

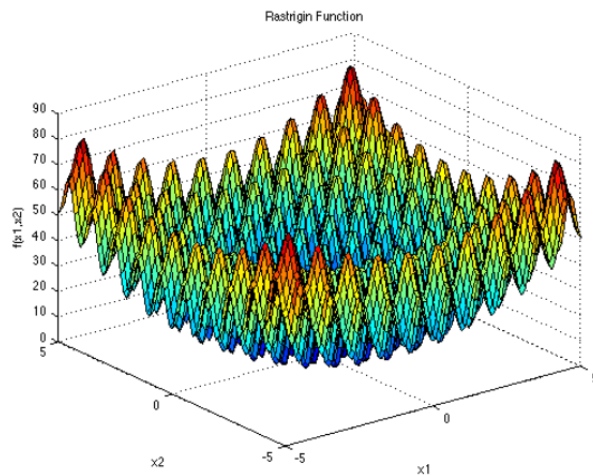
VBC – Biologický inspirované výpočty – TASK 3

ZS 2021/2022

Petr Šemora, 192026

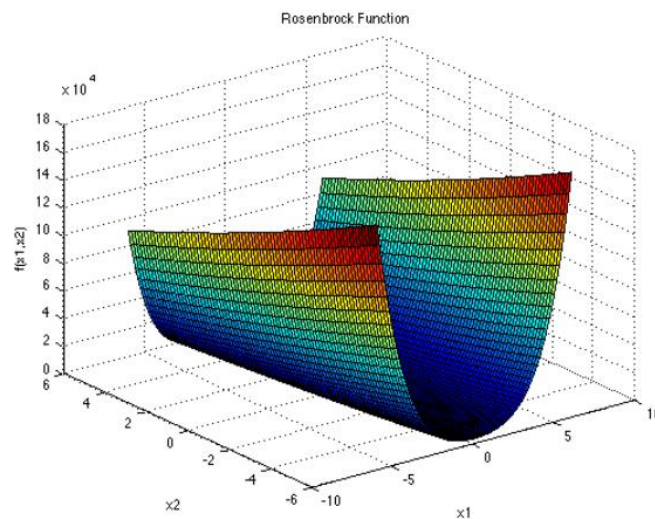
Definované úlohy:

- Rastrigin's Function: 2D, 5D, 10D, 50D, 100D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu $[-5.12, 5.12]$. Optimální minimum se nachází v bodě $[0, 0]$ s funkční hodnotou 0.



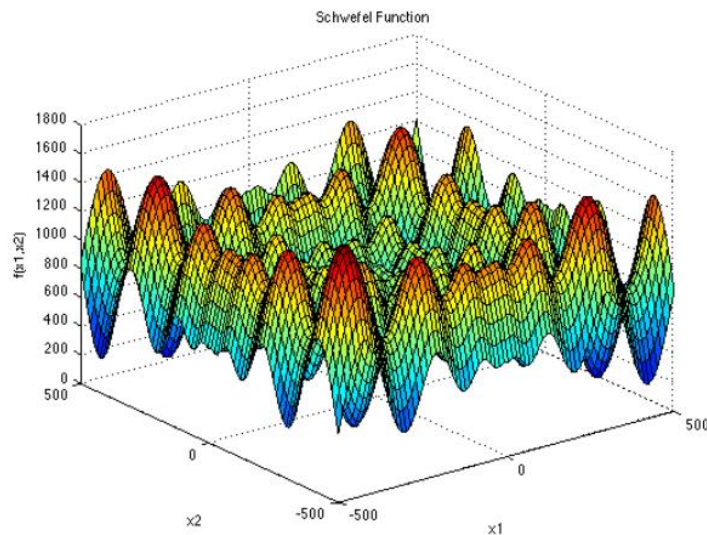
$$f(\mathbf{x}) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

- Rosenbrock Function: 2D, 5D, 10D, 50D, 100D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu $[-10, 10]$. Optimální minimum se nachází v bodě $[1, 1]$ s funkční hodnotou 0.



$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

- Schwefel Function: 2D, 5D, 10D, 50D, 100D
 - Funkce je pro 2D definována na intervalu [-500, 500]. Optimální minimum se nachází v bodě [-420.9687, 420.9687] s funkční hodnotou 0.



$$f(\mathbf{x}) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|})$$

Použité metaheuristiky:

- Genetický algoritmus
- HC12

1) Genetický algoritmus - GA

Jedná se o heuristický postup, který se snaží aplikací principů evoluční biologie nalézt řešení složitých problémů. Evoluční algoritmy, mezi které patří i genetický algoritmus, používají techniky napodobující evoluční procesy známé z biologie – dědičnost, mutace, přirozený výběr, křížení apod. Princip práce genetického algoritmu je postupná tvorba generací různých řešení daného problému. Při řešení se uchovává tzv. populace, jejíž každý jedinec představuje jedno řešení daného problému. Jak populace probíhá evolucí, řešení se zlepšují. Typicky je na začátku simulace (v první generaci) populace složena z naprosto náhodných členů. V přechodu do nové generace je pro každého jedince spočtena tzv. fitness funkce, která vyjadřuje kvalitu řešení reprezentovaného tímto jedincem. Podle této kvality jsou stochasticky vybráni jedinci, kteří jsou modifikováni (pomocí mutací a křížení), čímž vznikne nová populace. Tento postup se iterativně opakuje, čímž se kvalita řešení v populaci postupně vylepšuje. Algoritmus se obvykle zastaví při dosažení postačující kvality řešení, případně po předem dané době.

