}$ se representa como $\boldsymbol{f(x)}$, esto es: $\boldsymbol{y = f(x)}$.

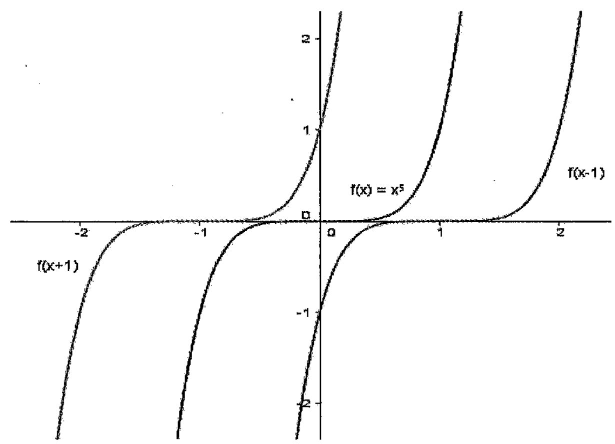
Gráficas y traslaciones en el plano.

Traslaciones. Las traslaciones son transformaciones que cambian la posición de la gráfica de una función. La forma general de la gráfica de una función se traslada hacia arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda. Estas traslaciones pueden ser verticales u horizontales.

Para las traslaciones verticales, suponga que $k > 0$. Para graficar $y = f(x) + k$, desplace la gráfica de k unidades hacia arriba. Para graficar $y = f(x) - k$, desplace la gráfica de k unidades hacia abajo.



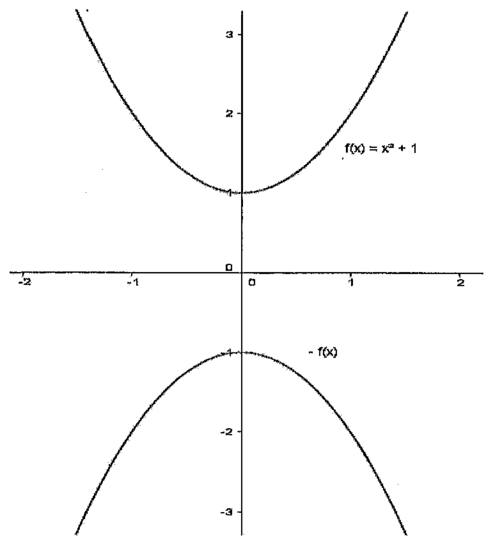
Para las traslaciones horizontales, suponga que $h > 0$. Para graficar $y = f(x-h)$, desplace la gráfica de h unidades hacia la derecha.



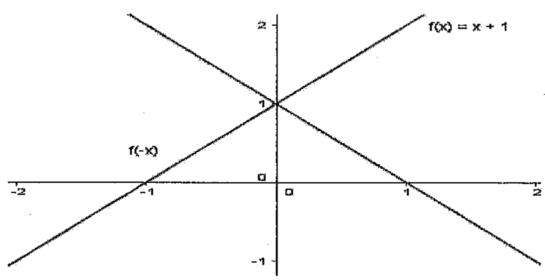
Para graficar $y = f(x+h)$, desplace la gráfica de h unidades hacia la izquierda.

Otra transformación que afecta la forma general de la gráfica de una función es la de una *reflexión*. Podemos entender que una reflexión o volteo es la imagen de espejo de una figura. También se puede decir que es el volteo de puntos y gráficas alrededor de los ejes.

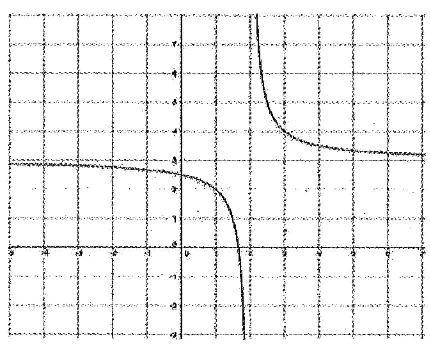
Reflexión vertical: Para graficar $y = -f(x)$ refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje x.



Reflexión horizontal: Para graficar $y = f(-x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje y.



Ejemplo:



De acuerdo a la gráfica anterior, determina el domino y campo de valores.
Observando la gráfica propuesta se deduce que el dominio corresponde al conjunto $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ y el campo de valores le corresponde al conjunto $(-\infty, 3) \cup (3, \infty)$.

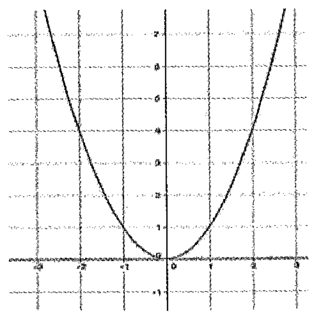
Ejemplo:

Si $f(x) = x^3 - 4$, el valor de $f(3)$ es igual a:

De acuerdo a la función proporcionada se tiene que $f(3) = 3^3 - 4 = 23$. Por lo que $f(3) = 23$.

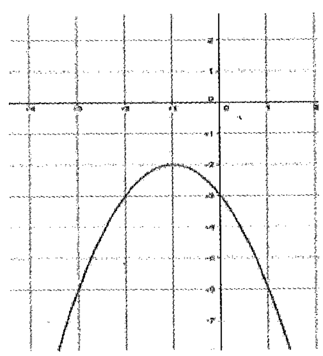
Ejemplo:

Si se sabe que la gráfica de la función $f(x) = x^2$ es



Determina la gráfica que corresponde a la función $g(x) = -f(x+1) - 2$

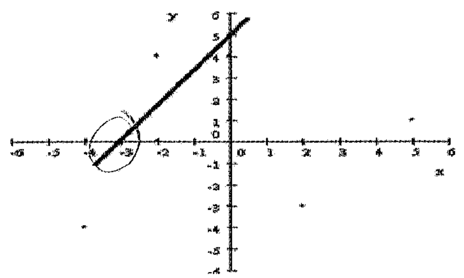
Siguiendo las reglas de las traslaciones y de las reflexiones se deduce que primero se traslada dos unidades hacia arriba, una unidad hacia la izquierda y finalmente realiza una reflexión sobre el eje x dando como resultado la siguiente gráfica:



EJERCICIOS

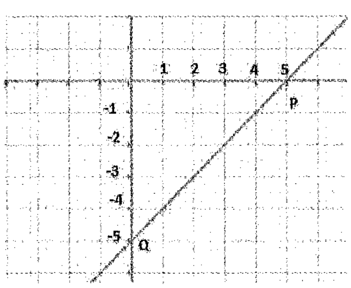
PRIMERA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).



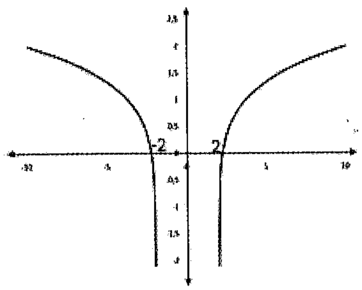
1. De acuerdo a la gráfica anterior, la coordenada en la cual la recta se intersecta con el eje de las abscisas es

(A) $(0, 5)$
(B) $(5, 0)$
(C) $(-3, 0)$
(D) $(0, -3)$
(E) $(-3, 5)$



2. En la gráfica anterior, está representada una recta que pasa por los puntos P (5,0) y Q (0, -5). Si trasladamos la misma recta a modo que intercepta al eje vertical en +3, ¿qué ecuación la representa?

(A) $y = x + 3$
(B) $y = 5x + 5$
(C) $y = 5x - 3$
(D) $y = -\frac{x}{5} + 3$
(E) $y = -x + 3$



3. De acuerdo a la gráfica anterior. ¿Cuál es el dominio de la función?

(A) $(-2,2)$
(B) $(-\infty, 2)$
(C) $(2, +\infty)$
(D) $(-\infty, +\infty)$
(E) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{x-1}\ ?$$

$y = (\sqrt{x-1})^x$

$y = x - 1$

$x = \frac{y}{-1}$

(A) $x \neq 1$
(B) $x \geq 1$
(C) $x \leq -1$
(D) $x \neq 0$
(E) $x \leq 0$

5. La ecuación o inecuación que determina el dominio de la función $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{15-5x}}$ es

(A) $x - 5 = 0$

(B) $15 - 5x = 0$

(C) $15 - 5x < 0$

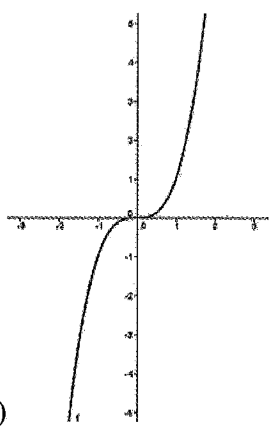
(D) $15 - 5x > 0$

(E) $x - 5 \geq 0$

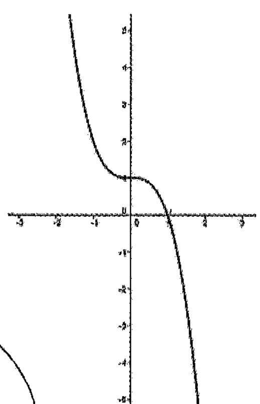
$y = \frac{x-5}{\sqrt{15-5x}}$

$y =$

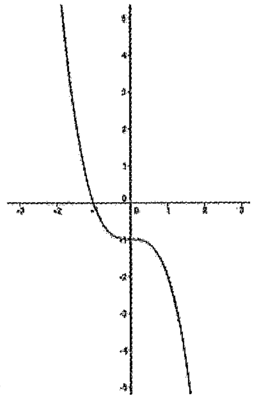
6. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la gráfica de la ecuación $y = -x^3 + 1$?

