04 분류하는 뉴런을 만듭니다

- 이진 분류(binary classification)

04-3 로지스틱 손실 함수를 경사 하강법에 적용합니다

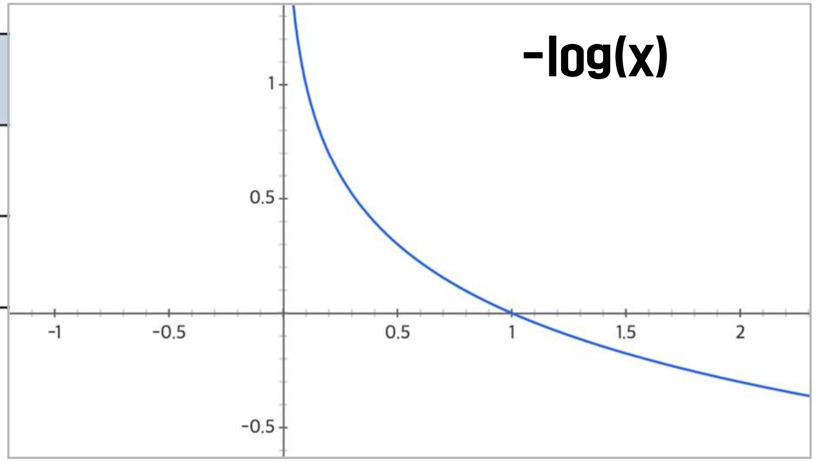
분류의 정확도는 미분 가능한 함수가 아닙니다

대신 이진 크로스 엔트로피(binary cross entropy) 또는 로지스틱(logistic) 손실 함수를 사용합니다

$$L = -(ylog(a) + (1-y)log(1-a))$$

y: 타깃값
a: 활성화 함수의 출력

	L
y가 1인 경우(양성 클래스)	$-log(a)$
y가 0인 경우(음성 클래스)	$-log(1-a)$



로지스틱 손실 함수 미분하기

결과부터 보기! :)

	제곱 오차의 미분	로지스틱 손실 함수의 미분
가중치에 대한 미분	$\frac{\partial SE}{\partial w} = -(y - \hat{y})x$	$\frac{\partial}{\partial w_i} L = -(y - a)x_i$
절편에 대한 미분	$\frac{\partial SE}{\partial b} = -(y - \hat{y})1$	$\frac{\partial}{\partial b} L = -(y - a)1$

미분의 연쇄 법칙(Chain Rule)

합성 함수의 도함수를 구하는 방법

$$y=f(u),\ u=g(x) \qquad y=f(g(x)) \qquad \frac{\partial y}{\partial x}=\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \frac{\partial L}{\partial w_i}=? \qquad \frac{\partial L}{\partial b}=?$$