V rámci experimentování s tímto algoritmem jsem pro všechny testovací funkce a jejich dimenze 2D, 5D, 10D, 50D, 100D měnil následující parametry:

NP – velikost populace

pS – síla selekce

pC – pravděpodobnost křížení

pM – pravděpodobnost mutace

maxGener – ukončovací limit dle počtu generací

RUNs – počet běhů algoritmu

dodParam – hodnoty byly nastaveny fixně podle definičních intervalů zadaných funkcí

Pro všechny zadané funkce byla spočítána maximální hodnota (MAX), minimální hodnota (MIN), průměrná hodnota (MEAN) a medián (MED) z hodnot účelové funkce a z časových hodnot doby trvání výpočtu jednoho běhu algoritmu. Vzhledem k vysokému počtu různých kombinací jsou do tabulek vypsány výsledky pouze pro vybrané parametry, které jsem získal kompromisem mezi přesností výsledků a výpočetní náročností.

Použité optimalizační parametry:

	2D	5D	10D	50D	100D
RUNs	100	20	20	10	10
NP	100	100	100	100	100
pS	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
pC	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
pM	0.03125	0.0125	0.00625	0.00125	0.000625
maxGener	100	100	100	100	100

2D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	1.237919	0.207357	8.735654
	MIN	1.125425e-07	3.449525e-05	8.288119e-07
	MEAN	0.173162	0.098834	1.067283
	MED	4.843556e-06	0.103695	0.839650
t[s]	MAX	5.51	4.28	4.95
	MIN	0.87	0.89	0.87
	MEAN	1.81	1.40	1.41
	MED	1.45	1.03	1.05

5D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	7.165382	119.3505	233.6215
	MIN	9.967112e-06	0.104738	0.138667
	MEAN	2.970091	33.8681	31.27270
	MED	2.471541	34.3397	3.989513
t[s]	MAX	1.79	1.70	2.30
	MIN	1.32	1.39	1.72
	MEAN	1.42	1.51	1.92
	MED	1.38	1.49	1.87

10D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	19.888416	978.7066	492.7222
	MIN	3.792116	34.9621	8.7140
	MEAN	11.489842	496.8608	130.3053
	MED	10.658077	608.3199	100.3729
t[s]	MAX	2.60	2.73	7.59
	MIN	2.11	2.13	2.97
	MEAN	2.36	2.31	3.93
	MED	2.33	2.24	3.34

50D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	137.62	5660.94	6497.95
	MIN	94.12	3670.56	519.71
	MEAN	118.36	4649.14	2180.71
	MED	119.43	4673.11	1731.30
t[s]	MAX	10.11	12.32	20.11
	MIN	8.70	7.39	12.99
	MEAN	9.18	9.88	15.67
	MED	9.09	10.13	15.47

100D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	412.234	15669.11	247218.61
	MIN	310.339	12686.96	63231.51
	MEAN	377.692	14131.35	157454.85
	MED	377.325	14246.45	171666.84
t[s]	MAX	18.54	25.35	27.86
	MIN	16.38	15.67	26.05
	MEAN	17.01	19.60	26.94
	MED	16.76	17.68	27.00

Pro všechny zadané **2D** funkce bylo pomocí **GA** nalezeno optimální minimum.

Pro **Rastrigin** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 2.354825e-08

X2 = 1.325479e-07

s hodnotou funkce **Y** = 1.125425e-07

Pro **Schwefel** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 420.97473144

