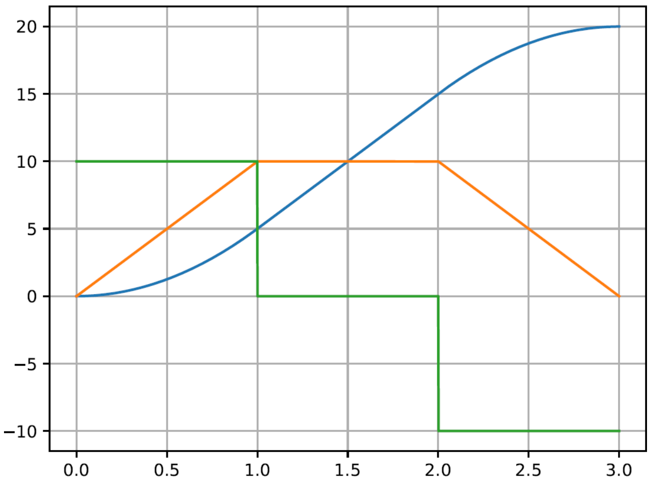
Plateau cyclique & Robot Lola

Questions de TP

Soit un déplacement commandé par un trapèze de vitesse. La distance parcourue est notée L, l'accélération maximale est notée $a_{\max}$ et la vitesse maximale est notée $v_{\max}$.

Question 1 *Tracer les allures de la postion, de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps.*



On souhaite réaliser une distance L en un temps T. On fait l'hypothèse que l'accélération maximale est toujours atteinte. Le temps pour accélérer et décélérer sont identiques. Enfin, on se place dans le cas, où le palier de vitesse ($v_{\max}$ ou v_{F}) sera atteint.

Question 2 *Exprimer les temps t_1 et t_2 (respectivement fins de la phase 1 et de la phase 2) ainsi que la vitesse atteinte V_F en fin de première phase.*

Correction On a :

- $T = t_2 + t_1$
- $t_2 V_F = L$
- $a_{\max} = \dfrac{V_F}{t_1}$.

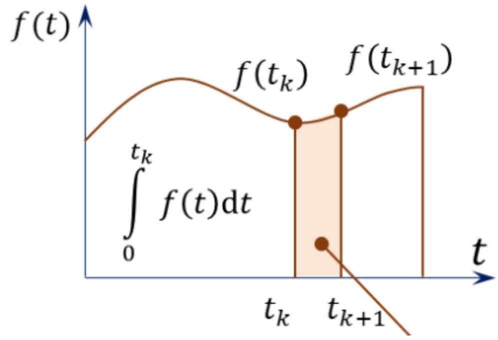
On a donc $T - \dfrac{L}{V_F} - \dfrac{V_F}{a_{\max}} = 0 \Rightarrow T V_F - L - \dfrac{V_F^2}{a_{\max}} = 0 \Rightarrow V_F^2 - T V_F a_{\max} + L a_{\max} = 0 \Rightarrow \Delta = T^2 a_{\max}^2 - 4 L a_{\max}$

On a alors $V_F = \dfrac{T a_{\max} \pm \sqrt{T^2 a_{\max}^2 - 4 L a_{\max}}}{2}$

Soit une liste de temps `les_t` et une liste de vitesses `les_v`.

Question 3 *Donner, en Python, les instructions pemettant de calculer la liste de positions `les_x` en utilisant la méthode des trapèzes. Vous vous appuierez sur un schéma.*

```
def calcule_les_x(les_t:[float], les_v:[float])->[float] :
    les_x = [0]
    x = 0
    for i in range(len(les_t)-1):
        x = x+.5*(les_v[i+1]+les_v[i])*(les_t[i+1]-les_t[i])
        les_x.append(x)
    return les_x
```

