武汉大 学计算机学院

本科生实验报告

数据结构实验报告
实验六：稀疏矩阵的加法和乘法问题

专 业 名 称 ： 计算机科学与技术

课 程 名 称 ： 数据结构

指 导 教 师 ： 安　　扬

学 生 学 号 ： 2017301500061

学 生 姓 名 ： 彭 思 翔

学 生 班 级 ： 计科二班

上 机 环 境 ： Visual Studio Code

二〇一八 年 12 月

一、实验题目

实验六：稀疏矩阵的加法和乘法问题

【基本要求】

两个稀疏矩阵的三元组存储结构生成；

实现稀疏矩阵的转置；

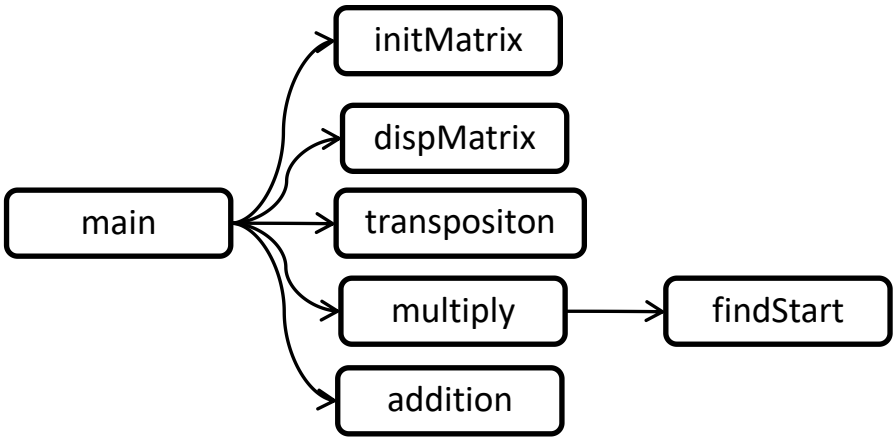
实现两个稀疏矩阵的加运算；

实现两个稀疏矩阵的乘法运算。

二、实验项目的

深入掌握递稀疏矩阵的写法和应用。

三、实验项目程序结构



四、实验项目中各文件函数功能描述

```
void dispMatrix(Matrix);              //输出稀疏矩阵
void initMatrix(Matrix &);            //读入稀疏矩阵
Matrix tansposition(Matrix);          //反转稀疏矩阵
void findStart(int*, Matrix);         //找到该矩阵每一行的开头是第几个元素
Matrix addition(Matrix, Matrix);      //稀疏矩阵相加
Matrix multiply(Matrix, Matrix);      //稀疏矩阵相乘
```

五、算法描述

【数据结构】

稀疏矩阵：Matrix 用来存矩阵信息，TupNode 用来存稀疏矩阵中结点的信息，我重定义了几个表示方便代码书写。

```
#define r(a, i) a.data[i].r
#define c(a, i) a.data[i].c
#define d(a, i) a.data[i].d
#define copy_int(a, i, row, col, value) a.data[i].r = row, a.data[i].c = col, a.data[i].d = value
```

```
#define copy_tup(a, i, b, j) a.data[i].r = b.data[j].r, a.data[i].c = b.data[j].c, a.data[i].d = b.data[j].d


typedef struct {
    int r;
    int c;
    int d;
} TupNode;

typedef struct {
    int rows;
    int cols;
    int nums;
    TupNode data[MaxN];
} Matrix;
```

【设计思路】

矩阵转置：朴素的想法是枚举列号，对于每一列枚举元素逐行反转每一个元素的行列加入到新的矩阵中。这样的做法是 O（Cols*N）的，十分暴力。我们试着维护这样一个数组 cstart[i]，表示第 i 列数未访问的开头元素在新的稀疏矩阵元素列表中的位置，这样一来我们只需遍历旧的稀疏矩阵，反转并按照 cstart 的位置加入到新的稀疏矩阵中即可。而维护 cstart 只需在开头的时候遍历旧稀疏矩阵记录每一列的数目，cstart 就可以计算出来，从而每次访问后 cstart++就可以保持了。

时间复杂度 O(N)

```
Matrix tansposition(Matrix s) {
    int j = 0;
    Matrix c;
    c.nums = s.nums;
    c.rows = s.rows;
    c.cols = s.cols;
    int num[c.cols] = {0}, cstart[c.cols] = {0};
    for (int i = 0; i < s.nums; i++) num[c(s, i)]++;     //遍历旧稀疏矩阵统计每列数目
    cstart[0] = 0;
    for (int col = 1; col < c.cols; col++)          //计算 cstart 即每一列开头在新矩阵中的位置
        cstart[col] = cstart[col - 1] + num[col - 1];
    for (int i = 0; i < s.nums; i++) {
        j = cstart[c(s, i)];
        copy_int(c, j, c(s, i), r(s, i), d(s, i));
        cstart[c(s, i)]++;                              //该列下一个访问的应该在当前的后一位
    }
    return c;
}
```