X2 = 420.97477314

s hodnotou funkce **Y** = 3.449525e-05

Pro **Rosenbrock** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 1.000671

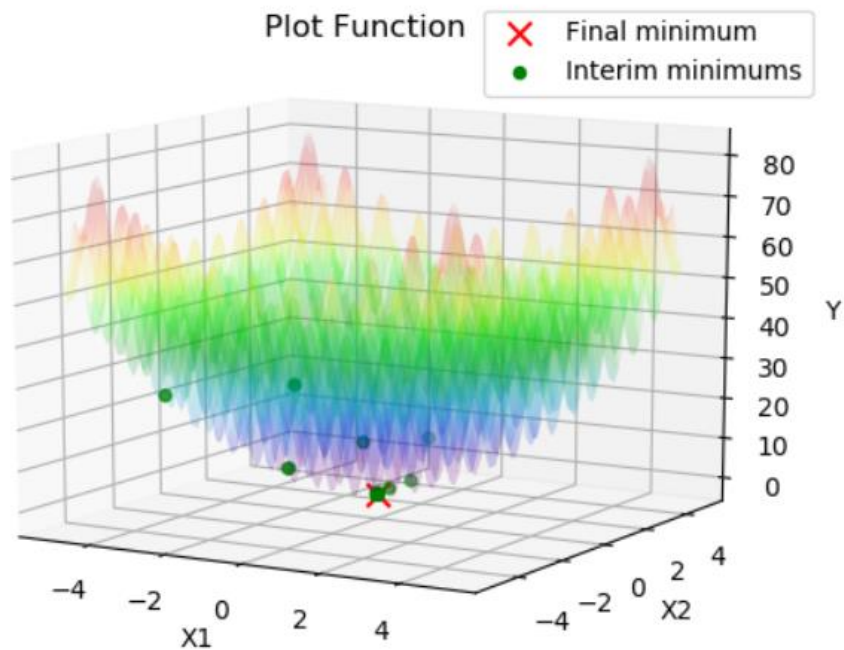
X2 = 1.001281

s hodnotou funkce **Y** = 8.288119e-07

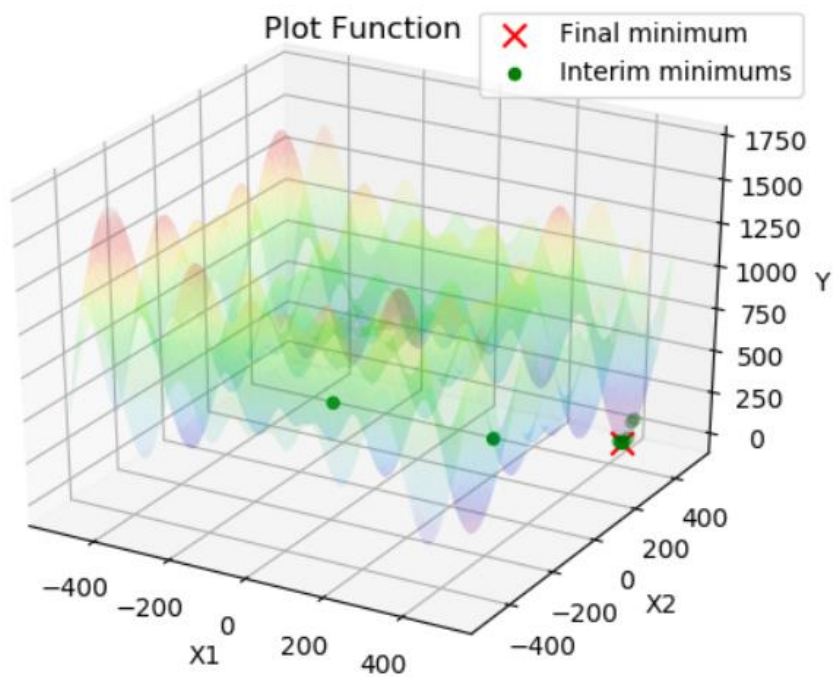
GRAFY

1) Průběh optimalizace pro jeden běh (RUN) programu:

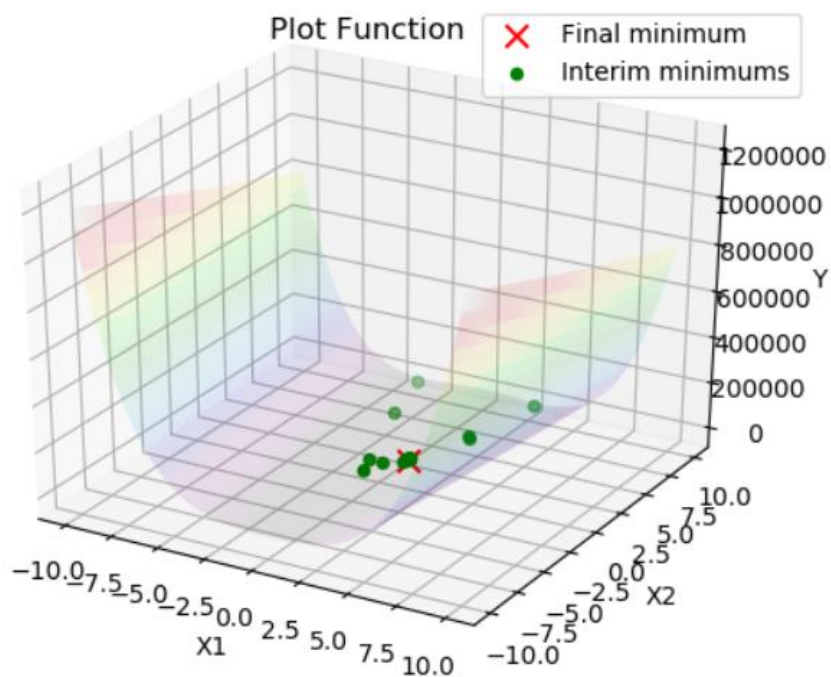
A) Rastrigin:



