

Sprawozdanie z laboratorium 2. z przedmiotu TRA prowadzonego w semestrze 24Z

Piotr Sienkiewicz 324 887

1 Zadanie 1

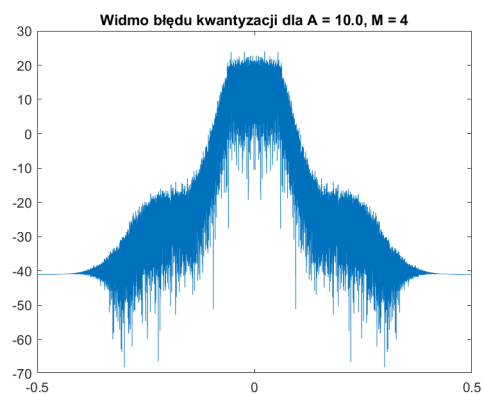
Napisano następujący skrypt w MATLABie do wykonania zadania pierwszego:

Listing 1: Skrypt MATLAB do zadania 1.

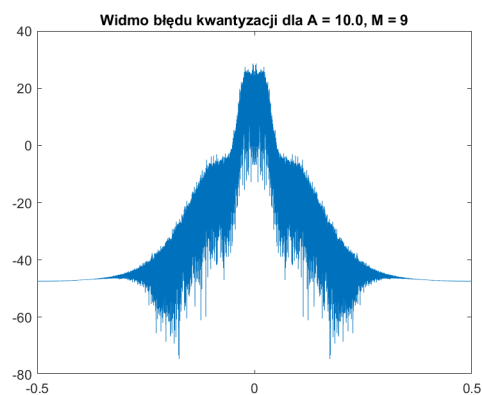
```
1 %% Zad1
2 clear variables
3 clc
4
5 %% parametry
6 M = [4 9 16];
7 A = [1; 1];
8 phi = [0; 0];
9 fs = 1;
10 q = 0.1;
11
12 %% rozwiązanie zadania
13 for m=M
14     fc = 0.1/m;
15     f = fc * [0.9912331; 1.00323];
16     N = 10000*m;
17
18     % signal generation
19     x = gensinsum(A, phi, f, N, fs);
20
21     % noise generation
22     [b_n, a_n] = butter(5, (2/m), 'high');
23     d = filter(b_n, a_n, (A(1)*q*randn(size(x))));
24     x_with_noise = x + d;
25
26     [b,a] = butter(5, (1/m)*fs/2);
27
28     y1 = filter(b, a, quant(x_with_noise, q));
29     y2 = filter(b, a, x);
30
31     e = y1 - y2;
32
33     qeff = sqrt(12*cov(e));
34
35     fprintf(['M = %.0f; Amplituda: A = %.2f; ' ...
36             'Kwant efektywny: qeff = %.8f; Stosunek q/qeff = %.8f\n'], ...
37             m, A(1), qeff, (q/qeff));
38
39     figure
40     plotspec(e, fs)
41     title(sprintf('Widmo błędu kwantyzacji dla A = %.1f, M = %.0f', ...
42                 A(1), m));
43 end
```

Następnie wykonano testy dla różnych amplitud sygnału i szumu: 10, 1, 0.1 oraz 0. Tak prezentują się wyniki działania programów dla różnych amplitud:

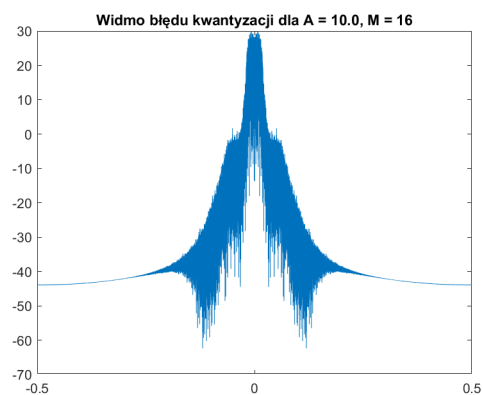
1.0.1 Dla $A = 10$



Rysunek 1: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 10$ oraz $M = 4$



Rysunek 2: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 10$ oraz $M = 9$



Rysunek 3: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 10$ oraz $M = 16$

