

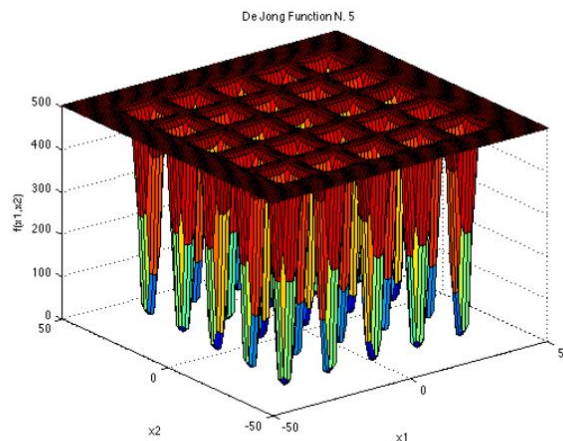
VBC – Biologický inspirované výpočty

ZS 2021/2022

Petr Šemora, 192026

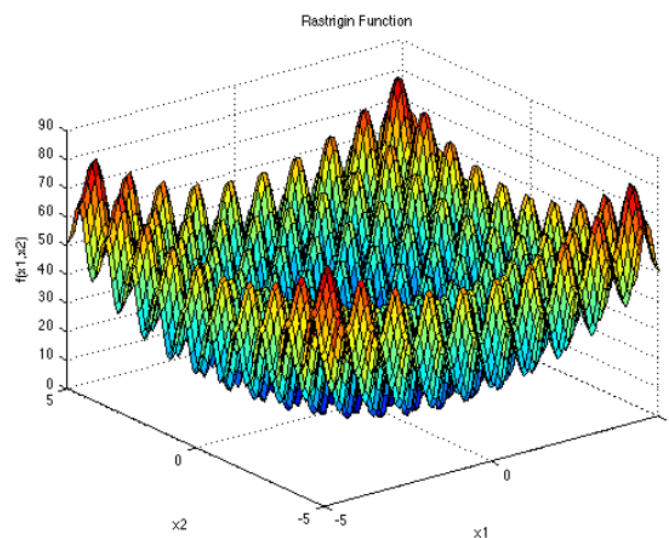
Definované úlohy:

- De Jong Function No.5: 2D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu $[-65.536, 65.536]$. Optimální minimum se nachází v bodě $[-32, -32]$ s funkční hodnotou 0.998.



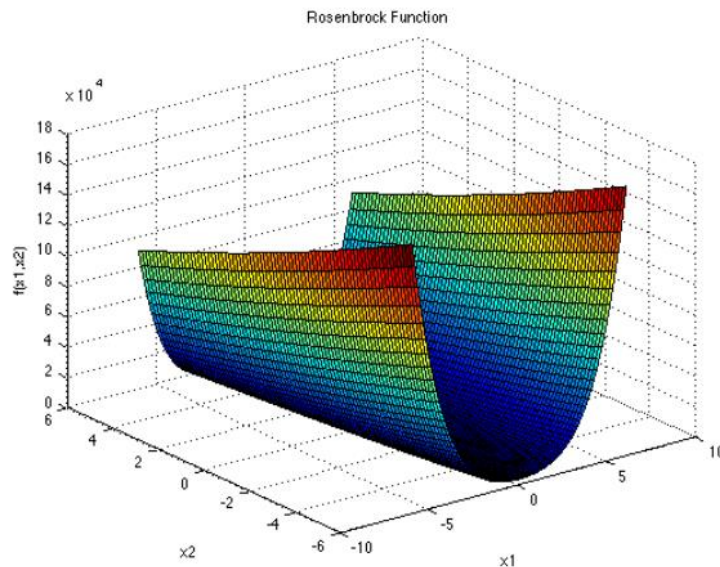
$$f(\mathbf{x}) = \left(0.002 + \sum_{i=1}^{25} \frac{1}{i + (x_1 - a_{1i})^6 + (x_2 - a_{2i})^6} \right)^{-1}, \text{ where}$$
$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & \dots & 0 & 16 & 32 \\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & \dots & 32 & 32 & 32 \end{pmatrix}$$

- Rastrigin's Function: 2D, 5D, 10D, 50D, 100D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu $[-5.12, 5.12]$. Optimální minimum se nachází v bodě $[0, 0]$ s funkční hodnotou 0.



$$f(\mathbf{x}) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

- Rosenbrock Function: 2D, 5D, 10D, 50D, 100D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu [-10, 10]. Optimální minimum se nachází v bodě [1, 1] s funkční hodnotou 0.



