武汉大 学计算机学院

本科生实验报告

数据结构实验报告
实验七：利用二叉树求解表达式的值

专 业 名 称 ： 计算机科学与技术

课 程 名 称 ： 数据结构

指 导 教 师 ： 安　　扬

学 生 学 号 ： 2017301500061

学 生 姓 名 ： 彭 思 翔

学 生 班 级 ： 计科二班

上 机 环 境 ： Visual Studio Code

二〇一八 年 11 月

一、实验题目

实验七：利用二叉树求解表达式的值

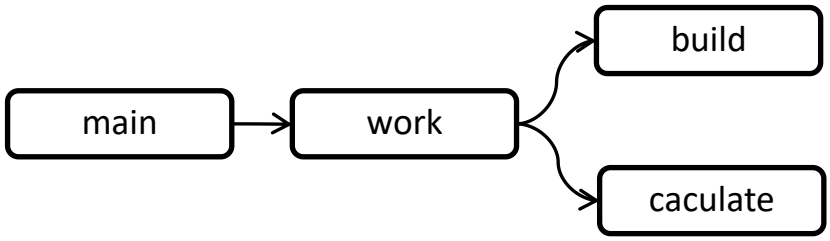
【问题描述】

设计一个程序，用二叉树来表示代数表达式，树的每一个节点包括一个运算符或运算数。代数表达式中只包含“+”，“-”，“*”，“/”，“(”，“)”和一位整数且没有错误。按照先乘除后加减的原则构造二叉树，并求出表达式的值。

二、实验项目的

深入掌握二叉树得应用并加深对表达式求值得理解。

三、实验项目程序结构



四、实验项目中各文件函数功能描述

```
void work();                    //读取表达式并预处理和计算
double caculate(node*);         //计算表达式树
node* build(int, int, char*);   //构建表达式树
```

五、算法描述

【数据结构】

表达式二叉树：下面得结构代表树得每个节点，其中 lc 为左子树地址，rc 为右子树地址，当该节点为叶子节点时 d 中存放数字（字符形式），为非叶子节点时 d 中存放运算符。表达式树的运算规则是从叶子节点向根节点逐层计算。

```
typedef struct node{
    char d;
    struct node *lc;
    struct node *rc;
} node;
```

【设计思路】

表达式树的构建：提前计算一个数组 pair[i]，表示表达式第 i 位 s[i]的匹配，预处理时只有当当前位为右括号时 pair[i]为其对应左括号的位置，其他位 pair[i]=i。这样做的好处是可以将括号内的部分作为新的表达式递归处理，其整体则作为上一个递归的一个数。在构建表达式中间这样维护 pair，对于 s[i]为运算符时 pair 是其左边（包括自己）最靠右的‘+’或‘-’的位置，即 s[j]==‘+’或‘-’,且 0<=j<=i。注意这里的左边的运算符不包括括号里的，因为一对()在这一层递归正如前面所说看作是一个数。这样做的好处一是满足乘法除法优先，二是防止递归时重复找。为了清晰看到 pair 的功能，我们做以下表格：

S[i]	Pair[i]
(	指向自己，即本身 i
)	指向匹配的左括号的位置
+	指向位置<=i 的第一个加减（括号内不算），即本身 i
-	指向位置<=i 的第一个加减（括号内不算），即本身 i
*	指向位置<=i 的第一个加减（括号内不算）
/	指向位置<=i 的第一个加减（括号内不算）
0~9	指向自己，即本身 i

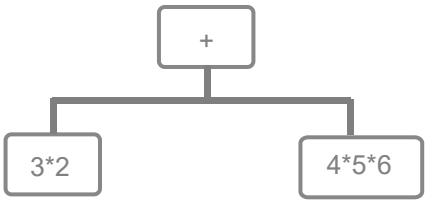
那么 pair 如何发挥功能的呢，我们看下面的递归。

在表达式构建时递归处理一段表达式字符串 S[L~R]：

1. 边界条件 α：L>R 表示当前表达式为 0，构建节点‘0’，返回此节点。
2. 边界条件 β：L==R 表示当前表达式为一个单独的数，构建节点 S[L]，返回此节点。
3. 如果最右端运算符 s[i]的 pair[i]为本身，则从当前位向前找到第一个‘+’或‘-’，寻找时括号用 pair 跳过，找到的位置为 addpos。将 addpos 后到 i 所有运算符的 pair 都赋值为 addpos。

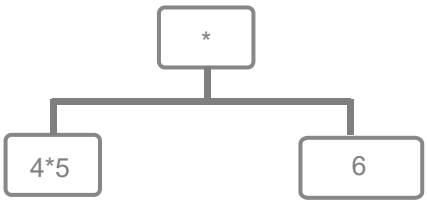
如果 addpos 不为-1：表示前面有加减，根据计算规则，应该先乘除后加减，所以乘除应作为子节点，加减应作为父节点。构建节点 s[addpos]，递归调用 S[L~addpos-1]作为左子树节点，递归调用 S[addpos+1~R]作为右子树节点，返回此节点。