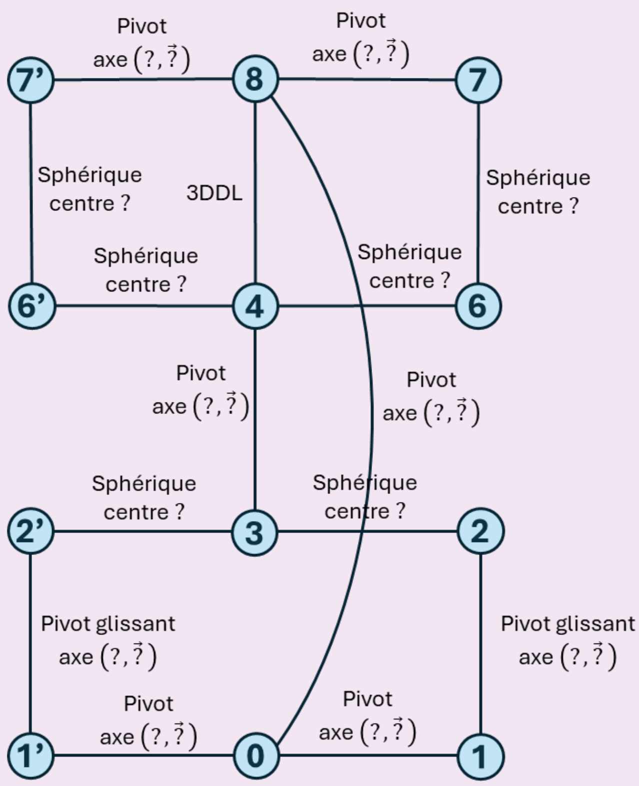


Présentation

1 Etude spatiale du système complet

Question 4 *En supprimant le solide **5**, construire le graphe de structure du mécanisme présenté figure* **??**.

Correction



Le mécanisme ainsi modélisé est isostatique.

Question 5 *À l'aide de la formule de l'hyperstatisme, identifier l'indice de mobilité cinématique qui définit le nombre de paramètres indépendants.Décrire succinctement, les différents mouvements correspondants à l'indice trouvé.*

Correction Méthode cinématique :

- nombre de liaisons : $L = 15$;
- nombre de solides (sommet du graphe) : $S = 12$
- nombre de chaînes fermées indépendantes (nombre cyclomatique) : $\gamma = L\breve{\ }S+1 = 15-12+1 = 4$;
- nombre d'équations de l'étude cinématique : $E_c = 6*\gamma = 24$;
- nombres d'inconnues de l'étude cinématique : $I_c = 2*(3+2+1+3+3+1)+1+1+3 = 31$

La mobilité cinématique mc vaut : $m_c = I_c - E_c - h = 31-24-0 = 7$.
Mouvements associés :

- rotation de l'axe rotor 8 par rapport au bâti 0 (mouvement principal) ;
- déplacement de la tige 2 par rapport au corps 1 (loi de commande du 1er vérin) ;
- déplacement de la tige 2' par rapport au corps 1' (loi de commande du 2eme vérin) ;
- rotation de la tige 2 par rapport au corps 1 (mobilité interne du 1er vérin) ;
- rotation de la tige 2' par rapport au corps 1' (mobilité interne du 2eme vérin) ;
- rotation de la biellette 6 suivant son axe (mobilité interne) ;
- rotation de la biellette 6' suivant son axe (mobilité interne).

2 Etude du bloc orientation du plateau cyclique

Question 6 *Déterminer la mobilité du mécanisme et expliquer la nécessité d'utiliser deux vérins.*

Correction 2 mobilités, donc 2 vérins.