$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

Použité metaheuristiky:

- Genetický algoritmus
- Simulované žíhání

Pro nalezení optimálních řešení zadaných funkcí byl využit genetický algoritmus z **Global Optimization Toolbox** programu **Matlab**.

1) Genetický algoritmus

Jedná se o heuristický postup, který se snaží aplikací principů evoluční biologie nalézt řešení složitých problémů. Evoluční algoritmy, mezi které patří i genetický algoritmus, používají techniky napodobující evoluční procesy známé z biologie – dědičnost, mutace, přirozený výběr, křížení apod.

Mezi možná nastavení algoritmu patří například:

- Population Options – nastavení velikosti populace a její počáteční rozložení
- Selection Options – specifikuje výběr rodičů pro další generaci
- Mutation Options – umožňuje nastavit malé náhodné změny v jednotlivcích populace
- Reproduction Options – lze nastavit parametry pro vznik potomků další generace
- Crossover Options – nastavení kombinace dvou rodičů pro vytvoření potomka další generace
- Migration Options – určuje způsob přesunu jedinců mezi subpopulacemi
- Constraint Parameters – umožňuje nastavit různé omezující podmínky pro řešení
- Stopping Criteria Options – Kritéria určující zastavení algoritmu

V rámci zkoušení GA jsem experimentoval s nastavením různých parametrů, mezi které patří např. velikost populace a její počáteční rozložení, velikost selekce, mutace, křížení, limit účelové funkce, atp. v závislosti na rychlosti výpočtu a vzdálenosti od přijatelného řešení.

Jako optimální nastavení genetického algoritmu jsem vzhledem k robustnosti algoritmu a časovému hledisku zvolil následující parametry:

- Populationsize – 100
- CreationFcn – gacreationuniform
- SelectionFcn – selectionroulette
- FitnessLimit– 0.0001

Pro tato nastavení jsem provedl 1000 restartů a dosáhl výsledků popsanych v tabulkách.

Pro 2D funkce jsem vyhodnocoval minimální nalezenou hodnotu funkce Y a k ní odpovídající body X1 a X2. Ze získaných hodnot jsem pak našel maximální hodnotu, minimální hodnotu a spočítal průměr (MEAN), medián (MED), modus (MOD) a směrodatnou odchylku (STD).

GA pro 2D funkce:

X1						
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	-31.5321	-32.3348	-31.9987	-31.9950	-32.3348	0.0777
<i>Rastrigin</i>	0.0042	-1.9905	-0.0068	1.128e-04	-1.9905	0.3691
<i>Rosenbrock</i>	1.9034	0.2576	1.0076	0.9999	0.2576	0.1872

X2						
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	-31.6314	-32.4626	-31.9999	-31.9949	-32.4626	0.0760
<i>Rastrigin</i>	1.0615	-1.0610	0.0105	-3.9456e-04	-1.0610	0.3598
<i>Rosenbrock</i>	3.7891	0.0126	1.0464	0.9993	0.0126	0.4359

Y						
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	1.0085	0.9980	0.9981	0.9980	0.9980	4.9579e-04
<i>Rastrigin</i>	5.4274	3.7134e-05	0.6099	0.3333	3.7134e-05	0.6925
<i>Rosenbrock</i>	84.3736	1.0834e-04	3.8822	1.0213	1.0834e-04	8.5019

Pro všechny zadané funkce jsem dále vyhodnocoval hodnotu Fitness (účelová funkce), počet generací a čas výpočtu algoritmu. Pro všechna opakování jsem z těchto hodnot našel maximum (MAX), minimum (MIN) a spočítal průměrnou hodnotu (MEAN).

