Les Petits Devoirs du Soir – DDS

Exercice 158 – Mouvement RT ⋆

02 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.

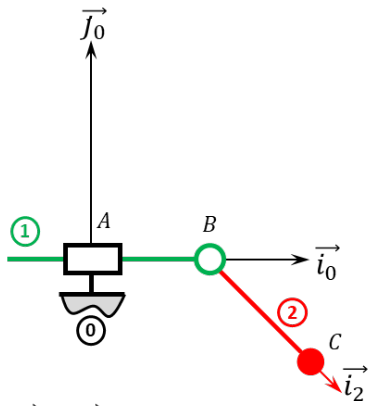
On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

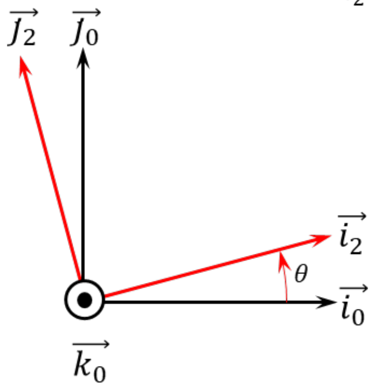
Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

Exercice 157 – Mouvement TR ⋆

B2-13





Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2} \end{array}\right\}_C .$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right).$$

Exercice 156 – Mouvement TR ⋆

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\,\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)} = C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}\,m_2 \wedge \left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) = C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

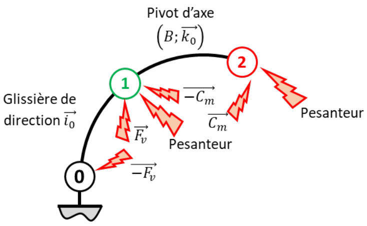
Au final, on a donc $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array}\right\}_B$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

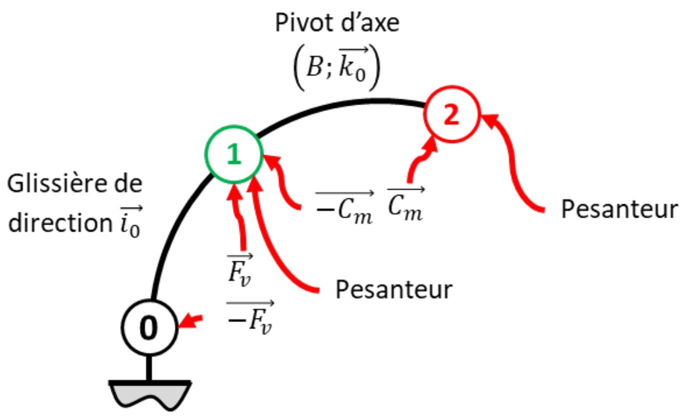
On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$.
On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 155 – Mouvement TR ⋆

05 DYN



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



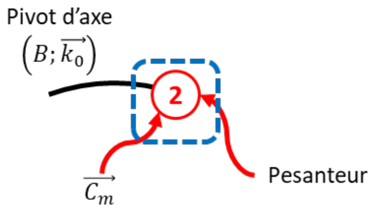
Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

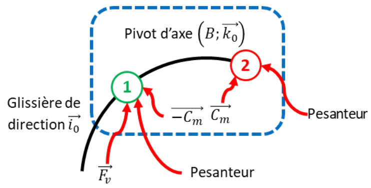
- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

Stratégie :

- **On isole 2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{mot}\rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}} + \overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \text{pes}\rightarrow 2\right)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta\left(B, 2/0\right)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.
  - **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta\left(C,2/0\right)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma\left(C,2/0\right)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C\left(2\right)\overrightarrow{\Omega\left(2/0\right)}\right]_{\mathcal{R}_0}$. Par suite, $\overrightarrow{\delta\left(B,2/0\right)} = \overrightarrow{\delta\left(C,2/0\right)} + \overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d\left(2/0\right)}$ avec $\overrightarrow{R_d\left(2/0\right)} = m_2\overrightarrow{\Gamma\left(C,2/0\right)}$.



- **On isole 1+2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}$;
    - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver}\rightarrow 1)\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R\left(\text{ver}\rightarrow 1\right)}\cdot\overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d\left(1+2/0\right)}\cdot\overrightarrow{i_0}$.
  - **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d\left(1+2/0\right)} = \overrightarrow{R_d\left(1/0\right)} + \overrightarrow{R_d\left(2/0\right)} = m_1\overrightarrow{\Gamma\left(G_1,1/0\right)} + m_2\overrightarrow{\Gamma\left(G_2,2/0\right)}$.



