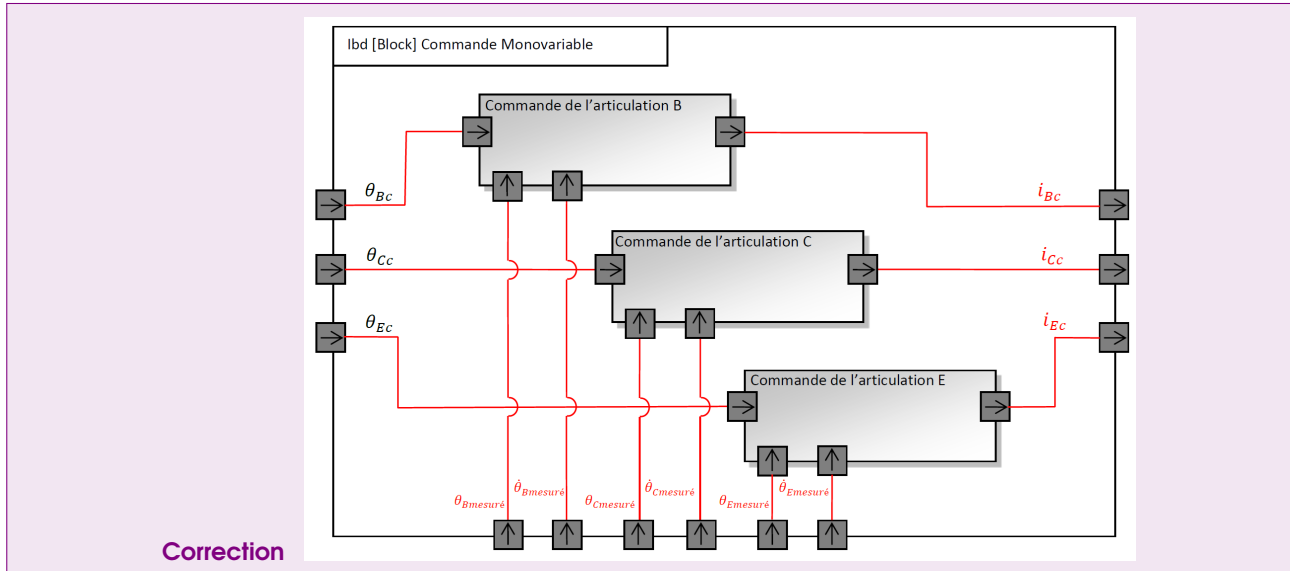


## Partie A – Contexte

## Partie B – Architecture du système de déplacement de la tête d'impression

**Objectif** Définir une commande de déplacement de la tête d'impression simple et paramétrable.

**Question 1** Sur le diagramme ibd du document réponse, relier les ports et les blocs de manière à décrire la commande monovariante définie ci-dessus. Préciser les labels de flux ou de contrôle manquants.



## Partie C – Établissement du modèle direct et détermination de l'erreur angulaire maximale de chaque articulation

**Objectif** Établir la relation entre les coordonnées cartésiennes de la tête d'impression et les coordonnées articulaires des segments puis déterminer l'erreur angulaire maximale des articulations.

**Question 2** Établir le système d'équations exprimant les coordonnées cartésiennes  $(x(t), y(t), \theta_6(t))$  en fonction des coordonnées articulaires  $(\theta_B(t), \theta_C(t), \theta_E(t))$ . Ce système d'équations est appelé modèle direct.

**Correction**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BP} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EP} \\ \overrightarrow{BP} &= \ell_2 \cdot \vec{x}_2 + \ell_3 \cdot \vec{x}_3 + \ell_6 \cdot \vec{x}_6\end{aligned}$$

Après projections dans la base  $b_1$ , on a :

$$\begin{cases} x = \ell_2 \cdot \cos \theta_B + \ell_3 \cdot \cos(\theta_B + \theta_C) + \ell_6 \cdot \cos(\theta_B + \theta_C + \theta_E) \\ y = \ell_2 \cdot \sin \theta_B + \ell_3 \cdot \sin(\theta_B + \theta_C) + \ell_6 \cdot \sin(\theta_B + \theta_C + \theta_E) \end{cases}$$