		Účelová funkce			Počet generací			Čas výpočtu		
		MAX	MIN	MEAN	MAX	MIN	MEAN	MAX	MIN	MEAN
De Jong	2D	194	55	95.57	18535	5330	9184	1.3438	0.1094	0.2187
Rastrigin	2D	200	23	111.59	19105	2290	10707	0.6563	0.0156	0.1349
	5D	500	56	189.35	47605	5425	18094	1.3906	0.0469	0.2088
	10D	661	66	282.92	62900	6375	26982	2.2188	0.0781	0.3706
	50D	1370	269	727.94	130350	25660	69259	3.6563	0.4063	1.1731
	100D	2092	368	1201	198845	35065	114235	9.3594	0.7813	2.5905
Rosenbrock	2D	200	51	112.79	19105	4950	10820	1.2656	0.0313	0.1382
	5D	500	71	218.38	47605	6850	20851	2.1250	0.0938	0.3220
	10D	1000	138	350.3	95105	13215	3.3384	2.1719	0.1563	0.4583
	50D	1708	398	835.18	162365	37915	81157	6.9063	0.5313	1.3155
	100D	2818	365	1408	267815	34780	133865	7.8281	0.8906	2.6356

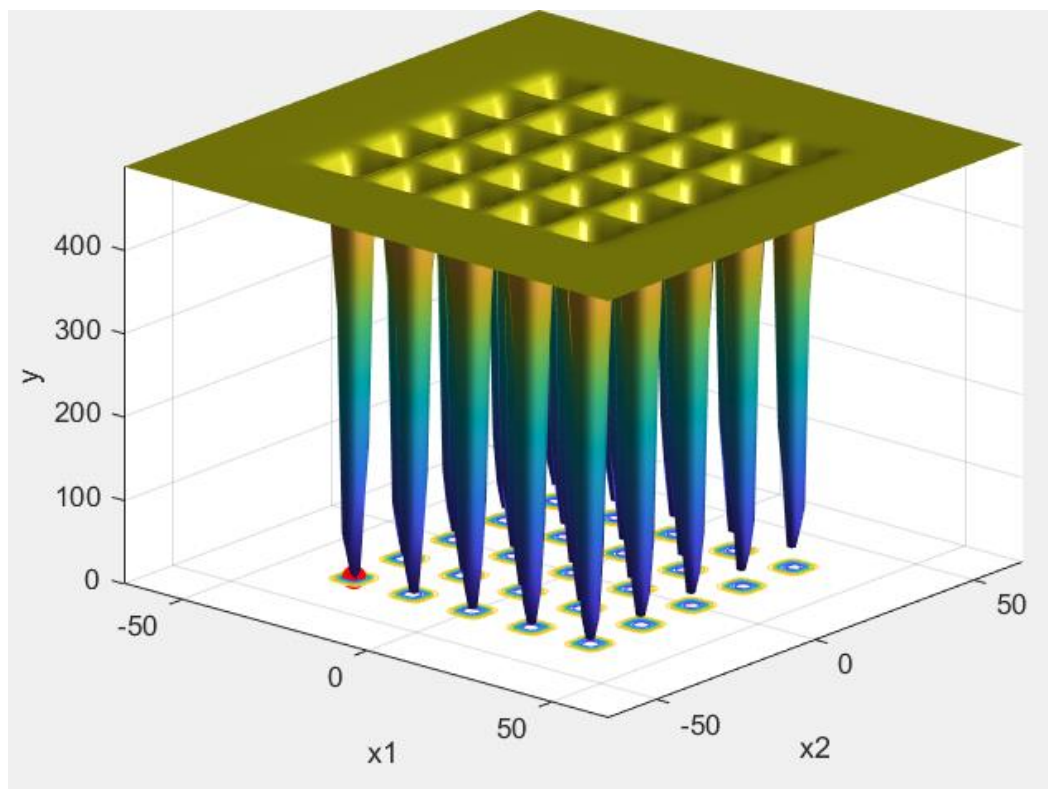
Pro všechny zadané **2D** funkce bylo pomocí GA nalezeno optimální minimum, které bylo následně vykresleno:

Pro **De Jong No. 5 Function** bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = - 31.977126040953166