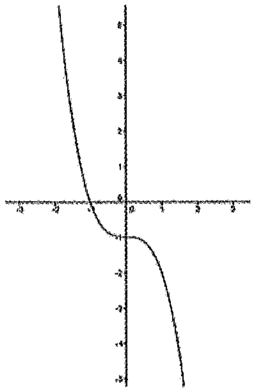


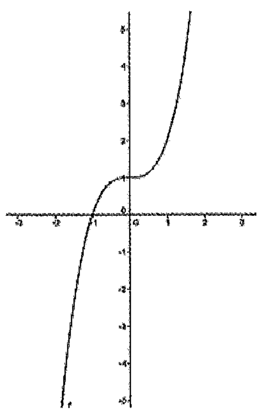
(A)



(B)

(C) 

(D) 

(E) 

7.- Se sabe que la función de producción $P(x)$ de un artículo es lineal. Si se invierten \$1000, se producen 100 artículos, si se invierten \$500 se producen 50 artículos. ¿Cuál es la función $P(x)$ que describe esta producción?

(A) $P(x) = \frac{x}{10} - 100$

(B) $P(x) = \frac{x}{10} - 50$

(C) $P(x) = \frac{x}{10}$

(D) $P(x) = \frac{x}{10} + 50$

(E) $P(x) = \frac{x}{10} + 100$

$P(x)$

8. Si $f(x) = 2^{x+1}$, entonces el valor de

$f(x+5) - f(x)$ es

(A) 2

(B) 2^{2x+7}

(C) $62(2^x)$

(D) 2^{10}

(E) 2^7

$f(2x+1)+5 - f(x) =$

$(x+5)+1$

$f(x+5) = 2$

$2^{x+5+1} - 2^{x+1}$

$2^{x+1} \cdot 2^5 - 2^{x+1}$

$2^{x+1} \cdot (2^5 - 1)$

$2^{x+1} \cdot (31)$

$2^x \cdot 2^1 (31)$

$(2^x)(62)$

9. ¿Cuál de las siguientes funciones, representa una traslación al tercer cuadrante, de la función $y = x^2$?

(A) $y = (x-2)^2 + 3$

(B) $y = 6x^2 + 4$

(C) $y = (x-6)^2 - 5$

(D) $y = (x+3)^2 + 7$

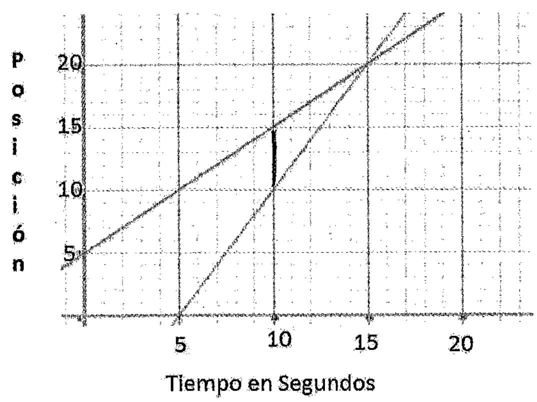
(E) $y = (x+6)^2 - 8$

2 1

3 4

$y = \cancel{a}(x-h)^2 + k$

$y = (x+h)^2 - k$



10. La gráfica anterior representa la posición en función del tiempo para dos autos que viajan en línea recta en una carretera. Cuando han transcurrido 10 segundos, la distancia, en metros, que separa a los autos es

7

11. Si $m = \frac{9a^2-1}{3a+1} + 3$, el valor de a que hace que $m =$ 9 es 10/3	

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 4

PARTE 1

TEMA	Ejercicio	Respuesta	✓ o ✗
Funciones y sus aplicaciones a) Sistema de coordenadas cartesianas b) Dominio y campo de valores c) Evaluación de funciones d) Gráficas y traslaciones en el plano	1	C	
	2	A	
	3	E	
	4	B	
	5	D	
	6	B	
	7	C	
	8	C	
	9	E	
	10	5	
	11	10/3	

2. Álgebra y composición de funciones

Álgebra de funciones. Si dos funciones f y g están definidas para todos los números reales, entonces es posible hacer operaciones numéricas reales como la suma, la resta, multiplicación y división (cociente) con $f(x)$ y $g(x)$.

Se definen la suma, la resta, multiplicación y división (cociente) de las funciones como:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \qquad g(x) \neq 0.$$

Composición de funciones. Dadas las funciones f y g, la **composición** de f y g, se define por:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

donde $g(x)$ pertenece al dominio de la función f. La composición de g con f se define por:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)),$$

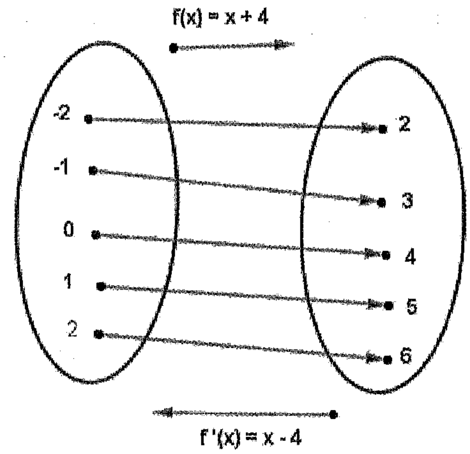
donde $f(x)$ pertenece al dominio de la función g.

Funciones inversas. Se llama función inversa o recíproca de la función f a otra función, denotada por f^{-1}, que cumple con lo siguiente:

$$\text{Si } f(a) = b, \text{ entonces } f^{-1}(b) = a.$$

Ejemplo:

Consideremos la función $f(x) = x + 4$.



Podemos observar que:

El dominio de f^{-1} es el recorrido de f.

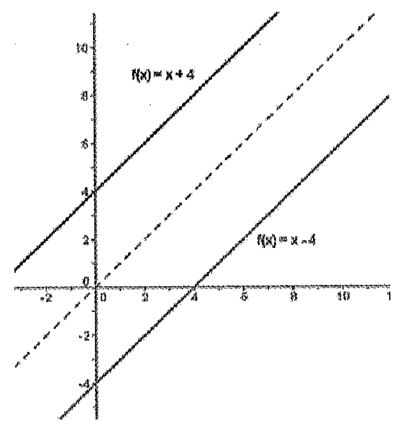
El recorrido de f^{-1} es el dominio de f.

Si queremos hallar el recorrido de una función tenemos que hallar el dominio de su función inversa.

Si dos **funciones** son **inversas** su **composición** es la **función identidad**.

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

Las gráficas de f y f^{-1} son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrante.



Para determinar la función inversa de una función f se consideran los siguientes pasos:

1.- Escribir $y = f(x)$.

2.- Resolver esta ecuación para x en términos de y (si esposible).

3.- Para expresar f^{-1} en función de x, intercambia x por y. La ecuación resultante es $y = f^{-1}(x)$.

Ecuación de la recta. La ecuación $y = mx + n$ que hemos visto se denomina forma explícita de la ecuación de la recta y nos permite hallar dicha ecuación cuando conocemos la pendiente y la ordenada en el origen.

Cuando sólo conocemos la pendiente, m, y las coordenadas de otro de los puntos de la recta, (x_0, y_0), su ecuación es:

$$y - y_0 = m(x - x_0).$$

Rectas paralelas y perpendiculares. Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente. Así, $y = mx + n$ e $y = mx + n'$ son paralelas.

La ecuación de la recta paralela a $y = mx + n$ que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$, es

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow \text{la recta tiene pendiente m.}$$

Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes vale -1. Por tanto, si esas pendientes son m y m' se tendrá: $m \cdot m' = -1 \Rightarrow -\frac{1}{m}$ (Pendientes inversas con distinto signo).

Así, las rectas $y = mx + n$ e $y = -\frac{1}{m}x + n'$ serán perpendiculares.