La fermeture géométrique angulaire donne :

$$\theta_6 = \theta_B + \theta_C + \theta_E$$

**Question 3** Déterminer l'erreur de position verticale linéarisée  $\Delta y$  en fonction de  $\ell_2, \ell_3, \ell_6, \theta_{B0}, \theta_{C0}, \theta_{E0}$  et  $\Delta \theta_B$ . Déterminer la valeur maximale de  $\Delta \theta_B$  pour la position articulaire :

$$\left( \theta_{B0} = 50 \frac{\pi}{180}, \theta_{C0} = -100 \frac{\pi}{180}, \theta_{E0} = -40 \frac{\pi}{180} \right)$$

### Correction

$$y_0 + \Delta y = \ell_2 \cdot \sin(\theta_{B0} + \Delta\theta_B) + \ell_3 \cdot \sin(\theta_{B0} + \theta_{C0} + 2 \cdot \Delta\theta_B) + \ell_6 \cdot \sin(\theta_{B0} + \theta_{B0} + \theta_{E0} + 3 \cdot \Delta\theta_B)$$

Soit en linéarisant à l'ordre 1 et en développant  $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$ , on obtient :

$$\Delta y = \Delta\theta_B \cdot (\ell_2 \cdot \cos \theta_{B0} + 2 \cdot \ell_3 \cdot \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0}) + 3 \cdot \ell_6 \cdot \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0} + \theta_{E0}))$$

On en déduit :

$$\Delta\theta_B = \frac{\pm \Delta y}{\ell_2 \cdot \cos \theta_{B0} + 2 \cdot \ell_3 \cdot \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0}) + 3 \cdot \ell_6 \cdot \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0} + \theta_{E0})}$$

D'après Id1, on doit avoir  $\pm \Delta y = \pm 0,15$  mm.

Donc :

$$|\Delta\theta_B| = 1,12 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

## Partie D – Modèle de comportement dynamique non linéaire couplé du bras articulé

**Objectif** Établir un modèle de comportement dynamique du bras articulé permettant de simuler le mouvement de la tête d'impression.

### Étude à l'équilibre

**Question 4** Déterminer  $C_{E0}$  en fonction des coordonnées articulaires constantes  $\theta_{B0}$ ,  $\theta_{C0}$  et  $\theta_{E0}$ . Pour cela, isoler le segment 6, effectuer l'inventaire des actions mécaniques extérieures au segment 6 et appliquer le théorème du moment statique selon l'axe  $(E, \vec{z}_1)$ . Mettre le résultat sous la forme  $C_{E0} = A \cdot \cos \theta_{i0}$ . Exprimer  $A$  et  $\theta_{i0}$  en fonction de paramètres géométriques et cinétiques.

**Correction** On isole 6.

IAME :

- Action du couple moteur  $C_{E0}$ ;
- Action de la pesanteur en  $G_6$ ;
- Action de 3 sur 6 en  $E$ .

**TMS à 6 en E en projection selon  $\vec{z}_1$  :**  $\underbrace{\vec{M}_{E,\text{moteur} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1}_{C_{E0}} + \vec{M}_{E,\text{pesanteur} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{\vec{M}_{E,3 \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1}_{=0} = 0$

Calcul de  $\vec{M}_{E,\text{pesanteur} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1$  :

$$\vec{M}_{E,\text{pesanteur} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1 = \vec{M}_{G_6,\text{pesanteur} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1 + (\vec{EG}_6 \wedge -m_6 g \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1 = -m_6 g \ell_6 \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0} + \theta_{E0})$$

On en déduit alors :

$$C_{E0} - m_6 g \ell_6 \cos(\theta_{B0} + \theta_{C0} + \theta_{E0}) = 0$$

Et donc, par identification :

$$\begin{cases} A = m_6 g \ell_6 \\ \theta_{i0} = \theta_{B0} + \theta_{C0} + \theta_{E0} \end{cases}$$

### Modèle de comportement dynamique de l'articulation E

**Question 5** Déterminer  $C_E(t)$  en fonction des paramètres du mouvement  $\theta_B(t)$ ,  $\theta_C(t)$  et  $\theta_E(t)$ , de leurs dérivées successives, des paramètres géométriques constants et des grandeurs cinétiques. Préciser le segment isolé, l'inventaire des actions mécaniques extérieures à ce segment ainsi que le théorème utilisé en indiquant le point d'écriture et la

direction de projection. S'aider du formulaire ci-dessous. Soit  $q(t) = \begin{pmatrix} \theta_B(t) \\ \theta_C(t) \\ \theta_E(t) \end{pmatrix}$ . Le résultat peut se mettre sous la

forme :  $C_E = M_{13}(q) \cdot \ddot{\theta}_B + M_{23}(q) \cdot \ddot{\theta}_C + M_{33}(q) \cdot \ddot{\theta}_E + C_{31}(q, \dot{q}) \cdot \dot{\theta}_B + C_{32}(q, \dot{q}) \cdot \dot{\theta}_C + Q_3(q)$  Exprimer  $M_{13}(q)$ ,  $M_{23}(q)$ ,  $M_{33}(q)$ ,  $C_{31}(q, \dot{q})$ ,  $C_{32}(q, \dot{q})$  et  $Q_3(q)$ .

