Resolución de problemas para la enseñanza de la estimación y el pensamiento computacional

David Maximiliano Gómez
Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de O'Higgins
Núcleo Milenio para el Estudio del Desarrollo de las Habilidades Matemáticas Tempranas (MEMAT)

Contexto: Pedagogía en Matemática UOH

Algoritmos (sem. 3)

- Conceptos clave e introducción a la programación
- Algoritmos de la matemática escolar
- Representación computacional de números naturales y enteros

Estimación y métodos numéricos (sem. 5)

- Estimación en matemática
- Proceso de estimación
- Representación computacional de números racionales y reales
- Estudio de métodos numéricos

Contexto: Pedagogía en Matemática UOH

Algoritmos (sem. 3)

- Conceptos clave e **introducción a la programación**
- Algoritmos de la matemática escolar
- Representación computacional de números naturales y enteros

Estimación y métodos numéricos (sem. 5)

- Estimación en matemática
- **Proceso de estimación**
- Representación computacional de números racionales y reales
- Estudio de métodos numéricos

Pensamiento computacional

Pensamiento computacional

- Foco según Bases Curriculares 3° y 4° medio de matemática
  - “que los estudiantes tengan experiencia con el ciclo que se inicia en un problema o desafío, sigue con el análisis de alternativas de solución y la formulación de una respuesta y desemboca en el diseño, desarrollo y puesta a prueba de un programa que hace explícita una de esas posibles soluciones”
- Habilidades relacionadas
  - Descomposición, abstracción, reconocimiento de patrones
- Conexión con experiencia cotidiana
  - Cómo escribir o seguir una receta
  - Cómo dar instrucciones a alguien para llegar a un cierto lugar

Pensamiento computacional

- ¿Cuán fácil (o no) es dar instrucciones precisas?
    - “Exact instructions challenge” https://youtu.be/Ct-lOOUqmyY

Pensamiento computacional: experiencia

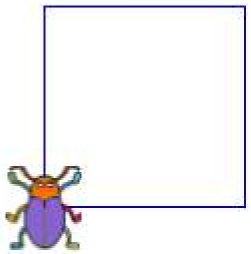
- Trabajo con Scratch (https://scratch.mit.edu/)
  - Comandos y lógica se organizan mediante ensamblaje de bloques
  - Trabajo final del curso: desarrollar un recurso que explique cómo aplicar un algoritmo a un problema dado (ejemplificación)

Pensamiento computacional: experiencia

- Trabajo con Scratch (https://scratch.mit.edu/)
  - Comandos y lógica se organizan mediante ensamblaje de bloques
  - Dificultad: este uso no requiere tanta precisión
  - Decisión: simular Logo dentro de Scratch

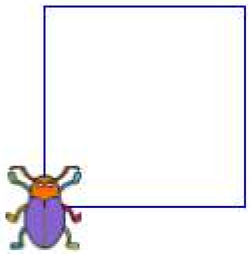
Pensamiento computacional: experiencia

- Trabajo con Scratch (https://scratch.mit.edu/)
  - Comandos y lógica se organizan mediante ensamblaje de bloques
  - Dificultad: este uso no requiere tanta precisión
  - Decisión: simular Logo dentro de Scratch



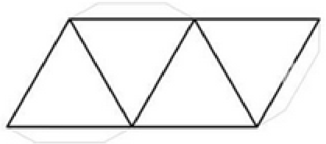
Pensamiento computacional: experiencia

- Trabajo con Scratch (https://scratch.mit.edu/)
  - Comandos y lógica se organizan mediante ensamblaje de bloques
  - Dificultad: este uso no requiere tanta precisión
  - Decisión: simular Logo dentro de Scratch

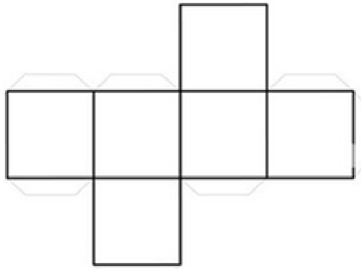


- Usando Scratch, se crea programas que realicen ciertos dibujos
- Trabajo semanal en clases + tareas

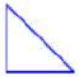
[3p] Construye un programa que dibuje la siguiente red del tetraedro (sin lengüetas). En ella, los triángulos tienen todos lados de largo 50.