X2 = - 31.977975275708818

s hodnotou funkce **Y** = 0.998003837800058

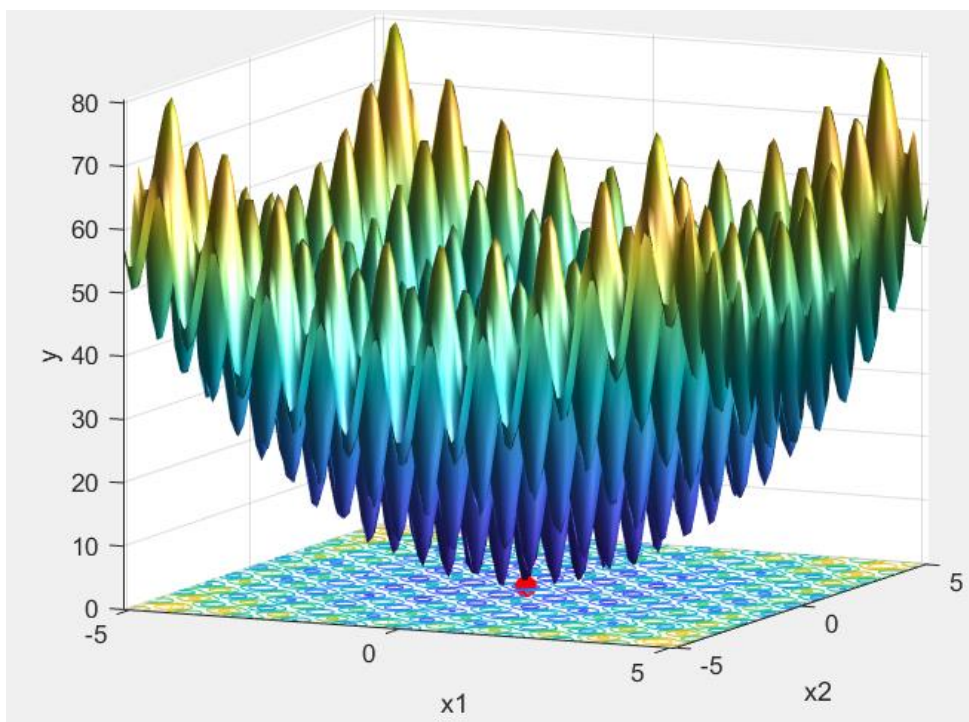


Pro **Rastrigin's** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = - 1.646154827283910e-04

