

Los textos escolares de Matemática: relación entre el currículum y la didáctica de la matemática

Cecilia Rojas P.
Alicia Zamorano V.

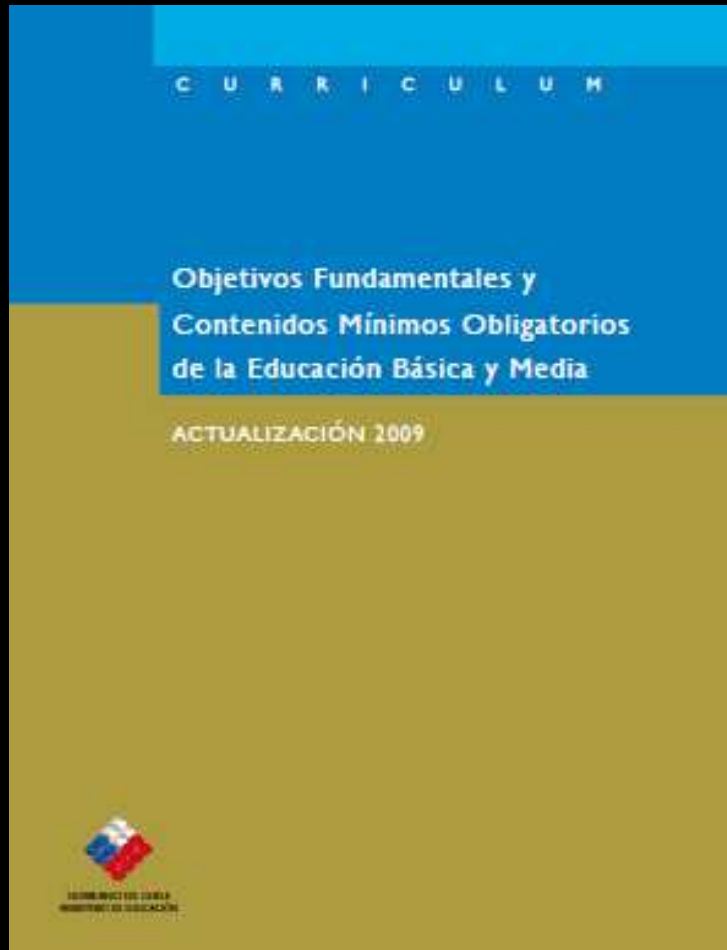
Propósitos

- Analizar la construcción curricular de la Matemática escolar propuesta por el Ministerio de Educación
- Comparar los propósitos del currículum con los modelos epistemológicos didácticos de la Matemática.
- Verificar en libros de texto la aplicación de los principios curriculares y didácticos de la matemática en el eje de Números.

Referentes para el análisis

- Marco Curricular Nacional actualización 2009.
- Modelos Epistemológicos de la Matemática.
- Componentes generales del currículum.
- Textos escolares.

Marco Curricular



- Objetivos Fundamentales
- Contenidos Mínimos Obligatorios

Modelos Epistemológicos

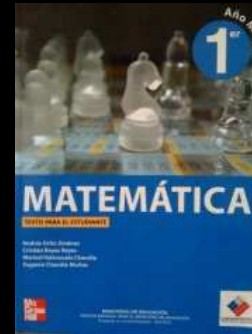
- Modelo Euclidiano: Se relaciona con que enseñar y aprender matemáticas es enseñar y aprender teorías.
- Modelos Cuasi-empírico: la matemática se desarrolla por medio de conjeturas, pruebas y refutaciones.
- Modelo Construtivista: la matemática se basa en la resolución de problemas para llegar a la modelización matemática.