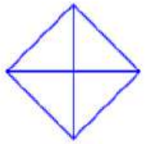
[3p] Construye otro programa que dibuje la siguiente red del hexaedro (sin lengüetas). En ella, los cuadrados tienen todos lados de largo 80.



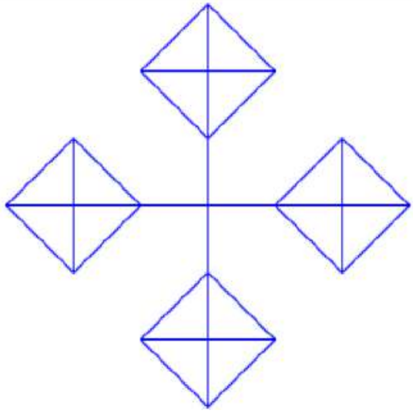
[2p] Construye un programa que, utilizando bloques de operaciones matemáticas (los de color verde), dibuje un triángulo isósceles rectángulo con lados de longitud 40, 40 y $40 \cdot \sqrt{2}$.



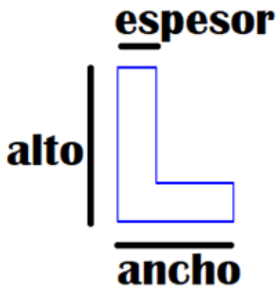
[2p] Basándote en el programa anterior y utilizando bloques de repetición, construye otro programa que dibuje la siguiente figura.



[2p] Basándote en el programa anterior y utilizando bloques de repetición, construye otro programa que dibuje la siguiente figura.

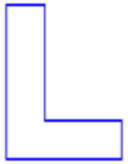


[2,5pt] Crea un bloque rojo llamado "ELE" que reciba tres parámetros: **alto, ancho y espesor** (en ese orden), y dibuje una letra L con esas dimensiones.

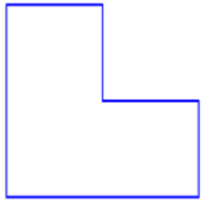


Guíate por los siguientes ejemplos:

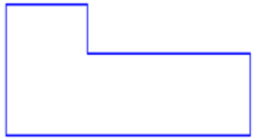
ELE(120, 80, 10)



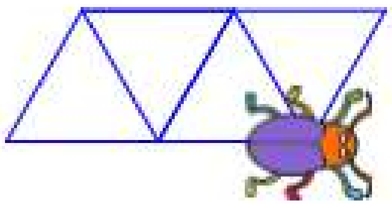
ELE(80, 60, 20)



ELE(100, 100, 50)



ELE(80, 150, 50)



```
girar ↻ -90 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ -120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ -120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 180 grados
mover 100 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ -120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ -120 grados
mover 50 pasos
```