• La ecuación de la recta perpendicular a $y = mx + n$, que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$, es

$$y - y_0 = -\frac{1}{m}(x - x_0).$$

EJERCICIOS

SEGUNDA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

---

1. Dadas $h(r) = r^2 - 1$ y $u(x) = x + 1$, el resultado de la composición de $h(r)$ con $u(x)$, es decir $h(u(x))$ es

(A) $x^2 + 2x - 1$

(B) $x^2 - 2x - 1$

(C) $x^2 + 2x$

(D) $x^2 - 2x$

(E) $x^2 + 2x + 1$

$h(r) = r^2 - 1$
$U(x) = x + 1$
$h(u)(x)$
$h(x+1) = (x+1)^2 - 1$
$x^2 + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x$

---

2. Si $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ y $g(x) = \sqrt{x + 1}$, entonces el resultado de $\frac{f(x)}{g(x)}$ es

(A) $x - 1$

(B) $\sqrt{1 - x}$

(C) $x + 1$

(D) $\sqrt{x - 1}$

(E) $\sqrt{x + 1}$

$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x + 1}} = \left[(x^2 - 1)\right]^{\frac{1}{2}} \left[(x+1)\right]^{2}$

$x^2 - 1 = (x + 1)^2$

3. Si $f(x) = log_2 \sqrt[3]{x}$, entonces el valor de $f(16)$ es 4/3	
4. Si $f(x) = e^x$, entonces $f(ln\, 3 + 2\, ln\, x)$ es (A) $5x$ (B) $6x$ (C) $3 + 2x$ (D) $2x^3$ (E) $3x^2$	
5. Hallar la función inversa de $m = \frac{3k+6}{9}$ (A) 3 (B) m-2 (C) m +2 (D) 3 m +2 (E) 3 m -2	$m = \frac{3k+6}{9}$ $m9 = 3k+6$ $m9 - 6 = 3k$ $\frac{m9-6}{3} = k$

6. Dada la función $f(x) = 2|1 - x| - x$, ¿cuál (es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera (s)?

I) $f(-2) = f(-1)$

II) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

III) $f(2) = 0$

(A) I

(B) II

(C) III

(D) I y II

(E) II y III

7. ¿Cuál es el punto p, donde se intersecan las rectas $4x - 5y = 8$; $2x + y = -10$?

(A) $p = (4,1)$

(B) $p = (-3,-4)$

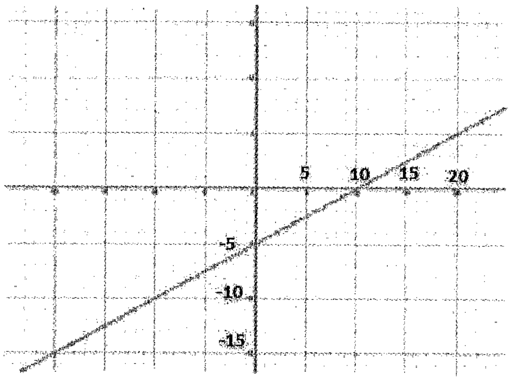
(C) $p = (-1,4)$

(D) $p = (2,-5)$

(E) $p = (-5,1)$

8. La base de un rectángulo es $\frac{m}{2} + 2$ metros y su altura $m + 1$ metros. Si el perímetro del rectángulo es 18 metros ¿cuánto mide la base del rectángulo?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
~~(D) 4~~
(E) 5



9. La gráfica anterior representa la recta $y_1 = \frac{x}{2} - 5$. La recta perpendicular a y_1 que interseca al eje vertical en +5 es

(A) $y = -2x - 5$
(B) $y = -2x + 10$
(C) $y = \frac{x}{2} + 5$
(D) $y = -2x + 5$
(E) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

10. ¿A partir de qué punto del dominio, la función $h(x) = x - 2$ es mayor o igual a cero?

2

11. Si la pendiente de una recta se denota por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

¿Cuál es la pendiente de la línea que pasa por los puntos (0, -3) y (2,7)?

5

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 4 PARTE 2			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
Funciones y sus aplicaciones a) Álgebra y composición de funciones b) Funciones inversas Funciones polinómicas y racionales a) Funciones lineales • Ecuación de la recta • Gráficas (pendiente e intersección con los ejes) • Rectas paralelas y perpendiculares • Aplicaciones	1	C	
	2	D	
	3	4/3	
	4	E	
	5	E	
	6	E	
	7	B	
	8	D	
	9	D	
	10	2	
	11	5	

DESPEDIDA

En esta sesión haz realizado diversos ejercicios, te invitamos a seguir repasando y practicando para mejorar tus tiempos de solución.

EJERCITACIÓN EN CASA

1. Sean $f(x) = \sqrt{2x-1}$ y $g(x) = \frac{x^2-3}{2}$. ¿Cuál es la expresión para la función $g(f(x))$?

$g(x) = \frac{2x^2-3}{2}$

$x - 1$

(A) $2x - 1$

(B) $\frac{2x-1}{2}$

(C) $x - 1$

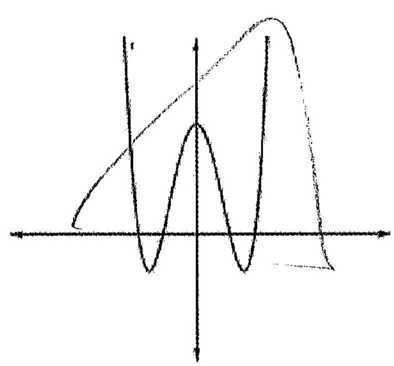
(D) $x - 2$

(E) $\frac{x-2}{2}$

2. En la función $f(x) = \frac{x+5}{x-1}$ ¿cuál es valor que no pertenece al dominio?

(A) 0
(B) 5
(C) 1
(D) -1
(E) 4

$f(x) = \frac{x+5}{x+1}$



3. La gráfica anterior es la gráfica de un polinomio ¿cuál es el grado de dicho polinomio?

(A) Dos

(B) Tres

(C) Cuatro

(D) Cinco

(E) No se puede determinar

4. La expresión $\log\left(\frac{x}{y}\right)^2$ es equivalente a

(A) $2\,log(x) - log(y)$
(B) $2\,log(x) - 2\,log(y)$
(C) $2\,log(x - y)$
(D) $2\,\frac{log\,x}{log\,y}$
(E) $\frac{1}{2}log(x - y)$

5. Para $f(x) = \frac{2}{3x-2}$, la función inversa es

(A) $f^{-1}(x) = \frac{2+2x}{3}$

(B) $f^{-1}(x) = \frac{2(1+x)}{3x}$

(C) $f^{-1}(x) = \frac{2+x}{3x}$

(D) $f^{-1}(x) = \frac{2x}{3x-2}$

(E) $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{2}$

Respuestas:
1. C
2. C
3. C
4. B
5. B

SESIÓN 5

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Descripción de la forma de trabajo
Teoría y ejemplos: Funciones (Parte II)
Ejercicios
Socialización de los ejercicios
Cuadro récord
Teoría y ejemplos: Sistemas de ecuaciones (Parte I)
Ejercicios
Socialización de los ejercicios
Cuadro récord
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

En la quinta sesión revisarás una continuación de los temas de Funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas, además sistemas de ecuaciones e inecuaciones que forman parte del Área de Ciencias Económico-Administrativas. Como en las sesiones anteriores, tendrás que responder ejercicios que correspondan a dicho contenido para posteriormente revisarlos y comentar las respuestas, así como las estrategias que has seguido para llegar a la respuesta correcta.

angela León Ballivián

TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

Verás un recordatorio de cada tema, así como un ejemplo similar a un problema de la PAC; posteriormente realizarás ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

CONTENIDO: Funciones, Sistemas de Ecuaciones
1.-Funciones polinómicas y racionales a)Funciones cuadráticas • Gráfica e Intersecciones con los ejes • Aplicaciones (máximos y mínimos) b)Funciones polinómicas de grado mayor que 2 • Ceros (con énfasis en ceros racionales y teorema fundamental del álgebra) • Gráficas c)Funciones racionales • Dominio y campo de valores • Asíntotas • Gráficas 2.-Funciones exponenciales y logarítmicas a)Funciones exponenciales • Dominio, campo de valores y evaluación • Gráficas • Aplicaciones b)Funciones logarítmica • Dominio, campo de valores y evaluación • Gráficas • Propiedades • Ecuaciones exponenciales y logarítmicas • Aplicaciones

TEORÍA Y EJEMPLOS

1.-Funciones polinómicas y racionales

a) Funciones cuadráticas

Una función cuadrática es una ecuación de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a \neq 0$$

El grado en una función cuadrática es igual a 2, esto es, al menos una de las incógnitas en la ecuación tiene un exponente igual a 2, mientras que en una ecuación polinómica el exponente en al menos una de sus incógnitas es mayor que 2. Algunos ejemplos de estas funciones son:

Función cuadrática: $y = x^2, f(x) = 5x^2 + 9x - 2.$
Función polinómial: $y = x^3, f(x) = 5x^4 + 6x + 2.$

Gráfica e Intersecciones con los ejes:

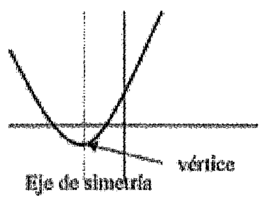
La función cuadrática más básica y simple es $y = x^2$. Si evaluamos la función anterior (Tabla del lado derecho) vemos que el **rango** (los valores de y, o salida) no se comportan como una función lineal. La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.

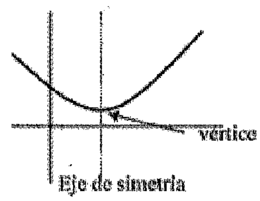
x	$y = x^2$
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

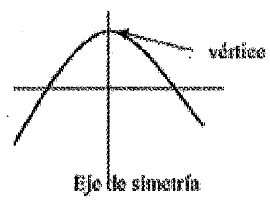
Las parábolas de un polinomio de segundo grado de forma $y = ax^2 + bx + c$ se caracterizan por:

- Presentar un eje vertical de simetría.
- Un punto especial llamado vértice (que está sobre el eje de simetría).