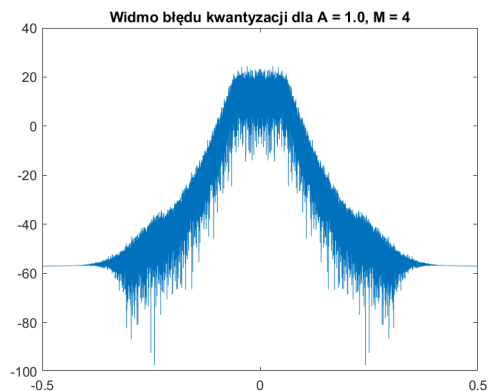
Listing 2: Wynik działania skryptu z zadania 2.

```

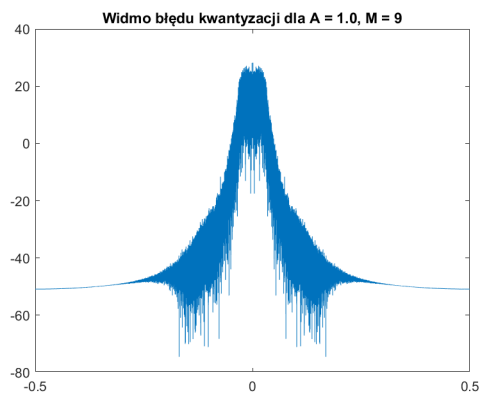
1 M = 4; Amplituda: A = 10.00; Kwant efektywny: qeff = 0.03546247; Stosunek q/qeff =
  2.81988284
2 M = 9; Amplituda: A = 10.00; Kwant efektywny: qeff = 0.02419738; Stosunek q/qeff =
  4.13267883
3 M = 16; Amplituda: A = 10.00; Kwant efektywny: qeff = 0.01797389; Stosunek q/qeff =
  5.56362623

```

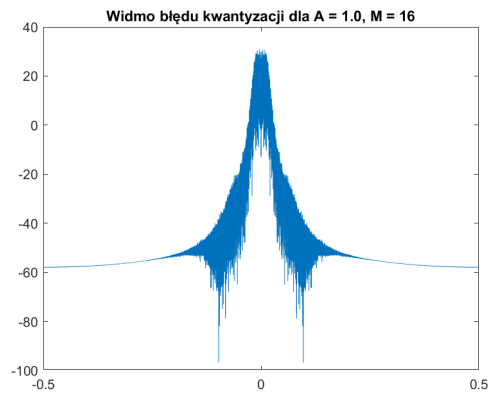
1.0.2 Dla $A = 1$



Rysunek 4: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 1$ oraz $M = 4$



Rysunek 5: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 1$ oraz $M = 9$



Rysunek 6: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 1$ oraz $M = 16$

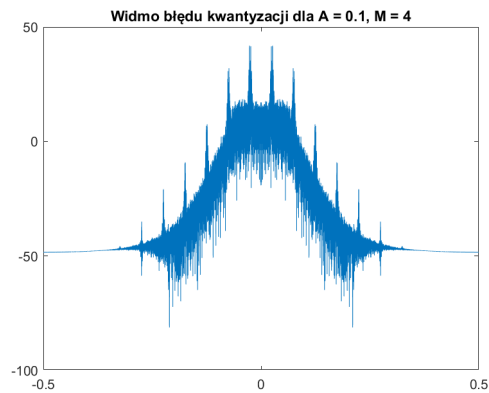
Listing 3: Wynik działania skryptu z zadania 2.

```

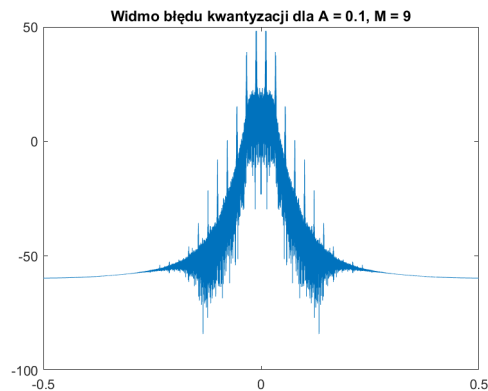
1 M = 4; Amplituda: A = 1.00; Kwant efektywny: qeff = 0.03524118; Stosunek q/qeff =
  2.83758941
2 M = 9; Amplituda: A = 1.00; Kwant efektywny: qeff = 0.02360164; Stosunek q/qeff =
  4.23699445
3 M = 16; Amplituda: A = 1.00; Kwant efektywny: qeff = 0.01772928; Stosunek q/qeff =
  5.64038662