X2 = - 4.000986172714620e-04

s hodnotou funkce **Y** = 3.713445062203391e-05

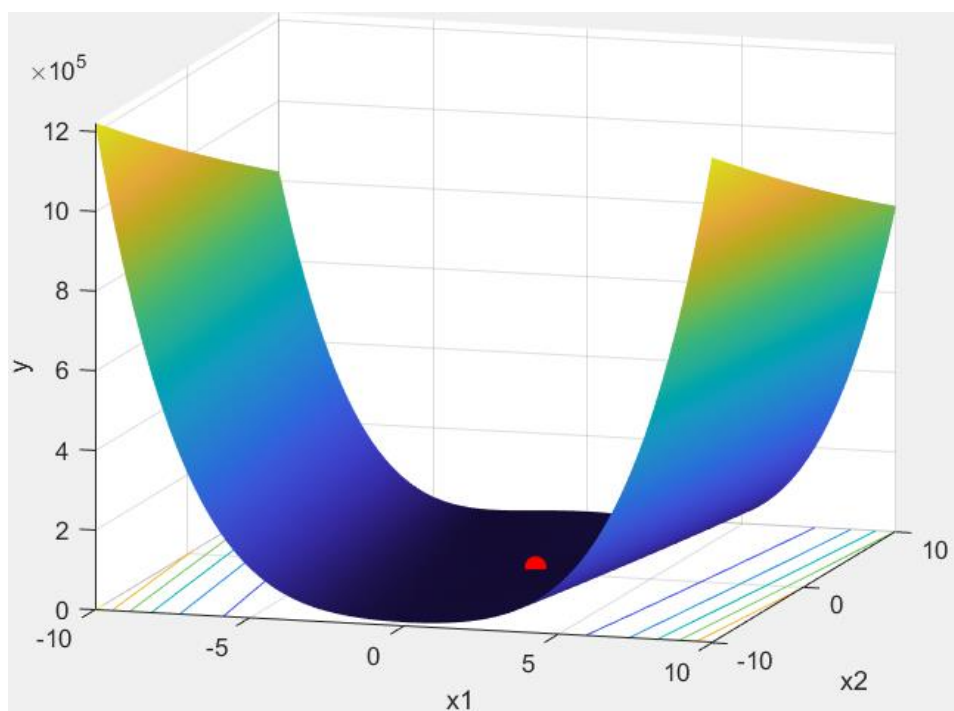


Pro **Rosenbrock** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 1.000282615691578

