

## Robovolc

### 1 Contexte et présentation du système

#### 1.1 Contexte

**Objectif** Le sujet propose d'étudier quelques parties structurelles du système ROBOVOLC et de valider plusieurs performances (liées à la mobilité et au prélèvement) de ce système.

#### 1.2 Présentation du système

**Question 1** Dans la phase de conception de ROBOVOLC, une alternative à un système de locomotion à roues était un système volant. Donner deux inconvénients d'un tel système remettant en cause son utilisation dans l'environnement volcanique considéré.

**Correction**

- Environnement de vol mal maîtrisé à cause des gaz et des températures élevées qui vont engendrer des variations de pression importantes
- Non-maîtrise de la masse totale du robot qui dépend des outils, et de la prise d'échantillons.

**Question 2** Citer un intérêt à mettre les batteries en position basse sur le système.

**Correction** La raison principale est de positionner le centre de gravité le plus proche possible du sol afin d'éviter le basculement du robot, en raison probable de la forte densité massique des batteries. Il s'agit donc d'un problème de stabilité.

**Question 3** Citer une phase de vie du système qui contraint sa taille maximale et son poids maximal.

**Correction** Les attendus du sujet ne sont pas clairs ici. La notion de phase de vie est liée à l'expression des fonctions de service dans la réalisation du cahier des charges (diagramme des interacteurs) et elle n'est pas inscrite explicitement dans le programme actuel. Les cas d'utilisation sont par contre explicités en annexe dans le sujet.

**Solution 1 :** par exemple, la phase de vie de transport du robot ou la phase de déplacement qui impose une masse et un encombrement limités (masse pour l'autonomie et encombrement pour permettre le contournement d'obstacle ou le franchissement).

**Solution 2 :** en rapprochant la notion de phase de vie aux cas d'utilisation présentés dans le document, on peut proposer la phase de contournement d'obstacle.

### 2 Étude de la mobilité sur un sol plan

**Objectif** L'objectif de cette partie est de valider les performances de mobilité, de manoeuvrabilité et de contrôle du système de locomotion de ROBOVOLC. On cherche notamment à vérifier le critère suivant du cahier des charges :

Critère	Valeur
Vitesse de déplacement atteignable	0,5 m/s

## 2.1 Technologie et asservissement en vitesse

**Question 4** Citer un composant permettant de réaliser la fonction  $K_c$ . Décrire succinctement son fonctionnement.

**Correction** Une génératrice tachymétrique est un capteur de vitesse. Ce constituant est une machine à courant continu. Lorsqu'il est mis en rotation, il délivre une tension proportionnelle à la vitesse.

**Question 5** Un codeur incrémental serait-il adapté? Si oui comment l'utiliser? Donner la résolution d'un codeur incrémental ayant 1000 fentes et 2 voies de mesures.

**Correction** Un codeur est un capteur de position. Connaissant de plus le temps entre deux tops, il est possible de déterminer la vitesse, de l'arbre.

$$\text{Résolution du codeur incrémental : } \frac{360}{1000 \times 2} = 0,09^\circ.$$

### 2.1.1 Étude du convertisseur numérique-analogique (CNA)

**Question 6** Donner la valeur numérique de  $U(t)$  à appliquer pour obtenir une valeur nulle en sortie du CNA. À quelle consigne correspond la valeur hexadécimale d'entrée  $U(t) = A000$ ?

**Correction** On a  $U(t) = (\text{pts} - 2^{15}) \times \frac{20}{2^{16}}$ . On a  $A000 = 10 \times 16^3 = 40960 = 2,5V$ .

### 2.1.2 Étude du convertisseur analogique-numérique (CAN)

**Question 7** Calculer la résolution en mV du CAN.

**Correction** On a :  $\frac{650 + 610}{2^{12}} = 0,3\text{mV}$ .

**Question 8** Dans ces conditions, donner des deux hypothèses principales qu'il faut faire pour pouvoir utiliser un modèle de système linéaire continu invariant.

**Correction – UPSTI**

Il faut faire l'hypothèse que la période d'échantillonnage soit faible vis-à-vis de la rapidité de la grandeur à asservir (pour la validité du modèle système continu). De plus, il faut faire l'hypothèse que le pas de quantification est très faible par rapport à l'étendue de mesure de la grandeur à asservir (pour la validité du modèle linéaire).

### 2.1.3 Asservissement en vitesse

**Question 9** Exprimer par un modèle du premier ordre sous forme canonique la fonction de transfert  $H_{\text{moteur}}(p)$  du moteur, et identifier ses paramètres.

**Correction – UPSTI**

$$H(p) = \frac{0,00406}{1 + 0,34p}.$$

Il manque un gain d'adaptation, en amont du comparateur, pour que le système soit asservi sur la vitesse angulaire de la roue.

**Question 10** Déterminer le gain d'adaptation à mettre en amont du comparateur, afin que le système soit asservi sur la vitesse angulaire de la roue.

**Correction** Dans ces conditions, l'écart en sortie du premier comparateur doit être nul lorsque l'entrée et la sortie sont égaux. On a donc  $\varepsilon(p) = \Omega_c(p)K_{\text{Adapt}} - \Omega_m(p)K_C C_{\text{CAN}} = \Omega_c(p)K_{\text{Adapt}} - \frac{\Omega_c(p)}{K_{\text{red}}} K_C C_{\text{CAN}}$ . Il faut donc  $K_{\text{Adapt}} = \frac{K_C C_{\text{CAN}}}{K_{\text{red}}}$

**Question 11** Calculer la fonction de transfert  $\frac{\Omega_{\text{roue}}(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.