Componentes Generales del Currículum

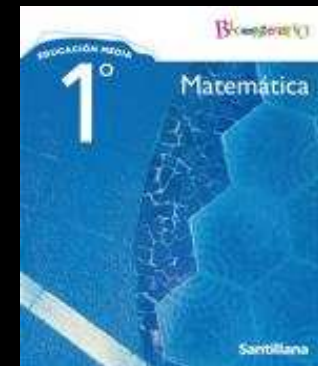
- Objetivos: OF del Currículum
- Contenidos: CMO del currículum
- Metodologías: estrategias propuestas por el currículum
- Evaluación: competencias a desarrollar a través de la matemática

Textos escolares

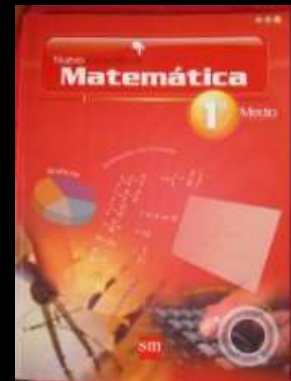
- Texto 1



- Texto 2



- Texto 3



Nuestro planteamiento es el siguiente

- La relación entre los textos escolares y el currículum se enmarca al cumplimiento de las políticas dadas por el Mineduc
- Escasa incorporación de la didáctica de la Matemática a la elaboración de los textos escolares del área.
- La incorporación de la Didáctica de la Matemática, como conocimiento científico, es fundamental para la construcción de textos y la enseñanza de la disciplina, ya que entrega herramientas para el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes.

Cuadro comparativo: Didáctica vs Curriculum

	Euclidianismo	Cuasi-empirismo	Constructivismo	Currículum Nacional 2009
¿Qué es la matemática?	El conocimiento matemático se toma como eficiencia procedimental memorística.	Es un conocimiento objetivo, absoluto y universal, libre de valores y abstracto.	Un sistema complejo de conceptos, procedimientos y representaciones interconectadas.	Es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos.
¿Qué características tiene la matemática?	Es un curso de verdades incuestionables.	Conocimiento estructurado lógicamente.	Conocimiento revisable, con verdades relativas al contexto en el que se trabaja.	Conjunto amplio de procedimientos de análisis, modelación, cálculo, medición y estimación del mundo natural y social, que permite establecer relaciones entre los más diversos aspectos de la realidad.
¿Cómo se presenta la matemática a los alumnos?	Conjunto de reglas organizadas. Algoritmos.	Conocimiento estructurado significativamente.	Mediante procesos inductivos-deductivos que llevan a las heurísticas y la resolución de problemas.	Debe enfatizar el desarrollo del pensamiento creativo y crítico para la formulación de conjeturas, exploración de caminos alternativos de solución y discusión de la validez de las conclusiones.
¿Para qué se estudia la matemática?	Búsqueda de elementos de aplicación. La matemática parece relacionarse con hechos que evolucionan en forma aislada.	Para descubrir sus principios básicos, fuente de razonamiento. La matemática se devela.	Para el desarrollo intelectual a partir de una construcción antropológica de los conceptos.	Para enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo.

Villella, 2005

- Del cuadro anterior podemos concluir que la incorporación los propósitos curriculares de la Matemática están relacionados en forma directa con el modelo constructivista de la matemática.

Categorías de análisis de los libros de texto.

- Los libros de texto se analizaron en torno a dos ámbitos: el curricular (objetivos, contenidos, metodologías y evaluación) y el didáctico (modelo euclidiano, cuasi-empírico y constructivista).
- Las categorías que emergen del estudio se agruparon en una lista de cotejo con indicadores para cada que ámbito en estudio.

Ámbito Curricular

- **Objetivos Fundamentales:**
- 1. Comprender que los números racionales constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en los números enteros y caracterizarlos como aquellos que pueden expresarse como un cociente de dos números enteros con divisor distinto de cero.
- 2. Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
- 3. Comprender el significado de potencias que tienen como base un número racional y exponente entero y utilizar sus propiedades.

Contenidos Mínimos Obligatorios

- 1. Identificación de situaciones que muestran la necesidad de ampliar el conjunto de los números enteros al conjunto de los números racionales y caracterización de estos últimos.
- 2. Representación de números racionales en la recta numérica; verificación de la cerradura de la adición, sustracción, multiplicación y división en los racionales y verificación de la propiedad: “entre dos números racionales siempre existe otro número racional”.
- 3. Justificación de la transformación de números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos a fracción
- 4. Sistematización de procedimientos de cálculo escrito y con ayuda de herramientas tecnológicas de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales, y su aplicación en la resolución de problemas.
- 5. Aproximación de racionales a través del redondeo y truncamiento, y reconocimiento de las limitaciones de la calculadora para aproximar decimales.
- 6. Extensión de las propiedades de potencias al caso de base racional y exponente entero, y aplicación de ellas en diferentes contextos.
- 7. Resolución de problemas en contextos diversos que involucren números racionales o potencias de base racional y exponente entero, enfatizando el análisis crítico de los procedimientos de resolución y de los resultados obtenidos.