**Correction On isole 6.**

**IAME :**

- Action du couple moteur  $C_{E0}$  ;
- Action de la pesanteur en  $G_6$  ;
- Action de 3 sur 6 en  $E$ .

**TMD à 6 en  $E$  en projection selon  $\vec{z}_1$**

$$\vec{\delta}_{E,6/1} \cdot \vec{z}_1 = \vec{M}_{E,\vec{6} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1$$

La question précédente a permis de calculer  $\vec{M}_{E,\vec{6} \rightarrow 6} \cdot \vec{z}_1$ .

Calcul de  $\vec{\delta}_{E,6/1} \cdot \vec{z}_1$  :

$$\vec{\delta}_{E,6/1} \cdot \vec{z}_1 = \vec{\delta}_{G_6,6/1} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{m_6 \cdot (\ell_{G_6} \cdot \vec{x}_6 \wedge \vec{a}_{G_6,6/1}) \cdot \vec{z}_1}_A$$

On a :

$$\vec{\delta}_{G_6,6/1} \cdot \vec{z}_1 = \left. \frac{d\vec{I}_{G_6,6} \cdot \vec{\Omega}_{6/1}}{dt} \right|_{R_1} \cdot \vec{z}_1 + m_6 \cdot \underbrace{(\vec{V}_{G_6/1} \wedge \vec{V}_{G_6,6/1}) \cdot \vec{z}_1}_{=0} = I_6 \cdot (\ddot{\theta}_B + \ddot{\theta}_C + \ddot{\theta}_E)$$

Avec l'expression de  $\vec{a}_{G_6,6/1}$  fournie, on trouve :

$$A = m_6 \ell_{G_6} \cdot (\ell_2 \ddot{\theta}_B \cos(\theta_C + \theta_E) + \ell_3 (\ddot{\theta}_B + \ddot{\theta}_C) \cos \theta_E + \ell_{G_6} (\ddot{\theta}_B + \ddot{\theta}_C + \ddot{\theta}_E) + \ell_2 \dot{\theta}_B^2 \sin(\theta_C + \theta_E) + \ell_3 (\dot{\theta}_B + \dot{\theta}_C)^2 \sin \theta_E)$$

Par identification, on trouve :

$$\begin{cases} M_{13} = I_6 + m_6 \ell_{G_6}^2 + m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \cos \theta_E + m_6 \ell_{G_6} \ell_2 \cos(\theta_C + \theta_E) \\ M_{23} = I_6 + m_6 \ell_{G_6}^2 + m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \cos \theta_E \\ M_{33} = I_6 + m_6 \ell_{G_6}^2 \\ C_{31} = m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \dot{\theta}_B \sin \theta_E + m_6 \ell_{G_6} \ell_2 \dot{\theta}_B \sin(\theta_C + \theta_E) + 2 m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \dot{\theta}_C \sin \theta_E \\ C_{32} = m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \dot{\theta}_C \sin \theta_E \\ Q_3 = m_6 g \ell_{G_6} \cos(\theta_B + \theta_C + \theta_E) \end{cases}$$

Remarque : le terme  $2 m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \dot{\theta}_C \sin \theta_E$  de  $C_{31}$  peut aussi être dans  $C_{32}$  mais s'écrit alors  $2 m_6 \ell_{G_6} \ell_3 \dot{\theta}_B \sin \theta_E$ .

**Modèle de comportement dynamique des articulations C et B**

**Question 6** Exposer la démarche qui permettrait de déterminer  $C_C(t)$  en fonction des paramètres du mouvement  $\theta_B, \theta_C, \theta_E$ , de leurs dérivées successives, des paramètres géométriques constants et des grandeurs cinétiques. Il n'est pas demandé de faire les calculs mais de préciser le système isolé, l'inventaire des actions mécaniques extérieures au système isolé, le théorème général de la dynamique à employer, et si nécessaire le point et la direction de projection.

**Correction On isole l'ensemble {3+6}.**

**IAME :**

- Action du couple moteur  $C_C$  ;
- Action de la pesanteur sur 3 en  $G_3$  ;
- Action de la pesanteur sur 6 en  $G_6$  ;
- Action de 2 sur 3 en  $C$ .

