

## Rugosimètre à grande vitesse

### 1 Présentation générale du rugosimètre à grande vitesse

La rugosimétrie est la mesure de l'état de surface des pièces mécaniques. L'ordre de grandeur des défauts mesurés est le micron. Cette mesure des états de surfaces est aussi répandue et indispensable que la mesure des caractéristiques dimensionnelles et géométriques des pièces mécaniques (longueur, orientation, perpendicularité...). La Figure 1 représente un relevé rugosimétrique tridimensionnel d'une partie d'une aube de turbine de haute précision (à droite en fausses couleurs).

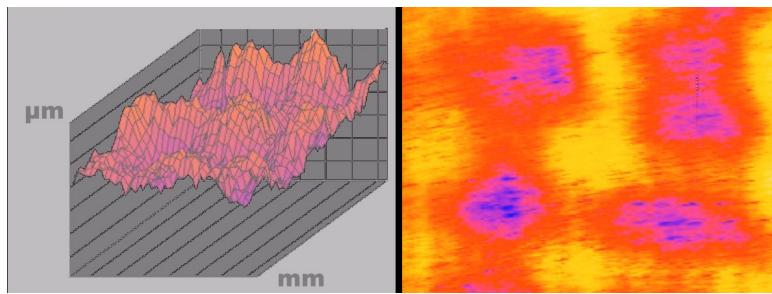


FIGURE 1 – Relevé rugosimétrique tridimensionnel d'une aube

La mesure de rugosimétrie repose traditionnellement sur deux éléments distincts : le capteur, qui peut être mécanique (palpeur) ou optique, et le traitement du signal et des données (algorithmes informatiques), qui permet de traduire les mesures physiques de base, produites par le capteur, en données numériques exploitables, représentatives des caractéristiques physiques de la surface analysée.

De la conjonction des caractéristiques techniques du capteur et du traitement numérique vont découler les qualités essentielles du rugosimètre : sa rapidité ; sa résolution ; sa précision ; son amplitude de mesure.

Lorsque l'ensemble est suffisamment rapide, il peut être utilisé pour réaliser des relevés de surface ( $z$  fonction de  $(x, y)$ , ou « mesure 3D ») et non plus simplement des profils linéaires ( $z$  fonction de  $x$ , ou « mesure 2D »). Si, à cette exigence de rapidité, on ajoute celle de précision ainsi que celle de grande amplitude de mesure, on arrive, avec les technologies actuellement disponibles, à des capteurs très chers (de l'ordre de 50 000 euros). Cela fait que le développement de la rugosimétrie 3D de précision a été, jusqu'à présent, assez lent. Le projet, dont est tiré le sujet, a pour ambition de développer et de mettre sur le marché un rugosimètre 3D de précision à faible coût.

L'objet de cette étude est de valider / critiquer / améliorer certaines techniques et technologies retenues pour le prototype du rugosimètre 2D. Ce prototype a été conçu par le laboratoire SATIE de l'École Normale Supérieure de Cachan. Ce projet est le fruit d'un travail pluridisciplinaire qui a impliqué des commerciaux, des scientifiques et des techniciens, et a été financé par l'Agence pour la Valorisation de la Recherche d'Ile-de-France.

#### 1.1 Structure générale du rugosimètre à grande vitesse

Le principe d'un capteur opto-mécanique (association d'un capteur optique et d'un capteur mécanique) a été retenu, pour ce prototype. Il est décrit succinctement ci-après (Figure 2) :

- un capteur optique assure une résolution verticale comparable à celle des meilleurs capteurs mécaniques actuels ( $< 10 \text{ nm}$ ). Ce capteur, de faible amplitude de lecture ( $20 \mu\text{m}$ ), permet une mesure rapide des hautes fréquences spatiales (variations rapides) des profils rugosimétriques mesurés;

- un asservissement mécanique vertical à grande amplitude (environ 10 mm) permet à la tête optique de suivre les moyennes et basses fréquences spatiales (variations plus lentes) des profils. Un second capteur donne la position verticale de la tête optique.