Exercice 154 – Mouvement TR ★

06 DYN

Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}$. On a $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, 2\rightarrow 0\right)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\mathcal{M}\left(G_2, 2\rightarrow 0\right)}\cdot\overrightarrow{k_0} + \left(\overrightarrow{BG_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(R\overrightarrow{i_2}\wedge\left(-m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = -m_2 g R\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{i_2} = -m_2 g R\cos\theta(t)$.
- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_m + \overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \text{pes}\rightarrow 2\right)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta\left(B,2/0\right)}\cdot\overrightarrow{k_0}$. On a $\overrightarrow{\delta\left(B,2/0\right)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$. Au final, $C_m - m_2 g R\cos\theta(t) = C_1\ddot{\theta} + R\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t) + R\ddot{\theta}\right)$.

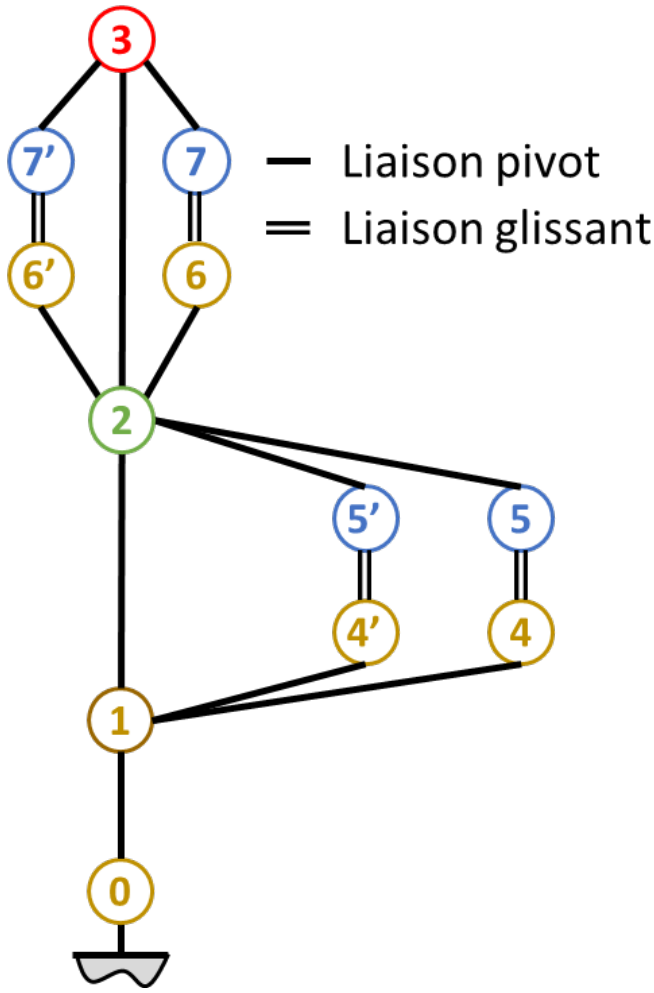
Question 2 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$

- **On isole 1+2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
  - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$.
- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$. Au final, $F_{\text{ver}} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Exercice 153 – Système EPAS ⋆

03 CHS

Question 1 Réaliser le graphe des liaisons.



Question 2 Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme. Détermination des mobilités :

- rotation de l'ensemble des pièces en rotation autour de $\overrightarrow{y}$ grâce à la pivot entre 0 et 1 ;

- rotation de la pivot entre 1 et 2 par mouvements opposés des pivots glissant 4–5 et 4′–5′ ;
- rotation de la pivot entre 2 et 3 par mouvements simultanés des pivots glissant 6–7 et 6′–7′.

On a donc $m = 3$.

Méthode cinématique :

- nombre de cycles : 15 liaisons et 12 solides, $\gamma = L - S + 1 = 4$;
- nombre d'équations cinématiques : $E_c = 6 \times 4 = 24$;
- nombre d'inconnues cinématiques : $I_c = 4 \times 2 + 11 \times 1 = 19$;
- hyperstaticité : $h = m - I_c + E_c = 3 - 19 + 24 = 8$.

Méthode statique :

- nombre d'équations statiques : $E_s = 6 \times 11 = 66$;
- nombre d'inconnues statiques : $I_s = 4 \times 4 + 11 \times 5 = 71$;
- hyperstaticité : $h = m - E_s + I_s = 3 - 66 + 71 = 8$.

Question 3 Proposer des modifications qui permettraient de le rendre isostatique. On va chercher à rendre le système isostatique tout en conservant une même architecture pour des branches en parallèles.

