# Contrôle d'orientation du satellite DEMETER

### 1 Contrôle d'attitude du satellite

Objectif L'objectif de cette partie est de mettre en place une loi de commande permettant d'asservir les positions angulaires du satellite à des positions de référence. Dans les parties subsection 1.1, subsection 1.2 et subsection 1.3, il s'agira de déterminer le régulateur qui assure les performances de la chaîne d'asservissement. Dans la partie subsection 1.4, il s'agira de vérifier si la loi de commande déterminée permet de respecter les contraintes imposées à l'actionneur : couple maximal et vitesse maximale qu'il peut réaliser.

On rappelle que dans le mode de fonctionnement pointage fin (MNO) seuls les actionneurs par roues de réaction et les magnétocoupleurs sont utilisés. Le cahier des charges partiel portant sur l'asservissement d'attitude est détaillé dans le tableau de la Figure 1. Ce cahier des charges doit être assuré même en cas d'un dépointage initial qui sera modélisé comme condition initiale  $\theta_0$  sur l'angle de tangage  $\theta$ . La consigne d'angle est notée  $\theta_{\rm ref}$ .

Chaîne d'asservissement	Ecart de pointage (en régimen perma-	$ \Delta \theta  =  \theta_{\text{ref}} - \theta  \le 0,04^{\circ}$
	nent)	
	Pulsation de coupure $\omega_c$ 0 dB	$0.13  \mathrm{rad}  \mathrm{s}^{-1}$
	Marges de phase et de gain	$M\phi \ge 30^{\circ}$
		$MG \ge 6 \mathrm{dB}$
	Vitesse angulaire du satellite	$ \dot{\theta}  \ge 0.15 \mathrm{^{\circ}s^{-1}}$
Actionneur à roue de réac-	Couple minimal	$ C _{\text{max}} \le 0.005 \text{Nm}$
tion		
	Vitesse maximale	$ \Omega _{\text{max}} \le 2800 \text{tr}\text{min}^{-1}$
Magnétocoupleurs	Couple maximal	$ C _{\text{max}} \le 0.0005 \text{N}\text{m}$
Dépointage initial	Valeur maximale	$ \Theta _0 \le 20^{\circ}$

FIGURE 1 - Cahier des charges pour la chaîne d'asservissement

L'architecture de contrôle d'attitude du satellite est représentée sur la Figure 2. Dans le cas général, la loi de commande utilise la mesure de la position angulaire du satellite et une estimation de sa vitesse. Dans le mode de pointage fin, les actionneurs sont les roues de réaction qui fournissent un couple  $C_{\rm roue}$  conformément à un couple de consigne  $C_{\rm pilot\acute{e}}$  demandé par la loi de commande. Le satellite est aussi soumis :

• à des couples perturbateurs sinusoïdaux de pulsations  $\omega_0$  et  $2\omega_0$  (avec  $\omega_0 = 0.001 \, \text{rad s}^{-1}$ ) et d'amplitude, dans le pire des cas, de  $30 \times 10^{-6} \, \text{Nm}$ ;

1

• à un couple constant d'amplitude  $1 \times 10^{-6} \, \text{Nm}$ .



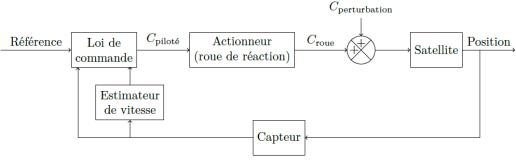


FIGURE 2 - Architecture du système SCAO

Dans tous les modèles utilisés dans la suite, les angles sont exprimés en radians.

### 1.1 Choix d'un modèle de commande et analyses préliminaires

La Figure 3 montre la chaîne de régulation (monoaxe) où H(p), A(p) et B(p) sont les fonctions de transfert modélisant respectivement le satellite, la roue de réaction et le capteur. On suppose dans un premier temps que l'actionneur et le capteur ont tous deux un gain statique unitaire mais sont affectés d'un retard pur :  $100 \, \text{ms}$  pour la roue de réaction et  $700 \, \text{ms}$  pour les capteurs stellaires. Ainsi, les fonctions de transfert correspondant aux différents éléments de la chaîne d'asservissement sont :

$$H(p) = \frac{0,028}{p^2}$$
  $A(p) = A_r(p)e^{-0.1p} \simeq \frac{1}{1 + \frac{1}{0.87}p}e^{-0.1p}$   $B(p) = e^{-0.7p}$ 