**Correction** En tenant compte du gain d'adaptation :  $\frac{\Omega_{\text{roue}}(p)}{\Omega_c(p)} = K_{\text{Adapt}} K_{\text{red}} \frac{C_v(p) C_{\text{N}} A H_{\text{moteur}}(p)}{1 + C_v(p) C_{\text{N}} A H_{\text{moteur}}(p)}$

$$= K_{\text{Adapt}} K_{\text{red}} \frac{K_v \frac{K_m(p)}{1 + \tau_m p}}{1 + K_v \frac{K_m(p)}{1 + \tau_m p}} = K_{\text{Adapt}} K_{\text{red}} \frac{K_v K_m}{1 + \tau_m p + K_v K_m} = \frac{K_{\text{Adapt}} K_{\text{red}}}{K_v K_m + 1} \frac{K_v K_m}{1 + \frac{\tau_m}{K_v K_m + 1} p}$$

$$= \frac{\frac{K_C C_{\text{CAN}}}{K_{\text{red}}} K_{\text{red}}}{K_v K_m + 1} \frac{K_v K_m}{1 + \frac{\tau_m}{K_v K_m + 1} p} = \frac{K_C C_{\text{CAN}}}{K_v K_m + 1} \frac{K_v K_m}{1 + \frac{\tau_m}{K_v K_m + 1} p}$$

**Question 12** Exprimer les conditions pour avoir des valeurs d'erreur statique en position et en vitesse inférieures à 1%. Proposer un moyen d'obtenir ces erreurs statiques nulles.

**Correction** Le système est de classe 0. Le gain de la BO est donné par  $K_{\text{BO}} = K_v K_m$ . L'écart statique est donc donné par  $\varepsilon_s = \frac{1}{1 + K_v K_m K_c}$ . L'erreur de trainage est infinie.  $\varepsilon_s < 0,01$  si  $\frac{1}{1 + K_v K_m} < 0,01$  et donc  $\frac{1 - 0,01}{0,01 K_m} < K_v$  soit  $K_v > 24384$ .

### 3 Étude du comportement sur terrain accidenté

**Objectif** L'objectif de cette partie est de valider les performances d'agilité et de franchissement d'obstacle du système sur des terrains non structurés avec difficultés topologiques (pentes, obstacles). On souhaite vérifier les critères suivants du cahier des charges :

Critère	Valeur
Masse maximale des composants modulaires	200 kg
Pente maximale du sol	40°
Hauteur maximale d'un obstacle	400 mm

#### 3.1 Modélisation du châssis

**Objectif** Dans cette sous-partie, on établit un modèle statique du châssis de ROBOVOLC.

**Question 13** Déterminer le nombre de mobilités du modèle du système.

**Correction** — UPSTI

- 6 mobilités : 6 pivots de roues liées à la rotation des roues par rapport à leur axe.
- Liaison appui plan de l'ensemble par rapport au sol et donc 2 translations et une rotation de l'ensemble par rapport au sol : 3 mobilités.
- Rotations en  $R_z$  des ensembles AAV ou AAR par rapport à EC : 2 mobilités
- Rotations simultanées de AAR et AAV par rapport à EC en  $R_y$ . (Une seule mobilité)

Au total : 12 mobilités.

**Question 14** Montrer que le modèle est isostatique. Conclure quant à la capacité du châssis à maintenir les roues au contact du sol en toute circonstance.

### Correction – UPSTI

On peut utiliser ici directement les formules de calcul du degré d'hyperstatisme. En calculant à partir des relations cinématiques :

- Nombre cyclomatique  $\mu = 16 - 12 + 1 = 5$
- Nombre de mobilités  $m = 12$
- Inconnues cinématiques  $I_c = 6 \times 5 + 2 \times 2 + 8 \times 1 = 42$

Le degré d'hyperstatisme est donc égal à :  $h = 12 + 30 - 42 = 0$ . Le système est isostatique.

En calculant à partir des inconnues de statique :

- Nombre de pièces  $p = 12$ .
- Nombre de mobilités  $m = 12$ .
- Inconnues cinématiques  $I_s = 6 \times 1 + 2 \times 4 + 8 \times 5 = 54$ .

Le degré d'hyperstatisme est donc égal à :  $h = 12 - 66 + 54 = 0$ .

Le système est isostatique

**Question 15** Proposer un modèle de liaison parfaite pour le contact roue-sol qui permet de tenir compte, dans une étude de statique sans glissement, du frottement longitudinal et transversal. Peut-on calculer toutes les inconnues statiques de liaison dans ce cas ?

### Correction – UPSTI

La liaison parfaite qui permet de tenir en compte dans une étude de statique sans glissement à la fois des efforts normaux, du frottement longitudinal et du frottement transversal est une liaison rotule. Il faudrait alors modéliser les 6 contacts entre les roues et le sol par des liaisons rotule pour résoudre.

**Dans ce cas, le degré d'hyperstatisme est modifié :**

12 inconnues de liaison sont supprimées, mais seule une mobilité (rotations simultanées autour de AAC et AAV autour de EC) subsiste. Le système est hyperstatique de degré 1 et toutes les inconnues de statique ne peuvent être déterminées.

**Question 16** Indiquer s'il est possible de déterminer, par une analyse statique globale, les différentes actions  $N_{AV}$ ,  $T_{AV}$ ,  $N_C$ ,  $T_C$ ,  $N_{AR}$ ,  $T_{AR}$ . Justifier la réponse.

## 3.2 Comportement en pente et stabilité

**Objectif** Dans cette sous-partie, on analyse le comportement en pente et la stabilité statique de la plateforme.

**Question 17** Dans la configuration  $\alpha = 0^\circ$  (pente nulle), justifier la répartition des efforts normaux suivante :  $N_{AV} = N_{AR} = mg$ ,  $N_C = Mg$ .

### Correction – UPSTI

Par symétrie du système, on peut commencer par remarquer que le centre de gravité du système est situé en  $G_c$ . On isole tout l'ensemble en équilibre et on applique le Principe Fondamental de Statique.

Le Théorème de la Résultante est projeté sur  $\vec{z}$ . Le Théorème du Moment Statique est appliqué au point  $P_c$  en projection sur  $\vec{y}$ .