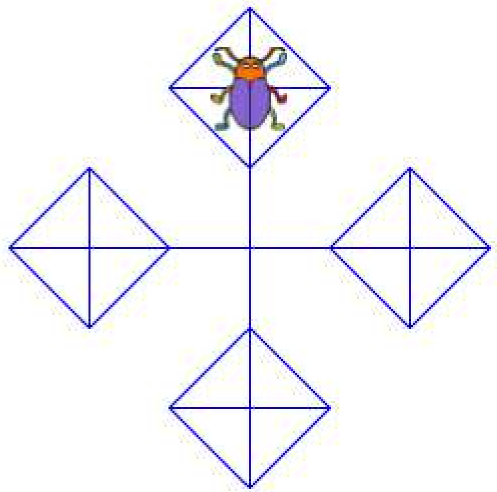
```
girar ↻ 30 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 60 grados
mover 50 pasos
```

```
girar ↻ 90 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 180 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
```

```
girar ↻ 30 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
```

```
girar ↻ 30 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
```

```
girar ↺ 150 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 60 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 100 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↺ 120 grados
mover 50 pasos
girar ↻ 120 grados
mover 50 pasos
```



```
repetir 4
    mover 40 pasos
    girar ↻ 135 grados
    mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
    girar ↺ -135 grados
    mover 40 pasos
mover 160 pasos
repetir 4
    mover 40 pasos
    girar ↻ 135 grados
    mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
    girar ↺ -135 grados
    mover 40 pasos
girar ↺ 180 grados
mover 80 pasos
girar ↺ 90 grados
mover 80 pasos
repetir 4
    mover 40 pasos
    girar ↻ 135 grados
    mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
    girar ↺ -135 grados
    mover 40 pasos
girar ↺ 180 grados
mover 160 pasos
repetir 4
    mover 40 pasos
    girar ↻ 135 grados
    mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
    girar ↺ -135 grados
    mover 40 pasos
```

```
repetir 4
    repetir 4
        girar ↻ 90 grados
        mover 40 pasos
        girar ↻ -135 grados
        mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
        girar ↺ 135 grados
        mover 40 pasos
        girar ↻ 90 grados
    girar ↻ 180 grados
    mover 80 pasos
    girar ↻ 90 grados
    mover 80 pasos
```

```
repetir 4
    mover 80 pasos
    repetir 4
        mover 40 pasos
        girar ↻ 135 grados
        mover (40 * (raíz cuadrada de 2)) pasos
        girar ↻ 135 grados
        mover 40 pasos
    mover -80 pasos
    girar ↻ 90 grados
```

```
definir triángulo iso (lado)
mover (lado) pasos
girar ↺ 135 grados
mover ((lado) * (raíz cuadrada de 2)) pasos
girar ↺ 135 grados
mover (lado) pasos
```

```
repetir 4
    mover 80 pasos
    repetir 4
        triángulo iso 40
    girar ↺ 180 grados
    mover 80 pasos
    girar ↻ 90 grados
```

Algunos aprendizajes

- El uso de Scratch
  - Favorece el acercamiento inicial a la programación
- Los ejercicios de dibujo
  - Tienen un objetivo específico y claramente definido
  - El proceso para llegar allí es abierto
  - Cada estudiante podría crear una respuesta distinta
  - Tienen retroalimentación concreta e instantánea
  - El foco en eficiencia es opcional

Estimación

Estimación *(Castro et al., 2000)*

- Asignar un número a una magnitud (en teoría) medible
  - ¿Cuántas personas participaron en una marcha?
  - ¿A qué hora ocurrió un fallecimiento?
  - ¿Cuánto tiempo me demoro en contar hasta un millón?
  - ¿Hace cuántos años se extinguieron los dinosaurios?
- Por qué enseñarla
  - Una matemática enfocada en el cálculo exacto es incompleta
  - Vincula las matemáticas y el mundo
  - Promueve la resolución creativa de problemas