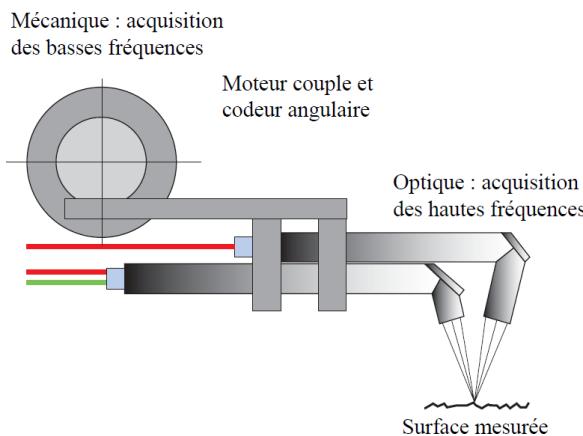


FIGURE 2 – Principe du système opto-mécanique

Le profil complet sera obtenu par la somme des signaux fournis par les deux capteurs. Le déplacement vertical du capteur optique est assuré par une Unité de Rotation (U.R.) portée par le coulisseau (2) (Figure 3).

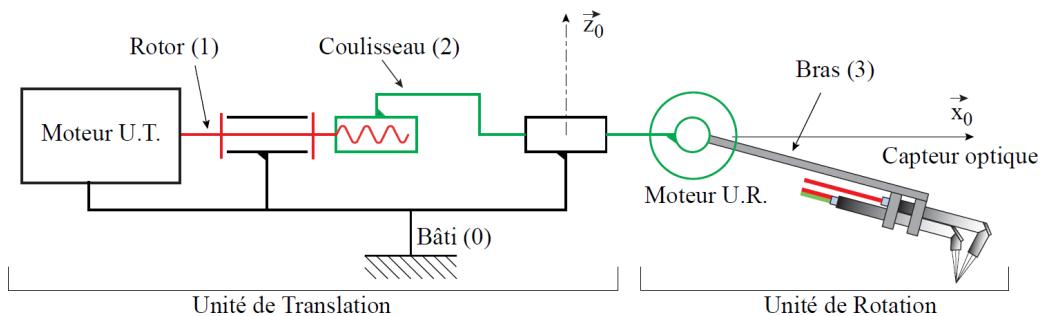


FIGURE 3 – Schéma du prototype de rugosimètre 2D

Ce capteur opto-mécanique est lui-même déplacé au dessus de la surface à mesurer par une Unité de Translation (U.T.) à vitesse régulée (Figure 3), ce qui permet d'obtenir un « profil 2D »,  $z$  fonction de  $x$ . La vitesse de déplacement visée par ce prototype est de  $20 \text{ mm s}^{-1}$ .

Dans sa future version 3D, une seconde U.T. de direction ( $\vec{y}$ ) permettra de donner une image de la surface par une juxtaposition de profils 2D : on « scannera » la surface.

Le coût estimé de ce rugosimètre est de 10 000 euros.

## 1.2 Principe de mesure du capteur optique

Le principe de mesure du capteur optique est l'écartométrie. Ce procédé, déjà utilisé en robotique, n'a encore jamais servi en rugosimétrie industrielle. Un faisceau laser (« émission ») est focalisé sur la surface à mesurer. La tache focale se déplace devant les images de deux demi-disques de réception. L'intensité lumineuse d'émission se partage ainsi entre deux photorécepteurs.

Cette différence d'intensité permet de calculer la position horizontale de la tache focale d'émission. Cette position horizontale de la tache focale est ensuite convertie en position verticale de la surface par rapport au point focal (qui sera noté par la suite (P)) (Figure 4).

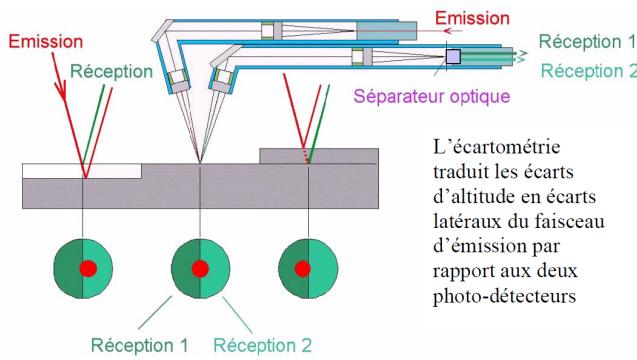


FIGURE 4 – Principe du capteur optique : l'écartométrie

## 2 Caractérisation globale du rugosimètre

Dans cette partie, nous vous demandons de caractériser de façon globale le système étudié puis de déterminer les liens existant entre les différents éléments de ce système. Ceci permettra d'étudier ultérieurement les caractéristiques de certains constituants, puis de les modifier si leur comportement ne donne pas satisfaction en ayant en permanence à l'esprit les contraintes qui lient ces éléments spécifiques aux autres éléments du système global.