Question 7 *On étudie la loi entrée-sortie du point de vue cinématique autour de la position de référence et on fixe :* $\overrightarrow{V(M,2/1)}\cdot\overrightarrow{y}=+v$ *et* $\overrightarrow{V(M,2'/1')}\cdot\overrightarrow{y}=-v$. *Déterminer* $\overrightarrow{V(E,3/0)}$ *et* $\overrightarrow{\Omega(3/0)}$. *Quel est le mouvement de* ***3*** *par rapport à* ***0****, dans ce cas ?*

Correction D'une part :

- $\overrightarrow{V(E,3/0)}=\overrightarrow{V(F,3/0)}+\overrightarrow{EF}\wedge\overrightarrow{\Omega(3/0)}$
  $=\overrightarrow{V(F,3/0)}+\left(g\overrightarrow{x}+f(t)\overrightarrow{y_1}-e(t)\overrightarrow{y}\right)\wedge\omega(3/0)\overrightarrow{z}$
  $=\overrightarrow{V(F,3/0)}+\left(-g\overrightarrow{y}+f(t)\overrightarrow{x_1}-e(t)\overrightarrow{x}\right)\omega(3/0)$
- $\overrightarrow{V(F,3/0)}=\overrightarrow{V(F,3/2)}+\overrightarrow{V(F,2/1)}+\overrightarrow{V(F,1/0)}$
  $=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{V(F,2/1)}+\overrightarrow{V(G,1/0)}+\overrightarrow{FG}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $=\overrightarrow{V(F,2/1)}+f(t)\overrightarrow{y_1}\wedge\dot{\beta}\overrightarrow{z}$
  $=\overrightarrow{V(F,2/1)}+f(t)\dot{\beta}\overrightarrow{x_1}$.
- $\left(\overrightarrow{V(F,3/0)}+\left(-g\overrightarrow{y}+f(t)\overrightarrow{x_1}-e(t)\overrightarrow{x}\right)\omega(3/0)\right)\cdot\overrightarrow{y}$
  $=\left(\overrightarrow{V(F,2/1)}+f(t)\dot{\beta}\overrightarrow{x_1}+\left(-g\overrightarrow{y}+f(t)\overrightarrow{x_1}-e(t)\overrightarrow{x}\right)\omega(3/0)\right)\cdot\overrightarrow{y}$
  $=\left(v+f(t)\dot{\beta}\sin\beta+\left(-g+f(t)\sin\beta\right)\omega(3/0)\right)$
  $=v-g\omega(3/0)$

De même, d'autre part : $\overrightarrow{V(E,3/0)}\cdot\overrightarrow{y}=-v+g\omega(3/0)$.

On a donc $v-g\omega(3/0)=-v+g\omega(3/0)$ soit $2v=2g\omega(3/0)$ et $\dfrac{v}{g}=\omega(3/0)$

Question 8 *Montrer que l'étude statique est possible dans le cadre d'une modélisation plane.*

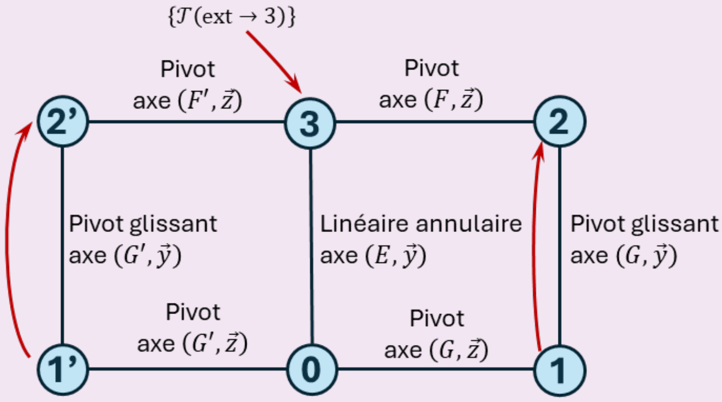
Correction On peut calculer le degré d'hyperstatisme en utilisant la méthode statique : $h=m-E_s+I_s$:

- $m=2$;
- $E_S=5\times3=15$;
- $I_S=4\times2+2\times2+1=13$ respectivement pour les pivots, pivot-glissant puis sphère cylindre ;

$h=0$; donc dans le plan, toutes les inconnues statiques peuvent être déterminées.

Question 9 *Tracer le graphe de structure associé au modèle de la figure* **??**.

