exercice 25 :

$M \in S_n(\mathbb{R})$ donc M est diagonalisable dans une BON avec le théorème spectral :

$\exists P \in O_n(\mathbb{R})$ tq $M = PDP^{-1}$

Soit $k \in \mathbb{N}^*$ tq $M^k = I_n$ d'où

Donc $PD^kP^{-1} = I_n$ $\cancel{\Rightarrow}$ $D^k = I_n$

Soit $i \in [\![1;n]\!]$, λ_i les valeurs propres de M.

Donc $\lambda_i^k = 1$ $\forall i \in [\![1;n]\!]$

Donc $\lambda_i = \pm 1$

$M^2 = PD^2P^{-1} = PI_nP^{-1} = I_n$ car $\lambda_i^2 = 1$

Donc $\boxed{M^2 = I_n}$