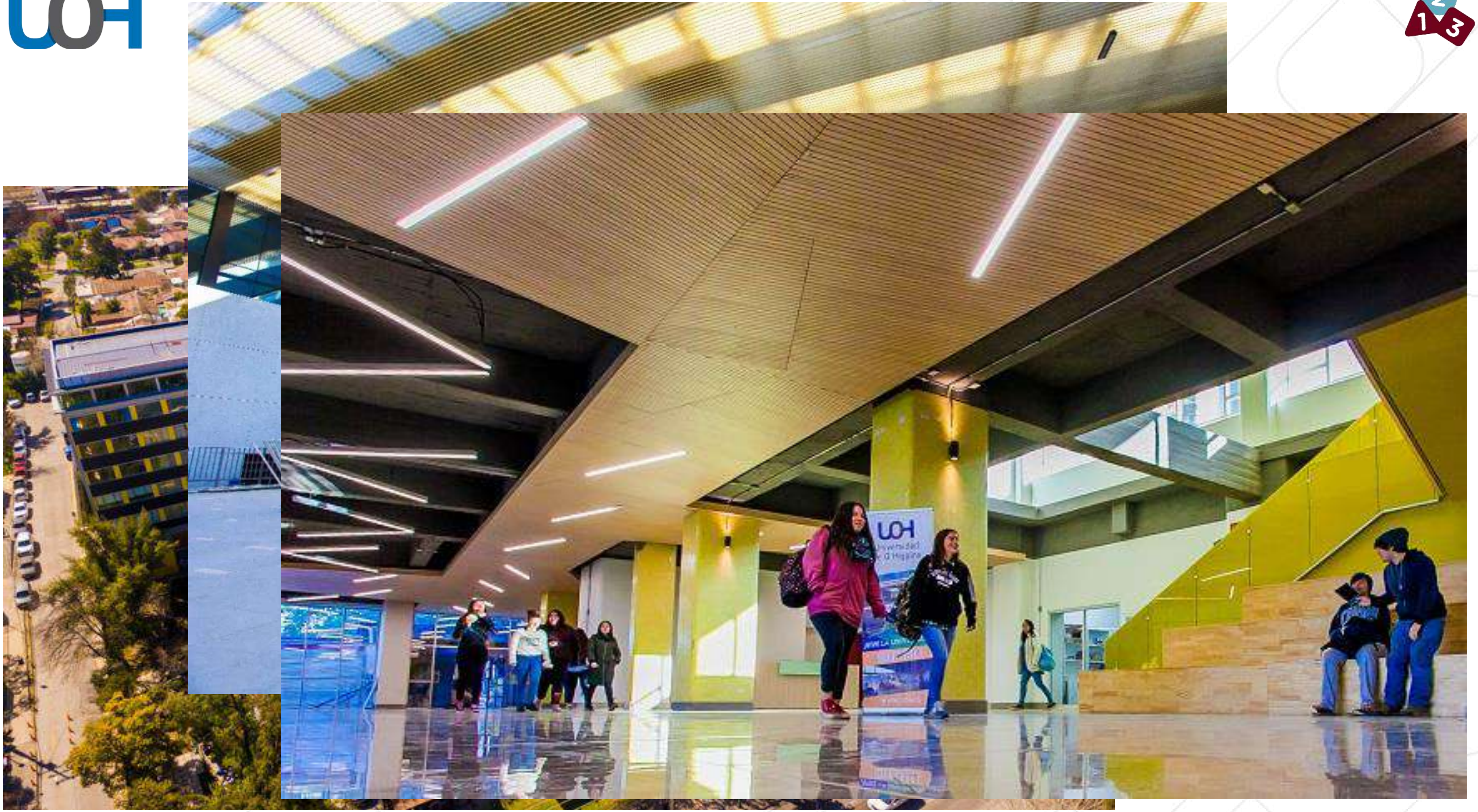
Estimación *(Castro et al., 2000)*

- Ejemplos
  - ¿Cuántos pelos tienes en la cabeza?
  - ¿Cuántos litros de agua usas para ducharte?
  - ¿Cuántos pasos das a diario para ir y volver de tu trabajo?
  - ¿Cuántos granos de arroz caben en un frasco de 1 litro?
  - ¿Cuánto tiempo emplearías para responder las cuatro preguntas de arriba?
- Estos problemas pueden desarrollar
  - Generación de estrategias
  - Toma de decisiones basada en la propia experiencia
  - Argumentación de decisiones y supuestos

Estimación: experiencia

- Evaluación de fin de unidad
  - Trabajo fuera de clases
  - *"Esta evaluación debe ser entregada de forma individual"*
- Problema de final abierto
- Describir proceso

"¿Cuántas personas caben en el hall del piso 1 del edificio A? Explica el proceso que usas y las decisiones que tomas para llegar a un resultado."


UOH

[M] = No son parte del área.

Área de Hall Edificio A.