例如：3*2+4*5*6 应构建成



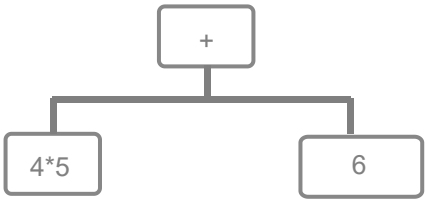
如果 addpos 为-1：表示前面没有加减，所有运算同级别，根据计算规则，应该先计算前面的运算，所以前面的运算应作为子节点，当前位应作为父节点。构建节点 s[i]，递归调用 S[L~i-1]作为左子树节点，递归调用 S[i+1~R]作为右子树节点，返回此节点。

例如：4*5*6 应构建成



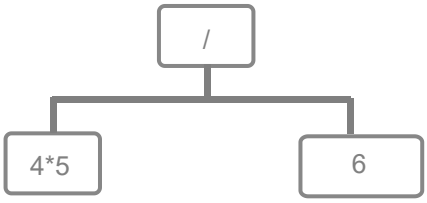
注意当前位 s[i]是加减符号并不矛盾，因为找到的是自身。

例如：4*5+6 会构建成



4. 如果最右端运算符 s[i]的 pair[i]不为本身，说明当前位运算符是乘除，并且已经在情况 3 中被作为右子树递归调用了，当前 S[L~R]中没有‘+’或‘-’，所以可以放心直接按照前面运算符优先的方式处理而不必考虑加减。

例如：4*5/6 会构建成



如此递归调用即可构建出整颗表达式二叉树，由于每个字符最多访问两次，即作为当前表达式最右的运算符访问一次，作为在寻找加减号 addpos 时访问一次，所以时间复杂度是 O(N)的。对于预处理 pair 至于加入栈找到右括号匹配的左括号即可，比较简单不再赘述，时间复杂度也是 O(N)。

时间复杂度 O(N)

```
node* build(int l, int r, char* s) {
    node *x;
    x = (node*)malloc(sizeof(node));
    if (l > r) {                    //边界条件
        x->d = '0';
        x->lc = x->rc = NULL;
        return x;
    }
    if (l == r) {
        x->d = s[l];
        x->lc = x->rc = NULL;
        return x;
    }
    if (s[r] == ')' && pair[r] == l)
        return build(l + 1, r - 1, s);
    if (pair[pair[r] - 1] == pair[r] - 1) {    //未找过 addpos
        int addpos = -1;
```

```
        for (int i = pair[r] - 1; i >= l; i = pair[i - 1] - 1)
            if (s[i] == '+' || s[i] == '-') {
                addpos = i;
                break;
            }
        for (int i = pair[r] - 1; i > addpos; i = pair[i - 1] - 1)
        pair[i] = addpos;
        if (addpos != -1) {                    //找到了则先乘除后加减
            x->d = s[addpos];
            x->lc = build(l, addpos - 1, s);
            x->rc = build(addpos + 1, r, s);
            return x;
        }
        else {                                 //未找到则优先前面的运算符
            x->d = s[pair[r] - 1];
            x->lc = build(l, pair[r] - 2, s);
            x->rc = build(pair[r], r, s);
            return x;
        }
    }
    x->d = s[pair[r] - 1];
    x->lc = build(l, pair[r] - 2, s);
    x->rc = build(pair[r], r, s);
    return x;
}
```

表达式树的计算：后序遍历表达式树，将左右两个子树的结果作为当前运算的两元，返回计算结果即可。由于每个节点访问一次，时间复杂度清晰明了。

时间复杂度 O(N)

```
double caculate(node* x) {
    if (x->d >= '0' && x->d <= '9')
        return (x->d - '0') * 1.0;
    double y = 0;
    switch (x->d) {
        case '+': y = caculate(x->lc)+caculate(x->rc); break;
        case '-': y = caculate(x->lc)-caculate(x->rc); break;
        case '*': y = caculate(x->lc)*caculate(x->rc); break;
        case '/': y = caculate(x->lc)/caculate(x->rc); break;
    }
    return y;
}
```

六、实验数据和实验结果分析

运行结果良好。

```
(-3)+4*5/(6+3)
-0.777778
请按任意键继续. . .
```

七、实验体会

这次实验在构建表达式树的时候挺暴力的，只有一个将括号递归的匹配，但是一想不能这么暴力，所以想办法利用递归构造。我发现了优先级和递归调用的关系，正如上文所描述的那样。然而每次找左边第一个加减号挺消耗时间的，所以充分利用了 pair 数组的剩余空间，记录了左边的第一个加减。这样既节省了空间，又节省了时间。所以 pair 其实是两个标记数组合二为一的，略微复杂。