B) Schwefel:

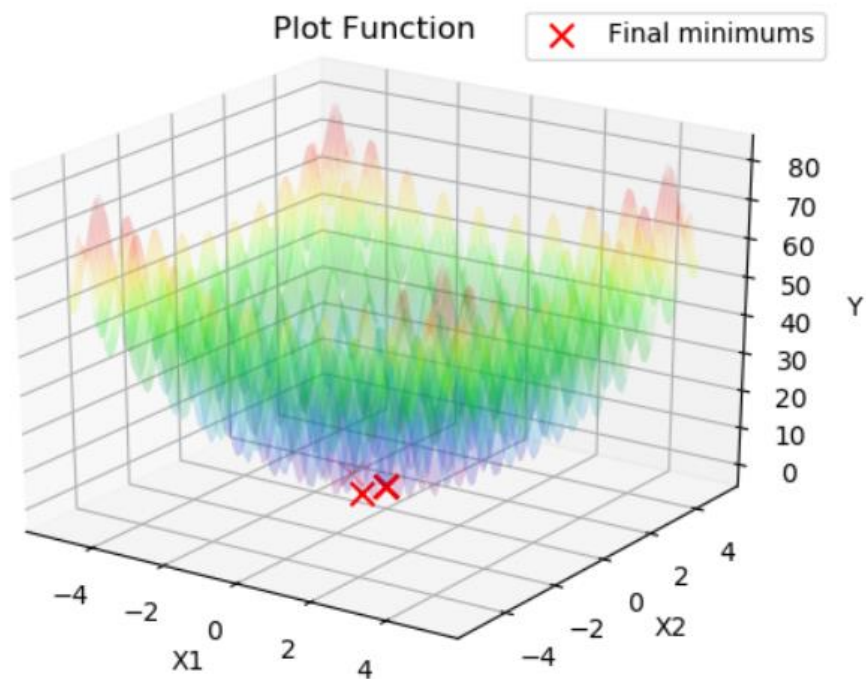


C) Rosenbrock:

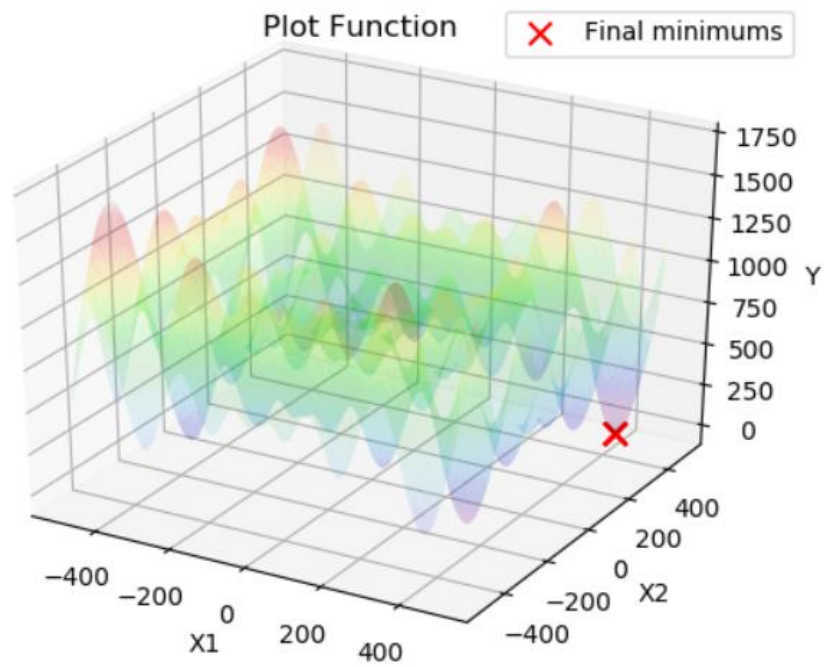


2) Nalezená minima pro 10 běhů programu (RUNs):