Il faut utiliser le TMD appliqué à {3+6} en  $C$  et en projection selon  $\vec{z}_1$ .

**Question 7** Faire de même pour la détermination de  $C_B(t)$ .

**Correction On isole l'ensemble {2+3+6}.**

**IAME :**

- Action du couple moteur  $C_B$  ;
- Action de la pesanteur sur 2 en  $G_2$  ;
- Action de la pesanteur sur 3 en  $G_3$  ;
- Action de la pesanteur sur 6 en  $G_6$  ;
- Action de 1 sur 2 en  $B$ .

Il faut utiliser le TMD appliqué à  $\{2+3+6\}$  en  $B$  et en projection selon  $\vec{z}_1$ .

## Modèle de simulation du comportement dynamique non linéaire couplé du bras articulé

**Question 8** Exprimer la fonction  $F(\Gamma, q, \dot{q})$ .

**Correction** Si la matrice  $M$  est inversible, on a alors :  $F(\Gamma, q, \dot{q}) = M^{-1}(q) \cdot (\Gamma - C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} - Q(q))$

## Partie E – Modèle de comportement dynamique linéaire couplé du bras articulé

**Objectif** Établir un modèle de comportement dynamique linéaire couplé du bras articulé permettant de synthétiser la commande des mouvements des trois articulations.

**Question 9** Linéariser l'équation  $\Gamma(t) = M(q(t)) \cdot \ddot{q}(t) + C(q(t), \dot{q}(t)) \cdot \dot{q}(t) + Q(q(t))$  pour obtenir un système d'équations différentielles linéaires du second degré :  $\delta\Gamma(t) = A(q_0) \cdot \ddot{\delta q}(t) + B(q_0) \cdot \delta\dot{q}(t)$ . Exprimer  $A(q_0)$  et  $B(q_0)$ .

**Correction**

$$\Gamma_0 + \delta\Gamma = M(q_0 + \delta q) \cdot \ddot{\delta q} + C(q_0 + \delta q, \dot{q}_0 + \delta\dot{q}) \cdot \delta\dot{q} + Q(q_0 + \delta q)$$

$$\underbrace{\Gamma_0}_{\text{équilibre}} + \delta\Gamma = M(q_0) \cdot \ddot{\delta q} + \underbrace{\frac{\partial M}{\partial q}(q_0) \cdot \delta q \cdot \ddot{\delta q}}_{\text{ordre 2}} + \underbrace{C(q_0, \dot{q}_0)}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial C}{\partial q}(q_0) \cdot \delta q \cdot \delta\dot{q}}_{\text{ordre 2}} + \underbrace{\frac{\partial C}{\partial q}(q_0) \cdot \delta\dot{q}^2}_{\text{ordre 2}} + \underbrace{Q(q_0, \dot{q}_0)}_{\text{équilibre}} + \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial q}(q_0) \cdot \delta q}_{\text{ordre 1}}$$

Par identification, on trouve :

$$\begin{cases} A(q_0) = M(q_0) \\ B(q_0) = \frac{\partial Q}{\partial q}(q_0) \end{cases}$$

**Question 10** Exprimer  $\delta C_B(t)$  en fonction de  $A_{ij}$ , de  $B_{ij}$ , des  $\delta\theta_k(t)$  et  $\delta\dot{\theta}_k(t)$ ,  $k \in \{B, C, E\}$ .

**Correction**

$$\delta C_B(t) = A_{11} \delta\ddot{\theta}_B(t) + A_{12} \delta\ddot{\theta}_C(t) + A_{13} \delta\ddot{\theta}_E(t) + B_{11} \delta\dot{\theta}_B(t) + B_{12} \delta\dot{\theta}_C(t) + B_{13} \delta\dot{\theta}_E(t)$$

## Partie F – Modèle de comportement dynamique linéaire découplé de chaque articulation

**Objectif** Établir un modèle de comportement dynamique linéaire découplé des articulations afin de pouvoir synthétiser une commande monovariable.

### Modèle de comportement dynamique linéaire découplé de l'articulation B

**Question 11** À partir de la réponse apportée à la question 10 et de la figure 10, déterminer  $D_B(p)$  en fonction de  $A_{ij}$ , de  $B_{ij}$ , de  $\delta\theta_C(p)$  et de  $\delta\theta_E(p)$ .