```

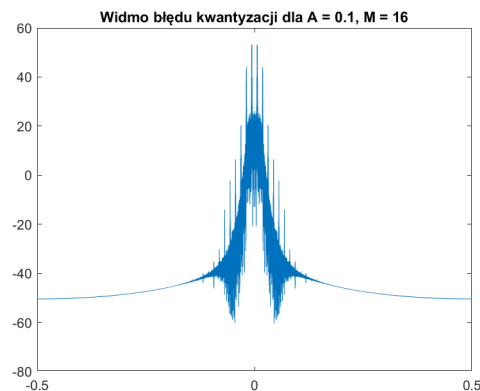
1.0.3 Dla $A = 0.1$



Rysunek 7: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0.1$ oraz $M = 4$



Rysunek 8: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0.1$ oraz $M = 9$



Rysunek 9: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0.1$ oraz $M = 16$

Listing 4: Wynik działania skryptu z zadania 2.

```

1 M = 4; Amplituda: A = 0.10; Kwant efektywny: qeff = 0.04299863; Stosunek q/qeff =
  2.32565525
2 M = 9; Amplituda: A = 0.10; Kwant efektywny: qeff = 0.03810930; Stosunek q/qeff =
  2.62403108
3 M = 16; Amplituda: A = 0.10; Kwant efektywny: qeff = 0.03635814; Stosunek q/qeff =
  2.75041550

```

Na powyższych wykresach widma błędu kwantyzacji widać zależność, że im większe nadpróbkowanie M , tym widmo jest węższe. Można też zauważyć, że przy węższym widmie maksymalna amplituda jest trochę wyższa.

Drugą zauważalną tendencją jest to, że przy mniejszej amplitudzie A widmo staje się węższe, co wynika z faktu, że w tym zadaniu amplituda sygnału jak i dodanego szumu wynosi A , a więc powoduje to mniejszą zawartość szumu w sygnale, stąd różnice w widmach błędów. W przypadku małego A wynoszącego 0.1 widać także piki na niektórych składowych widma. Wynika to z tego, że w tym przypadku amplituda i kwant są takiej samej wielkości. Stąd więc błąd kwantyzacji zależy wprost od wartości sygnału wejściowego. Sinusoida posiada najwięcej próbek w okolicach swoich wierzchołków, a więc i błędy kwantyzacji o konkretnych wartościach powtarzają się częściej. To jest powodem powstawania owych pików na widmie błędu. Jak widać, w tym przypadku błąd już jest mniej losowym zjawiskiem, a więc mniej przypomina szum.

Zadanie te różni się od zadania 5. z poprzedniego laboratorium tym, że dodano do sygnału szum biały górnopasmowy o pewnej wartości. Operacja ta ma za zadanie zwiększenie losowości szumu błędu kwantyzacji. Jak to było pokazane na poprzednich laboratoriach, w przypadku skorelowania częstotliwości sygnału i próbkowania, sygnał błędu kwantyzacji nie był losowy. Podobnie sprawa wygląda w przypadku małej liczby próbek, wtedy często dominuje jakaś wartość błędu. Powoduje to skupienie energii widma błędu w niektórych obszarach. Dodanie niewielkiego szumu na wejściu sprawia, że sygnał błędu jest bardziej losowy, a więc widmo mocy błędów jest bardziej jednolite. Dzięki temu, skoro energia jest rozproszona na większym obszarze i posiada mniejsze wartości, łatwiej jest wyfiltrować błędy, zwłaszcza gdy dodany szum jest górnopasmowy, a więc i tak zostałyby usunięty choćby prostym filtrem.