Le marché économique d'un tel instrument de mesure est très concurrentiel. Les acheteurs potentiels de ces capteurs choisissent plusieurs critères pour évaluer les différentes propositions commerciales qui peuvent leur être faites.

**Question 1** *Donner les différents critères de performance et les niveaux associés du rugosimètre.*

## 3 Calculs prévisionnels des actionneurs

Les calculs d'avant projet doivent permettre de dimensionner les différents composants qui seront utilisés et de définir certains paramètres de réglages (paramètres d'asservissement...).

Les calculs prévisionnels visent, dans un premier temps, à déterminer les équations dynamiques qui permettront de déterminer les couples moteurs (minimum) des différents actionneurs en fonction des caractéristiques géométriques, massiques et inertielles des pièces ainsi que des conditions d'utilisation.

Dans toute cette partie, nous considérerons que seules l'unité de translation ( $\vec{x}'$ ) et l'unité de rotation sont actionnées.

### 3.1 Mise en place du problème

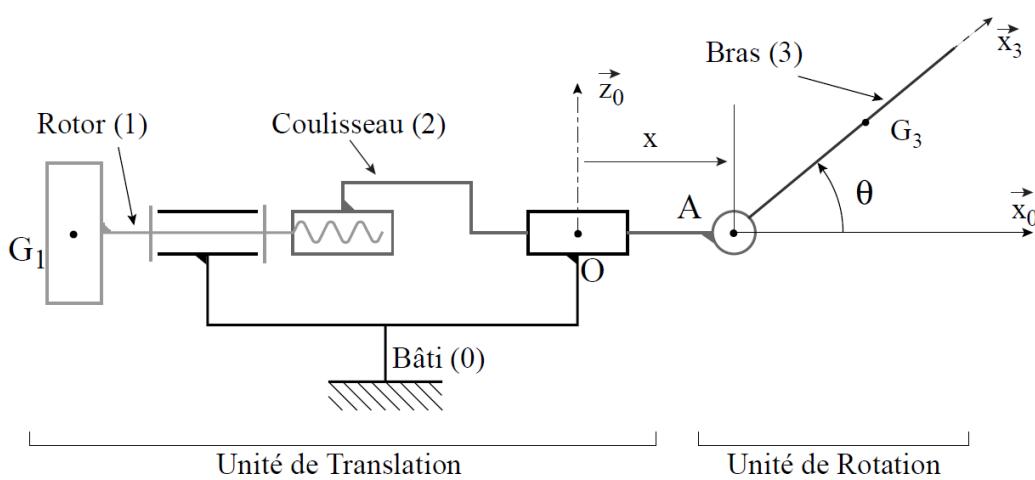


FIGURE 5 – Schéma paramétré du prototype de rugosimètre 2D (les actionneurs ne sont pas représentés)

La figure 5 présente le schéma et le paramétrage qui sera utilisé pour cette partie de l'étude. Ce système comporte quatre pièces :

- le bâti (0). On associe à cette pièce le repère  $(\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0))$  que l'on considère galiléen;
- le rotor (1) :
  - moment d'inertie selon l'axe  $(O, \vec{x}_0)$  noté  $J_1$  avec  $J_1 = 1 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$ ;