Enfin, le correcteur représenté par la fonction de transfert C(p) = R(p)F(p) est le produit de deux termes :

- R(p) correspond à un régulateur de type PID (proportionnel, intégral, dérivé), qu'il s'agira de déterminer dans la suite;
- F(p) est la fonction de transfert d'un filtre de type passe-bas. Il a comme objectif de réduire le gain du système en haute fréquence afin de ne pas exciter les modes oscillants (l'analyse de l'influence de ces modes est hors du cadre de cette étude). Cette fonction de transfert sera approchée par la forme suivante  $F(p) = \frac{1}{1+1,5p}$  (en pratique, ces filtres sont d'ordre 2).

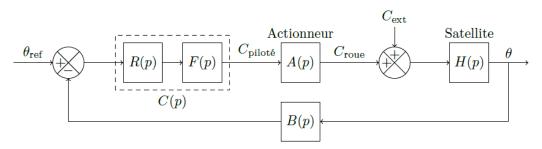


FIGURE 3 – Schéma-bloc de la boucle d'asservissement d'attitude

**Question** 1 Exprimer  $\theta$  en fonction de  $\theta_{ref}$ ,  $C_{ext}$  et des différentes fonctions de transfert.

**Question 2** La figure du document réponse donne le diagramme de Bode de la fonction  $A_r(p)H(p)F(p)$ . Tracer directement sur cette figure les diagrammes asymptotiques associés à cette fonction (document réponse à rendre avec la copie).

**Question 3** En prenant R(p) = 1, préciser la fonction de transfert en boucle ouverte et tracer les diagrammes de Bode réels (5 ou 6 points judicieusement choisis suffisent pour ces tracés) sur la figure B. Au regard des tracés effectués, justifier que des corrections proportionnelle ou proportionnelle-intégrale ne permettent pas d'assurer le cahier des charges escompté.

**Question 4** En déduire les conditions sur le module et l'argument de  $R(j\omega)$  pour assurer la pulsation de coupure et la marge de phase demandées par le cahier des charges associé au modèle nominal.



## 1.2 Analyse des contraintes sur la loi de commande

L'objet de cette partie est de déterminer les contraintes que doit vérifier le régulateur en vue d'assurer les exigences de précision lorsque le procédé est soumis aux couples perturbateurs sinusoïdaux, c'est-à-dire de la forme  $c_{\rm ext}=C_{00}\sin(\omega_0 t)$  et  $c_{\rm ext}=C_{01}\sin(2\omega_0 t)$ , dont les caractéristiques, amplitude et pulsation, sont données précédemment :  $C_{00}=C_{01}=30\times 10^{-6}\,{\rm N}\,{\rm m}$  et  $\omega_0=0,001\,{\rm rad}\,{\rm s}^{-1}$ .

**Question 5** En prenant une consigne  $\theta_{ref} = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $T(p) = \frac{\theta(p)}{C_{ext}(p)}$  entre les couples perturbateurs  $C_{ext}(p)$  et la position  $\theta(p)$  et l'exprimer à partir des fonctions de transfert de la Figure 3.

Question 6 En utilisant les approximations fréquentielles  $||T_{bo}(j\omega)|| > 1$  et  $||T_{bo}(j\omega)|| < 1$  où  $T_{bo}(p)$  est la fonction de transfert en boucle ouverte, montrer que dans l'intervalle des pulsations des couples perturbateurs, on peut écrire :  $||T(j\omega)|| \simeq \frac{1}{||R(j\omega)F(j\omega)A(j\omega)B(j\omega)||}$ . Justifier que cette relation peut encore être simplifiée selon la formulation :  $||T(j\omega)|| \simeq \frac{1}{||R(j\omega)||}$ .

**Question 7** Donner l'expression de l'amplitude de l'évolution temporelle de  $\theta(t)$ , en fonction de de  $||R(j\omega)||$ , en réponse au couple perturbateur sinusoïdal de pulsation  $\omega_0$ . En déduire la condition que doit vérifier  $||R(j\omega)||$  en vue de satisfaire la précision d'écart de pointage, pour une consigne  $\theta_{ref} = 0$ , lorsque le satellite est soumis à ce couple perturbateur. Reprendre cette analyse dans le cas du couple perturbateur de pulsation  $2\omega_0$ .