Algunos ejemplos de estas graficas son:







Aplicaciones (máximos y mínimos):

Para determinar si una función cuadrática tiene un máximo o un mínimo, se usa la fórmula del vértice, esto es

Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$, entonces

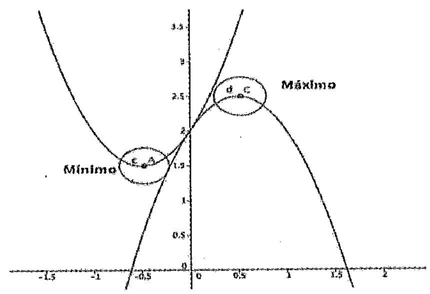
Si $a > 0$ en la ordenada del vértice se encuentra el **mínimo** de la función

$$Min = \frac{D}{4a} \textbf{ donde D=b}^{\textbf{2}}\textbf{-4ac}$$

Si $a < 0$, en la ordenada del vértice se encuentra el máximo de la función

$$\boldsymbol{Max = \frac{D}{4a}}$$

y= ordenada



Representación gráfica de máximos y mínimos de una función cuadrática.

La aplicación de máximos y mínimos son utilizados en situaciones del mundo real, son útiles para describir la trayectoria de una bala, para determinar la altura de un objeto lanzado y para optimizar problemas de negocios.

b) Funciones polinómicas de grado mayor que 2

Ceros (con énfasis en ceros racionales y teorema fundamental del álgebra)

Una función polinómica de grado n tiene la forma: $P(x) = a_n x^n + a^{n-1} x^{n-1} + \ldots + a^1 x + a^0$. El teorema **fundamental del Algebra** afirma que un polinomio de grado n cuyos coeficientes son números complejos posee n raíces complejas contadas con multiplicidad.

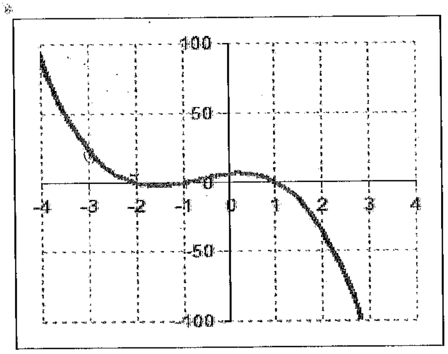
Si el polinomio $P(x)$ tiene todos sus coeficientes reales, entonces:

- Sus raíces complejas son dos a dos conjugadas, es decir si $a + bi$ es raíz de $P(x)$ entonces $a - bi$ es raíz de $P(x)$.
- Si $P(x)$ tiene grado impar entonces posee al menos una raíz real.
- $P(x)$ factoriza sobre: $P(x) = (x - r_1)^{m1} \ldots (x - r_q)^{mq}((x - a_1)^2 + b_1^2)^{t1} \ldots ((x - a_s)^2 + b_s^2)^{ts}$

real = negativa

Siendo, $r_1, \ldots, r_q$ las raíces reales de $P(x)$ y $m_1, \ldots, m_q$ sus multiplicidades y $a_1 + b_1 i, \ldots, a_s + b_s i$ las raíces complejas no reales de $P(x)$ y $t_1, \ldots, t_s$ sus multiplicidades.

La gráfica de la función $f(x) = -3x^3 - 6x^2 + 3x + 6$



$-3x^3 - 6x^2 + 3x + 6$
$(x+1)(1-x)(3x+6) =$
$(x - x^2 + 1 - x)(3x+6)$
$3x^2 - 3x^3 + 3x + 3x^2 + 6$
$-6x^2 + 6 - 6x$
$= -3x^3 - 6x^2 + 3x + 6$

$x + 1 = 0$
$1 - x = 0$
$3x + 6 = 0$

$x_1 = -1$
$x_2 = 1$
$x_3 = -2$

$3x^3 - 6x^2 + 3x + 6 = 0$

$(x + 1)(1 - x)(3x + 6) = 0$

$x = -1$

$x = 1$

$x = -2$

c) Funciones racionales

Si $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios, la función de la forma:

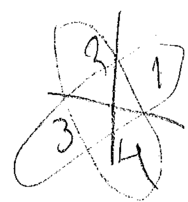
$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Se llama una **función racional**, donde $Q(x)$ es diferente de cero.

Dominio y campo de valores

Para las funciones racionales propias, el dominio es el conjunto de todos los reales excepto los valores de x que hacen cero al denominador. Su contradominio requiere analizarse en cada caso.

- El dominio y el recorrido son todos los reales excepto el 0.
- Es una función impar: $f(-x) = k/(-x) = -f(x)$.
- Si $k>0$ la función es decreciente (disminuyendo) y su gráfica aparece en los cuadrantes 1° y 3°.
- Si $k<0$ la función es creciente (aumentando) y su gráfica está en el 2° y 4° cuadrante.



Asíntotas

Aunque estas rectas pueden llevar cualquier dirección en el plano aquí nos limitaremos a dos tipos:

Asíntota Horizontal: Para saber si una función racional tiene asíntota horizontal solo se comparan los grados del numerador y denominador.

Si en la función:

$$f(x) = \frac{aX^n + \ldots + c}{bX^m + \ldots + d}$$

1) $n > m$ $f(x)$ NO posee asíntota horizontal
2) $n = m$ $f(x)$ SI posee asíntota horizontal y es la recta $y = \frac{a}{b}$
3) $n < m$ $f(x)$ SI posee asíntota horizontal y es el eje x.

Asíntota vertical: Para encontrar una asíntota vertical se iguala el denominador a cero. Las raíces del polinomio que conforma el denominador de la función representarán los valores de x por donde pasa la asíntota vertical (Perpendicular al eje x).

La recta $x = a$ es una asíntota vertical de la función si se verifica que cuando el valor x tiende al valor a, el valor de $f(x)$ tiende a valores cada vez más grandes, $f(x) \to +\infty$, ó más pequeños, $f(x) \to -\infty$.

Gráficas de funciones racionales

Una función racional propia puede presentar intersección con el eje y (ordenada al origen) e intersecciones con el eje x (raíces). Para encontrar la ordenada al origen se le da a x el valor de cero y se obtiene el valor de $f(x)$.

2.-Funciones exponenciales

La función exponencial es de la forma $y=a^x$, siendo a un número real positivo. El dominio, campo de valores y evaluación de funciones exponenciales son:

- El dominio son todos los reales y el recorrido son los reales positivos.
- Es continua.
- Si $a>1$ la función es creciente y si $0 < a < 1$ es decreciente.
- Corta al eje y en (0,1).
- La función es inyectiva, esto es si $a^m = a^n$ entonces $m = n$.

Para resolver una ecuación exponencial se aplican las propiedades de las potencias:

$$a^n * a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$a^n * b^n = (a * b)^n$$

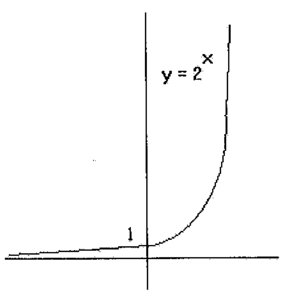
$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

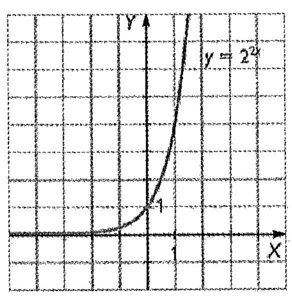
$$(a^n)^m = a^{n*m}$$

Descripción general de gráficas

- En las gráficas al multiplicar por una constante k, $y = k \cdot ax$, el punto de corte con el eje y es $(0,k)$.
- Al sumar (o restar) una constante b la gráfica se desplaza hacia arriba o hacia abajo en b unidades y la asíntota horizontal pasa a ser $y = b$.

Gráficas de Funciones Exponenciales:





Aplicaciones

La función exponencial sirve para describir cualquier proceso que evolucione de modo que el aumento (o disminución) en un pequeño intervalo de tiempo sea proporcional a lo que había al comienzo del mismo. Algunas de las aplicaciones de funciones exponenciales son:

- Crecimiento de poblaciones.
- Interés del dinero acumulado.
- Desintegración radioactiva.

orde

absisas

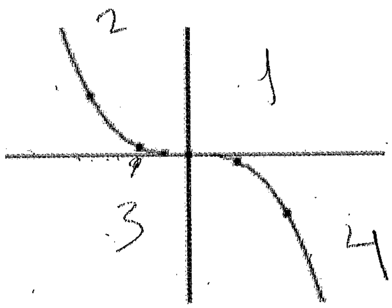
EJERCICIOS

PRIMERA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

1. En qué valores de x la funcion $y = (x - 3)^2 - 4$ intersecta al eje de las abscisas. (A) 2 y 7 (B) 4 y 3 (C) -1 y 5 ~~(D) 1 y 5~~ (E) -5 y -1	$y = (x-3)^2 - 4$ $x^2 - 6x + 9 - 4 = 0$ $x^2 - 6x + 5 = 0$ $(x-5)(x-1) = 0$ $x-5=0 \quad x-1=0$ $x=5-0 \quad x=1-0$ $x=5 \quad x=1$ $y=(1-3)$ $4-4=0$ $y = 2$ $y=(-2)^2$ $(4-4=9$ $y=(5-3)$
2. Determinar la coordenada en la cual la función $y = \frac{x^2-16}{2}$, se intersecta con el eje de las ordenadas. ~~(A) (0 , -8)~~ (B) (0 , 8) (C) (0 , 4) (D) (4 , 0) (E) (-4 , 0)	x $y = \frac{x^2-16}{2}$ $=0$ $y = \frac{-16}{2} = -8$ $y = (0, -8)$

3.