Zabieg ten przyniósł pewien skutek. Dla wartości $A = 1$ skrypt z ćwiczenia 5. z poprzednich laboratoriów zwrócił następujące wartości:

Listing 5: Wynik działania skryptu z zadania 5. z poprzedniego laboratorium

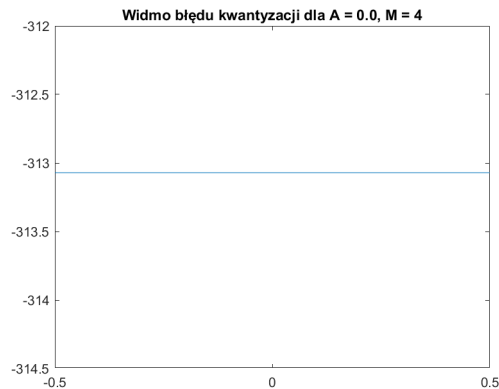
```

1 M = 4; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 0.03702986; Stosunek q/qeff =
  2.70052365
2 M = 9; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 0.02588504; Stosunek q/qeff =
  3.86323599
3 M = 16; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 0.02054442; Stosunek q/qeff =
  4.86750171

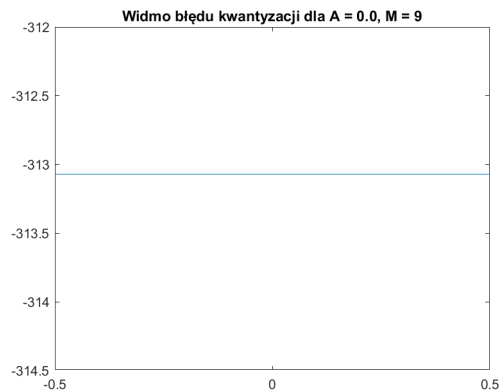
```

Efekt nie jest duży, ale zauważalny, na przykład dla $M = 16$ oraz $A = 1$ kwant efektywny wyniósł 0.021 w wersji bez dodania szumu oraz 0.018 z wersją z dodaniem szumu.

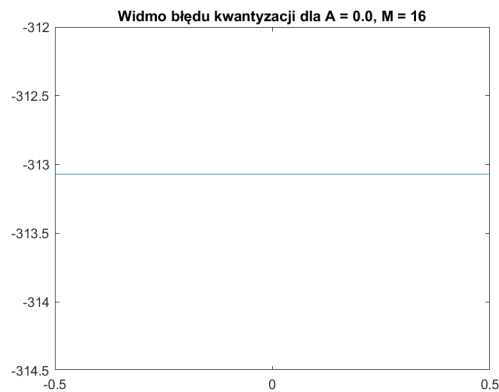
1.0.4 Dla $A = 0$



Rysunek 10: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0$ oraz $M = 4$



Rysunek 11: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0$ oraz $M = 9$



Rysunek 12: Widmo błędu kwantyzacji dla $A = 0$ oraz $M = 16$

Listing 6: Wynik działania skryptu z zadania 2.

```

1 M = 4; Amplituda: A = 0.00; Kwant efektywny: qeff = 0.00000000; Stosunek q/qeff =
  Inf
2 M = 9; Amplituda: A = 0.00; Kwant efektywny: qeff = 0.00000000; Stosunek q/qeff =
  Inf
3 M = 16; Amplituda: A = 0.00; Kwant efektywny: qeff = 0.00000000; Stosunek q/qeff =
  Inf

```

W tym przypadku można pomyśleć, wystąpił jakiś błąd, jednak tak na prawdę wynik jest prawidłowy. Jako że amplituda sygnału wejściowego oraz szumu jest 0, to kwantyzator nie miał czego kwantyzować, a więc błąd kwantyzacji wynosi 0, stąd też płaskie jednolite widmo na poziomie -313dB, czyli na skraju dynamiki zmiennej typu double.