## 1.3 Synthèse du régulateur

Pour la synthèse du régulateur C(p), on recherche une solution de la forme :  $R(p) = K \frac{(1 + \tau p)^2}{p}$ .

**Question 8** Déterminer la valeur de  $\tau$  permettant d'obtenir la marge de phase  $M_{\varphi} = 30$ ° exigée par le cahier des charges.

**Question 9** En conservant la valeur de  $\tau$  déterminée précédemment, calculer la valeur du gain K qui assure la pulsation de coupure imposée par le cahier des charges.

**Question 10** Vérifier si le régulateur déterminé permet d'assurer les conditions nécessaires à satisfaire les performances, en termes d'écart de l'angle de pointage, lorsque le satellite est soumis aux variations sinusoïdales du couple perturbateur.

### 1.4 Validation de la loi de commande

Objectif L'objectif de cette partie est de vérifier que les commandes issues du régulateur précédent ne génèrent pas de contraintes excessives sur l'actionneur, en particulier que la vitesse maximale et le couple maximal restent dans les « limites » de l'actionneur réalisé par la roue de réaction. Cette vérification se fera d'une part vis-à-vis d'un dépointage initial et d'autre part vis-à-vis des différents couples perturbateurs. Enfin, une modification de la loi de commande sera envisagée en vue d'améliorer les performances.

### 1.4.1 Amélioration des performances vis-à-vis du dépointage initial

Pour cette analyse, on suppose que les conditions initiales correspondent à un dépointage de 20°, soit  $\theta_0$  = 20°, et que la consigne d'attitude est nulle  $\theta_{\rm ref}$  = 0. La Figure 4 montre le schéma qui sera utilisé pour cette analyse où la condition initiale  $\theta_0$  d'attitude est considérée comme un terme de perturbation constant.



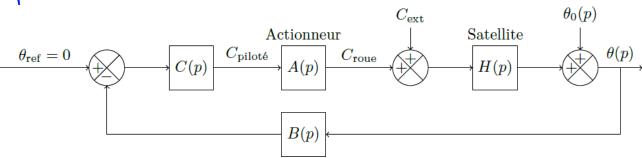


FIGURE 4 – Schéma d'analyse pour la réponse aux conditions initiales

Question 11 En considérant que  $\theta_{ref} = 0$  et  $C_{ext} = 0$ , déterminer  $T_d(p) = \frac{C_{pilot\'e}(p)}{\theta_0(p)}$  à partir des différentes fonctions de transfert de la Figure 4. On note  $c_{pa}(t) = c_{pilot\'e}(t+\tau_1)$ , avec  $\tau_1 = 0.7$  s. En déduire à partir de  $T_d(p)$  l'expression de  $\frac{C_{pa}(p)}{\theta_0(p)}$ .

Question 12 En utilisant le théorème de la valeur initiale, ou toute autre méthode de votre choix, déterminer littéralement et numériquement  $c_{pa}(0)$  en réponse à une condition initiale  $\theta_0(t) = \Theta_0 \gamma(t)$  d'amplitude  $\Theta_0 = 20^\circ$ . En déduire  $c_{pilot\'e}(\tau_1)$ . [Remarques :  $\gamma(t)$  désigne l'échelon d'Heaviside d'amplitude 1. On admettra que la valeur déterminée est proche de la valeur maximale (en valeur absolue) de celle obtenue pour des cas d'utilisation de filtres F(p) d'ordre supérieur à 1.]

Question 13 En réponse à une condition initiale  $\theta_0(t) = \Theta_0 \gamma(t)$  d'amplitude 20°, la Figure 5 montre l'évolution de la vitesse de rotation angulaire  $\dot{\theta}$  autour de l'axe  $\overrightarrow{y}$ . À partir de la relation obtenue à la question  $\ref{question}$ , déterminer la valeur maximale de la vitesse angulaire de la roue de réaction  $\omega_r$ . Effectuer l'application numérique pour  $I_y = 35,7\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2$  et  $I_{ry} = 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2$ .

**Question 14** Conclure alors sur la capacité de la loi de commande à satisfaire les contraintes imposées par l'actionneur à roue de réaction.