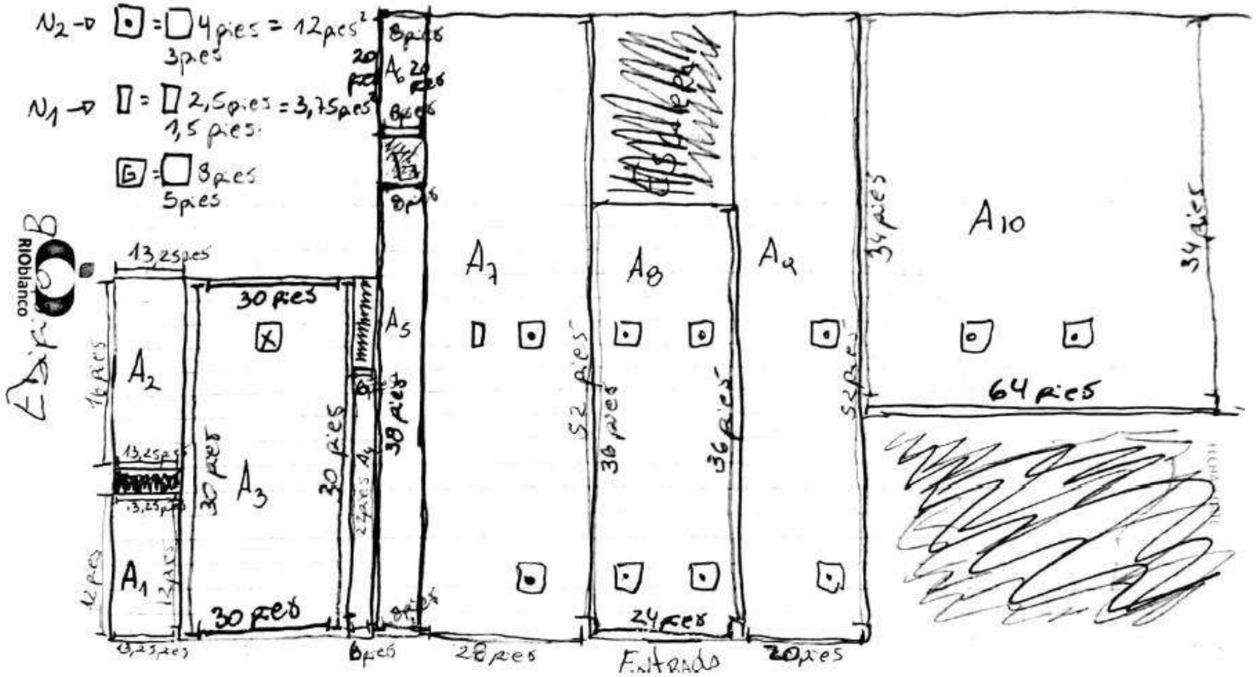
$N_3 \to$ [X] = □ 3 pies × 3 pies = 9 pies²

$N_2 \to$ [·] = □ 4 pies × 3 pies = 12 pies²

$N_1 \to$ [ ] = □ 2,5 pies × 1,5 pies = 3,75 pies²

[G] = □ 8 pies × 5 pies

$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} - (1 \cdot N_1) - (10 \cdot N_2) - (1 \cdot N_3)$



$A_1 = 12 \cdot 13{,}25 = 159$ pies²

$A_2 = 16 \cdot 13{,}25 = 212$ pies²

$A_3 = 30 \cdot 30 = 900$ pies²

$A_4 = 6 \cdot 2 = 12$ pies²

$A_5 = 38 \cdot 8 = 304$ pies²

$A_6 = 20 \cdot 8 = 160$ pies²

$A_7 = 52 \cdot 28 = 1456$ pies²

$A_8 = 36 \cdot 24 = 864$ pies²

$A_9 = 52 \cdot 20 = 1040$ pies²

$A_{10} = 34 \cdot 64 = 2176$ pies²

$N_1 = 1{,}5 \cdot 2{,}5 = 3{,}75$ pies²

$N_2 = 3 \cdot 4 = 12$ pies²

$N_3 = 3 \cdot 3 = 9$ pies²

Área de Hall Edificio A.