Dans le cycle 1–2–5–4–1 pris indépendamment du reste du mécanisme on a :

- $m = 1$;
- $I_c = 1 + 1 + 2 + 1 = 4$;
- $E_c = 6 \times 1$;
- $h_1 = m - I_c + E_c = 2 - 4 + 6 = 4$.

En remplaçant la pivot entre 1 et 4 par une linéaire annulaire, on ajoute 3 inconnues cinématiques et 1 mobilité. On a donc $h_1 = 2$. On peut faire le même changement pour les liaisons $4' - 5'$, $2 - 6$, $2 - 6'$.

On a donc :

- $m = 7$
- nombre de cycles : 15 liaisons et 12 solides, $\gamma = L - S + 1 = 4$;
- nombre d'équations cinématiques : $E_c = 6 \times 4 = 24$;
- nombre d'inconnues cinématiques : $I_c = 4 \times 2 + 7 \times 1 + 4 \times 4 = 31$;
- hyperstaticité : $h = m - I_c + E_c = 7 - 31 + 24 = 0$.

(Vérifier que les linéaires annulaires n'ajoutent pas des mobiltés supplémentaires...)

Exercice 152 – Train simple ★

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{13}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{03}}{\omega_{10} + \omega_{03}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{30} - \omega_{10}} = -\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \omega_{30} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{30} + \dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30}\left(1 + \dfrac{Z_1}{Z_0}\right) = \dfrac{Z_1}{Z_0}\omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} = \dfrac{Z_1}{Z_0 + Z_1}\omega_{10}$.

Exercice 151 – Treuil de levage ⋆

D'après
Joliot-C

03 CIN

Pas de

Question 1 Déterminer la relation entre v_{51} la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et ω_{21} la vitesse de rotation du moteur.

Question 2 On note J_2, J_3, J_4 l'inertie des pièces 2, 3 et 5. On note M_5 la masse du solide 5. Donner la masse équivalente ramenée « à la translation » de la masse. Donner l'inertie équivalente ramenée à l'arbre d'entrée 2.

Exercice 150 – Mouvement RR 3D ★★

02 CIN

B2-13

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C. Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore :) (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.
On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. Soit $\overrightarrow{AC} = (R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\overrightarrow{j_0}\right) + r\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + \sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right) = (R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\overrightarrow{j_0}\right) + r\left(\cos\varphi\left(\cos\theta\overrightarrow{j_0} - \sin\theta\overrightarrow{i_0}\right) + \sin\varphi\overrightarrow{k_0}\right)$.

On a donc : $\begin{cases} x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta \\ y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta \\ z_C(t) = r\sin\varphi \end{cases}$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

Exercice 149 – Mouvement RR 3D ★

02 CIN

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$ $(\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2})$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.
On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\overrightarrow{i_2} - r\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} - r\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.
- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $= \left(-r\overrightarrow{j_2} - \ell\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$
  $= -r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \end{array}\right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\,\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\,\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\,\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Exercice 148 – Mouvement RR 3D ★★

04 DYN

C2-09

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_d(1/0)}\\ \overrightarrow{\delta(B,1/0)}\end{array}\right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$: $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$: $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$.

Au final, $\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,1/0)}$ B est le centre d'inertie du solide 1; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(B,1/0)} = I_B(1)\,\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Par suite, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Au final, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)\\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_B$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Tout d'abord, $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} = \overrightarrow{\delta(A,1/0)} + \overrightarrow{\delta(A,2/0)}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

$\overrightarrow{\delta(A,1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,1/0)} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} + R\overrightarrow{i_1} \wedge m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)\right) \cdot \overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0} - \underbrace{\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0}}_{\overrightarrow{0}}$.

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(I_A(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$I_A(2) = I_{G_2}(2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 + m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} = \begin{pmatrix} A_2\dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) \\ \dot{\theta}\cos\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$.

De plus $\overrightarrow{k_1} = \cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\sin^2\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) + \dot{\theta}\cos^2\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right)$.

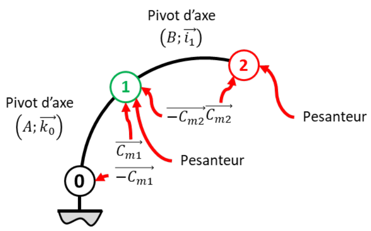
Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right)$.

Conclusion

$\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta} + \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right)$.

Exercice 147 – Mouvement RR 3D ★★

05 DYN



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

On isole 2 et on réalise un théorème du moment dynamique en B (ou A) en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.