¿Qué tipo de función describe la gráfica anterior?

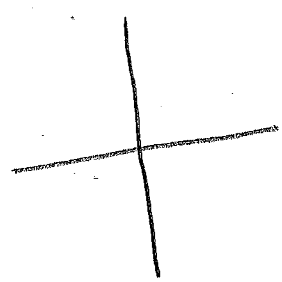
(A) $-x^4 - 3x^2 + x - 8 = y$
(B) $-x^4 + 3x^2 + x - 8 = y$
(C) $-x^3 - 3x^2 + x - 8 = y$
(D) $x^3 - 3x^2 + x - 8 = y$
(E) $x^3 + 3x^2 + x - 8 = y$

- Función impar
- ir en "S" $= x^3$
- negativos

4. Para la función exponencial descrita por $f(x) = e^{3x}$. ¿Qué valor de x hace que la función intercepte al eje de las ordenas en 1?

(A) -2
(B) 2
(C) -1
(D) 1
(E) 0

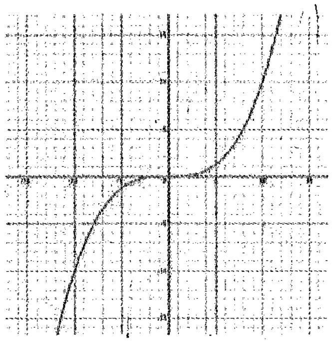
$e^0 = 1$
$e^x = \underline{1}$



$f(x) = e^{3x}$

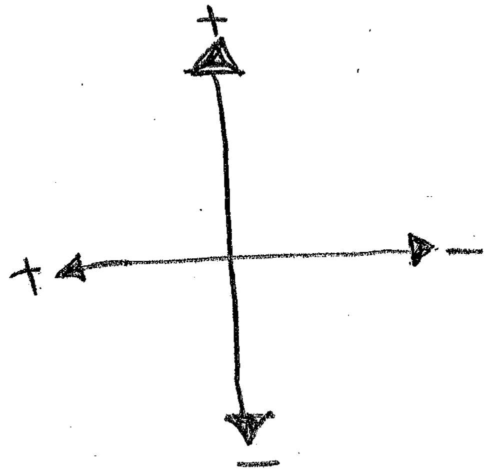
$f(\cancel{x}) = e^{30}$ $f = 1$

5.



La gráfica anterior muestra la función $f(x) = x^3$. La función que representa la misma gráfica desplazada cinco unidades a la derecha y nueve hacia arriba es

(A) $f(x) = (5x + 9)^3$
(B) $f(x) = (x + 5)^3 + 9$
(C) $f(x) = (x + 9)^3 + 5$
(D) $f(x) = (9x - 5)^3$
(E) $f(x) = (x - 5)^3 + 9$



6. ¿Cuántas soluciones posibles tiene la siguiente función?

$$h(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 4x + 4)}{x + 2}$$

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

$h(x) = \frac{(x^2-4x+4)(x^2+4x+4)}{x+2}$

$\frac{(x-2)^2(x+2)^2}{\cancel{x+2}}$

$(x-2)^2(x+2)$

$(x-2)^2(x+2)=0$

$x-2=0 \quad x=2+0 \quad x=2$

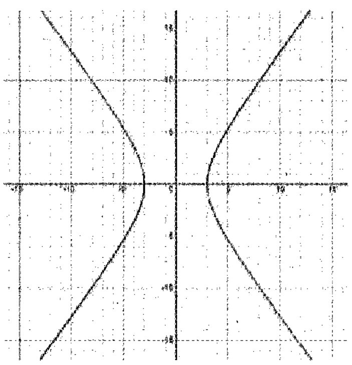
$x+2=0 \quad x=-2+0 \quad x=-2$

7. La expresión $Q(t) = 2000e^{0.06t}$ indica el crecimiento exponencial de una sustancia en el ambiente a través del tiempo. ¿Cuál es la cantidad de la sustancia cuando $t = 0$?

(A) 0
(B) 2000
(C) -2000
(D) 10
(E) 200

$Q(t) = 2000\,e^{(0)}$
$Q(t) = 2000^{1}$
$Q(t) = 2000$

8.



La gráfica anterior representa la ecuación

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

— No se lacon

¿Qué ecuaciones representan sus asíntotas?

(A) $y = \frac{4}{3}x,\ y = -\frac{5}{3}x$
(B) $y = \frac{5}{4}x,\ y = -\frac{3}{4}x$
(C) $y = \frac{3}{5}x,\ y = -\frac{4}{5}x$
(D) $y = \frac{3}{4}x,\ y = -\frac{3}{4}x$
(E) $y = \frac{4}{3}x,\ y = -\frac{4}{3}x$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\quad y = \pm\frac{b}{a}$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

$\frac{3}{9} - \frac{4}{16} = 1$

$\overset{a}{3} - \overset{b}{4} = 1$

$y = \pm\frac{4}{3}$

9. Determine un valor entero para A, para el cual la parábola $h(x) = 2x^2 + 10x + A$, intersecte el eje ordenado en el punto P(0,10). R=10	$ax^2 + bx + c = 0$ $2x^2 + 10x + c = 0$ $2(0)^2 + 10(0) + 10 = 0$ $0 + 0 + 10 = 10$
10. Si $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$, encuentre un cero racional de dicho polinomio. R=1	$p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$ $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3 = 0$ $(x-1)(2x^2 - 5x + 3) = 0$ $(x-1)(x-1)(2x-3) = 0$ $(x-1)^2(2x-3) = 0$ $x - 1 = 0 \quad x = 1$ $(2x-3) = 0 \quad 2x = 3 - 0 \quad 2x = 3 \quad x = \frac{3}{2} \quad x = 3/2$
11. Determinar un número real positivo para la cual la expresión z no esté definido. $$z = \frac{2mn - 5}{n^2 - 9}$$ R=3	$3^2 = 9$ y $9 - 9 = 0$ NO definido

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 5 PRIMERA PARTE			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
a) Funciones polinómicas y racionales. b) Funciones exponenciales y logarítmicas. c) Sistemas de ecuaciones e inecuaciones	1	**D**	✓
	2	**A**	✓
	3	**C**	
	4	**E**	
	5	**E**	✓
	6	**C**	
	7	**B**	✓
	8	**E**	✓
	9	**10**	✓
	10	**1 o 3/2**	
	11	**3**	

TEORÍA Y EJEMPLOS

b) Función logarítmica

Las ecuaciones logarítmicas son aquellas ecuaciones en la que la incógnita aparece afectada por un logaritmo. Las funciones logarítmicas también son consideradas como la función inversa de la función exponencial y se denota de la siguiente manera:

$$y = log_a x \text{, con } a > 0 \text{ y distinto de 1.}$$

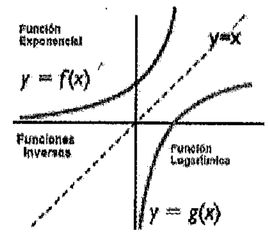
Dominio, campo de valores y evaluación

- El dominio son los reales positivos y el recorrido son todos los reales.
- Es continua.
- Si $a > 1$ la función es creciente y si $0 < a < 1$ es decreciente.
- Corta al eje x en $(1,0)$.
- El eje y es asíntota.
- La función es inyectiva, esto es si $am = an$ entonces $m = n$.

Representación gráfica de logaritmos

Una función logarítmica es aquella que genéricamente se expresa como $f(x) = log_a x$, siendo a la base de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1.

La función logarítmica es la inversa de la función exponencial.



Para resolver una ecuación logarítmica se aplican las propiedades de los logaritmos y estas propiedades son las siguientes:

$\boldsymbol{log_a 1 = 0}$	$\boldsymbol{log_a(u \cdot v) = log_a u + log_a v}$
$\boldsymbol{log_a a = a}$	$\boldsymbol{log_a\left(\frac{u}{v}\right) = log_a u - log_a v}$
$\boldsymbol{log_a a^x = x}$	$\boldsymbol{log_a(u^n) = n \cdot log_a u}$
$\boldsymbol{a^{log_a a^x} = x}$	$\boldsymbol{log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} log_a u}$

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

$e^{\ln x} = x$

$x > 0$

$\ln a^b = b \ln a$

$\log_a x = y \quad y^a = x$

- $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$
- $2^{2x+1} - 6^x + 1 = 0$
- $log\, x + log(x+3) = 2\, log(x+1)$
- $log(16 - x^2) = log(3x - 4)^2$

Aplicaciones Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Se aplica en la demanda y oferta, medición del crecimiento de los depósitos de acuerdo al tiempo. Para realizar estadísticas, problemas específicos, siempre teniendo en cuenta una ecuación de segundo grado. Para medir los índices de crecimiento de la población.

EJERCICIOS

SEGUNDA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

1. El crecimiento de una población está dado por: $f(d) = \frac{(d^4)^{\frac{1}{2}} - (d^2)^{\frac{1}{2}}}{(d^2)^{\frac{1}{2}}}$, donde d es el número de días, si $f(d) = 8$ ¿En qué día se tomó la medición?