**Correction** D'après la figure 10, on a :  $\delta\theta_B = \frac{1}{A_{11}p^2 + B_{11}} \cdot (\delta C_B(p) - D_B(p))$   
D'où :  $D_B(p) = (A_{12}p^2 + B_{12}) \cdot \delta\theta_C(p) + (A_{13}p^2 + B_{13}) \cdot \delta\theta_E(p)$

## Validation du modèle de comportement dynamique linéaire découplé de l'articulation B

**Question 12** En précisant l'hypothèse nécessaire et en considérant  $\delta C_C(p) = 0$  et  $\delta C_E(p) = 0$ , montrer qu'il est possible d'écrire  $\delta \theta_B(p) = H_{Blin,couplé}(p) \cdot \delta C_B(p)$ . Ne pas calculer  $H_{Blin,couplé}(p)$ .

**Correction** Si la matrice  $\bar{H}(p)$  est inversible, on a pour la première ligne de  $\bar{H}^{-1}(p)$  :

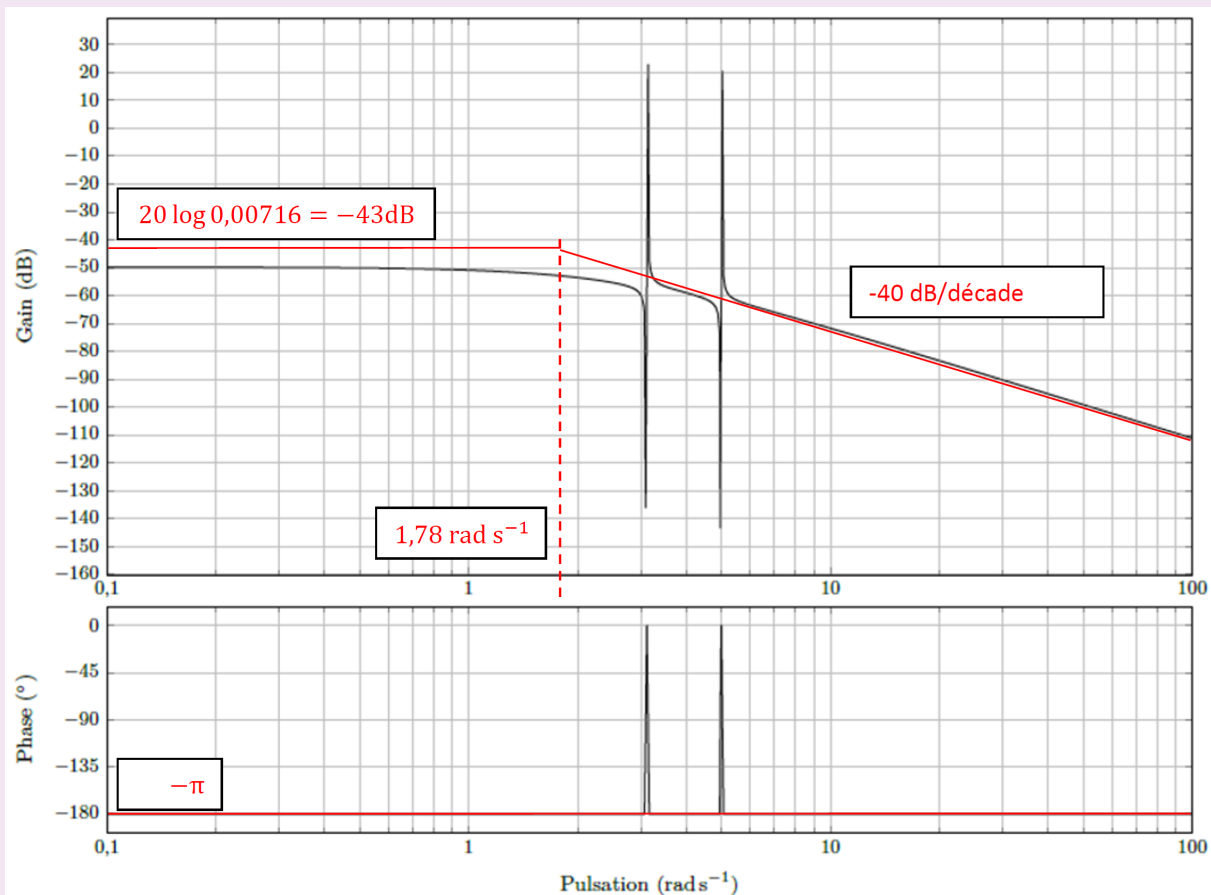
$$\delta \theta_B(p) = \underbrace{H_{Blin,couplé}}_{=H^{-1}(1,1)(p)} \cdot \delta C_B(p) + \underbrace{H_{BClin,couplé}(p)}_{=0} \cdot \underbrace{\delta C_C(p)}_{=0} + \underbrace{H_{BElin,couplé}(p)}_{=0} \cdot \underbrace{\delta C_E(p)}_{=0}$$

On a donc bien :  $\delta \theta_B(p) = H_{Blin,couplé}(p) \cdot \delta C_B(p)$

$H_{Blin,couplé}(p)$  correspond donc à l'élément de la première ligne et première colonne de  $\bar{H}^{-1}(p)$ .