## 1.4.2 Amélioration des performances vis-à-vis du dépointage initial

On note  $\Delta\theta = \theta_{\rm ref} - \theta$ . La loi de commande déterminée précédemment est modifiée en ajoutant une nouvelle fonction. Ainsi, avec la nouvelle architecture envisagée, la régulation se décompose en deux parties :

- pour un écart angulaire  $|\Delta \theta| < 0,3^{\circ}$ , la régulation se fait en position en utilisant le correcteur C(p) déterminé précédemment;
- pour un écart angulaire  $|\Delta\theta| < 0,3^\circ$ , le couple demandé à la roue de réaction est donné par  $C_{\text{piloté}}(p) = -R_1(p) \big( b_v \text{sign}(\Delta\theta) + p\theta(p) \big)$ ) où sign représente la fonction signe. L'objet de cette phase de l'étude est de déterminer les paramètres de la nouvelle fonction. La synthèse de la fonction de transfert  $R_1(p)$  et la gestion de la commutation entre les deux parties de la loi de commande est hors du cadre de cette étude.

**Question 15** Justifier que pour  $|\Delta\theta| > 0,3$ °, la deuxième composante de la loi de commande est une régulation de vitesse avec une consigne de vitesse  $\dot{\theta}_c(t)$  constante.

**Question 16** On admet que  $I_y \dot{\theta}(t) = -I_{ry} \omega_r(t)$ . Déterminer la valeur maximale  $|\dot{\theta}_c|_{max}$  (en °s<sup>-1</sup>) de la consigne de vitess  $\dot{\theta}_c(t)$  que l'on peut imposer. Effectuer l'application numérique pour  $I_y = 35.7 \, \mathrm{kg} \, \mathrm{m}^2$ ,  $I_{ry} = 4 \times 10^{-4} \, \mathrm{kg} \, \mathrm{m}^2$  et une vitesse maximale de la roue de 2800 tr min<sup>-1</sup> (correspondant à la vitesse maximale de l'actionneur donnée par le tableau de la Figure 1).



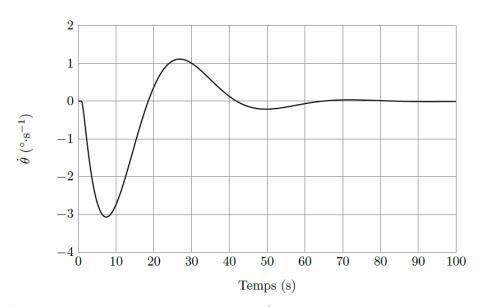


FIGURE 5 – Évolution de la vitesse de rotation du satellite  $\dot{\theta}$  (° s<sup>-1</sup>) en réponse à un dépointage initial de 20°

Question 17 La Figure 6 montre les réponses obtenues (en utilisant un simulateur trois axes comportant en particulier les modes oscillants dus aux souplesses de la structure) avec la loi de commande définie précédemment pour un dépointage initial  $\Theta_0 = 20$ °. Commenter les réponses obtenues et conclure alors sur la capacité de la nouvelle loi de commande à satisfaire l'ensemble des contraintes imposées par le cahier des charges.

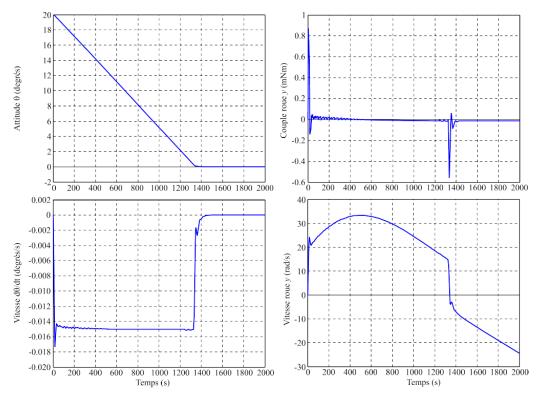


FIGURE 6 – Évolutions temporelles à partir d'une condition initiale (dépointage)  $\theta_0 = 20^\circ$ 

### 1.4.3 Analyse des performances vis-à-vis d'un couple perturbateur constant

L'objet de cette partie est d'analyser les performances de la loi de commande lorsque le satellite est soumis à un couple extérieur constant,  $C_{\text{ext}} = C_0 \gamma(t)$  d'amplitude  $C_0 = 10^{-6} \, \text{Nm}$ .

**Question 18** Sans calcul, mais en justifiant votre réponse, préciser l'écart en régime permanent en réponse à un couple perturbateur constant.