Metodología

- Matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado.
- Experiencias de aprendizaje donde se resuelvan problemas, formulen conjeturas verifiquen validez de procedimientos.
- Oportunidades de aprendizaje organizadas en torno a problemas, desafíos, modelamiento de situaciones y exploración de relaciones.
- Selección de situaciones, problemas, desafíos donde se integren las diferentes dimensiones de la matemática.

Evaluación

- Resolución de problemas: Entender el problema; modelizar; desarrollar y/o adaptar estrategias; interpretar la respuesta en el contexto del problema; formular problemas.
- Representación: Entender y utilizar las relaciones entre diversas representaciones de la misma entidad, escoger y traducir representaciones en otras, usar representaciones para interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos
- Razonamiento y Argumentación: Formular e investigar conjeturas a partir de regularidades; sintetizar, sistematizar y generalizar conjeturas; elegir y utilizar varios tipos de razonamientos y/o demostraciones; desarrollar y evaluar argumentos; comunicar.
- Cálculo y Manipulación de expresiones matemáticas: Descifrar e interpretar expresiones matemáticas y/o geométricas; usar y/o manipular expresiones; calcular y/o cuantificar; comunicar la manipulación de expresiones y cálculos.

Espinoza, 2009

Resultados Libro 1

Objetivos

- OF1: Los números racionales aparecen como otro conjunto numérico sin conexión con \mathbb{N} ni \mathbb{Z} . Define número racional como cociente entre dos números y además los contrapone con la existencia de los irracionales que se explican por la medida de trazos.
- OF2: La representación en la recta numérica es dada como actividad para el estudiante y la transformación decimal vs fracción se intenciona como la construcción de modelo, pero no desarrolla secuencialmente para la comprensión del estudiante.
- OF3: Se presentan las potencias, se incluye la notación científica, pero la definición dada carece de rigurosidad matemática (n veces a)

Contenidos

- El CMO7 es el mejor desarrollado, ya que presenta variados problemas para ser resueltos por el estudiante, aun cuando falta un análisis profundo de los procedimientos realizados. El CMO6 es presentado para las distintas formas de las potencias.
- El resto de CMO solo están desarrollados en forma superficial o no se desarrollan. Es el caso de los CMO1, CMO2, no aparecen mencionados dentro del texto ni como actividades para desarrollar por los estudiantes. El resto de CMO están desarrollados parcialmente .

Resultados Libro 1

Metodología

- Se intenciona que se realicen actividades matemáticas, pero no se confrontan los resultados con el conocimiento matemático construido con anterioridad.
- Se entregan experiencias de aprendizaje aisladas, invitando al estudiante a formular conjeturas, pero no existe un instrumento para verificar su validez.
- Las actividades propuestas están organizadas en torno a problemas y desafíos, pero sin intencionar el desarrollo de los modelos matemáticos.
- Se presentan problemas de distintos ámbitos, pero que no explicita la integración de las diferentes dimensiones de la matemática.

Evaluación

- Se intenciona fuertemente la resolución de problemas, no obstante falta desarrollar la modelización y la creación de nuevos problemas.
- Las representaciones son utilizadas, pero de manera aislada sin relación entre uso y construcción de modelos matemáticos.
- En las actividades propuestas se pide formular conjeturas y comunicar su pensamiento matemático, pero sin herramientas para evaluar la calidad de sus argumentos.
- Las expresiones matemáticas son utilizadas pero en menor proporción que la resolución de problemas.