On isole 1+2 et on réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 146 – Mouvement RR 3D ★★

06 DYN

Pas de corrigé pour cet exercice.

B2-14

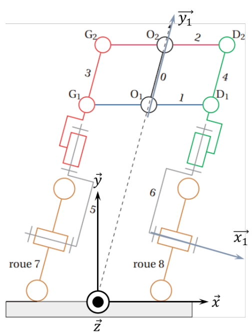
Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.

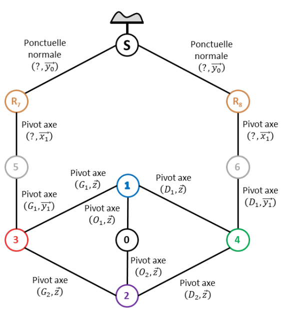
Question 2 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 145 – Scooter Piaggio ★★

03 CHS

Question 1 Réaliser le graphe de liaisons du système de direction. On considèrera le sol comme une classe d'équivalence.





Question 2 Calculer le degré d'hyperstatisme.

Méthode statique :

- $h = m - E_s + I_s$
- m : rotation propre des roues 7 et 8 autour de $\overrightarrow{x_1}$, rotation des roues (7+5) et (6+8) autour de $\overrightarrow{y_1}$, mouvement du parallèlogramme (1 rotatation), si toutes les liaisons pivots sont bloquées, il reste 2 ponctuelles en parallèle par rapport au sol, soit une liaison linéaire rectiligne (4 mobilités). Au final, $m = 9$;
- $E_S = 9 \times 6 = 54$;
- $I_S = 10 \times 5 + 2 \times 1 = 52$;
- $h = 9 - 54 + 52 = 7$.

Méthode cinématique :

- $h = m - I_c + E_c$
- m : cf ci-dessus.
- $E_c = 3 \times 6 = 18$;
- $I_c = 10 \times 1 + 2 \times 5 = 20$;
- $h = 9 - 20 + 18 = 7$.

Question 3 Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.
SI on considère l'ensemble 0,1,2,3,4 :

- $h = m - E_s + I_s$
- $m = 1$;
- $E_S = 4 \times 6 = 24$;
- $I_S = 6 \times 5 = 30$;
- $h = 1 - 24 + 30 = 7$.

Tout l'hyperstatisme est donc concentré dans le double parallélogramme.

On peut remplcer la pivot en O_1 par une linéaire annulaire, ce qui supprime 3 inconnues statiques. On peut aussi remplacer les pivots G_2 et D_2 par des rotules (supprimant ainsi 4 inconnues statiques).

Exercice 144 – Train simple ⋆

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$ $\Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\left(\omega_{10}+\omega_{03}\right) \Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\left(\omega_{10}+\omega_{03}\right) - \omega_{03} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\left(\omega_{10}+\omega_{03}\right) + \omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \omega_{30}\left(1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$.

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

$$0 = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \omega_{30}\left(1+\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} = \omega_{30}\left(1+\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{1+\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}} = \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4 + Z_1 Z_{22}}.$$

Exercice 143 – Treuil de levage ⋆

Banque PT – SIB 2023.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner le lien entre ω_v la vitesse de rotation de la vis et V la vitesse de translation de la tige.

Correction

$V=\dfrac{p}{2\pi}\omega_v$

Question 2 Donner l'expression de la vitesse V en fonction de ω_m.

Correction

Dans un train simple, on a : $\dfrac{\omega_{v/0}}{\omega_{m/0}}=(-1)^n\dfrac{Z_{1e}Z_{2e}Z_{3e}}{Z_{1s}Z_{2s}Z_{3s}}$ avec $n=3$ nombre de contacts extérieurs.
Et donc $V(T_5/0)=-\dfrac{p}{2\pi}\dfrac{Z_{1e}Z_{2e}Z_{3e}}{Z_{1s}Z_{2s}Z_{3s}}\omega_{m/0}$.

Exercice 142 – Mouvement RR – RSG ★★

02 CIN

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{V(A,2/1)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\left(-L\overrightarrow{i_2}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}=\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega(2/0)}=\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0}\\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2}-R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$
$$=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}+\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2}-R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$$
$$=L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}-L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}+\ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2}-R\overrightarrow{i_0}\right)-L\dot{\theta}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}.$$

Exercice 141 – Mouvement RR – RSG ★★

04 DYN

Pas de corrigé pour cet exercice.

C2-09

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1}$

(Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)}=L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} + \dot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.