(A) 3
(B) 5
(C) 7
(D) 9
(E) 11

$f(d) = \frac{(d^4)^{\frac{1}{2}} - (d^2)^{\frac{1}{2}}}{(d^2)^{\frac{1}{2}}}$ $f(d) = 8$

$f(d) = \frac{d^{4/2} - d^{2/2}}{d^{2/2}}$

$f(d) = \frac{d^2 - d}{d} = 8$

$f \quad \frac{d(d-1)}{d} = 8$ $d - 1 = 8$
$d = 8 + 1$
$d = 9$

2. Juan compra dos dulces y un chocolate en cinco monedas, luego un dulce y dos chocolates en cuatro monedas. ¿Cuánto le costó cada dulce y cada chocolate?

(A) 2, 3
(B) 2, 5
(C) 3, 5
(D) 2, 2
(E) 2, 1

$2x + y = 5$
$x + 2y = 4$

$-2(2x + y = 5)$

$-4x - 2y = -10$
$x + 2y = 4$
$-3x = -6$
$-3x = -6 = 0$
$-3x = 6 - 0$
$-3x = 6$
$x = \frac{6}{3}$ $x = 2$

$2x + y = 5$
$y = 1$

$2(d) + 1(c) = 5$
$1(d) + 2(c) = 4$

$2(2) + 1(1) = 4 + 1 = 5$
$1(2) + 2(1) = 2 + 2 = 4$

$d = 2$
$c = 1$

3. Un valor de x que satisface la ecuación $\frac{ln(2-x^2)}{ln(x)} = 2$ es

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

$$\frac{\ln(2-x^2)}{\ln(x)} = 2$$

$$\ln(2-x^2) = 2\ln x$$

$$e^{\ln(2-x^2)} = e^{\ln x^2}$$

$$2-x^2 = x^2$$

$$2 = x^2+x^2$$

$$2 = 2x^2$$

$$x^2 = \frac{2}{2}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1} \qquad x = 1$$

Negativo no puede ser

4. ¿Cuál es el valor de x que resuelve la ecuación $e^{8x-7} = 1$?

(A) $\frac{5}{4}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{7}{8}$

(D) $\frac{5}{8}$

(E) $\frac{7}{4}$

$$e^{8x-7} = 1$$

$$e = 8x-7 = 0$$

$$e = 8x = 7-0$$

$$e = 8x = 7$$

$$e = x = \frac{7}{8}$$

$$\ln(e^{8x-7}) = \ln 1$$

$$8x-7 = 0$$

$$8x = 7-0$$

$$8x = 7$$

$$x = \frac{7}{8}$$

5. Calcular los valores de las variables x y y del siguiente sistema de ecuaciones

$$3x + y = 1$$

$$-7x - 2y = -1$$

(A) $x = 1,\ y = 4$
(B) $x = -1,\ y = 4$
(C) $x = -1,\ y = -4$
(D) $x = 1,\ y = -4$
(E) $x = -1,\ y = 3$

$3x + y = 1$
$-7x - 2y = -1$

6. $ln(x + 2\sqrt{2}) = -ln(x - 2\sqrt{2})$

Una solución de la ecuación anterior es

$\ln A + \ln B = \ln AB$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

$\ln(x+2\sqrt{2}) = -\ln(x-2\sqrt{2})$
$\ln[x+2\sqrt{2}) + \ln(x-2\sqrt{2}) = 0$
$\ln A + \ln B = \ln (A)(B)$
$\ln[(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})] = 0$
$\ln[x^2 - (2\sqrt{2})^2] = 0$
$\ln(x^2 - (4 \cdot 2)] = 0$
$\ln(x^2 - 8] = 0$
$e^{\ln(x^2-8]} = e^0$
$x^2 - 8 = 1$
$x^2 = 9 \quad x = \sqrt{9} \quad x = 3$

7. ¿Qué valores de x y y resuelven el siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} 5x + 2y = 18 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$$

(A) $x = 3,\quad y = 5$

(B) $x = 4,\quad y = -1$

(C) $x = -4,\ y = 1$

(D) $x = 2,\quad y = 3$

(E) $x = 4,\quad y = -2$

$5x + 2y = 18$
$2x - 4y = 12$

8.
$$x + y = 0$$
$$ax + by = 3$$

Si las gráficas de las ecuaciones anteriores son paralelas, entonces

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{vmatrix} =$$

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 1

(E) 2

paralelas = 0

$y = mx + b$ $y - mx = b$

$y = mx + c$ $y - mx = c$

9. Calcular el valor de la siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} \frac{x}{2} & 4 \\ -1 & \frac{2}{x} \end{vmatrix} =$$

$\begin{vmatrix} \frac{x}{2} & \frac{2}{1} \end{vmatrix} = 1$

$\begin{vmatrix} -1 & 4 \end{vmatrix} = 4$

$4+1=6$

R=5

10. $$p = \left[\frac{m^3 + m}{m}\right]^2$$ La presión ejercida sobre un objeto está dado por la ecuación anterior, si $m = 2$. ¿Cuál es la presión ejercida al objeto?	$p = \left[\frac{2^3+2}{2}\right]^2$ $\quad p = \frac{8+2}{2}$ $\quad p = \frac{10}{2}$ $p = 5$ $\quad \boxed{5^2 = 25}$
11. Hallar un valor de x positiva que cumpla la relación en la ecuación $log_2\, x^2 = 0$ 1	$\log_2 x^2 = 0$ $\log_a 1 = 0$ $x^2 = 1$ $x = 1$

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 5 **SEGUNDA PARTE**			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	✓ o ✗
a) Funciones polinómicas y racionales. b) Funciones exponenciales y logarítmicas. c) Sistemas de ecuaciones e inecuaciones	1	**D**	
	2	**E**	✓
	3	**A**	
	4	**C**	✓
	5	**B**	✓
	6	**D**	
	7	**B**	✓
	8	**C**	
	9	**5**	
	10	**25**	✓
	11	**1**	

DESPEDIDA

En esta sesión has realizado ejercicios que corresponden al tema: funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas, además de sistemas de ecuaciones e inecuaciones. Durante la **Sesión 6** tendrás la oportunidad de revisarás los temas de sistemas de ecuaciones, funciones e inecuaciones (Parte II) y matemáticas financieras.

SESIÓN 6

ESQUEMA DE LA SESIÓN

Descripción de la forma de trabajo
Teoría y ejemplos: Sistemas de ecuaciones (Parte II)
Ejercicios
Socialización de los ejercicios
Cuadro Record
Teoría y ejemplos: Matemáticas Financieras
Ejercicios
Socialización de los ejercicios
Cuadro Record
Despedida

DESCRIPCIÓN DE LA FORMA DE TRABAJO

En la sexta sesión revisarás los temas de sistemas de ecuación e inecuaciones, además de los temas que corresponden a matemáticas financieras que forman parte del área de Económico – Administrativas. Así como en las sesiones anteriores, tendrás que responder ejercicios que correspondan a dicho contenido para posteriormente revisarlos y comentar las respuestas, así como las estrategias que has seguido para llegar a la clave o respuesta correcta.

TEMAS A DESARROLLAR EN LA SESIÓN

Verás un recordatorio de cada tema, así como un ejemplo similar a un problema de la PAC; posteriormente realizarás unos ejercicios.

CONTENIDO: Sistemas de Ecuaciones y Matemáticas Financieras
1.- Sistemas de ecuaciones e inecuaciones a. Sistemas de ecuaciones lineales b. Métodos gráficos y algebraicos c. Método de reducción de matrices d. Determinantes e. Regla de Cramer f. Aplicaciones g. Sistemas de ecuaciones no lineales (Métodos gráfico y algebraicos) h. Sistemas de inecuaciones lineales (Gráficas) 2.- Matemáticas financieras a. Porcentajes y tipo de interés b. Interés simple e interés compuesto c. Problemas sobre porcentajes, valor presente y valor futuro

TEORÍA Y EJEMPLOS

1.- Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

a) Sistemas de ecuaciones lineales.

El sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones lineales (ecuación de una recta: y=mx+b), la forma para resolver un sistema de dos ecuaciones es por métodos gráficos o algebraicos.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \quad (2) \\ 3x + 2y = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Multiplicamos la 1ª ecuación por 2 y la 2ª por 3 (De esta forma el coeficiente de y en las dos ecuaciones es el mismo).

Resulta: $\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 9x - 6y = 0 \end{cases}$

Sumando obtenemos $13x = 2$ o $x = \frac{2}{13}$

Sustituyendo el valor encontrado de x en la segunda ecuación:

$3\left(\frac{2}{13}\right) - 2y = 0$ ó $y = \frac{3}{13}$

b) Métodos gráficos y algebraicos

Para aplicar el método gráfico se realizan los siguientes pasos:

1. Se construye para cada una de las ecuaciones la tabla de valores correspondientes.
2. Se representan gráficamente ambas rectas en los ejes coordenados.
3. Se hallan los puntos de intercepción, el punto de intersección representan la solución del sistema o dicho de otra manera los valores de x y y que satisfacen ambas ecuaciones.

El método gráfico podrá presentar los siguientes casos:

a. Las rectas se **intersecan en un punto**, cuyas coordenadas es la solución del sistema.
b. Las dos rectas **coinciden o se sobreponen**, dando origen a infinitas soluciones.
c. Las dos rectas son **paralelas (no se intersecan)**, por lo tanto no hay solución.