On obtient alors les relations suivantes : 
$$\begin{cases} N_{AV} + N_C + N_{AR} - (M + 2m)g = 0 \\ aN_{AV} - aN_{AR} = 0. \end{cases}$$
 Ensuite, par identification, on obtient  $N_{AV} = N_{AR} = mg$  et  $N_C = Mg$ .

**Question 18** Déterminer, en fonction des données géométriques, la hauteur  $h$  limite des centres de gravité avant basculement du système sur une pente inclinée d'un angle  $\alpha$ . En déduire la valeur limite de  $h$  à respecter pour satisfaire le cahier des charges, puis faire l'application numérique et conclure. On donne  $\tan 50^\circ \simeq 1,2$ .

### Correction – UPSTI

On commence par étudier les configurations possibles de basculement :

- Basculement de ENSAV autour de B.
- Basculement de ENSAV et ENSC simultanément.

Le basculement débutera donc obligatoirement par le basculement de la partie avant du véhicule. A l'aide de considérations graphiques, il est possible de dire que le basculement débutera lorsque les efforts de pesanteur sur ENSAV seront « à droite » de B.

La situation limite de basculement est tracée ci-contre (l'effort de pesanteur passe par le point  $B$ ). On lit directement sur la figure en utilisant les données du schéma :  $\tan \alpha = \frac{AB}{AG_{AV}} = \frac{a-b}{h}$ .

La hauteur limite des centres de gravité avant basculement dans une pente  $\alpha$  est donc :  $h_{\lim} = \frac{a-b}{\tan \alpha}$ .

Le cahier des charges impose de monter des pentes de  $50^\circ$ , on obtient donc une hauteur limite  $h$  après application numérique :  $h_{\lim} = 0.6/1.2 = 0,5 \text{ m}$ .

**Deuxième méthode :** En isolant ENSAV et en appliquant le Principe Fondamental de la Statique, on pourra résoudre sachant qu'à la limite du basculement,  $N_{AV}$  est connu et vaut 0.

- Théorème de la résultante sur  $\vec{x}$  :  $T_{AV} + X_{\text{ensc-ensav}} - mg \sin \alpha = 0$
- Théorème de la résultante sur  $\vec{z}$  :  $N_{AV} + Y_{\text{ensc-ensav}} - mg \cos \alpha = 0$ .
- Théorème du Moment sur  $\vec{y}$  au point  $B$  :  $-mgh \sin \alpha + mg(a-b) \cos \alpha N_{AV}(a-b) - T_{AV}h = 0$ .

À la limite du basculement, les efforts sur la roue avant sont nuls et l'équation de moment devient :  $-mgh_{\lim} + mg(a-b) \cos \alpha = 0$  soit encore  $h_{\lim} = \frac{a-b}{\tan \alpha}$ .

Dans la question suivante, on fait l'hypothèse (notée HYP1) de limite de glissement au contact entre le sol et la paire de roues de l'ensemble ENSC le plus chargé. On note  $\mu$  le coefficient de frottement.

**Question 19** Montrer que l'hypothèse HYP1 permet de calculer l'ensemble des efforts de contact roue-sol dans la configuration  $\alpha \neq 0$  (le calcul n'est pas demandé). Quelle équation permet de démontrer que  $N_{AV} \neq N_{AR}$  dans cette configuration ?

#### Correction – UPSTI

Dans le cas où les 3 coefficients de frottement ne sont pas connus, on a démontré qu'il n'était pas possible de résoudre, car il nous manquait une équation. Avec l'HYP1, la résolution devient possible puisque l'on rajoute une équation de comportement. L'écriture du Théorème du Moment Statique appliqué au point  $P_c$  permet de démontrer l'inégalité  $N_{AV} \neq N_{AR}$ .

### 3.3 Franchissement d'un obstacle

**Objectif** Dans cette sous-partie, on étudie le franchissement par ROBOVOLC d'un obstacle en analysant les différentes phases du franchissement en terme d'efforts sur les roues.

**Question 20** Pour chacune des trois phases, donner les deux équations obtenues par le théorème de la résultante statique selon  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$ . Les autres équations de statique ne sont pas demandées.

#### Correction – UPSTI

- **Phase 1 :**
  - TRS en  $\vec{x}$  :  $-N_{AV} + T_C + T_{AR} = 0$
  - TRS en  $\vec{z}$  :  $T_{AV} + N_C + N_{AR} - (2m + M)g = 0$
- **Phase 2 :**
  - TRS en  $\vec{x}$  :  $T_{AV} - N_C + T_{AR} = 0$
  - TRS en  $\vec{z}$  :  $N_{AV} + T_C + N_{AR} - (2m + M)g = 0$
- **Phase 3 :**
  - TRS en  $\vec{x}$  :  $T_{AV} + T_C - N_{AR} = 0$
  - TRS en  $\vec{z}$  :  $N_{AV} + N_C + T_{AR} - (2m + M)g = 0$

**Question 21** Identifier les plages temporelles des diagrammes où ont lieu chacune des phases 1, 2 et 3. Indiquer également à quoi correspondent les autres phases des diagrammes, et préciser l'origine des sauts d'effort observés.

#### Correction – UPSTI

Pour  $t \in [1;2] \text{ s}$  : phase 1 ; pour  $t \in [3;4] \text{ s}$  : Phase 2 ; Pour  $t \in [5;6] \text{ s}$  : Phase 3. Remarque : Une erreur s'est glissée dans le document Annexe 2. Il faut lire  $\mu=2$ , et non 0,2. Les autres phases correspondent à des états transitoires lorsqu'aucune roue ne touche les marches verticales.

**Question 22** Expliquer pourquoi, sous l'hypothèse HYP2, il n'est pas possible de franchir l'obstacle avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,5$ .