2 Zadanie 2

W zadaniu tym zaimplementowano funkcję symulującą działanie przetwornika $\Sigma\Delta$:

Listing 7: Implementacja przetwornika sigma-delta 1. rzędu

```

1 function [y, e] = sigmadelta(x)
2

```

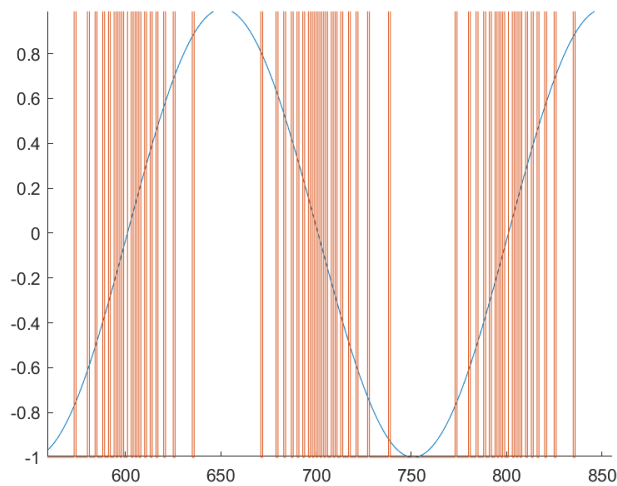


```

3  x_length = length(x);
4  y = zeros(1, x_length);
5  e = zeros(1, x_length);
6
7  b = 0;
8  c = 0;
9
10 for i=2:x_length
11     a = x(i) - y(i-1);
12
13     b = a + c;
14
15     if b >= 0
16         y(i) = 1;
17     else
18         y(i) = -1;
19     end
20
21     e(i) = y(i) - b;
22
23     c = b;
24
25 end
26
27 end

```

A następnie napisano prosty skrypt, wykonujący wykres sinusoidy z naniesionym sygnałem wyjściowym z modulatora sigma-delta.



Rysunek 13: Sygnał na wejściu i wyjściu modulatora sigma-delta

Patrząc na wykres, można się spodziewać, że modulator działa prawidłowo.

3 Zadanie 3

Zadanie to polega na przeprowadzeniu bardzo podobnego eksperymentu co w zadaniu 5. z poprzednich zajęć, z tą różnicą, że zamiast kwantyzatora użyto modulatora sigma-delta

Listing 8: Skrypt MATLAB do zadania 3.

```

1 %% Zad5
2 clear variables
3 clc
4
5 %% parametry
6 M = [4 9 16];
7 A = [1; 1];
8 phi = [0; 0];
9 fs = 1;
10 q = 0.1;
11
12 %% rozwiązanie zadania
13 for m=M
14     fc = 0.1/m;
15     f = fc * [0.9912331; 1.00323];
16     N = 10000*m;
17
18     x = gensinsum(A, phi, f, N, fs);
19
20     [b,a] = butter(5, (1/m)*fs/2);
21
22     sigmadelta_out = sigmadelta(x);
23
24     y1 = filter(b, a, sigmadelta_out);
25     y2 = filter(b, a, x);
26
27     e = y1 - y2;
28
29     qeff = sqrt(12*cov(e));
30
31     fprintf('M = %.0f; Amplituda: A = %.1f; ' ...
32           'Kwant efektywny: qeff = %.8f; Stosunek q/qeff = %.8f\n', ...
33           m, A(1), qeff, (q/qeff));
34
35 end

```

Skrypt wygenerował następujące wyniki:

Listing 9: Wynik działania skryptu z zadania 3.

```

1 M = 4; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.72699085; Stosunek q/qeff =
  0.05790419
2 M = 9; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.73532345; Stosunek q/qeff =
  0.05762614
3 M = 16; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.73361259; Stosunek q/qeff =
  0.05768301

```

Widać tutaj dużą różnicę względem zadania z poprzednich laboratoriów. Wtedy kwant efektywny był niewielki, rzędu 0.02 i zmniejszał się wraz z pierwiastkiem z M . Tym razem jest on niezależny od stopnia nadpróbkowania i cały czas jest bardzo duży, większy niż amplituda mierzonego sygnału. Wynika to z metody wyznaczania kwantu efektywnego na podstawie błędu kwantyzacji mierzonego między wyjściem filtra za wyjściem komparatora a sygnałem analogowym. Modulator sigma-delta ma na ogół na swoim wyjściu sygnał cyfrowy zero-jedynkowy i jest to sygnał z przetwornika jednobitowego, czyli o ogromnym błędzie kwantyzacji. Dlatego na jego wyjściu potrzebny jest dobry filtr cyfrowy. W tym przypadku filtr na wyjściu modulatora nie powoduje otrzymania z powrotem sygnału analogowego, sygnał jest nadal poszarpany. Przez to pomiar