Resultados Libro 2

Objetivos

- OF1: Expone que los racionales surgen como una ampliación de los números enteros, pero no permite para reflexión ni comprensión. Por otro lado, muestra la existencia de otro conjunto numérico, los irracionales sin conexión con lo expuesto anteriormente. Caracteriza los números racionales como aquellos que pueden expresarse como un cociente entre dos números.
- OF2: Los números racionales son representados en la recta numérica, además de su representación fraccionaria y decimal.
- OF3: Intenciona el estudio de las potencias a través de una situación problema, pero que no se retoma para el estudio del concepto y la definición dada presenta vacíos conceptuales

Contenidos

- Desarrolla los CMO2 y CMO7, representando los números en la recta numérica y ejemplificando la propiedad de clausura y mostrando variados problemas para ser resueltos por los estudiantes.
- El CMO1 no está utilizado ya que no hay situaciones que muestren la necesidad de ampliar los conjuntos numéricos. El CMO 3 solo muestra la justificación a través del algoritmo para la transformación. EL CMO4 y CMO 5 que tienen con el uso de la tecnología no se hace una sistematización de procedimientos de cálculo a través de estas herramientas ni se mencionan las limitaciones de ellas para las aproximaciones. Las potencias mencionadas en el CMO6 la extensión no es realizada, sino que se comienza de ella.

Resultados Libro 2

Metodología

- Se presenta el desarrollo de una matemática que se debe replicar en función de una situación ya resuelta, por lo tanto no hay confrontación con la obra matemática.
- La resolución de problemas propuesta solo permite resolver dado modelo planteado y deja sin opción al estudiante de crear nuevas formas de solución.
- Las actividades del texto se centran en reproducción de algoritmos de solución más que en resolución de problemas, sin mencionar ni desarrollar el modelamiento como una actividad matemática.
- La cantidad de problemas es escasa y de ellos solo se muestran algunas dimensiones de la matemática.

Evaluación

- La resolución de problemas solo se enmarca en la reproducción de algoritmos de resolución.
- Las representaciones de los conceptos matemáticos estudiados son escasas y sin relación entre ellas.
- Las actividades propuestas no permiten el razonamiento ni la argumentación por parte del estudiante.
- Se propone que los estudiantes realicen cálculos, pero falta la interpretación y manipulación de distintas expresiones matemáticas.

Resultados Libro 3

Objetivos

- El OF1 solo se cumple para la caracterización de los números racionales y menciona la necesidad de estos números para resolver problemas que no tienen solución en los enteros (\mathbb{Z}), no muestra problemas donde ocurra esta dificultad.
- El OF2 está desarrollado en el texto durante toda la unidad en las reiteradas actividades que dan cuenta de la representación en la recta numérica, representación decimal y fraccionaria y operaciones entre racionales.
- El OF3 está débilmente desarrollado, ya que solo muestra definiciones matemáticas adecuadas, pero parciales con respecto al concepto de potencia, lo que impide la comprensión del concepto.

Contenidos

- Cumple con la mayoría de los Contenidos propuestos: CMO2, CMO4, CMO5, CMO6 y CMO7.
- Con respecto al CMO1, está relacionado directamente con el OF1 este no contiene situaciones ni actividades que permitan la identificación de la necesidad de ampliar al conjunto de los racionales al conjunto de los enteros.
- Con respecto CMO3, si bien hacen la transformación de decimal a fracción y viceversa, y se justifica su utilización matemática no hay una argumentación del porqué se realiza de esa forma y no de otra.

Resultados Libro 3

Metodología

- Se impulsa a realizar actividades matemáticas, y que luego se revisen los resultados obtenidos, pero falta confrontar esos procedimientos utilizados con la obra matemática, entendida como una construcción humana.
- Se presentan experiencias de aprendizaje donde se resuelven problemas y se formulan conjeturas, sin embargo no se verifica la validez de esos procedimientos.
- Las actividades planteadas aparecen como situaciones aisladas y no problematizan en cuanto a conceptos matemáticos, por tanto no logran la modelización de estas situaciones en torno al concepto estudiado. Las situaciones problemas planteadas no siempre integran las diferentes dimensiones de la matemática

Evaluación

- La resolución de problemas se intenciona, pero falta profundizar en la modelización.
- Con respecto a las representaciones están se utilizan, pero de manera aislada falta la relación entre su uso y la construcción de modelos matemáticos.
- El razonamiento y la argumentación queda intencionada para ser desarrollada por el estudiante, pero no se proponen instancias de evaluación del logro.
- El cálculo y manipulación de expresiones algebraicas es el más desarrollado en las actividades propuestas por el libro.