**Correction – UPSTI**

Avec l'hypothèse  $\mu = 0,5$ , la condition sur la roue avant et sur la roue arrière entre 3 et 4 s impose  $T_{AV} > 0,5 \cdot N_{AV}$  et  $T_{AR} > 0,5 \times N_{AR}$ , ce qui est impossible. Donc, il n'est pas possible de franchir l'obstacle avec un tel coefficient de frottement.

### 3.4 Sélection des couples optimaux

**Objectif** Dans cette sous-partie, on met en place un algorithme de calcul des couples optimaux à appliquer à chaque roue.

**Question 23** Donner la relation entre le couple moteur  $C_m$  et les autres actions extérieures.

**Correction – UPSTI**

On effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures Appliquées à la roue :

- Action de la plateforme sur la roue (liaison pivot d'axe  $\vec{y}$ );
- Action du moteur  $\vec{C}_m = C_m \vec{y}$ ;
- Action résistante  $\vec{M}_r = -kN \vec{y}$ ;
- Action du sol sur la roue :  $\vec{F}_{\text{sol} \rightarrow \text{roue}}$ .

On applique le Théorème du Moment Statique au centre de la roue et on obtient :  $C_m - M_r - T \frac{D}{2}$ .

**Question 24** Conclure sur la valeur de couple à retenir pour le dimensionnement des moteurs, et remettre en cause l'utilisation de l'hypothèse HYP2 pour ce dimensionnement.

**Correction – UPSTI**

Le couple maximal à retenir pour les moto-réducteurs est de 120 Nm. L'hypothèse d'une valeur maximale (limite de glissement) pour la seule roue montant l'obstacle entraîne une surestimation de  $C_m$ . En réalité, il est possible que les trains avant et arrière soient plus ou moins chargés dans cette configuration.

On cherche à présent la meilleure répartition du couple sur chaque roue, minimisant la puissance motrice tout en évitant le glissement.

**Question 25** Proposer un algorithme de répartition du couple sur chaque roue, qui serait une alternative à l'hypothèse HYP2 et permettrait de sélectionner des couples optimaux.

**Correction – UPSTI**

On peut par exemple calculer les couples résistants en prenant comme hypothèse un rapport  $\frac{T}{N}$  constant sur les différents trains, ce qui aurait tendance à équilibrer la charge sur les différents trains. Si l'on veut réellement limiter les couples moteurs, il faudrait faire la démarche inverse et atteindre la limite du glissement pour les roues les moins chargées.

### 3.5 Asservissement en couple – contrôle de traction

**Objectif** Dans cette sous-partie, on étudie l'asservissement en couple des moteurs utilisé pour limiter le glissement. Le cahier des charges à respecter est le suivant :

Critère	Valeur
Dépassement autorisé	inférieur à 5 %
Temps de réponse à 5 %	inférieur à 9 ms

**Question 26** Énoncer, en justifiant, les hypothèses permettant de négliger les termes  $L$  et  $f$  pour cette modélisation du moteur par une fonction de transfert du premier ordre.

### Correction – UPSTI

Le modèle de connaissance est du second ordre. Or il nous est fourni un modèle du premier ordre. Cela signifie que le coefficient d'amortissement  $\xi$  est supérieur à 1. Par conséquent la fonction de transfert du second ordre peut s'écrire comme un produit de 2 premiers ordres. On a alors :  $H_{\text{mot}}(p) = \frac{K_c}{K_c K_e + R f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R J + L f}{K_c K_e + R f} p + \frac{L J}{K_c K_e + R f} p^2}$

Si le coefficient de frottement est très faible (le couple dû aux frottements visqueux est très faible devant le couple électromagnétique), alors on peut considérer  $f \simeq 0$ . On a alors :  $H_{\text{mot}}(p) = \frac{1}{K_e} \frac{1}{1 + \frac{R J}{K_c K_e} p + \frac{L J}{K_c K_e} p^2}$

L'inductance  $L$  étant généralement faible (la tension aux bornes de l'inductance faible vis-à-vis des tensions électriques présentes dans le montage), on peut considérer  $L \simeq 0$ . Donc, on retrouve bien un modèle simplifié du 1er ordre tel que proposé.

On néglige dans un premier temps la boucle d'anticipation ( $C_{\text{ff}} = 0$ ) et on prend  $C_{\text{fb}}(p) = K_{\text{fb}} + \frac{I_{\text{fb}}}{p}$ .

**Question 27** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

### Correction – UPSTI

$$H_{\text{mot}}(p) = \frac{0,265}{0,4p + 200} = \frac{\frac{0,265}{200}}{1 + \frac{0,4}{200}p} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

$$\text{et } \frac{C_s(p)}{C_c(p)} = \frac{C_{\text{fb}}(p)H_{\text{mot}}(p)}{1 + C_{\text{fb}}(p)H_{\text{mot}}(p)} = \frac{1 + \frac{K_{\text{fb}}}{I_{\text{fb}}}p}{1 + \frac{K K_{\text{fb}} + 1}{K I_{\text{fb}}}p + \frac{\tau}{K I_{\text{fb}}}p^2}$$

La ?? représente l'évolution du dépassement et du temps de réponse à 5% en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$ .

**Question 28** En s'aidant de la ??, exprimer les conditions sur les paramètres  $K_{\text{fb}}$  et  $I_{\text{fb}}$  permettant de respecter le cahier des charges.

### Correction – UPSTI

Les paramètres du modèle élaboré en question précédente sont les suivants :

- $\xi = \frac{1}{2} \frac{K K_{\text{fb}} + 1}{K I_{\text{fb}}} \sqrt{\frac{K I_{\text{fb}}}{\tau}}$
- $\omega_0 \sqrt{\frac{K I_{\text{fb}}}{\tau}}$

Pour respecter le cahier des charges, il faut que  $\xi \geq 0,7$  et  $\omega_0 \geq 333 \text{ rad/s}$ .