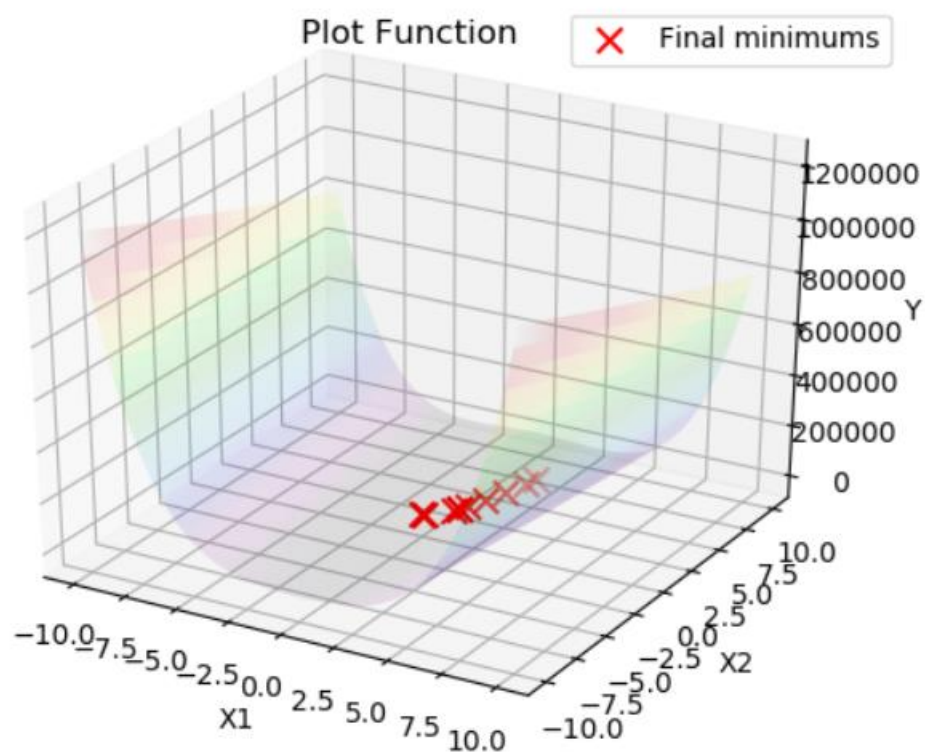
A) Rastrigin:



B) Schwefel:



C) Rosenbrock:



2) HC12

Všechny parametry účelové funkce jsou zapsány v jednom binárním vektoru délky n . Tato délka n (počet bitů) je dána vtažením $n = nParam * nBitParam$, kde $nParam$ vyjadřuje počet parametrů účelové funkce a $nBitParam$ udává na kolik bitů bude každý parametr kódován. Hlavním rysem tohoto algoritmu je použití grayova kódování, ve kterém se každé dvě po sobě jdoucí hodnoty liší pouze v jedné bitové pozici. Hammingovu vzdálenost dvou hodnot v Grayově kódu poté lépe koresponduje s opravdovou rozdílností čísel.

Celý algoritmus pracuje tak, že na začátku je vybrán počáteční kandidátní bod. Ten je převeden do binárního vektoru a z binárního vektoru do Grayova kódu. Následně je provedena operace exkluzivní disjunkce (XOR) tohoto kandidátního vektoru v Grayově kódu s každým řádkem matice M . Tím vznikne nová generace jedinců, ve které má každý jedinec Hammingovu vzdálenost do kandidátního vektoru nejvýše 2, tzn. vektory se od kandidátního liší maximálně ve 2 pozicích. Každý z těchto jedinců je převeden zpět do reálných parametrů. Vyhodnocení fitness poté proběhne dosazením těchto parametrů do účelové funkce. Pokud má kandidátní bod lepší vlastnosti než dosavadní optimální bod, stává se vstupem do další iterace algoritmu. V případě, že ale vylepšující bod populace neobsahuje, algoritmus končí a výsledkem je dosavadní optimální bod.

V rámci experimentování s tímto algoritmem jsem pro všechny testovací funkce a jejich dimenze 2D, 5D, 10D, 50D, 100D měnil následující parametry:

$nBitParam$ - počet bitů na parametr

$nParam$ – počet parametrů

$maxGener$ – ukončovací limit dle počtu generací

$RUNs$ – počet běhů algoritmu

$dodParam$ – hodnoty byly nastaveny fixně podle definičních intervalů zadaných funkcí

Pro všechny zadané funkce byla spočítána maximální hodnota (MAX), minimální hodnota (MIN), průměrná hodnota (MEAN) a medián (MED). Vzhledem k vysokému počtu různých kombinací jsou do tabulek vypsány výsledky pouze pro vybrané parametry, které jsem získal kompromisem mezi přesností výsledků a výpočetní náročností.

Použité optimalizační parametry:

	2D	5D	10D	50D	100D
$RUNs$	100	100	20	5	5
$maxGener$	10	10	10	10	10
$nBitParam$	10	10	10	10	10

2D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	0.009938	0.005525	4.331452
	MIN	0.009938	0.005525	0.005067
	MEAN	0.009938	0.005525	0.892141
	MED	0.009938	0.005525	0.066210
t[s]	MAX	0.045	0.063	0.047476
	MIN	0.012	0.009	0.001425
	MEAN	0.028	0.028	0.023980
	MED	0.027	0.027	0.022989

5D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	6.902	283.825	7.833
	MIN	0.025	0.013	0.032
	MEAN	1.494	48.114	2.649
	MED	1.215	8.945	2.537
t[s]	MAX	0.304	0.198	2.200
	MIN	0.180	0.145	0.577
	MEAN	0.214	0.167	0.847
	MED	0.209	0.166	0.652