Correction



Question 10 *Donner une **méthode** permettant de déterminer l'effort dans les vérins. Aucun calcul n'est demandé ici. On précisera : la (ou les) pièces isolées, les bilans d'actions mécaniques et les équations du PFS à écrire.*

Correction On isole respectivement {1+2+Fluide} puis {1'+2'+Fluide}. Ces deux ensembles sont soumis à 2 glisseurs. Le PFS permet de déterminer la direction de l'action mécanique en F, G, F' et G' (suivant $\overrightarrow{y}$).

On isole 3, soumis l'action de 2, 2', 0 et l'action de l'extérieur. On réalise un TMS en E en projection sur $\overrightarrow{z}$ ainsi qu'un TRS en projection sur $\overrightarrow{y}$.

Question 11 *Mettre en œuvre la méthode permettant de déterminer l'effort dans les vérins.*

Correction On isole 3. Le BAME a été réalisé à la question précédente.

- TMS en E en projection sur $\overrightarrow{z}$: $\overrightarrow{\mathcal{M}(E,2'\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,2\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,0\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,\text{ext}\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}=0$
$\Rightarrow \overrightarrow{\mathcal{M}(E,2'\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,2\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,0\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}+\overrightarrow{\mathcal{M}(E,\text{ext}\to 3)}\cdot\overrightarrow{z}=0\Rightarrow -gF_2'+gF_2+M_E=0$
- TRS en projection sur $\overrightarrow{y}$: $F_2+F_2'+F_x=0$.

$F_2=-F_2'-F_x$ et $-gF_2'+g\left(-F_2'-F_x\right)+M_E=0\Rightarrow -gF_2'-gF_2'-gF_x+M_E=0\Rightarrow F_2'=\dfrac{M_E-gF_x}{2g}$ Au final :

- $F_2'=\dfrac{M_E-gF_x}{2g}$
- $F_2=-\dfrac{M_E-gF_x}{2g}-F_x=\dfrac{-M_E+gF_x-2gF_x}{2g}=-\dfrac{M_E+gF_x}{2g}$.

3 Etude du bloc orientation des pales du rotor

Question 12 *Déterminer* $\overrightarrow{V(P,7/0)}$.

Correction **Méthode 1 – Dérivation**

$\overrightarrow{V(P,7/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[DP\right]_{\mathcal{R}}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[d\overrightarrow{x_8}+L\overrightarrow{x_8}-H\overrightarrow{z_7}\right]_{\mathcal{R}}$

On a $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{x_8}\right]_{\mathcal{R}}=\overrightarrow{\Omega(8/0)}\wedge\overrightarrow{x_8}=\dot\theta^*\overrightarrow{y}\wedge\overrightarrow{x_8}=-\dot\theta^*\overrightarrow{z_8}$.

De plus $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{z_7}\right]_{\mathcal{R}}=\overrightarrow{\Omega(7/0)}\wedge\overrightarrow{z_7}=\left(\dot\theta_7\overrightarrow{x_7}+\dot\theta^*\overrightarrow{y}\right)\wedge\overrightarrow{z_7}=-\dot\theta_7\overrightarrow{y_7}+\dot\theta^*\cos\theta_7\overrightarrow{x_7}$.

Au final, $\overrightarrow{V(P,7/0)}=-\dot\theta^*\overrightarrow{z_8}(d+L)-H\left(-\dot\theta_7\overrightarrow{y_7}+\dot\theta^*\cos\theta_7\overrightarrow{x_7}\right)$

Question 13 *Déterminer* $\overrightarrow{\Gamma(P,7/0)}$.

Correction $\overrightarrow{\Gamma(P,7/0)}$

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{z_8}\right]_{\mathcal{R}}=\overrightarrow{\Omega(8/0)}\wedge\overrightarrow{z_8}=\dot\theta^*\overrightarrow{y}\wedge\overrightarrow{z_8}=\dot\theta^*\overrightarrow{x_8}$.