Les conditions traduites sur  $I_{\text{fb}}$  et sur  $K_{\text{fb}}$  donnent :

$$\frac{K}{\tau} \omega_0^2 \leq I_{\text{fb}} \text{ soit } I_{\text{fb}} \geq 16,7 \times 10^5.$$

$$\frac{2\xi I_{\text{fb}}}{\tau} - 1$$

$$\frac{\omega_0}{K} > K_{\text{fb}} \text{ relation dont le résultat dépend de la valeur choisie pour } I_{\text{fb}}.$$

**Question 29** Calculer la valeur du dépassement et le temps de réponse.

### Correction – UPSTI

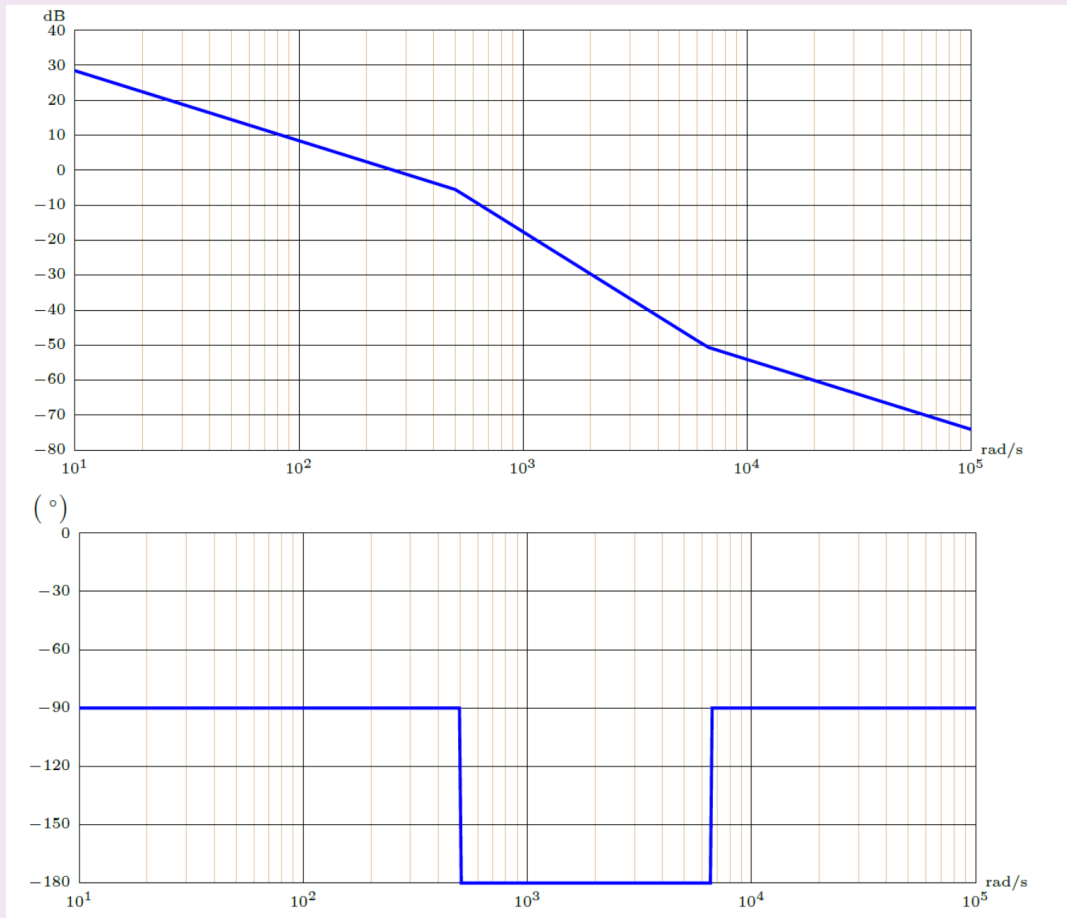
Dans le cas avec le jeu de paramètre correct, on a :  $\omega_0 \simeq 365 \text{ rad/s}$ ,  $\xi \simeq 0,701$ .

Donc, d'après les courbes on trouve :  $t_{R5\%} = 8 \text{ ms}$ .

**Question 30** Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte. Discuter des marges de gain et de phase.

**Correction – UPSTI**

La fonction de transfert en Boucle Ouverte s'exprime ainsi :  $FTBO(p) = C_{fb}(p)H_{mot}(p) = \left(30 + \frac{200 \times 10^3}{p}\right) \frac{0,265}{0,4p + 200} = 265 \left(1 + \frac{p}{6667}\right) \frac{1}{1 + p/500}$ .



La marge de gain est infinie (ou non définie) car la phase n'atteint jamais  $-180^\circ$ .

La marge de phase est nécessairement positive, car la phase est strictement supérieure à  $-180^\circ$ . Donc le système est bien stable en boucle fermée.

On considère à présent la structure d'asservissement complète, avec le correcteur  $C_{ff}(p)$ .

**Question 31** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée du système en fonction de  $H_{mot}(p)$ ,  $C_{fb}(p)$  et  $C_{ff}(p)$ .

**Correction – UPSTI**

$$\frac{C_S(p)}{C_C(p)} = \left(1 + \frac{C_{ff}(p)}{C_{fb}(p)}\right) \frac{H_{mot}(p)C_{fb}(p)}{1 + H_{mot}(p)C_{fb}(p)}$$

**Question 32** Que se passe-t-il si le correcteur vaut  $C_{ff}(p) = \frac{1}{H_{mot}(p)}$  ? Quel est l'intérêt et le risque ?

**Correction – UPSTI**

En admettant que l'on puisse réaliser un tel système (en fait, le système étant composé d'un gain et d'un dérivateur pur, il faudrait rajouter du filtrage afin d'avoir un système causal), on obtient après simplification :

$$\frac{C_S(p)}{C_C(p)} = \left(1 + \frac{C_{ff}(p)}{C_{fb}(p)}\right) \frac{H_{mot}(p)C_{fb}(p)}{1 + H_{mot}(p)C_{fb}(p)} = 1$$

L'intérêt théorique d'un tel système est donc évident puisqu'il s'agit d'un système dont la réponse correspond parfaitement à la consigne. Cependant, pour y parvenir, il faut parfaitement maîtriser les paramètres du modèle



du moteur  $H_{\text{mot}}(p)$ .