矩阵相加：类似于归并排序，两个指针从前往后分别遍历矩阵，注意归并大小比较变为了以行为第一关键字、列为第二关键字的双关键字比较。

时间复杂度 O(N)

```
Matrix addition(Matrix a, Matrix b) {
    Matrix c;
    int i = 0, j = 0, k = 0;
    c.cols = a.cols;
    c.rows = a.rows;
    while (i < a.nums && j < b.nums) {
        if (r(a, i) > r(b, j)) copy_tup(c, k, b, j), j++, k++;
        else if (r(a, i) < r(b, j)) copy_tup(c, k, a, i), i++, k++;
        else if (c(a, i) < c(b, j)) copy_tup(c, k, a, i), i++, k++;
        else if (c(a, i) > c(b, j)) copy_tup(c, k, b, j), j++, k++;
        else {
            int dd = d(a, i) + d(b, j);
            if (dd != 0) copy_int(c, k, r(a, i), c(a, i), dd), k++;
            i++, j++;
        }
    }
    while (i < a.nums) copy_tup(c, k, a, i), i++, k++;
    while (j < b.nums) copy_tup(c, k, b, j), j++, k++;
    c.nums = k;
    return c;
}
```

矩阵相乘：传统朴素的稀疏矩阵相乘就是枚举行列，再暴力找出第一个矩阵的行的每个元素和其对应的第二个矩阵的列的元素相乘的和。这样思路简单，但是时间复杂度为 O(Rows*Cols*N*N)。我们用转置矩阵类似的思路，找到 A 和 B（假设矩阵 A 和 B 相乘）每一行开头元素在矩阵列表中的位置 Astart 和 Bstart。枚举 A 的行 Ri，通过 Astart 找到并遍历 A 中该行的所有元素 j，对于每个元素 j，找到 j 的列 Cj，通过 Bstart 找到并遍历 B 中 Cj 行的所有元素 k，将 j×k 的值存入 temp[Ck]表示 Ri 行 Ck 列的值，这样一次性求出了 Ri 行的所有结果。看似有三层循环，但是由于 A 中每个元素只访问一次，对于每个 A 的元素只访问了对应行的 B。设 B 平均每行有 k 个（k 为比较小的常数），则时间复杂度为 O(kN)

时间复杂度 O(kN)

```
Matrix multiply(Matrix a, Matrix b) {
    Matrix c;
    int ta, tb;
    int Arstart[a.rows] = {0}, Brstart[a.rows] = {0}, Crstart[a.rows] = {0};
    c.rows = a.rows; c.cols = b.cols; c.nums = 0;
    findStart(Arstart, a);
    findStart(Brstart, b);
    for (int i = 0; i < a.rows; i++) {
```

```
            int t, temp[b.cols] = {0};
            if (i < a.rows - 1) ta = Arstart[i + 1];
            else ta = a.nums;
            for (int j = Arstart[i]; j < ta; j++) {
                if (c(a, j) < b.rows - 1) tb = Brstart[c(a, j) + 1];
                else tb = b.nums;
                for (int k = Brstart[c(a, j)]; k < tb; k++)
                    temp[c(b, k)] += d(a, j) * d(b, k);
            }
            for (int col = 0; col < b.cols; col++)
                if (temp[col])
                    copy_int(c, c.nums, i, col, temp[col]), c.nums++;
        }
        return c;
}
```

其中 findStart 的代码与矩阵转置时的类似，把列统计改为行统计即可，不再赘述。

六、实验数据和实验结果分析

运行结果良好。

```
Matrix A
Please input the nums,rows,cols in Matrix:
6 4 4
Please input the row,col,value of numbers:
0 0 1
0 2 3
1 1 1
2 2 1
3 2 1
3 3 1
Matrix B
Please input the nums,rows,cols in Matrix:
4 4 4
Please input the row,col,value of numbers:
0 0 3
1 1 4
2 2 1
3 3 2
It's the transposition of Matrix A
nums:6  rows:4  cols:4
row:0   col:0   value:1
row:1   col:1   value:1
row:2   col:0   value:3
row:2   col:2   value:1
row:2   col:3   value:1
row:3   col:3   value:1
It's the addition of Matrix A
nums:6  rows:4  cols:4
row:0   col:0   value:4
row:0   col:2   value:3
row:1   col:1   value:5
row:2   col:2   value:2
row:3   col:2   value:1
row:3   col:3   value:3
It's the multiply of Matrix A
nums:6  rows:4  cols:4
row:0   col:0   value:3
row:0   col:2   value:3
row:1   col:1   value:4
row:2   col:2   value:1
row:3   col:2   value:1
row:3   col:3   value:2
请按任意键继续. . .
```

七、实验体会

本次实验原本都是按照书上用暴力破解的，但是时间复杂度实在是高到不可攀登，所以搜索学习了优化算法，没想到记录了每一行/列开始位置以后时间复杂度大大下降了，非常开心。