- centre d'inertie ( $G_1$ ), avec  $\overrightarrow{OG_1} = -a \overrightarrow{x_0}$ ;
- la liaison pivot ( $L_{0/1}$ ), dont le paramètre angulaire est  $\varphi = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{x_0})$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_1$ , créant un moment :  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, 0 \rightarrow 1)} = -f_1 \dot{\varphi} \overrightarrow{x_0}$  ( $f_1 = 5 \times 10^{-5} \text{ Nm rad}^{-1} \text{ s}$ );
- un moteur (M1) gère le mouvement de rotation de (1) par rapport à (0). Le couple moteur appliqué sur (1) est noté :  $\overrightarrow{C}_{\text{Moteur } 1 \rightarrow 1} = C_{m1} \overrightarrow{x_0}$ ;
- le coulissoir (2) :
  - masse :  $m_2$  avec  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ;
  - centre d'inertie ( $G_2$ );
  - la liaison hélicoïdale ( $L_{1/2}$ ) (supposée parfaite) possède un pas noté ( $p_a$ ) ( $p_a = 0,5 \text{ mm/tour}$ ). Ce pas est à droite (sens classique);
  - la liaison glissière ( $L_{0/2}$ ), dont le paramètre de position (translation) est noté ( $x$ ) :  $\overrightarrow{OA} = x \overrightarrow{x_0}$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_2$ , créant une force :  $\overrightarrow{R(0 \rightarrow 2)} = -f_2 \dot{x} \overrightarrow{x_0}$  ( $f_2 = 5 \text{ N m}^{-1} \text{ s}$ );
- l'ensemble (3) :
  - masse :  $m_3$  (cette masse sera déterminée à la question 2);
  - centre d'inertie ( $G_3$ ) :  $\overrightarrow{AG_3} = r \overrightarrow{x_3}$ ;
  - matrice d'inertie en (A) :  $I_A(3) = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{A, \mathcal{B}_3}$ , avec  $\mathcal{B}_3 = (\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$
  - la liaison pivot ( $L_{2/3}$ ), de paramètre angulaire  $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3})$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $f_3$ , créant un moment :  $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 2 \rightarrow 3)} = -f_3 \dot{\theta} \overrightarrow{y_0}$ ;
  - un moteur (M3) gère la rotation de l'ensemble (3) par rapport à (2). Le couple moteur appliqué sur (3) est noté :  $\overrightarrow{C}_{\text{Moteur } 3 \rightarrow 3} = C_{m3} \overrightarrow{y_0}$ ;
  - un système d'équilibrage (ressort de torsion) permet à la tête optique d'être horizontale ( $\theta = 0^\circ$ ) en position de repos, c'est-à-dire lorsque le moteur (M3) n'est pas alimenté. Ce système d'équilibrage exerce sur l'ensemble (3) un couple de rappel noté :  $\overrightarrow{C} = C_r \overrightarrow{y_0}$ , avec  $C_r = -(K_{\text{tors}}\theta + C_0)$ . Le terme  $C_0$  permet d'équilibrer le moment en (A) créé par l'action de pesanteur sur (3) lorsque ( $\theta = 0^\circ$ ).

### 3.2 Positionnement du centre d'inertie

Comme le montre la Figure 6, l'ensemble (3) est constitué de plusieurs solides en liaison encastrement :

- le bras (4) lié au moteur couple;
- la tête optique (5);
- un contrepoids (6).

Ce contrepoids (6) a été ajouté pour assurer que le centre d'inertie ( $G_3$ ) soit sur l'axe ( $A, \overrightarrow{x_3}$ ).

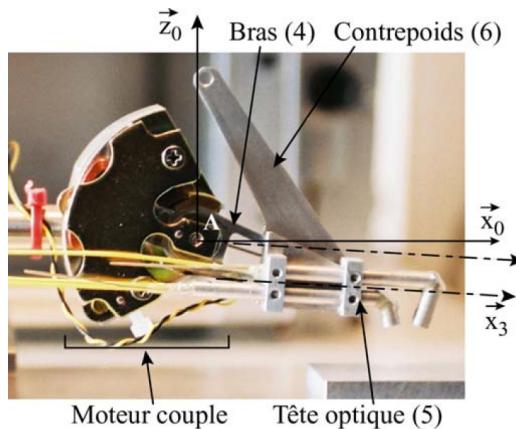


FIGURE 6 – Unité de rotation

Les caractéristiques géométriques de l'ensemble (3) étudié sont données ci-après :

- bras (4) du moteur couple : masse :  $m_4 = 10^{-3} \text{ kg}$ ; centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_4} = -b_4 \overrightarrow{y_0}$  avec  $b_4 = 4 \text{ mm}$ ;
- tête optique (5) : masse :  $m_5 = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ; centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_5} = a_5 \overrightarrow{x_3} + b_5 \overrightarrow{y_3} - c_5 \overrightarrow{z_3}$  avec  $a_5 = 40 \text{ mm}$  ;  $b_5 = 0,8 \text{ mm}$  ;  $c_5 = 10 \text{ mm}$ ;
- contrepoids (6) : masse :  $m_6$  (à déterminer à la question 2); centre d'inertie :  $\overrightarrow{AG_6} = a_6 \overrightarrow{x_3} + c_6 \overrightarrow{z_3}$  avec  $a_6 = 10 \text{ mm}$  ;  $c_6 = 25 \text{ mm}$ .