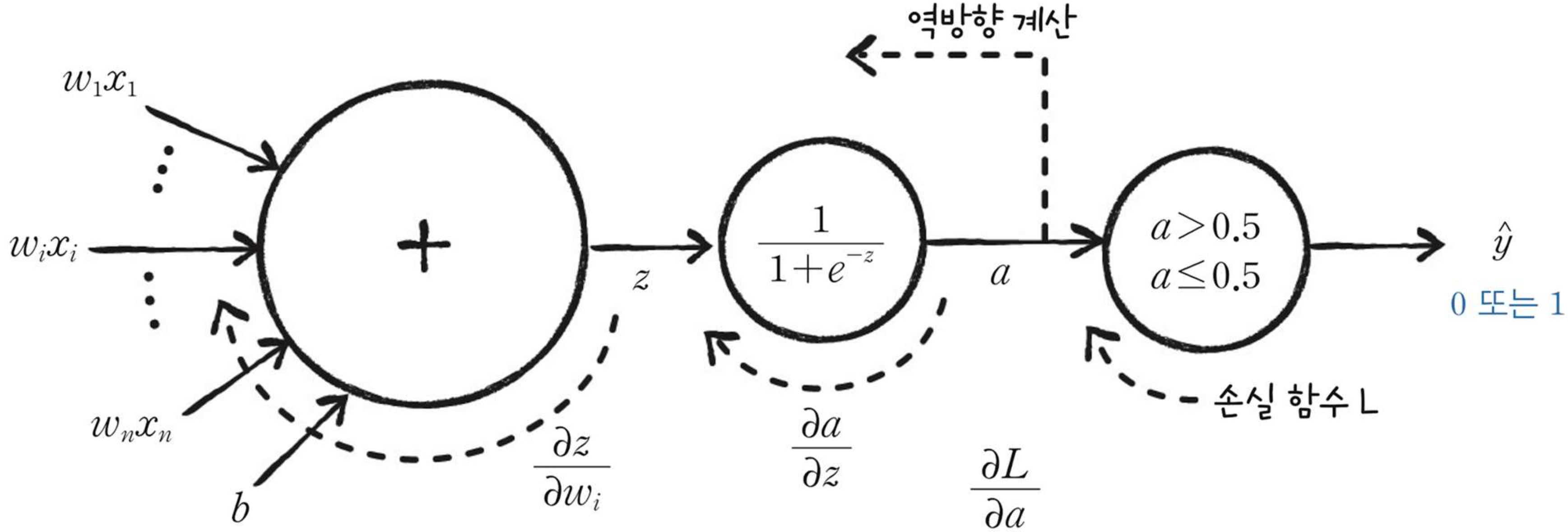
제곱 오차의 미분에 이미 적용해 보았습니다

$$SE=(y-\hat{y})^2,\ \hat{y}=w\times x+b$$

$$\frac{\partial SE}{\partial w}=\frac{\partial SE}{\partial \hat{y}}\frac{\partial \hat{y}}{\partial w}=\frac{\partial (y-\hat{y})^2}{\partial \hat{y}}\times\frac{\partial \hat{y}}{\partial w}=-2(y-\hat{y})\times x$$

연쇄 법칙을 뉴런 그림에 나타내 봅니다

$$\frac{\partial L}{\partial w_i} = \frac{\partial L}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial w_i}$$



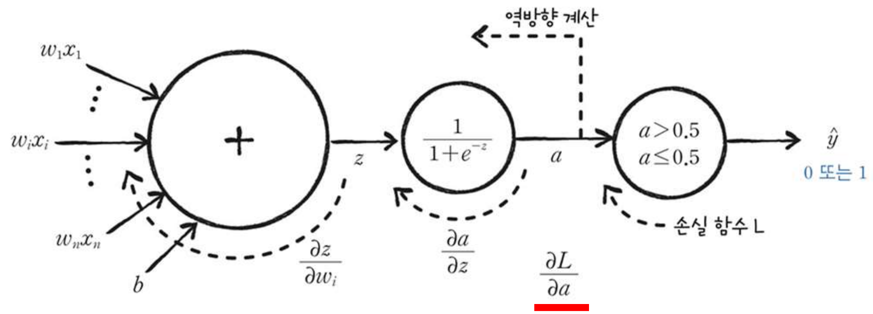
로지스틱 손실 함수를 a에 대해 미분하기

타깃값　　활성화 함수의 출력

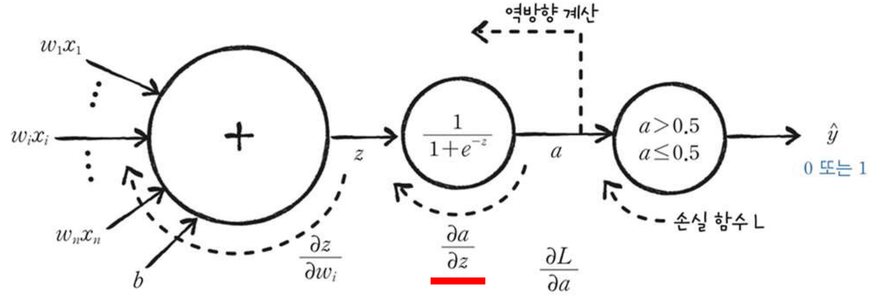
$$\frac{\partial L}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}(-(y log(a) + (1-y) log(1-a)))$$

$$= -(y \frac{\partial}{\partial a} log(a) + (1-y) \frac{\partial}{\partial a} log(1-a))$$

$$\frac{\partial L}{\partial a} = -(y \frac{1}{a} - (1-y) \frac{1}{1-a})$$



a를 z에 대해 미분하기



$$\frac{\partial e^{-z}}{\partial z} = -e^{-z}$$

$$\frac{\partial a}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{1+e^{-z}}\right)=\frac{\partial}{\partial z}(1+e^{-z})^{-1}$$