Un risque est donc de ne pas avoir un modèle suffisamment précis de  $H_{\text{mot}}(p)$  et donc d'avoir des réactions imprévisibles et non désirées du correcteur.

Un autre écart entre la théorie et la réalisation pratique du correcteur est lié à la saturation de la commande. Un tracé de la réponse du système à un échelon de commande réalisé avec le correcteur théorique (modèle fourni dans ce dossier) montre la commande théorique du système.

Pour une fonction de transfert  $C_{fb}(p)$  fixée, on considère le correcteur  $C_{ff}(p)$  comme un gain proportionnel variable. Les courbes de réponse pour différentes valeurs de ce gain proportionnel sont données dans l'Annexe 3.

**Question 33** Quelles conclusions peut-on en tirer sur l'effet du correcteur  $C_{ff}(p)$  ?

**Correction – UPSTI**

Ce correcteur a tendance à améliorer la rapidité sans trop dégrader la stabilité. Les critères de rapidité (temps de réponse à 5%) et de stabilité (dépassement autorisé) sont respectés, voire même améliorés pour  $C_{ff} = 100$ .

## 4 Étude de l'action de préhension

**Objectif** L'objectif de cette partie est de valider les performances de serrage de la pince et de vérifier les critères suivants du cahier des charges.

Critère	Valeur
Diamètre des objets à saisir entre	40 mm et 300 mm
Masse maximale des objets à saisir	2,5 kg

### 4.1 Actions mécaniques dans la pince

**Objectif** Dans cette sous-partie, on établit la transmission des actions mécaniques entre l'actionneur et l'effecteur et on quantifie les actions à fournir par l'actionneur pour respecter le cahier des charges.

**Question 34** Dans cette question uniquement, on considère le système formé par les pièces 0, 3, 4 et 5. Déterminer degré d'hyperstatisme du modèle. S'il est hyperstatique, proposer une ou plusieurs modifications de liaisons pour le rendre isostatique.

**Correction** Dans cette configuration on a :

- $m = 1$  : mobilité du parallélogramme;
- $E_S = 6 \times 3 = 18$ ;
- $I_S = 4 \times 5 = 20$  : 4 liaisons pivot.

Au final :  $h = m - E_S + I_S = 1 - 18 + 20 = 3$ . Il suffit de remplacer une liaison pivot par une liaison sphère-cylindre.

**Question 35** Tracer le graphe de liaisons. Déterminer degré d'hyperstatisme du modèle complet.

**Correction** •  $m = 2$  : mobilité du parallélogramme commandé et du galet 6 (rotation propre);

- $E_S = 6 \times 6 = 36$ ;
- $I_S = 6 \times 5 + 1 \times 6 + 3 + 2 = 41$  : 6 liaisons pivot, 1 glissière, 1 rotule, 1 cylindre plan.

Au final :  $h = m - E_S + I_S = 2 - 36 + 41 = 7$ .

**Question 36** Donner le lien entre les angles  $\alpha$  et  $\beta$ , ainsi que l'expression de ces angles en fonction du rayon  $R$  de l'objet et des données géométriques.

**Correction** Une fermeture géométrique angulaire dans le triangle  $CEH$  donne immédiatement :  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ .

Une fermeture géométrique linéaire permet de déterminer la relation entre  $\alpha$  (ou  $\beta$ ),  $R$  et les dimensions du mécanisme. On trouve (en projetant sur l'axe  $\vec{x}$ ) : 
$$\begin{cases} R = d + l_4 \cos \beta - l_5 - l_6 \\ R = d + l_4 \sin \beta - l_5 - l_6 \end{cases}$$

**Question 37** Montrer que la liaison équivalente entre le mors 5 et l'objet à saisir est une liaison ponctuelle de normale  $(S, \vec{y}_p)$ . Cette liaison équivalente sera utilisée dans la suite de cette partie.

**Correction** Les liaisons étant en série, il est plus direct de passer par les torseurs cinématiques. Nous avons ici l'association d'une liaison rotule et d'une liaison appui plan en série  $\{\mathcal{V}(5/\text{objet})\} = \{\mathcal{V}(5/6)\} + \{\mathcal{V}(6/\text{objet})\}$ .

$$\{\mathcal{V}(5/\text{objet})\} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{x56} \vec{x}_p + \omega_{y56} \vec{y}_p + \omega_{z56} \vec{z}_p \\ 0 \end{array} \right\}_Q + \left\{ \begin{array}{c} \omega_{y60} \vec{y}_p \\ V_x \vec{x}_p + V_z \vec{z}_p \end{array} \right\}_Q = \left\{ \begin{array}{c} \omega_x \vec{x}_p + \omega_y \vec{y}_p + \omega_z \vec{z}_p \\ V_x \vec{x}_p + V_z \vec{z}_p \end{array} \right\}_Q$$

Il s'agit du torseur d'une liaison ponctuelle de normale  $(Q, \vec{y}_p)$ , la forme du torseur est maintenue sur la droite  $(Q, \vec{y}_p)$ , la liaison peut donc s'exprimer également comme une ponctuelle de normale  $(S, \vec{y}_p)$ .

**Question 38** Donner l'orientation de l'effort dans les liaisons pivot situées en B et en E.

**Correction** Les solides 2 et 4 sont soumis chacun à 2 glisseurs, par conséquent, les directions des efforts en B et E sont respectivement  $\vec{AB}$  et  $\vec{EH}$ .

**Question 39** Par une étude statique, on peut montrer que les efforts  $F_p$ ,  $F_S^x$  et  $F_S^y$  sont liés par la relation  $F_p = K (\tan \beta F_S^y - F_S^x)$  où l'expression la constante K s'exprime en fonction de  $\ell_2$  et  $\ell_4$ . Proposer une stratégie (isolement, théorèmes utilisés, point d'application si nécessaire, projection) permettant d'établir cette relation. On s'appuiera sur le graphe de liaison établi précédemment.