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{x_7}\right]_{\mathcal{R}} = \overrightarrow{\Omega(7/0)} \wedge \overrightarrow{x_7} = \left(\dot\theta_7\overrightarrow{x_7} + \dot\theta^*\overrightarrow{y}\right) \wedge \overrightarrow{x_7} = \dot\theta^*\overrightarrow{y} \wedge \overrightarrow{x_7} = -\dot\theta^*\overrightarrow{y} \wedge \overrightarrow{z_8}$
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{y_7}\right]_{\mathcal{R}} = \overrightarrow{\Omega(7/0)} \wedge \overrightarrow{y_7} = \left(\dot\theta_7\overrightarrow{x_7} + \dot\theta^*\overrightarrow{y}\right) \wedge \overrightarrow{y_7} = \dot\theta_7\overrightarrow{z_7} + \dot\theta^*\sin\theta_7\overrightarrow{x_7}$

$\overrightarrow{\Gamma(P,7/0)} = -\ddot\theta^*\overrightarrow{z_8}(d+L) - \dot\theta^{*2}\overrightarrow{x_8}(d+L) - H\left(-\ddot\theta_7\overrightarrow{y_7} + \ddot\theta^*\cos\theta_7\overrightarrow{x_7} - \dot\theta^*\dot\theta_7\sin\theta_7\overrightarrow{x_7}\right)$
$-H\left(-\dot\theta_7\left(\dot\theta_7\overrightarrow{z_7} + \dot\theta^*\sin\theta_7\overrightarrow{x_7}\right) + \dot\theta^*\cos\theta_7\left(-\dot\theta^*\overrightarrow{y} \wedge \overrightarrow{z_8}\right)\right)$

4 Données inertielles d'une pale

Question 14 *Déterminer la position du centre d'inertie G_1 de **1** dans le repère $\left(O;\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$.*

Correction La portion 1 est un cylindre $\overrightarrow{OG_1} = -\dfrac{\ell}{2}\overrightarrow{x}$.

Question 15 *Déterminer la masse m_1 du solide **1** et la masse m_2 du solide **2**. On fera l'hypothèse que ce sont tous deux des solides homogènes de masse volumique μ.*

Correction $m_1 = \mu\pi r^2\ell$
$m_2 = \mu\dfrac{1}{2}\pi R^2 L + \mu R H L$

Question 16 *Déterminer la position du centre d'inertie G_2 de coordonnées (a_2, b_2, c_2) de **2** dans le repère $\left(O;\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$.*

Correction La portion 2_a est composée d'un demi cylindre de centre d'inertie G_a. Pour des raisons de symétrie, seule la composante suivant $\overrightarrow{z}$ est à déterminer.

On a donc $m_a\overrightarrow{OG_a}\cdot\overrightarrow{z} = \iint\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{z}\,\mathrm{d}m = \iint\rho\sin\theta\mu\rho\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z = -\mu\dfrac{1}{3}R^3L\left[\cos\theta\right]_0^\pi = 2\mu\dfrac{1}{3}R^3L$

Avec $m_a = \mu\pi R^2/2L$, on a $\overrightarrow{OG_a}\cdot\overrightarrow{z} = \dfrac{4}{3\pi}R$.

On a donc $\overrightarrow{OG_a} = -\left(\ell + \dfrac{L}{2}\right)\overrightarrow{x} + \dfrac{4}{3\pi}R\overrightarrow{z}$.

La portion 2_b es un prisme. On a $\overrightarrow{OG_b} = -\left(\ell + \dfrac{L}{2}\right)\overrightarrow{x} - \dfrac{1}{3}H\overrightarrow{z}$. Elle est de masse $m_b = \mu R H L$.

On a alors $\overrightarrow{OG_2} = \dfrac{m_a\overrightarrow{OG_a} + m_b\overrightarrow{OG_b}}{m_2}$

Question 17 *Donner la position du centre d'inertie G de l'ensemble **1+2** dans le repère $\left(O;\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$.*

Correction $\overrightarrow{OG} = \dfrac{m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2}}{m_1+m_2} = -a\overrightarrow{x} - c\overrightarrow{z}$.