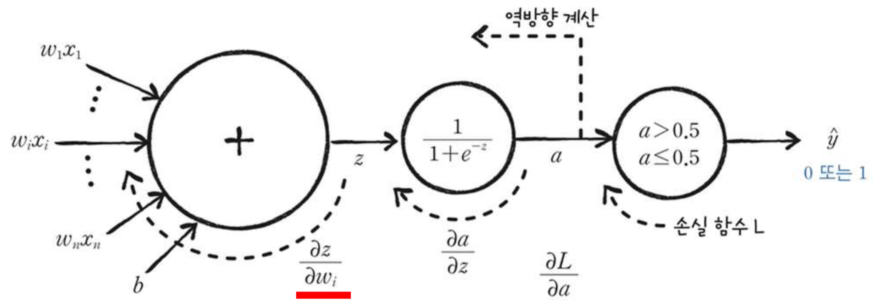
$$=-(1+e^{-z})^{-2}\frac{\partial}{\partial z}(e^{-z})=-(1+e^{-z})^{-2}(-e^{-z})=\frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2}$$

$$\frac{\partial a}{\partial z}=\frac{1}{1+e^{-z}}\,\frac{e^{-z}}{1+e^{-z}}=\frac{1}{1+e^{-z}}\left(1-\frac{1}{1+e^{-z}}\right)=a(1-a)$$