**Question 2** Déterminez l'expression littérale de la masse du contrepoids (6) qui assure que le terme (c) de

l'expression de la position du centre d'inertie ( $\overrightarrow{AG_3} = r \vec{x}_3 - b \vec{y}_3 + c \vec{z}_3$ ) est nul. Réalisez l'application numérique. Montrez que dans ce cas,  $r = 27,5 \text{ mm}$  avec  $\overrightarrow{AG_3} = r \vec{x}_3$ .

### 3.3 Équations dynamiques

Le système étudié possède deux mobilités, il est donc nécessaire de déterminer deux équations pour pouvoir atteindre les grandeurs recherchées, le couple moteur dans l'actionneur de l'unité de rotation ( $C_{m3}$ ) et le couple moteur dans l'unité de translation ( $C_{m1}$ ) en fonction des caractéristiques dimensionnelles et matérielles des pièces, des lois de mouvement et des dissipations dans les liaisons.

**Question 3** Tracer le graphe de liaisons associé au système. Préciser les actions mécaniques.

**Question 4** Déterminer méthodiquement  $\overrightarrow{\delta(A, 3/0)} \cdot \vec{y}_3$ .

**Question 5** Isoler l'ensemble (3) et réaliser le BAME puis écrire le théorème du moment dynamique en (A) en projection sur  $\vec{y}_0$ . Écrire votre résultat sous la forme  $d\ddot{\theta} + e\ddot{x} + f\dot{\theta} + g\theta = h$  (les termes  $d, e, f, g$  et  $h$  peuvent dépendre de  $\theta$ ).

**Question 6** Isoler {2+3} et réaliser le Théorème de la Résultante dynamique en projection sur  $\vec{x}_0$ .

**Question 7** Isoler 1 et réaliser le Théorème du Moment Dynamique en projection sur  $\vec{x}_0$  en O. Conclure.

DM 3

### 3.4 Détermination des couples moteurs

Les deux équations que vous venez d'obtenir aux questions précédentes sont des équations différentielles couplées et non linéaires.

Pour résoudre algébriquement ce système d'équations, nous allons étudier le mécanisme dans des conditions particulières.

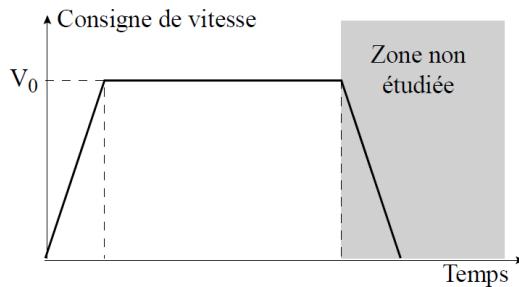


FIGURE 7 – Consigne de vitesse

Lorsque le point focal de la tête optique suit le profil moyen de la surface, l'angle  $\theta$  varie au voisinage de  $0^\circ$ . Nous montrerons que cette variation de position est d'amplitude très faible, et qu'en conséquence, il est possible de réaliser une linéarisation de ces équations au voisinage de  $0^\circ$  ( $\theta$  reste petit). Nous supposons également que les termes de la forme  $a\ddot{\theta}$  et  $b\dot{\theta}^2$  sont négligeables devant le terme en  $\ddot{x}$ . La loi de commande de l'unité de translation est représentée à la Figure 7. La vitesse nominale (constante) recherchée est notée ( $V_0$ ). L'accélération maximale est notée ( $A_{cMax}$ ).

**Question 8** En utilisant les simplifications mentionnées, déterminez, dans la phase d'accélération, puis dans la phase de déplacement à vitesse constante, les expressions littérales de  $C_{m1}$  et  $C_{m3}$ . Calculez la valeur du couple  $C_{m1}$  maximal ( $V_0 = 0,2 \text{ m s}^{-1}$ ,  $A_{cMax} = 0,2 \text{ m s}^{-2}$ ).

Le choix des moteurs (M1 et M3) se fera à partir d'un cahier des charges, dont le couple maximal transmissible par les moteurs est une des caractéristiques. Il existe bien d'autres spécifications comme, la vitesse et l'accélération maximale, la surintensité supportée, l'encombrement axial et longitudinal...