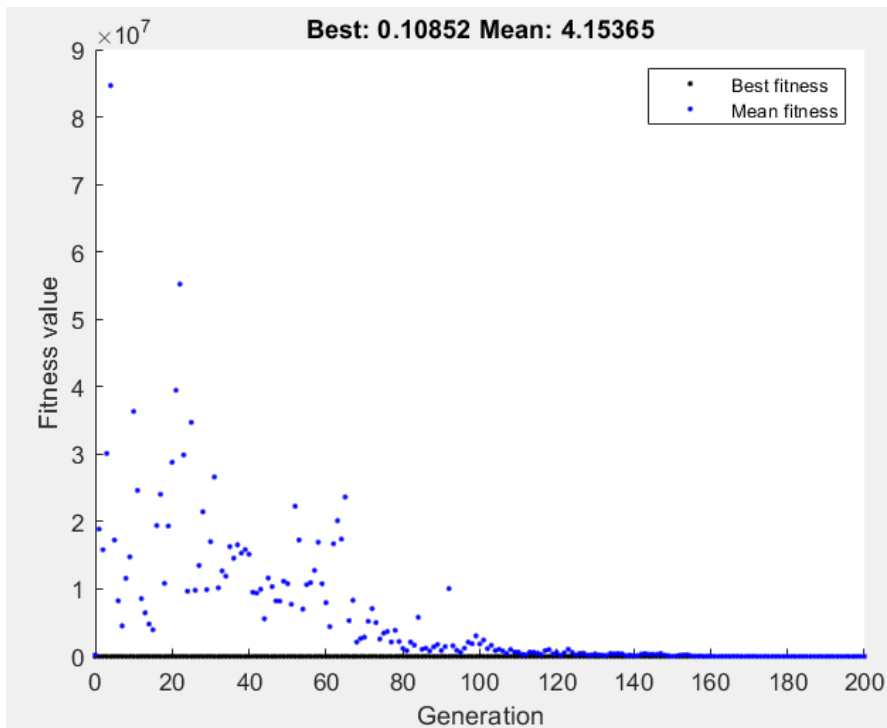
X2 = 0.999563557326802

s hodnotou funkce **Y** = 1.083382561353853e-04



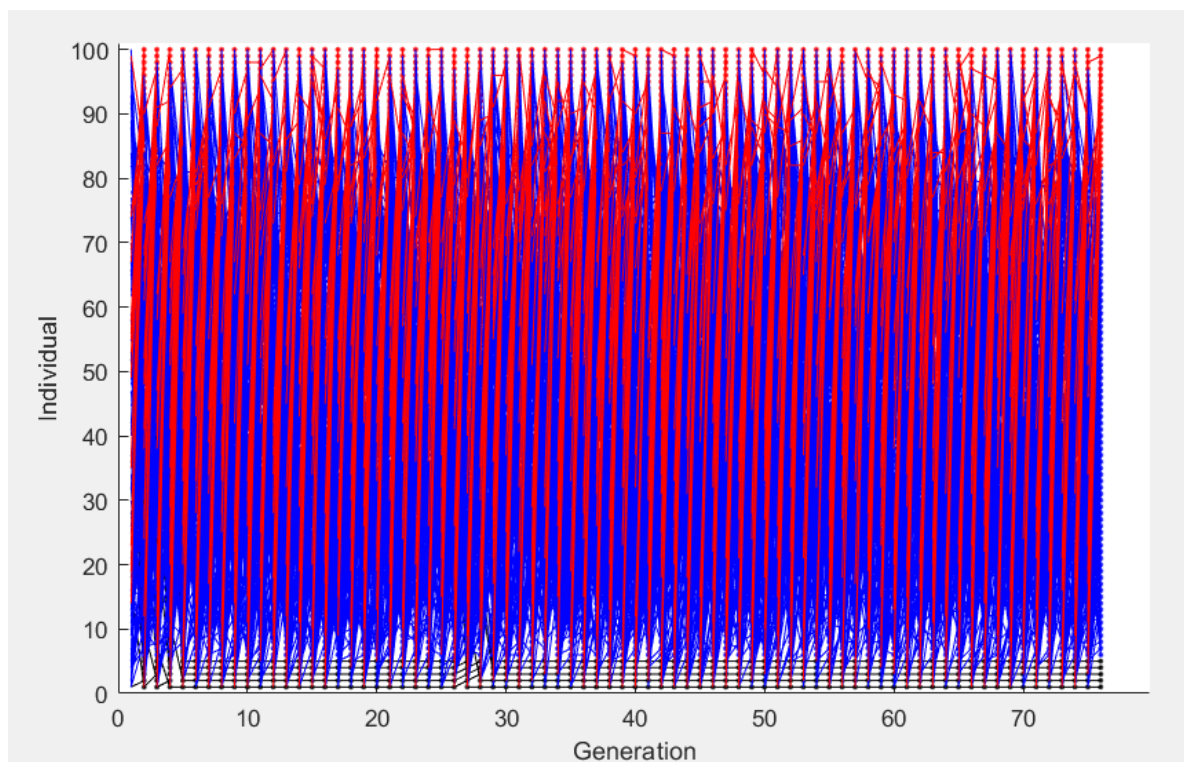
Vybrané grafy pro Rastriginovu funkci:

Účelová funkce v závislosti na počtu generací:

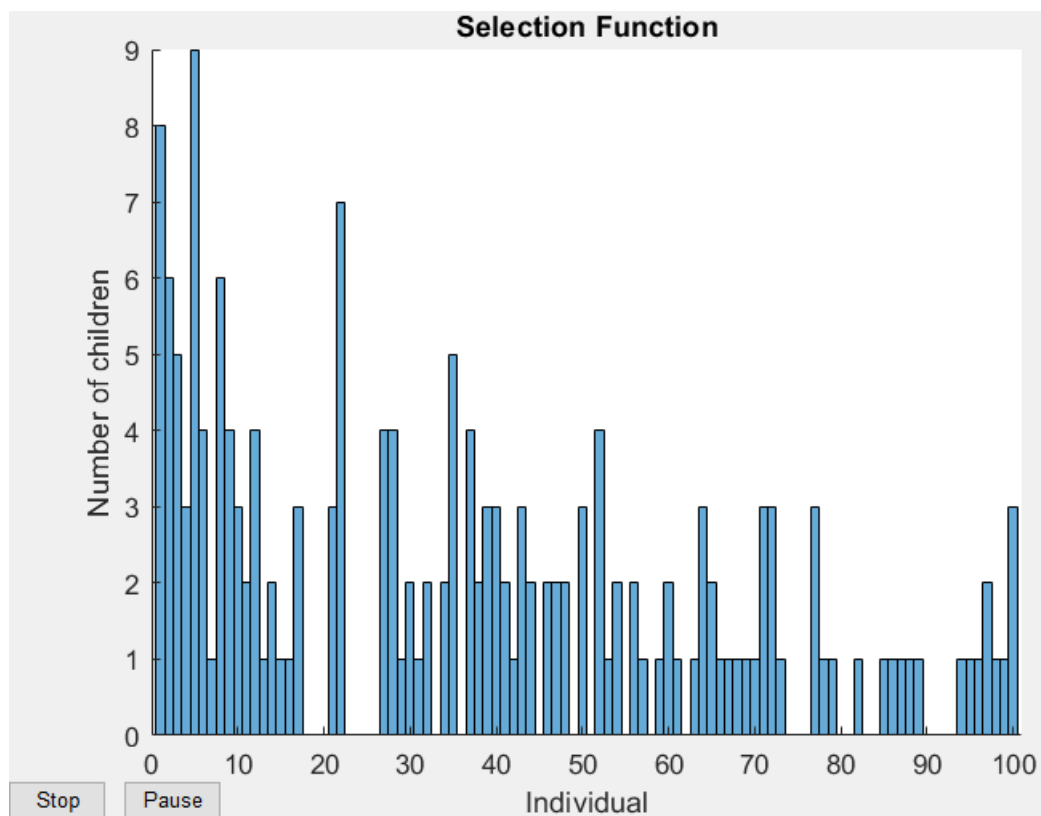


Rodokmen mezi jedinci:

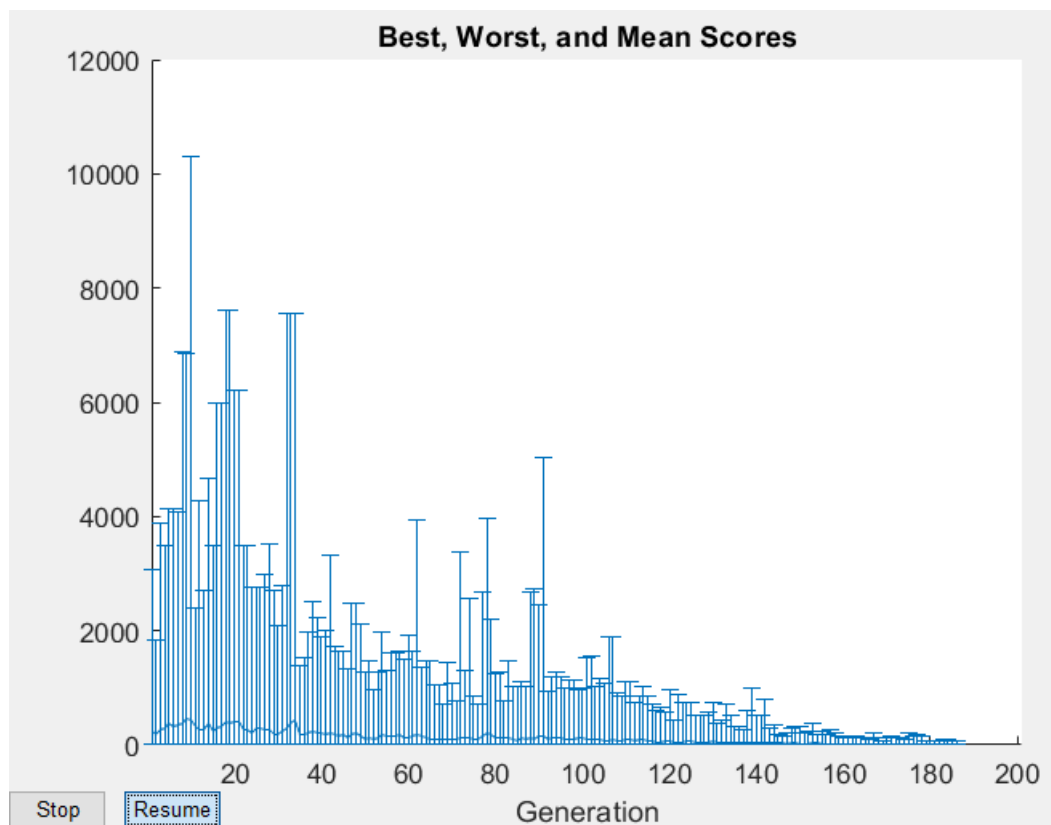
- Červené čáry označují potomky vzniklé mutací.
- Modré čáry označují potomky vzniklé křížením.
- Černé čáry označují elitní jedince.