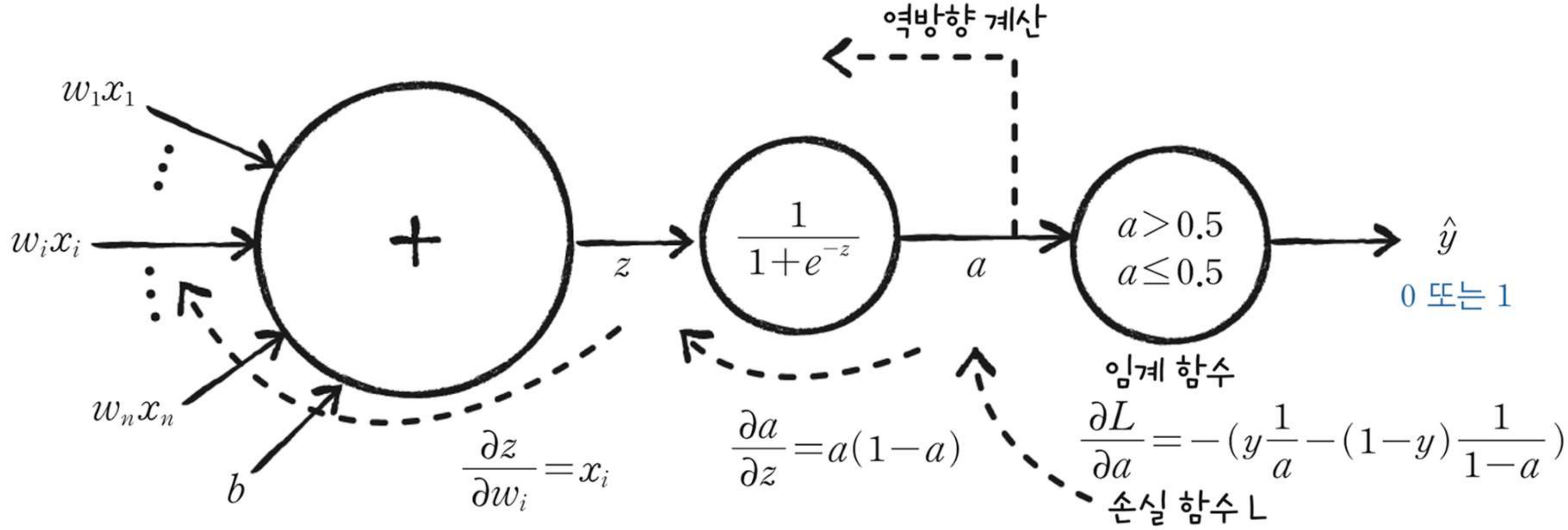
z를 w에 대해 미분하기

$$z = b + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$\frac{\partial z}{\partial w_i} = x_i$$



전체 미분 과정을 정리하기

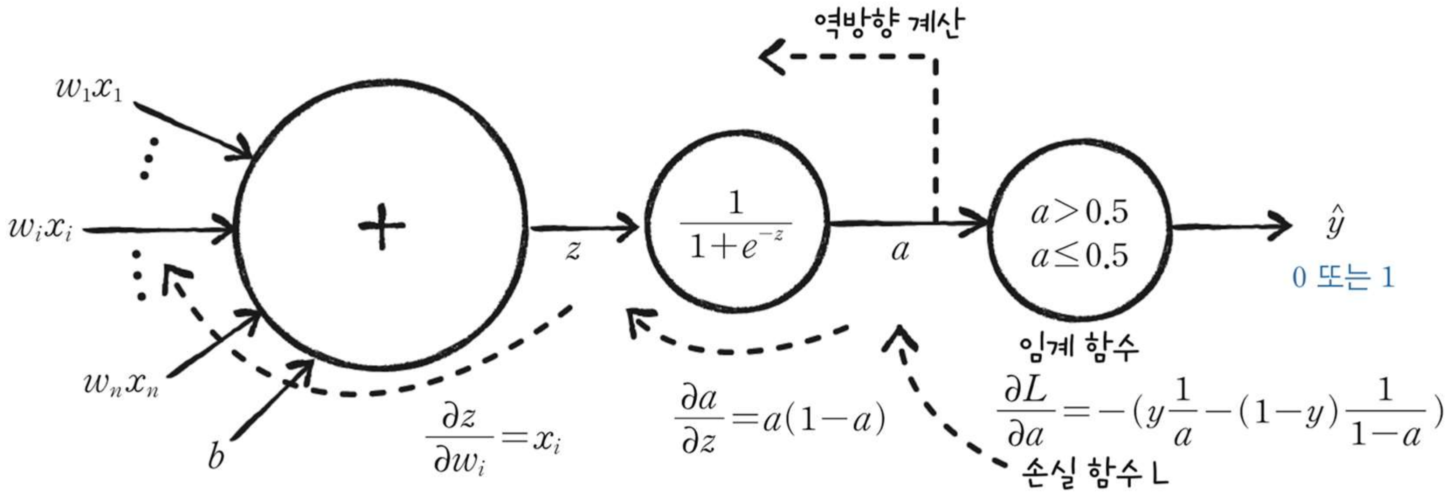


$$\frac{\partial L}{\partial w_i}=\frac{\partial L}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial w_i}$$

$$=-(y\frac{1}{a}-(1-y)\frac{1}{1-a})a(1-a)x_i=-(y(1-a)-(1-y)a)x_i \Rightarrow w_i=w_i-\frac{\partial L}{\partial w_i}=w_i+(y-a)x_i$$

$$=-(y-ya-a+ya)x_i=-(y-a)x_i$$

절편에 대한 도함수를 구해 봅니다



$\frac{\partial L}{\partial z}=\frac{\partial L}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial z}=-(y-a)$ **이므로** $\frac{\partial L}{\partial b}=\frac{\partial L}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial b}=-(y-a)\frac{\partial}{\partial b}(b+\sum_{i=1}^{n}w_ix_i)=-(y-a)1$

$$\Rightarrow\quad b=b-\frac{\partial L}{\partial b}=b+(y-a)1$$

감사합니다