**Question 13** Représenter le diagramme asymptotique, en gain et en phase, de Bode de  $H_B(i\omega)$  sur le document réponse et conclure au regard de l'objectif de cette partie.

**Correction**



Les gains et les phases des 2 fonctions de transfert sont identiques (écart de l'ordre de 1,5 dB) dans la bande de pulsations  $[10, 100] \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Donc l'objectif est bien atteint.

## Partie G – Synthèse d'une commande monovariante de l'articulation B

**Objectif** Régler les paramètres de la correction de l'asservissement angulaire de l'articulation B.

### Synthèse de la boucle interne tachymétrique

**Question 14** À partir de la figure 12, déterminer la fonction de transfert  $H_{TB}(p) = \frac{\delta\theta_B(p)}{\Omega_{Bc}(p)}$  en fonction de  $K_B$ ,  $\omega_B$  et du gain de la correction tachymétrique  $K_1$ . En identifiant à l'expression (équation 1) de  $H_{TB}(p)$ , déterminer le pôle réel instable  $\omega_{B_{BF}}$  ainsi que le gain de la correction tachymétrique  $K_1$ . Effectuer les applications numériques.

**Correction** Par la formule de Black, on trouve aisément :  $H_{TB}(p) = \frac{\delta\theta_B(p)}{\Omega_{Bc}(p)} = \frac{-K_B}{1 - K_B K_1 \cdot p - \frac{p^2}{\omega_B^2}}$

Par identification à l'équation (1), on trouve :

$$\begin{cases} \omega_{B_{BF}} = \frac{\omega_B^2}{\omega_{B_{HF}}} = \frac{\omega_B^2}{10 \cdot \omega_0} \\ K_1 = \frac{1}{K_B} \cdot \left( \frac{1}{\omega_{B_{BF}}} - \frac{1}{\omega_{B_{HF}}} \right) = \frac{1}{K_B} \cdot \left( \frac{\omega_{B_{HF}}}{\omega_B^2} - \frac{1}{\omega_{B_{HF}}} \right) = \frac{1}{K_B} \cdot \left( \frac{10 \cdot \omega_0}{\omega_B^2} - \frac{1}{10 \cdot \omega_0} \right) \end{cases}$$

Application numérique :  $\begin{cases} \omega_{B_{BF}} = 10,561 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ K_1 = 13224 \end{cases}$

### Synthèse de la correction de la boucle de position angulaire en l'absence de la perturbation $D_B(p)$

**Question 15** Déterminer la fonction de transfert de la commande angulaire  $\frac{\delta\theta_B(p)}{\delta\theta_{Bc}(p)}$ . Exprimer  $K_p$  et  $\tau_i$  en fonction de  $\xi$ ,  $\omega_0$ ,  $K_B$  et  $\omega_{B_{BF}}$ . Effectuer les applications numériques.

**Correction** On suppose que  $K_p = K_p$ . Sans doute une erreur de frappe dans le schéma-blocs de la figure 13.

En utilisant de nouveau la formule de Black, on trouve :  $\frac{\delta\theta_B(p)}{\delta\theta_{Bc}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_i \cdot (K_B K_p - 1)}{K_B K_p} \cdot p + \frac{\tau_i}{K_B K_p \omega_{B_{BF}}} \cdot p^2}$

Par simple identification, on trouve :  $\begin{cases} K_p = \frac{1}{K_B} \cdot \left( 1 + 2\xi \frac{\omega_0}{\omega_{B_{BF}}} \right) \\ \tau_i = \frac{\omega_{B_{BF}}}{\omega_0^2} + \frac{1\xi}{\omega_0} \end{cases}$

Application numérique :  $\begin{cases} K_p = 555572 \text{ s}^{-1} \\ \tau_i = 46,6 \text{ ms} \end{cases}$

## Partie H – Validation du principe d'une commande monovariante du bras articulé

**Objectif** Vérifier qu'il est possible d'envisager une commande monovariante du bras articulé.

### Question 16

À l'aide des courbes de la figure 16, conclure sur la viabilité d'une commande monovariante pour piloter le bras articulé.