$\Rightarrow 159 + 212 + 900 + 12 + 304 + 160 + 1456 + 864 + 1040 + 2176 - (1 \cdot 3{,}75) - (10 \cdot 12) - (1 \cdot 9)$

$\Rightarrow 7.150{,}25$ pies²

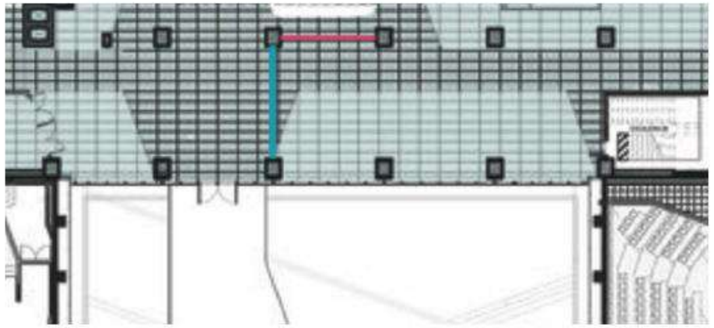
El Hall del Edificio A mide aprox 7.150,25 pies² logré llegar a este nº midiendo el Hall por áreas, bueno es una medición aproximada.

* Si supongo que todas las personas son de la misma contextura física y ocupan 6 pies²
7.150,25 : 6 ≈ 1192 personas.

* ya si sus contexturas son diferentes podría darle un espacio de 1m², donde 1m ≈ 3,28 pies entonces serían aprox. 10,76 pies² ≈ 1m² donde 7.150,25 : 10,76 ≈ 665 personas.

Primer paso: Para el proceso de estimación, llevé a cabo una serie de acciones para determinar distintas medidas, comenzando por responder la pregunta de **"¿cuántas personas caben en un metro cuadrado?".** Para ello, puse cinta/scotch blanco en el suelo de mi casa recreando un cuadrado donde cada lado tuviera la medida de un metro. Ahí es cuando con ayuda de mi familia logré concluir que en un metro cuadrado **cabemos 3 personas** "cómodamente" y 4 personas apretadas muy apretadas y si y sólo si las cuatro personas son bastante esbeltas. Por lo que considerando la diversidad de cuerpos que hay en los grupos grandes de personas, 3 personas por metro cuadrado me parece un buen acercamiento general.

Segundo paso: Otro acto que llevé a cabo (esta vez en la universidad) fue medir la distancia entre pilares contando la cantidad de pies entre ellos. En este caso, la distancia entre los pilares señalados en la imagen a continuación:

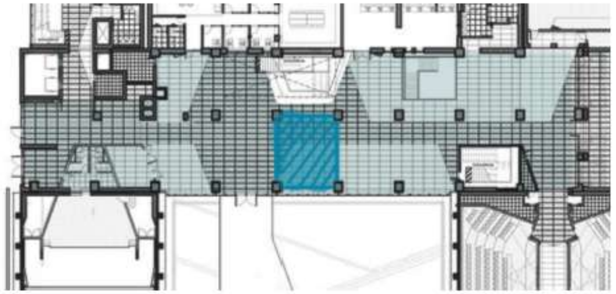


Formando un rectángulo de dimensiones 19,5 pies x 21,5 pies.

Entendiendo que calzo **talla 39 de zapatos** , buscando en la "tabla de tallas" cada pie mío son 26 centímetros aproximadamente ya que en la mayoría de las páginas se arrojan distintas informaciones y todas se pueden redondear al número 26. Por lo que las dimensiones de este cuadrado en metros sería de:

4,94 m x 5,56 m

En este paso considero prudente aproximar por redondeo ambas dimensiones a la décima para trabajar más cómodamente. Obteniendo un rectángulo de **5 metros x 5,6 metros**. Cuya **área** corresponde a **28 metros cuadrados.** Ahora bien, si habíamos acordado que caen 3 personas en un metro cuadrado , para obtener la cantidad de personas en 28 metros cuadrados, realizaremos la operación **28 x 3** obteniendo que en dicha área caen 84 personas.



Entonces, en este sector del hall (área entre pilares) caen **84 personas:**

Por ende:

- 15 rectángulos de 28 metros cuadrados.
- 84 personas por cada 28 metros cuadrados
- 3 personas por metro cuadrado

15 rectángulos x 84 personas por rectángulo = **1260** personas en el hall de la universidad.