błędu kwantyzacji polega na porównywaniu sygnału ciągłego z sygnałem przyjmującym dwie skrajne wartości. Dlatego tak się składa, że nigdy te obie wartości nie będą sobie bliskie, stąd tak duży błąd kwantyzacji. Nie jest to żadna wada przetwornika, gdyż taka jest zasada jego pracy. Duże wartości kwantów efektywnych w nim uzyskuje się za pomocą dużego nadpróbkowania i zastosowania dobrze dobranych filtrów, najczęściej grzebieniowych wraz z korekcją. W tym przypadku filtr na wyjściu nie był dobrze dobrany.

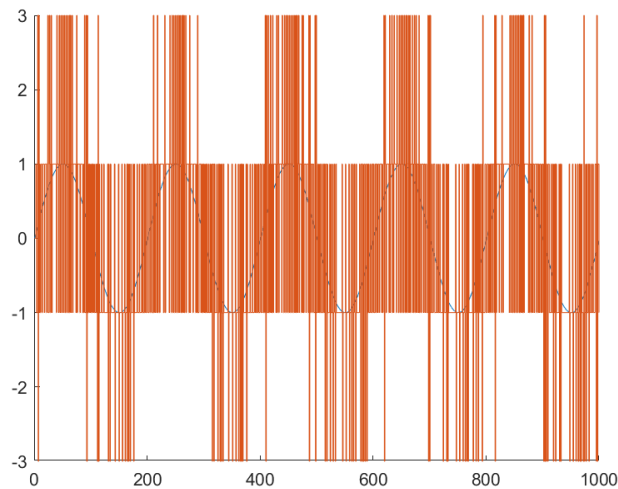
4 Zadanie 4

Zaimplementowano modulator $\Sigma\Delta$ 2. rzędu:

Listing 10: Implementacja modulatora sigma-delta 2. rzędu

```
1 function y = sigmadelta2(x)
2
3 [y1, e1] = sigmadelta(x);
4 y2 = sigmadelta(e1);
5 y = zeros(1, length(x));
6
7 b = y2(1);
8 for i=2:length(x)
9     a = y2(i) - b;
10    y(i) = y1(i) - a;
11
12    b = y2(i);
13
14 end
15
16 end
```

Następnie, podobnie jak w zadaniu drugim, wygenerowano wykres sygnału wyjściowego:



Rysunek 14: Sygnał na wejściu i wyjściu modulatora sigma-delta drugiego rzędu

Modulator zdaje się pracować poprawnie. Sygnał wyjściowy nie przyjmuje już tylko dwóch stanów logicznych, a 4: -3, -1, 1, 3. Wartość 3 może się wydawać trochę dziwna, ale wynika ona z tego, że w teorii przetwornik sigma-delta drugiego rzędu nie ma rozdzielczości 1 bitu, ale trochę więcej.

5 Zadanie 5

Zadanie 5. polega na tym samym, co zadanie 3., dlatego jedyną zmianą w kodzie było zmienienie nazwy odpowiedniej funkcji na `sigmadelta2`. Następnie wykonano analogiczne testy, a ich wyniki przedstawiono poniżej:

Listing 11: Wynik działania skryptu z zadania 5.

```
1 M = 4; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.67011306; Stosunek q/qeff =  
  0.05987619  
2 M = 9; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.71848462; Stosunek q/qeff =  
  0.05819080  
3 M = 16; Amplituda: A = 1.0; Kwant efektywny: qeff = 1.72752750; Stosunek q/qeff =  
  0.05788620
```

Wyniki pokazują, że kwant efektywny w zasadzie nie różni się w przypadku modulatora pierwszego i drugiego rzędu. Nadal kwant jest tak samo duży, co jest powodem tego samego zjawiska. Mogłoby się zdawać, że w takim razie stosowanie takiego modulatora nie ma sensu. Jednak tak nie jest, przetworniki sigma-delta wyższego rzędu są bardzo dobre, posiadają mniejszy poziom widma szumów przy mniejszej filtracji. Jednak potrzebne jest odpowiednie nadpróbkowanie i odpowiednie dobranie filtra.