10D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	31.79	788.39	593.70
	MIN	7.54	94.92	13.73
	MEAN	19.57	464.51	240.99
	MED	19.18	512.82	189.97
t[s]	MAX	0.90	0.86	5.95
	MIN	0.84	0.71	4.89
	MEAN	0.88	0.74	5.24
	MED	0.88	0.72	5.19

50D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	551.45	12 619.96	1 402 878.94
	MIN	428.20	10 062.46	254 658.80
	MEAN	480.77	11 230.92	658 425.26
	MED	768.78	11 062.73	656 248.14
t[s]	MAX	57.58	44.71	1 280.45
	MIN	49.06	43.04	1 212.65
	MEAN	52.19	43.56	1 246.24
	MED	51.28	43.37	1 244.45

100D:

		Rastrigin	Schwefel	Rosenbrock
Y	MAX	1 493.3586	31 131.583	10 551 660.92
	MIN	1 263.5883	28 153.518	6 793 616.73
	MEAN	1 399.3456	29 563.286	8 664 325.15
	MED	1 407.2969	29 555.339	8 661 228.27
t[s]	MAX	448.62	455.49	7 125.14
	MIN	397.97	312.51	7 464.25
	MEAN	422.94	360.24	7 314.14
	MED	422.43	349.58	7 298.25

Pro všechny zadané **2D** funkce bylo pomocí **HC12** nalezeno optimální minimum.

Pro **Rastrigin** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = -7.812619e-05

X2 = 7.812619e-05

s hodnotou funkce **Y** = 2.421852e-06

Pro **Schwefel** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 420.973525

X2 = 420.973525

s hodnotou funkce **Y** = 3.121948e-05

Pro **Rosenbrock** Function bylo nalezeno optimální minimum v bodě:

X1 = 1.002670

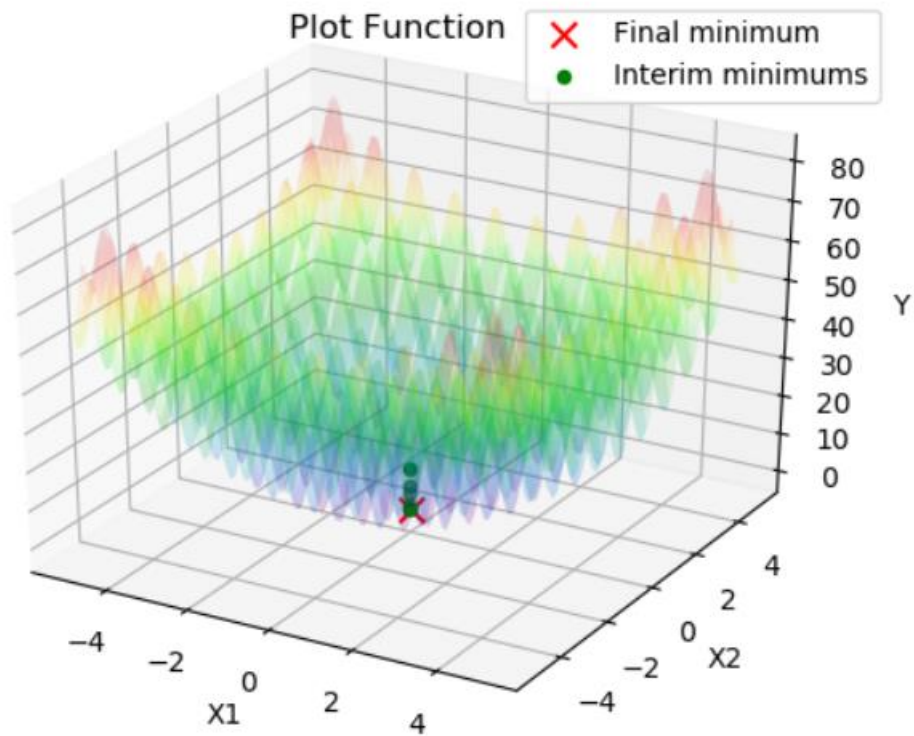
X2 = 1.005416

s hodnotou funkce **Y** = 7.609028e-06

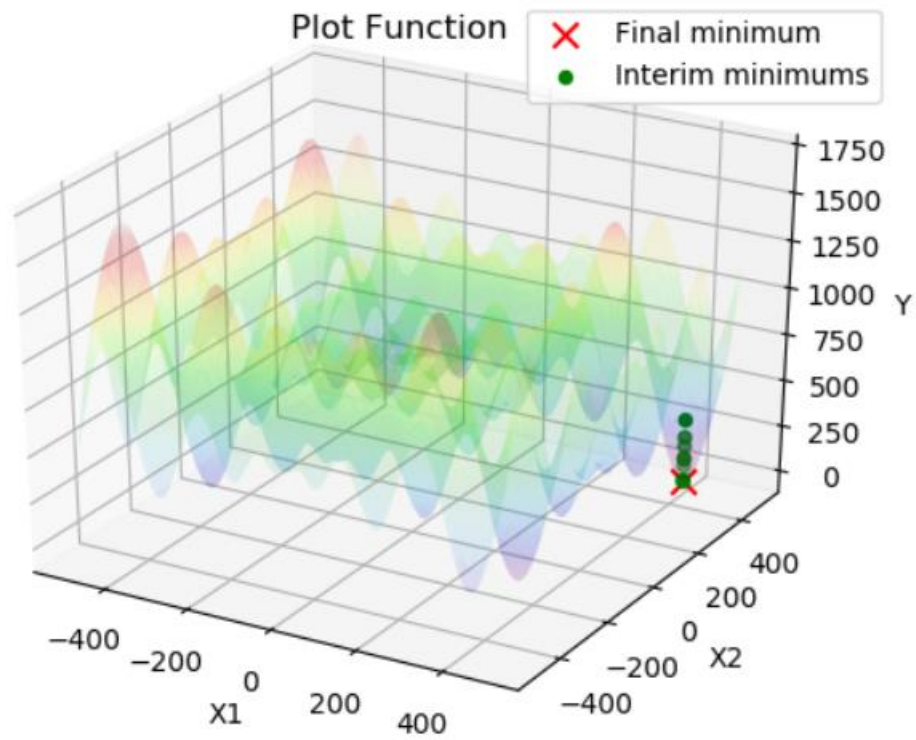
GRAFY

1) Průběh optimalizace pro jeden běh (RUN) programu:

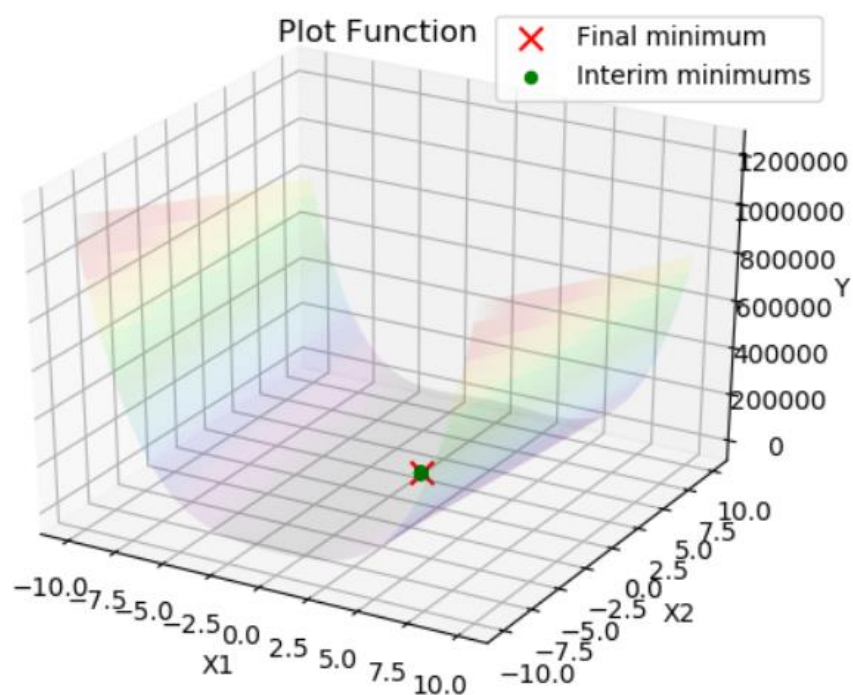
A) Rastrigin:



B) Schwefel:

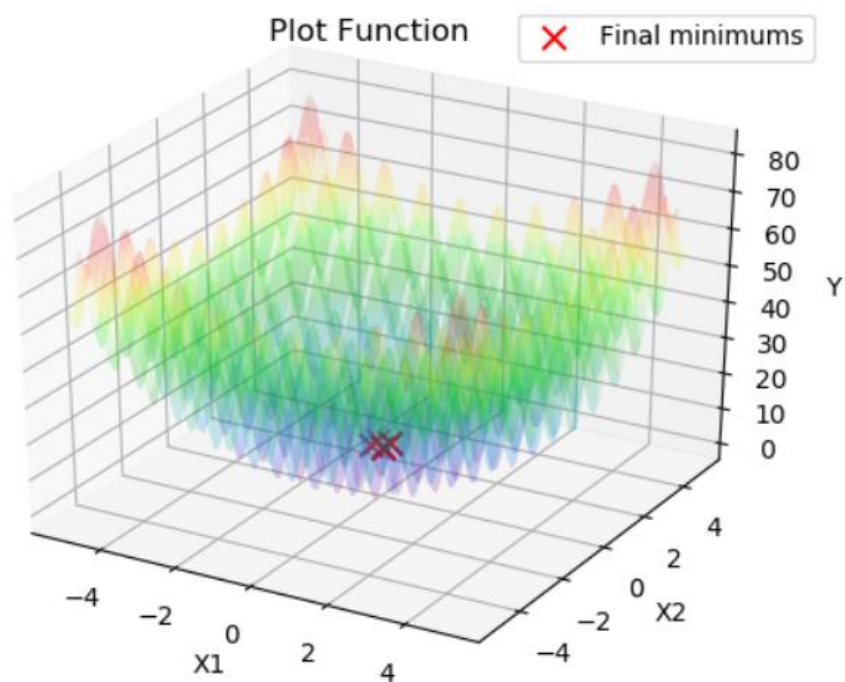


C) Rosenbrock:

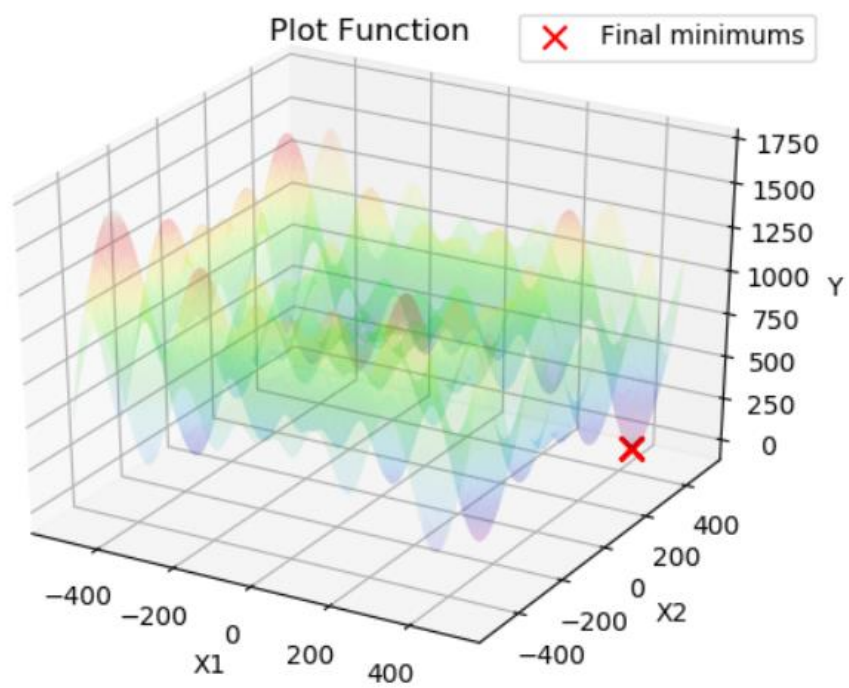


2) Nalezená minima pro zadaný počet běhů programu (RUNs):

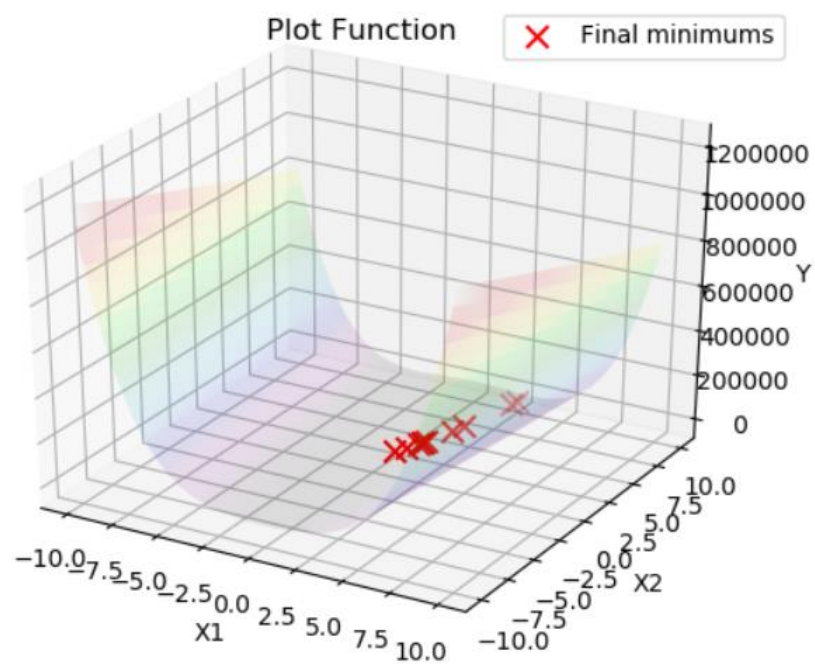
A) Rastrigin:



B) Schwefel:



C) Rosenbrock:



Závěr

Při výběru parametrů pro optimalizaci jsem prováděl kompromis mezi přesností nalezeného minima a výpočetní náročností experimentů. V případě 2D všech zadaných úloh jsou výsledky relativně blízké teoretické optimální hodnotě. Se zvyšující se dimenzí úloh přesnost výsledků výrazně klesá. Pokud bych optimalizoval parametry i pro problémy vyšších dimenzí bez ohledu na výpočetní náročnost, funkční hodnoty by pak byly mnohem přesnější. Tato možnost však k omezeným výpočetním a časovým možnostem nepřicházela v úvahu.