Repito el mismo procedimiento, hasta ahora hay dentro 3 personas

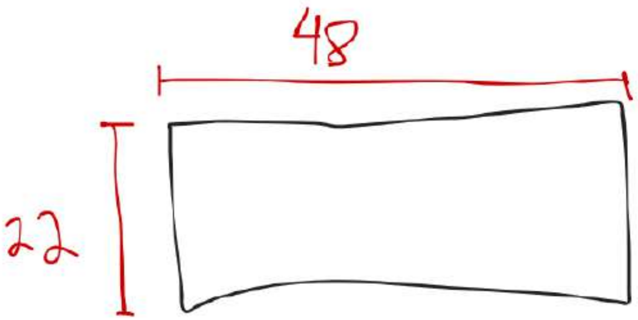
Aprovecho el pequeño espacio que me quedaba para ocuparlo con otra persona. Con esto puedo afirmar que dentro de una baldosa pueden estar aproximadamente 4 personas de pie.

Ahora bien, sabiendo que en 1 baldosa entran 4 personas (aproximandamente) podré hacer un cálculo de cuántas personas caben dentro del hall, la fórmula que aplicaré será:

N° de gente que caben dentro de una baldosa * N° total de baldosas del hall = N° de gente dentro del hall

Largo (desde auditorio hasta casino): 48 baldosas
Ancho (desde entrar por el frontis hasta entrada oficinas): 22 baldosas

Esto se podría visualizar como:

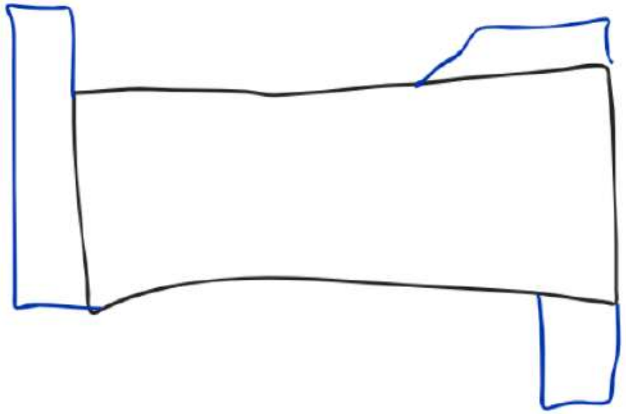


Pilares

Asientos:

$$22 * 47 = 1058\, baldosas$$

Ahora bien, si somos realistas, este resultado es una aproximación ya que no estoy considerando las siguientes baldosas:



Es por eso que, considero que 1058 baldosas es un número confiable de baldosas. Si sabemos que en cada baldosa entran 4 personas, el resultado total de personas que entran en el hall del piso 1 del edificio 1 son: $1058 * 4 = 4224$. Podemos concluir que en el hall caben 4200 personas aproximadamente.

Algunos aprendizajes

- El trabajo de estimación
  - Desarrolla múltiples habilidades
  - Se conecta con el ciclo de modelamiento matemático
- Problema simple y concreto, pero vagamente definido
  - Requiere de los estudiantes uso de criterio y toma de decisiones
  - Requiere argumentar las decisiones
  - Desafía su concepción habitual de qué es hacer matemática

En resumen

- Dos formas de cómo involucrar la RP en la formación de habilidades matemáticas
- Pensamiento computacional
  - Hay una respuesta correcta, pero múltiples válidas formas de llegar a ella
  - Elemento clave: Retroalimentación instantánea
- Estimación
  - Problema de final abierto que implica crear un proceso y tomar decisiones
  - Elemento clave: Problema simple y concreto

¡Muchas gracias por su atención!

- Y también al apoyo de
  - Escuela de Educación UOH
  - ANID Iniciativa Científica Milenio (MEMAT, NCS2021_014)
  - ANID Fondo Basal para Centros de Excelencia FB0003
- Contacto

  - E-mail: david.gomez@uoh.cl
  - ORCID: 0000-0001-9509-6436
  - Redes sociales: @gomezdmax


Universidad de O'Higgins
Postgrado
POSTULACIÓN 2024
MAGÍSTER PROFESIONAL
EN ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE
DE LA MATEMÁTICA
DEL 16 DE OCTUBRE AL 30 DE NOVIEMBRE DE 2023
POSTULACIONES.POSTGRADO@UOH.CL
Universidad de O'Higgins
@uohiggins
la_uoh
uoh.cl