Ámbito Didáctico

Modelo Euclidiano:

- Todo conocimiento matemático puede deducirse de un conjunto finito de proposiciones trivialmente verdaderas (axiomas).
- La resolución de problemas es secundario y se transforman en ejercicios rutinarios.
- Predominio de técnicas algorítmicas.

Modelo Cuasi-empírico:

- Destrivialización del conocimiento matemático.
- Exploración de problemas no triviales.
- Predominio de técnicas no algorítmicas: conjeturar, probar, contrastar, entre otras.

Modelo Constructivista:

- Construcción de conocimientos nuevos.
- Modelización matemática: se identifica con la obtención de conocimientos sobre objeto matemático modelizado.
- Exploración y uso de distintas técnicas sin un discurso y/o análisis previo.

Resultados Libro 1

- La matemática que se expone en el texto se basa en axiomas que son trivialmente verdaderos. (Modelo euclidiano)
- Los problemas planteados son no triviales permitiendo un acercamiento a la modelización. (Modelo cuasi-empírico).
- Se utilizan tanto técnicas algorítmicas como no algorítmicas (conjeturar, probar, contrastar, entre otras). (Modelo cuasi-empírico)

Resultados Libro 2

- El texto solo entrega la matemática desde el punto de vista axiomático.(Modelo euclidiano)
- La resolución de problemas se reduce a un segundo plano, ya que el proceso es mecánico y trivial. (Modelo euclidiano).
- Las actividades planteadas conducen a un operacionismo, ya que solo se utilizan técnicas algorítmicas. (Modelo euclidiano)

Resultados Libro 3

- La matemática que el texto muestra está basada en axiomas que son trivialmente verdaderos. (Modelo euclidiano)
- Las situaciones problemáticas planteadas si bien no son triviales, todavía no permiten la modelización. (Modelo cuasi-empírico).
- Las técnicas algorítmicas utilizadas además permiten que los estudiantes conjeturen, prueben y contrasten sus procedimientos. (Modelo cuasi-empírico)

Conclusiones

- Existe una alta relación entre los propósitos del Currículum de Matemática y el modelo constructivista de la Matemática.
- La concreción de los propósitos del currículum en Objetivos y Contenidos dista del modelo constructivista preponderante.
- Nula incorporación del modelo constructivista al trabajo estudiantil en los libros de texto, se sigue intencionando el trabajo algorítmico, característico del modelo euclidiano.
- La matemática se presenta como una mera replicación de axiomas trivialmente verdaderos, dejando de lado la argumentación, creación de estrategias de resolución y la modelización como trabajo esencial de la disciplina.

- Los problemas o situaciones problemáticas solo se incorporan como un método de aplicación de técnicas matemáticas, sin utilizarlas como un medio que permita la organización de actividades de aprendizaje que incluya a los problemas para la modelización y desafíos para los estudiantes.
- Asimismo, se utilizan las definiciones como una forma predominante de mostrar los conceptos matemáticos a estudiar, sin dar la posibilidad de contrastar los procedimientos realizados por los estudiantes con la obra matemática.

- Creemos que, si se considerarán de forma explícita las características del modelo epistemológico didáctico constructivista en el Marco Curricular y en las Bases para la elaboración de los libros de texto podrían cumplirse los propósitos de la matemática escolar, es decir, sus fines, su rigurosidad conceptual, las estrategias metodológicas y evaluativas.

Para finalizar

- Queremos justificar el trabajo mancomunado que debe realizarse entre los elaboradores de textos y los didáctas de la matemática para el logro de textos que permitan mejores aprendizajes en los estudiantes.
- Los didáctas de la matemática, están llamados a participar en las propuestas para elaborar libros de texto que puedan ser utilizados en la escuela y así aportar desde la investigación al aprendizaje de la matemática en los estudiantes chilenos.
- Las casas editoriales deben incorporar en sus equipos de trabajo especialistas en matemática y didáctica de la matemática para la elaboración de libros de texto.

Proyecciones

- Crear herramientas concretas que permitan a los docentes analizar diferentes libros de texto para la selección de alguno de ellos.
- Elaborar estrategias que permitan un mejor uso del libro de texto como apoyo al trabajo docente.
- Diseñar unidades didácticas para los libros de texto que incluyan el modelo epistemológico didáctico constructivista como un referente para su elaboración.