**Correction**

2 - Isoler {2}. Obtenir la direction de  $\vec{F}_{12}$  et  $\vec{F}_{23}$ .  
Le solide 2 est soumis à 2 forces  $\vec{F}_{12}$  et  $\vec{F}_{23}$ . La direction de ces deux forces est la droite (EH).  
En introduisant les paramètres géométriques de la pince, on obtient en projetant dans le repère  $R_p$   
 $\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{pmatrix} F_{12} \sin \beta \\ F_{12} \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}_{R_p}$  et  $\{T_{3 \rightarrow 2}\} = \begin{pmatrix} F_{23} \sin \beta \\ F_{23} \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}_{R_p}$

1 - Isoler {1}. Déterminer complètement  $\vec{F}_{21}$  en fonction de  $F_p$  et des paramètres géométriques.  
Par application du théorème de la résultante statique en projection sur  $\vec{x}_p$ , on obtient directement la relation suivante :  
 $F_p + F_{21} \sin \beta = 0$  soit  $F_p = -F_{21} \sin \beta$

3 - Isoler {2+3}, obtenir une relation entre  $F_{53}$ ,  $F_p$  et les paramètres géométriques.  
En utilisant le résultat précédent, on peut remplacer  $F_{12} \sin \beta = F_p$ .  
Pour faire apparaître la relation souhaitée, on écrit le théorème du moment statique au point C en projection sur  $\vec{z}_p$ .  
Pour les calculs, il me semblait beaucoup plus aisé d'utiliser une lecture directe des bras de levier sur le schéma plutôt que de détailler le calcul vectoriel.

La relation obtenue est alors la suivante :  $\ell_4 \cos \beta X_{53} + \ell_4 \sin \beta Y_{53} + 2\ell_2 \sin \beta \cdot F_p / \tan \beta = 0$   
Soit  $\ell_4 X_{53} + \ell_4 \tan \beta Y_{53} + 2\ell_2 F_p = 0$

4 - Isoler {4}, obtenir la direction de  $\vec{F}_{54}$  et  $\vec{F}_{54}$ .  
Le solide 4 est soumis à 2 forces  $\vec{F}_{04}$  et  $\vec{F}_{54}$ . La direction de ces deux forces est la droite (AB).  
En introduisant les paramètres géométriques de la pince, on obtient en projetant dans le repère  $R_p$   
 $\{T_{0 \rightarrow 4}\} = \begin{pmatrix} -F_{04} \sin \beta \\ F_{04} \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}_{R_p}$  et  $\{T_{5 \rightarrow 4}\} = \begin{pmatrix} -F_{54} \sin \beta \\ F_{54} \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}_{R_p}$

5 - Isoler {5+6}, obtenir  $F_{54}$ ,  $X_{35}$ ,  $Y_{35}$ , en fonction de  $F_S^x$ ,  $F_S^y$  et des paramètres géométriques.  
En écrivant le Théorème du Moment Statique au point B cette fois :  
 $\ell_2 Y_{35} - \ell_5 F_S^y - (\ell_5 + \ell_6) F_S^x = 0$   
On résout :  
 $Y_{35} = \frac{\ell_5 F_S^y + (\ell_5 + \ell_6) F_S^x}{\ell_2}$

En appliquant maintenant le Théorème de la Résultante Statique :  
 $Y_{35} + F_{45} \cos \beta - F_S^y = 0$  soit  $F_{45} = \frac{F_S^y - Y_{35}}{\cos \beta}$   
 $X_{35} - F_{45} \sin \beta + F_S^x = 0$

Soit  $X_{35} = \frac{F_S^y - Y_{35}}{\cos \beta} \sin \beta - F_S^x = (F_S^y - Y_{35}) \tan \beta - F_S^x$   
 $X_{35} + Y_{35} \tan \beta = F_S^y \tan \beta - F_S^x$

A partir de la relation obtenue précédemment :

$$X_{53} + \tan \beta Y_{53} = -2 \frac{\ell_2}{\ell_4} F_p$$

$$\text{Soit } X_{35} + \tan \beta Y_{35} = 2 \frac{\ell_2}{\ell_4} F_p$$

On obtient finalement par identification la relation suivante :

$$F_S^y \tan \beta - F_S^x = 2 \frac{\ell_2}{\ell_4} F_p$$

$$F_p = (F_S^y \tan \beta - F_S^x) \frac{\ell_4}{2\ell_2}$$

On trouve effectivement que l'effort  $F_p$  est indépendant de  $L_5$ . Ceci est intéressant car quel que soit le point d'accroche S de l'objet dans la pince, l'effort est identique.

**Question 40** Commenter ce graphe, en particulier pour les valeurs extrêmes du rayon R.

**Correction** On remarque que :

- quand  $R$  est grand, l'effort  $F_p$  est quasi-indépendant de l'effort normal  $F_S^y$  de la pince sur l'objet.
- quand  $R$  est petit, l'effort  $F_p$  dépend quasi-uniquement de l'effort normal  $F_S^y$ . La capacité de préhension est fortement diminuée pour des petits rayons.

**Question 41** En supposant un modèle de frottement de Coulomb (le coefficient de frottement est noté  $f$ ), montrer que l'objet peut être saisi et soulevé sans aucune action de poussée  $F_p$  du moteur lorsque le rayon de l'objet est tel que  $R \geq R_{\min}$ . On précisera l'expression de  $R_{\min}$ , on donnera sa valeur pour  $f = 2$ , et on commentera ce caractère particulier de la pince en donnant un avantage et un inconvénient.