Para resolver un sistema con más de dos ecuaciones, se utiliza el método por matrices, una matriz es un ordenamiento de los datos y se usan no solo en la resolución de sistemas de ecuaciones (lineales), sino además en el cálculo numérico, en la resolución de sistemas de ecuaciones. El álgebra matricial puede ser aplicada a sistema de ecuaciones lineales.

c) Método de Reducción de Matrices

Este método permite resolver sistemas con muchas ecuaciones, eliminando una incógnita en el sistema de ecuaciones con operaciones de suma, resta, multiplicación y división. La forma para pasar un sistema de ecuaciones a la forma de una matriz es la siguiente.

1) Partiendo del sistema de ecuaciones:

$$x+2y=5$$
$$3x-y=1$$

2) Intercambio las ecuaciones y obtengo un sistema equivalente en forma de matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Una vez obtenida la matriz se resuelve por método de Determinantes o Cramer.

d) Determinantes

Es un número real asociado a una matriz y su cálculo depende del orden de la matriz.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

e) Regla de Cramer

Es un método basado en la solución de determinantes que se utiliza para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos o más incógnitas. Las soluciones de un sistema de ecuaciones son todos los valores que son válidos para todas las ecuaciones, o los puntos donde las gráficas de las ecuaciones se intersecan.

La regla para un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas es similar, con una división de determinantes:

$$\begin{cases} ax + by + cz = j \\ dx + ey + fz = k \\ gx + hy + iz = l \end{cases}$$

Que representadas en forma de matriz es:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \\ k \\ l \end{bmatrix}$$

x, y, z Pueden ser encontradas como sigue:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} j & b & c \\ k & e & f \\ l & h & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}; y = \frac{\begin{vmatrix} a & j & c \\ d & k & f \\ g & l & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}; z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & j \\ d & e & k \\ g & h & l \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}$$

f) Aplicaciones

Los sistemas de ecuaciones no lineales y los sistemas de inecuaciones lineales tiene una infinidad de aplicaciones, como en procesamiento digital de señales, análisis estructural, estimación, predicción, programación lineal así como en la aproximación de problemas no lineales de análisis numérico se aplican en las diferentes ramas del conocimiento, muchos de los problemas se resuelven usando sistemas de ecuaciones, en economía, administración y transporte.

Los sistemas de funciones no lineales, como ecuaciones cuadráticas o exponenciales, pueden ser manejados con las mismas técnicas.

g) Sistemas de Ecuaciones no lineales (Método gráfico y algebraico)

Para obtener la solución por el método gráfico de un sistema de ecuaciones formado por una ecuación lineal y otra cuadrática es necesario comprender cada una de las ecuaciones y después poderlas graficar para poder determinar los puntos de intersección comunes en una gráfica, si se desea obtener por el método algebraico, la forma de resolverlos es igual por el método de sistemas lineales.

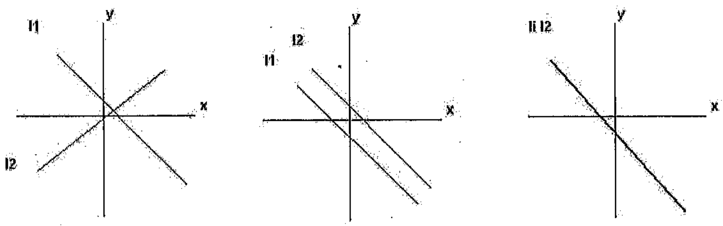
h) Sistemas de Inecuaciones no Lineales (Gráficas)

Una inecuación es una desigualdad algebraica, la **solución** de una inecuación es el **conjunto de valores de la variable que verifica la inecuación**.

Podemos expresar la solución de la inecuación mediante:

- Una representación gráfica.
- Un intervalo.

Representaciones graficas:



unica solucion — no hay solucion — infinitas soluciones

EJERCICIOS

PRIMERA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

1. ¿Cuál es el punto de intersección de las rectas $y - 2x + 3 = 0$; $y + 3x - 2 = 0$?

(A) $\left(\frac{1}{5}, \frac{-1}{5}\right)$
(B) $(1, -1)$
(C) $(-1, 1)$
(D) $\left(\frac{-1}{5}, \frac{1}{5}\right)$
(E) $(7, 17)$

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

2. Hallar dos números cuya suma sea -1 y la multiplicación sea -56.

(A) -7, 8
(B) 7, -8
(C) -7,-8
(D) 7,8
(E)-1,-56

$-8 \times 7 = -56$

$-8 + 7 = -1$

3. $$x^2 + y^2 = 9$$

$$2x - y = -3$$

Un valor de x y y que satisfacen el sistema de ecuaciones anterior es

(A) $x = \frac{-3}{2}, y = 0$
(B) $x = 0, y = -3$
(C) $x = \frac{3}{2}, y = 0$
(D) $x = 0, y = 3$
(E) $x = 1, y = 3$

$x^2 + y^2 = 9$

$2x - y = -3 \quad y = 2x + 3$

$x^2 + (2x + 3)^2 = 9$

$x^2 + 4x^2 + 12x + 9 = 9$

$5x^2 + 12x = 0$

$x(5x + 12) = 0$

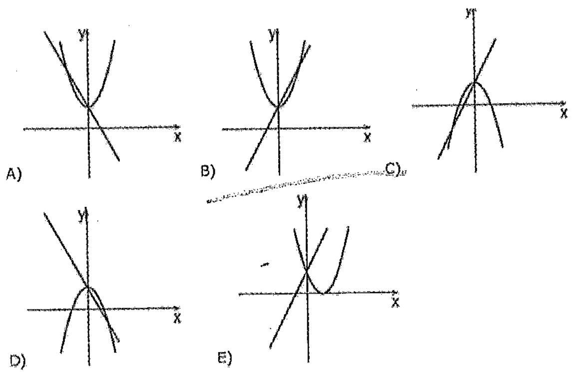
$x = 0 \quad ó \quad x = -12/5$

$x = 0$ cn $y = 3$

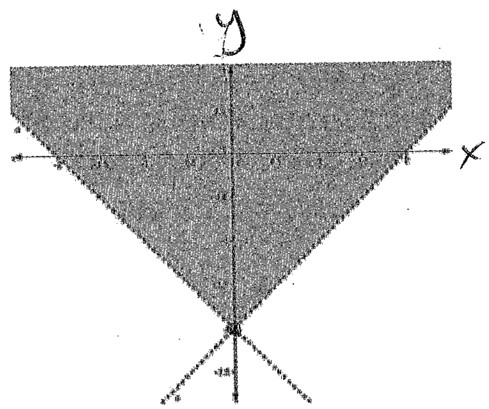
$x = \frac{12}{5} \quad y = 9/5$

4. En términos gráficos, la solución del siguiente sistema no lineal es

$$2x - y = -1$$
$$x^2 - y = -1$$



5.



El sistema de desigualdades que genera la región sombreada en la gráfica anterior es

(A) $x + y > -2$ y $x - y < -2$

(B) $x + y < -2$ y $x - y > 2$

(C) $x + y < -2$ y $x - y < 2$

(D) $x + y > -2$ y $x - y > 2$

(E) $x + y > -2$ y $x - y < 2$

6. ¿Cuál es la tasa de interés mensual equivalente a una tasa del 60% anual?

(A) 1%
(B) 3%
(C) 5%
(D) 7%
(E) 9%

$i = \frac{0.60\%}{12}$

$12 \overline{)\,.60}$ = .05

$i = .05$

$i = 5\%$

7. Antes el costo de una silla era de \$300, en la actualidad cuesta \$75 más. ¿Cuál es el porcentaje que aumento?

(A) 25%
(B) 30%
(C) 50%
(D) 75%
(E) 80%

\$300 → 100%
375 → x

375 x100 ÷ 300

= 25%

8. ¿En una inversión de \$7000 al 5% anual, durante cuatro años. ¿Cuál será su capital en pesos al final del periodo?

$I = C.i.t$

$I = 7,000(.05)(4)$

$I = 1400$

$I = 7,000 + 1400 = 8400$

0.20 × 7 = 140

8,400

9. El precio de un cuadro es de $9,000 tiene un descuento del 15% sobre el precio. ¿Cuánto hay que pagar por el cuadro? R = 7,650	9,000 x .15 = 1250 9,000 − 1250 9,000 x .25

45000
18000
225000

2250
100√225000

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 6 PRIMERA PARTE			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
a) Sistemas de ecuación e inecuaciones b) Matemáticas Financieras	1	**B**	
	2	**B**	✓
	3	**D**	
	4	**B**	
	5	**E**	
	6	**C**	✓
	7	**A**	✓
	8	**8,400**	✓
	9	**7,650**	✓

TEORÍA Y EJEMPLOS

2.-Matematicas Financieras

Porcentaje y Tipo de Interés

El porcentaje (P) es la cantidad obtenida en fraccionar en cien unidades una cantidad (base). En matemáticas financieras la suma del porcentaje (P) y la base (B) es igual al monto (M) y representa la cantidad de dinero que se tiene que pagar o que se recibe al finalizar el plazo pactado. El monto de una cantidad se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$M = B + P$$

El interés (I) se define como la ganancia o inversión del capital (C, capital) que se realiza a determinada tasa (i, tasa de interés) en determinado tiempo (t). El interés simple se calcula sobre el capital inicial.