Histogram rodičů pro vznik potomků v další generaci:



Nejlepší, nejhorší a průměrné score pro jednotlivé generace:



2) Simulované žíhání

Jedná se o pravděpodobnostní optimalizační metody prohledávání stavového prostoru založená na simulaci žíhání oceli. Při prohledávání stavového prostoru se může snadno stát, že algoritmus uvázne v lokálním minimu. V metodě se tomu dá zabránit tím, že provedeme i změny k horšímu, velké hlavně zpočátku, a díky tomu se můžeme dostat z lokálního minima. Algoritmus pracuje pouze s jedním kandidátním řešením. S určitou pravděpodobností může přijmout i horší řešení. Tato pravděpodobnost je závislá na teplotě, která je postupně snižována na základě rychlosti konvergence. Pokud algoritmus konverguje rychle, snižuje se rychle i teplota. Algoritmus nezaručuje nalezení globálního minima.

Pro výchozí nastavení algoritmu jsem provedl 1000 restartů s počátečním bodem [20,20] a dosáhl výsledků popsaných v tabulkách.

Pro 2D funkce jsem vyhodnocoval minimální nalezenou hodnotu funkce Y a k ní odpovídající body X1 a X2. Ze získaných hodnot jsem pak našel maximální hodnotu, minimální hodnotu a spočítal průměr (MEAN), medián (MED), modus (MOD) a směrodatnou odchylku (STD).

SA pro 2D funkce:

	X1					
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	35.6659	-35.7124	2.1590	15.9741	20	22.0477
<i>Rastrigin</i>	1.9900	-1.9899	-0.0208	1.506e-07	-1.9899	0.6426
<i>Rosenbrock</i>	14.2049	-14.6145	2.5105	1.0000	-14.6145	3.6578

	X2					
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	35.3205	-35.8603	-2.3756	-15.9629	20	23.8601
<i>Rastrigin</i>	1.9901	-1.9899	-0.0062	-5.488e-07	-1.9899	0.6344
<i>Rosenbrock</i>	214.4661	-0.0346	19.7644	1.0001	-0.0346	42.0940

	Y					
	MAX	MIN	MEAN	MED	MOD	STD
<i>De Jong</i>	446.5075	0.9980	171.0930	9.8039	446.5075	212.7784
<i>Rastrigin</i>	4.9748	5.107e-12	0.8302	0.9950	5.101e-12	0.9082
<i>Rosenbrock</i>	2.6342	2.8269e-10	1.788e03	4.8914e-06	2.8969e-10	4.4848e03

Pro všechny zadané funkce jsem dále vyhodnocoval hodnotu Fitness (účelová funkce), počet generací a čas výpočtu algoritmu. Pro všechna opakování jsem z těchto hodnot našel maximum (MAX), minimum (MIN) a spočítal průměrnou hodnotu (MEAN).

		Účelová funkce			Čas výpočtu		
		MAX	MIN	MEAN	MAX	MIN	MEAN
De Jong	2D	4047	1009	1514	2.3906	0.1875	0.3782
Rastrigin	2D	4415	1231	2021	3.3906	0.2344	0.4845
	5D	15001	2786	6342	5.4688	0.6094	1.8150
	10D	30001	6396	12589	7.8594	1.4688	3.3094
	50D	142343	47275	79973	70.9063	18.9063	36.6203
	100D	164232	94943	135019	71.0313	33.7500	54.8547
Rosenbrock	2D	6001	1901	2942	3.1563	0.2031	0.7926
	5D	15001	6129	11102	6.4688	0.9531	3.2597
	10D	30008	14659	28399	12.5000	3.7188	7.7563
	50D	150049	150001	150010	93.1875	65.6406	74.4797
	100D	300077	300001	300019	250.7969	163.3281	191.6938

Pro všechny zadané **2D** funkce bylo pomocí SA nalezeno optimální minimum.

Pro **De Jong No. 5 Function** bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = -31.978290882584545

X2 = -31.978334578788839

s hodnotou funkce **Y** = 0.998003837794456

Pro **Rastrigin's Function** bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 3.268997907922435e-08

X2 = -1.108401117162059e-07

s hodnotou funkce **Y** = 2.650324404385174e-12

Pro **Rosenbrock Function** bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 0.999999341761923

X2 = 0.999998504533826

s hodnotou funkce **Y** = 4.653149487138477e-11