**Correction** En supposant un modèle de frottement de Coulomb, on a à la limite de l'adhérence (action de l'objet 6 sur le cône de frottement)  $|F_S^x| = f|F_S^y|$ . L'effort  $F_p$  est nul lorsque  $\tan \beta = f$ . Dans ces conditions, le rayon  $R = R_{\min} = d + l_4 \sin(\tan^{-1} f) - l_5 - l_6$ .

**Question 42** Pour  $R < R_{\min}$ , donner la relation entre l'effort de poussée  $F_p$  et la masse  $m_{\text{objet}}$  de l'objet à saisir, ainsi qu'entre l'effort de poussée  $F_p$  et l'effort de serrage  $F_S^y$ . En déduire la valeur de l'effort de poussée maximal à fournir pour respecter le cahier des charges avec  $f = 2$ .

**Correction** Dans le cas où  $R < R_{\min}$  on a :  $F_p = \left( \frac{m_{\text{objet}} g}{3} \tan \beta - f \frac{m_{\text{objet}} g}{3} \right) \frac{l_4}{2l_2}$   
Le cahier des charges impose  $R_{\min} = 0,04$  soit  $\tan \beta = 6$  d'après la figure 24 et  $m_{\text{maxi}} = 2,5 \text{ kg}$   
Dans ces conditions,  $F_p = \left( \frac{2,5 \times 10}{3} \times 6 - \frac{2 \times 2,5 \times 10}{3} \right) \frac{3}{4} = 25 \text{ N}$ .  
Pour les trois doigts, l'effort sera donc de 75 N.

## 4.2 Asservissement de l'effort

**Objectif** Dans cette sous-partie, on étudie l'asservissement en effort de la pince. En lien avec la sous-partie précédente, on se place dans la configuration  $R < R_{\min}$  et on donne la relation  $F_S^y = K_p F_p$ .

**Question 43** Quel est l'intérêt pratique de la régulation mise en place?

**Correction** La régulation en place permet de contrôler l'effort normal et donc de contrôler le non-glissement de l'objet par rapport à la pince.

Pour l'étude en asservissement de la pince, on fixe  $K_p = 2,2$ . On donne les caractéristiques du système suivantes.

**Question 44** En considérant  $P_F = 0$  (perturbation nulle) et  $L = 0$  (inductance nulle), calculer la fonction de transfert  $\frac{F_S^y}{F_c}$  et la mettre sous la forme canonique  $\frac{K}{1 + Ap + Bp^2}$ . Identifier les paramètres  $K$ ,  $A$  et  $B$ .

**Correction** 
$$\frac{F_S^y(p)}{F_c(p)} = \frac{C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} \times \frac{1}{1 + \frac{K_e K_t}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} p + \frac{R J_{eq}}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} p^2}$$
  
Par identification, on obtient :  $K = \frac{C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$  ;  $A = \frac{K_e K_t}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$  ;  $B = \frac{R J_{eq}}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$ .

On souhaite une erreur de position inférieure à 1%.

**Question 45** Calculer la valeur de  $C_f$  permettant de respecter cette contrainte.

**Correction** L'erreur statique  $\varepsilon_p$  pour une entrée en échelon d'amplitude  $F_{c0}$  vaut :

$$\varepsilon_p = (1 - K) F_{c0} = \frac{R}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} F_{c0}.$$

Pour obtenir une erreur inférieure à 1%, il faut :  $C_f > \frac{0,99R}{0,01K_t K_r K_{ve} K_\beta} \simeq 60370$ .

**Question 46** Bien qu'il y ait un intégrateur dans la chaîne directe, indiquer pourquoi l'erreur statique est non-nulle.

**Correction** L'intégrateur est placé après la perturbation (modélisée comme un couple résistant sur le moteur). L'erreur ne peut donc être nulle malgré la présence de l'intégrateur (il y a une perturbation inhérente à l'effort  $F_s^y$ ). On peut aussi dire que la FTBO est de classe 0 (on ne retrouve pas l'intégrateur pur dans l'écriture de la FTBO).

**Question 47** En considérant une valeur du correcteur permettant de valider le critère d'erreur de position, ce critère sera-t-il toujours validé si on ne néglige plus les perturbations ? Comment le démontrer ?

**Correction** La perturbation agissant sur la valeur de l'erreur globale, en l'absence d'intégrateur pur en amont de la perturbation, le critère ne sera plus systématiquement validé. On peut le démontrer par le Théorème de la valeur Finale par exemple.

**Question 48** Le coefficient  $K_\beta$  a-t-il une influence sur l'asservissement ? Pourquoi ne peut-on pas considérer  $K_\beta$  comme une constante ?

**Correction** Le coefficient  $K_\beta$  représente la loi entrée-sortie du mécanisme reliant la position linéaire du vérin et la position de la pince. Cette relation est non-linéaire car elle fait intervenir des fonctions trigonométriques de l'angle  $\beta$ . Bien évidemment, ce coefficient a une influence sur le comportement de l'asservissement et un choix sera fait sur la zone de fonctionnement qui sera linéarisée.

Pour des raisons techniques, il n'est pas possible d'utiliser un capteur d'effort en bout de pince.

**Question 49** Est-il techniquement possible d'asservir le système sans ce capteur d'effort ? Expliquer le raisonnement.

**Correction** Bien qu'il ne soit pas possible de positionner un capteur d'effort, il est possible d'asservir cette grandeur. En effet, il est possible de trouver une grandeur image de l'effort normal par le biais par exemple de la mesure du courant électrique circulant dans l'induit du moteur. Ce courant est une image du couple moteur qui sera lui-même image de l'effort normal. Dans ce contexte, la relation non-linéaire du mécanisme sera une difficulté supplémentaire à surmonter si la mesure est indirecte.

**Question 50** Quel moyen peut-on imaginer afin de limiter le glissement de l'objet ? Expliquer le raisonnement.

**Correction** Afin de limiter le glissement, il faut :

- augmenter l'effort normal (et maîtriser également le rayon de la pièce soulevée) ;
- jouer sur le couple de matériaux en contact afin de maximiser le coefficient d'adhérence.