El interés (I) se puede determinar a partir de la siguiente ecuación:

$$I = Cit$$

donde: C es el capital, i es la tasa de interés y t es el tiempo.

Por ejemplo al querer conocer la tasa de interés cobrada por un préstamo de \$20,000 que se convierte al cabo de un año en \$22,400. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?

La solución es aplicando la fórmula $I = c * i * t$

Los intereses han ascendido a:

$22400 - 20000 = 2400$

$I = c * i * t$

Aplicando la fórmula $I = c * i * t$

$2400 = 20000 * i * 1$

$i = \frac{2400}{20000} = 0.12$

La tasa de interés es del 12 %.

Interés simple e Interés Compuesto

El interés se puede clasificar en dos clases:

- Interés simple.
- Interés compuesto.

La **tasa de interés** es la cantidad de dinero que se paga o se cobra por el capital invertido por concepto de interés; también llamada tanto por ciento (%).

El **tiempo en una inversión** se considera como el plazo durante el cual el dinero se encuentra prestado o depositado y genera intereses a una tasa determinada.

Por ejemplo el 16% anual capitalizable trimestralmente

Tasa anual = 16%

Frecuencia de conversión = 4

$$i = \frac{tasa\ de\ interès\ anual}{frecuencia\ de\ conversiòn} = \frac{0.16}{4} = 0.04$$

i = 4% trimestral

Porcentaje, valor presente y valor futuro

El capital es el monto de dinero inicial, prestado o depositado a un tiempo fijo o variable, también es considerado como valor actual, valor presente del dinero o inversión inicial, donde el valor presente, es una forma de valuar el capital que no es inmediatamente exigible colocado a interés compuesto hasta su vencimiento, se le conoce como el valor del dinero en función del tiempo y el valor futuro, es la cantidad de dinero que alcanzará un capital o inversión en alguna fecha futura al ganar intereses a una tasa establecida.

Calculemos el monto de una inversión de $4,000 al 18% anual nominal liquidado y capitalizado mensualmente durante 2,5 años.

Ya que los intereses se liquidan y capitalizan mensualmente, tenemos entonces que

Tasa periódica: $i = \frac{0.18}{12} = 0.015 = 1.5\%\ mensual$

Total períodos: $n = 2.5 * 12 = 30\ meses$
Valor futuro: $M = P * (1 + i)^n =$

$$4000(1 + 0.015)^{30} = 6252.32$$

4.000 $(1.015)^{30}$ =
4.000 (1.563080 = 6252.32

EJERCICIOS

SEGUNDA PARTE

INDICACIONES: Utilizando los temas que acabas de revisar, soluciona los siguientes ejercicios de opción múltiple (OM) y suplir la respuesta (SPR).

---

1. Gabriel solicitó $8,000 de préstamo al 6%, al liquidar su deuda pagó por concepto de intereses $400. Korima solicitó $7,000 de préstamo al 5% y para liquidar su deuda pagó por concepto de intereses $350. ¿Quién tardó más en pagar y qué tiempo le llevó?

   (A) Korima, 1 año
   (B) Gabriel, 1 año
   (C) Korima, 9 meses
   (D) Gabriel, 10 meses
   (E) Korima, 10 meses

8,000 6% 400
7,000 5% 350

$t = \frac{I}{C \cdot i}$

$t = \frac{400}{(8,000)(.06)}$ $t = \frac{400}{480}$ $t = 0.83$ meses

$t = \frac{I}{C \cdot i}$

$t = \frac{350}{(7,000)(.05)}$ $t = \frac{350}{350}$ $t = 1$ año

8,000 × .06 = 480.00
7,000 × .05
480) 4000 = .83

---

2. Determinar el interés de $20,000 al 20% anual en año y medio, capitalizando los intereses por semestre.

   (A) 4,200
   (B) 6,620
   (C) 9,282
   (D) 12,210
   (E) 15,431

$I_c = C_i(1 + r)^N$

$r = \frac{i}{n} = \frac{0.20}{2} = 0.10$

$N = n \times t = 2 \times 1.5 = 3$

$I_c = 20,000(1 + 0.10)^3$

$I_c = 20,000(1.10)^3$

$I_c = 20,000(1.331)$

$I_c = 26\,620$

26 620
− 20 000
6 620

3. ¿Cuál es el interés que produce un capital de 9,500 en 3 años al 8 % mensual?

(A) 18,240
(B) 27,360
(C) 36,480
(D) 45,600
(E) 54,720

mensual   años

$I = (9{,}500)(.08)(12)(3)$

$I = (9{,}500)(.008)(36)$

$I = (9{,}500)(2.88)$

$I = 27{,}360$

4. Cierta cantidad de dinero (x) se invierte a una tasa de interés compuesto del 15% mensual. ¿Cuál es la expresión que representa la cantidad total (T) después de (n) meses?

(A) $T = 1.15nx$
(B) $T = (1.15)^n x$
(C) $T = (0.15)^n x$
(D) $T = (1.15)^x n$
(E) $T = 0.15nx$

$T = x + 0.15x = 1.15x$

$T = 1.15x + 0.15(1.15x)$

$T = 1.15x(1.15)$

$T = (1.15)^2 x$

$T = 1.15^n x$

5. Guillermo paga \$500 de interés por un préstamo de \$5,000 en dos años. ¿Cuál fue la tasa de interés anual que pago por el préstamo?

(A) 8%
(B) 10%
(C) 50%
(D) 25%
(E) 5%

$I = C \cdot i \cdot t$

$i = \frac{I}{C \cdot t}$

$i = \frac{500}{(5{,}000)(2)}$

$i = \frac{500}{10{,}000}$ $i = 0.05 \times 100$

$i = 5\%$

6. Para lavar una piscina hay g galones de cloro. Si se utilizaron n galones. ¿Qué por ciento NO se ha utilizado?

(A) $x = \frac{100n}{g}$

(B) $x = \frac{g}{100}$

(C) $x = \frac{100g}{n}$

(D) $x = \frac{g}{100(g-n)}$

(E) $x = \frac{100(g-n)}{g}$

$g - n$

$g = 100\%$

$g - n \to x$

$x = \frac{100(g-n)}{g}$

7. ¿Cuál es el monto total a pagar de un crédito de $100,000, a una tasa de interés del 20% anual capitalizable en dos años?

(A) 20,000
(B) 40,000
(C) 120,000
(D) 1,400,000
(E) 1,440,000

$M = C(1+i)^n$

$= 100{,}000\,(1+0.2)^2$

$= 100{,}000\,(1.02)^2$

$=$

$= 1{,}440{,}000$

8. Luis realiza una inversión de $10,000 al banco a una tasa de interés del 10% anual. ¿Cuánto tendrá después de dos años?

$M = 10\,(1+i)^n$ 1,000

$10{,}000 = (1+0.10)^2$

$= 12{,}100$

12,100

9. Un capital de $2,000 se invierte a una tasa de interés del 10% anual. ¿Cuál será el final invertido después de 1 año, si el interés se genera semestralmente? 2,205	$Ic = P(1+\frac{k}{n})^{nr}$ $Ic = 2,000(1+\frac{0.10}{2})^2$ $Ic = 2,000(1.05)^2$ $Ic = 2,205$

SOCIALIZACIÓN DE LOS EJERCICIOS

Una vez que respondiste los ejercicios, participa y comenta tus respuestas. Toma nota de los resultados a partir del análisis utilizado. Comparte tus ideas y escucha las de tus compañeros. Detecta tus fortalezas y tus áreas débiles que debes reforzar.

CUADRO RÉCORD

En el siguiente cuadro encontrarás las respuestas de cada ejercicio que acabas de realizar. Coteja con las respuestas que obtuviste y coloca ✓ si obtuviste la respuesta correcta o ✗ si no fue así. Encontrarás estos cuadros en cada sesión para que reconozcas los temas que ya tienes claros y los que hace falta que refuerces.

SESIÓN 6 SEGUNDA PARTE			
TEMA	**Ejercicio**	**Respuesta**	**✓ o ✗**
a) Sistemas de ecuación e inecuaciones b) Matemáticas Financieras	1	**A**	
	2	**B**	
	3	**B**	
	4	**B**	
	5	**E**	
	6	**E**	
	7	**E**	
	8	**12,100**	
	9	**2,205**	

DESPEDIDA

En esta sesión se realizaron ejercicios que corresponden al área de: **Ciencias Económico –Administrativas.** Han tenido la oportunidad de ejercitar los contenidos que corresponden al área de Matemáticas Financieras. Recuerda que tu éxito depende en primera instancia del repaso oportuno que has realizado durante las seis sesiones y de los conocimientos que has adquirido al largo de tu vida escolar. Te deseamos mucho éxito.

BIBLIOGRAFÍA

Kozikowski Z. (2007). *Matemáticas financieras: el valor del dinero en el tiempo*. México: McGraw-Hill Interamericana.

Petr, Z, y Robert L. B. (2005). *Matemáticas financieras*. México: McGraw-Hill Interamericana.

Baldor, A. (1983). *Algebra*. México: Publicaciones Cultural.

Hernández, H. (1996). *Matemáticas financieras: teoría y práctica* /México: ECAFSA.