3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = \left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot$
$\overrightarrow{i_1} = -\sin\varphi(t)L\ddot\varphi(t) - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\cos\varphi + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = C_2\left(\dot\varphi+\dot\theta\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_2\left(\ddot\varphi+\ddot\theta\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi+\ddot\theta\right)+m_2\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi+\ddot\theta\right)+m_2L\left(\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)\right)\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot\varphi+\ddot\theta\right) + m_2L\left(L\ddot\varphi(t)\cos\varphi - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\sin\varphi + \ddot\theta(t)\left(L+R\sin\theta\right)\right)$.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Calculons $R\overrightarrow{j_0}\wedge\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot\varphi(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot\theta(t)\left(L\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot\theta^2(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_1}\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot\varphi(t)\sin\left(\theta+\varphi\right) + L\dot\varphi(t)\left(\dot\varphi(t)+\dot\theta(t)\right)\cos\left(\varphi+\theta\right) + \ddot\theta(t)\left(L\sin\theta+R\right) + L\dot\theta^2(t)\cos\theta\right)$...

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

On fait l'hypothèse que $\ell = 0$.

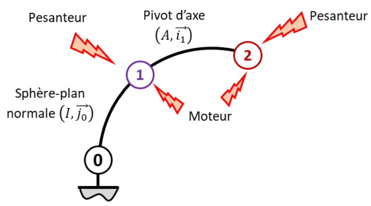
Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = C_1\ddot\theta(t)\overrightarrow{k_0}$

» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...

Exercice 140 – Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :

- $\ast$ liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(A,1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
- $\ast$ pesanteur en B : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
- $\ast$ couple moteur : $\{\mathcal{T}(1_m\rightarrow 2)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.

- On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0+\left(\overrightarrow{AG_2}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}+C_m$.

► Deuxième équation :

- On isole 1+2.
- Bilan des actions mécaniques extérieures :
  - $\ast$ liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
  - $\ast$ pesanteur en G_1 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_1 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
  - $\ast$ pesanteur en G_2 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_2}$.
- On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0+\left(\overrightarrow{IG_2}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{IG_1}\wedge -m_1 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$.

Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

Exercice 139 – Mouvement RT – RSG ★★

06 DYN

Pas de corrigé pour cet exercice.

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Question 2 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 138 – Nacelle articule de grande portée ★★

03 CHS

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle que soit la forme du terrain.

Question 2 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle en faisant l'hypothèse que chacune des extrèmités du vérin est en liaison rotule (avec le châssis et l'essieu).

Les vérins ne sont toujours pas pris en compte.

Question 3 Etablir la liaison équivalente réalisée par le train avant entre le sol et le châssis. Donner chaque étape de la démarche.

Question 4 Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.

Question 5 Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.

Exercice 137 – Train simple ★

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer ω_{40} en fonction de ω_{30} et ω_{10}.

En bloquant le porte satellite, on a : $\dfrac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$. On a donc, $\dfrac{\omega_{40}+\omega_{03}}{\omega_{10}+\omega_{03}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$ $\Leftrightarrow \omega_{40}+\omega_{03} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\left(\omega_{10}+\omega_{03}\right) \Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\left(\omega_{10}-\omega_{30}\right)+\omega_{30} \Leftrightarrow \omega_{40} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30}$.

Question 3 On suppose que ω_{40} est bloqué. Exprimer le rapport $\dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$.

$\Leftrightarrow 0 = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} + \left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\omega_{10} = -\left(1-\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}\right)\omega_{30} \Leftrightarrow \dfrac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \dfrac{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}}{\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}-1} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_1 Z_{22}-Z_{21} Z_4}$.

Exercice 136 – Robot colossus ★

Banque PT – SIC 2023.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'expression littérale du rapport des vitesses $\omega_{4/0}/\omega_{1/0}$ en fonction des différents nombres de dents notés Z_i.

Correction

$\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{Z_1 Z_{2b} Z_{3b}}{Z_{2a} Z_{3a} Z_4}$.

$AN : \dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{14 \times 17 \times 20}{52 \times 60 \times 54} = -0,028$.

Question 2 Déterminer la vitesse du robot.

Correction

Soit V la vitesse du robot, on a donc $V = \omega_{4/0}\dfrac{D}{2}$.

On a donc $V = -\dfrac{Z_1 Z_{2b} Z_{3b}}{Z_{2a} Z_{3a} Z_4}\dfrac{D}{2}\omega_{1/0}$.

$AN : V = 0,028 \times 125 \times 4500\dfrac{2\pi}{60} = 1663\,\text{mm}\,\text{s}^{-1}$.