**Correction** Valeur angulaire de l'articulation : toutes les réponses ont une valeur finie après 0,15 s, donc dans un temps fini  $\Rightarrow$  OK

Erreur angulaire pour une consigne en échelon : les 3 réponses tendent vers 0,1 rad avec une erreur statique nulle  $\Rightarrow$  OK

Erreur angulaire pour une perturbation constante : pour chaque entrée, les 2 perturbations tendent vers 0  $\Rightarrow$  OK

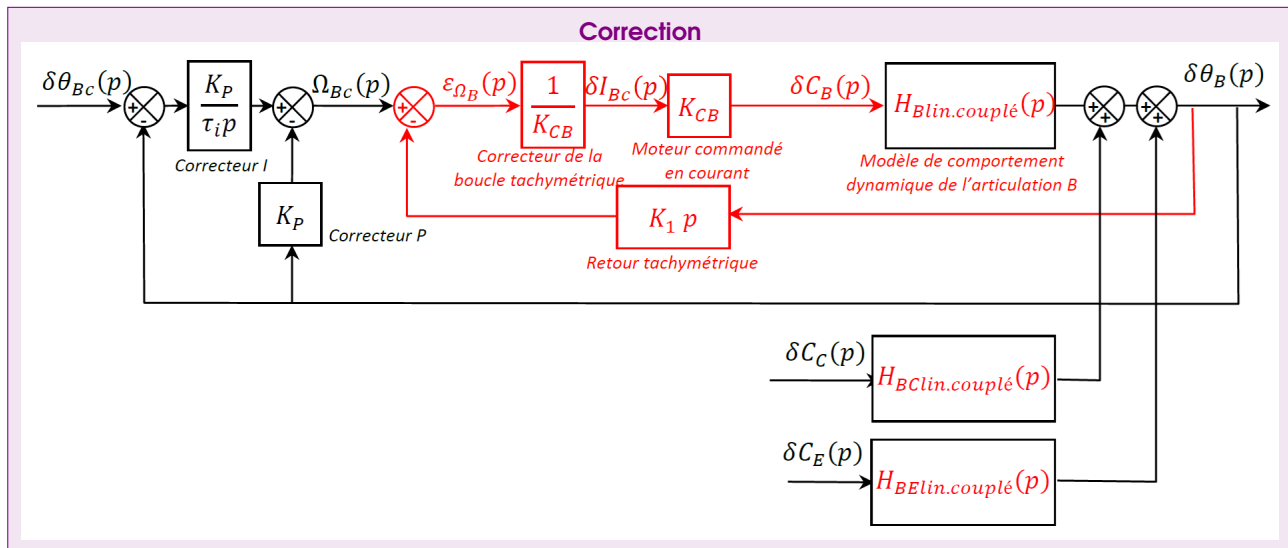
Ainsi, les 3 critères sont bien vérifiés. Une commande monovariante pour piloter le bras articulé est donc viable.

## Partie I – Enrichissement de la synthèse d'une commande monovariante de l'articulation B

**Objectif** Valider le choix du modèle de comportement dynamique linéaire simplifié découplé pour synthétiser la commande monovariante de l'articulation B.

### Validation du choix du modèle de comportement dynamique utilisé pour synthétiser la commande monovariante de l'articulation B

**Question 17** Compléter, sur le document réponse, le schéma-blocs de la commande monovariante de l'articulation B appliquée au modèle linéaire couplé.



**Question 18** Conclure sur l'écart entre les deux modèles. Relever l'erreur de trainage constante  $\Delta\theta_B$ , de l'articulation B, et conclure au regard de la valeur maximale de  $\Delta\theta_B$  déterminée à la question Q3.

**Correction** On observe aucun écart entre les réponses des 2 modèles.

On trouve graphiquement  $\Delta\theta_B \approx 1,7 \times 10^{-3}$  rad.

À la question Q3, nous avons trouvé qu'il était nécessaire d'avoir  $|\Delta\theta_B| < 1,12 \times 10^{-4}$  rad. Ainsi, l'erreur de traînage est bien supérieure. Le cahier des charges n'est donc pas respecté avec cette commande.

### Commande par anticipation de l'articulation B

**Question 19** Déterminer la fonction de transfert d'anticipation idéale  $Ca_B^*(p)$  en fonction de  $K_P$  et  $H_{TB}(p)$  puis en fonction de  $K_P$ ,  $K_B$  et  $\omega_{B_{BF}}$ . Justifier que la fonction de transfert  $Ca_B^*(p)$  n'est pas physiquement réalisable.

**Correction** On trouve :  $Ca_B^*(p) = \frac{1 + K_P \cdot H_{TB}(p)}{H_{TB}(p)}$

En remplaçant, on trouve :  $Ca_B^*(p) = \frac{1}{K_B} \cdot (K_B K_P - 1 + \frac{p}{\omega_{B_{BF}}})$

Cette fonction de transfert n'est pas représentative d'un système causal, car le degré du polynôme en  $p$  du numérateur (=1) est supérieur au degré du polynôme en  $p$  du dénominateur (=0). Il n'est pas possible de réaliser physiquement ce correcteur.

**Question 20** En supposant que le système modélisé sur la figure 18 est stable, montrer que la correction par anticipation permet de respecter, en régime permanent, pour une entrée en rampe de pente  $a$ , la valeur maximale de  $\Delta\theta_B$  déterminée à la question Q3.

**Correction** Le système est stable, donc on peut appliquer le Théorème de la Valeur Finale.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_r(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_r(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{a_r}{p^2} \cdot \left( \frac{(4,2 + p) \cdot p^2}{(300 + p) \cdot (90,2 + 4,2p + p^2)} \right) = 0$$

L'erreur de traînage est nulle, donc elle permet bien de respecter la valeur exigée déterminée à la question Q3.

## Partie J – Validation de la commande monovariable appliquée au modèle de comportement dynamique non linéaire couplé

**Objectif** Valider le principe d'une commande monovariable par analyse des résultats d'une simulation.

**Question 21** Analyser les courbes fournies figures 21, 22, 23, 24, 25 et 26 puis conclure au regard des exigences de réalisation du cordon de référence.

**Correction** Figure 21 : Id1 – Positionnement vertical. On relève une accélération de l'ordre de  $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} > 0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \Rightarrow \text{OK}$

Figure 22 : Id3 – Dépassement relatif maximal. 1<sup>er</sup> dépassement (vers le bas) de l'ordre de  $4,2\% < 5\% \Rightarrow \text{OK}$ .  
Id4 – Vitesse. On relève un deuxième dépassement de  $0,7 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < 0,001 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow \text{OK}$ .

Figure 23 : Id2 – Positionnement longitudinale. On relève un déplacement de  $100 \text{ mm} \Rightarrow \text{OK}$

Figure 24 : Id2 – Positionnement longitudinal. On relève un dépassement  $< 0,1 \text{ mm} \Rightarrow \text{OK}$

Figure 25 : Id1 – Positionnement vertical. On relève environ  $52 \mu\text{m} < 150 \mu\text{m} \Rightarrow \text{OK}$

Figure 26 : Id1 – Position angulaire. On relève au maximum  $0,0045^\circ < 0,1^\circ \Rightarrow \text{OK}$

## Partie K – Analyse de la validation des différents modèles

**Question 22** Dans l'étude conduite, quel écart L-C, S-L ou S-C a permis de valider la commande simple et paramétrable en cours d'élaboration puis finalement élaborée? Dans quelles parties D.I, D.II, D.III, D.IV, E, FI, F.II, G.I, G.II, H, I.I, I.II ou J cet écart a-t-il été étudié?

**Correction** C'est l'écart entre les performances simulées et les performances attendues. Donc S-C.

Dans la partie J, l'étude a porté sur l'écart entre les exigences de la figure 4 et les résultats de simulation des figures 21 à 26.

Dans la partie H, l'étude a porté sur l'écart entre les exigences concepteur de la figure 14 et les résultats de simulation de la figure 16.

Dans la partie I.I l'étude a porté sur l'écart entre la valeur maximale exigée de  $\Delta\theta_B$ , trouvée à la question Q3, et la valeur simulée, avant correction par anticipation, sur la figure 17.

**Question 23** Quelles simulations ont été comparées dans cette étude? Préciser la figure ou les figures correspondantes. Pour chaque comparaison citée, préciser si elle permettait de valider la démarche ou si elle la remettait en cause.

**Correction** Les simulations 1 et 2 ont été comparées avec le diagramme de Bode de la question 13. Cette comparaison a permis de valider le modèle découplé de chaque articulation (valide la démarche).

Les simulations 4 et 5 ont été comparées sur la figure 17. Cette comparaison a permis de valider le modèle linéaire découplé simplifié de chaque articulation (valide la démarche).