On note $I_P(i) = \begin{pmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ la matrice d'inertie du solide i au point P.

Question 18 *Donner, **en justifiant** la forme de $I_O(1)$, $I_{G_2}(2)$, $I_O(1+2)$.*

Correction

En O il y a une inifinité de plans de symétrie pour 1. De plus, $\overrightarrow{y}$ et $\overrightarrow{z}$ jouent le même rôle. $I_O(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$.

En G_2 il y a 2 plans de symétrie perpendiculaires pour 2 $(G_2\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})$ et $(G_2\overrightarrow{z},\overrightarrow{x})$. $I_{G_2}(2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$.

En O il y a 1 plans de symétrie permendiculaires pour 1+2 $(G_2\overrightarrow{z},\overrightarrow{x})$. $I_O(1+2)=\begin{pmatrix} A_{1+2} & 0 & -E_{1+2} \\ 0 & B_{1+2} & 0 \\ -E_{1+2} & 0 & C_{1+2} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$.

Question 19 *Déterminer $I_O(1+2)$ en fonction des composantes des matrices $I_O(1)$ et $I_{G_2}(2)$ et des grandeurs que vous jugerez utiles. On notera $\overrightarrow{OG_2}=a\overrightarrow{x}+b\overrightarrow{y}+c\overrightarrow{z}$ avec $(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$ (on pourra éventuellement simplifier l'expression de $\overrightarrow{OG_2}$ en fonction des raisonnements précédents).*

Correction On a $\overrightarrow{OG_2}=a\overrightarrow{x}+c\overrightarrow{z}$ et $I_O(2)=I_{G_2}(2)+\begin{pmatrix} m_2c^2 & 0 & -m_2ac \\ 0 & m_2\left(a^2+c^2\right) & 0 \\ -m_2ac & 0 & m_2a^2 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} A_2+m_2c^2 & 0 & -m_2ac \\ 0 & B_2+m_2\left(a^2+c^2\right) & 0 \\ -m_2ac & 0 & C_2+m_2a^2 \end{pmatrix}$

$I_O(1+2)=\begin{pmatrix} A_1+A_2+m_2c^2 & 0 & -m_2ac \\ 0 & B_1+B_2+m_2\left(a^2+c^2\right) & 0 \\ -m_2ac & 0 & C_1+C_2+m_2a^2 \end{pmatrix}$

5 Contrôle de la posture de LOLA

5.1 Modèle du contrôle actif de la position verticale.

Question 20 *Indiquer les fonctions de transfert des blocs $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ et B_7 ainsi que l'expression de la fonction de transfert $H_1(p)$.*

Correction En utilisant l'équation de mouvement, on a $J_{\text{eq}}p^2\alpha(p)-m_1gZ_G\alpha(p)=m_1Z_G\Gamma(p)+\dfrac{C_m(p)}{r}$.

Nécessairement, on a donc $B_1=m_1Z_G$, $B_3=\dfrac{1}{r}$, $B_2=m_1gZ_G$ et $B_7=\dfrac{1}{J_{\text{eq}}}$.

On a de plus $B_4=\dfrac{1}{r}$, $B_5=k_c$, $B_6=k_e$, $H_1(p)=\dfrac{1}{R+Lp}$.

Afin d'analyser la stabilité de cet asservissement, nous cherchons à déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système non-corrigé : $F(p)=\dfrac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ en supposant la perturbation nulle.

Question 21 *Déterminer la fonction de transfert de la boucle dynamique $H_{dyn}(p)=\dfrac{\alpha(p)}{C_m(p)}$ en supposant la perturbation nulle.*

Correction $H_{\text{dyn}}(p)=B_3\dfrac{B_7\dfrac{1}{p^2}}{1-B_2B_7\dfrac{1}{p^2}}=B_3\dfrac{B_7}{p^2-B_2B_7}$

En remplaçant les fonctions de transfert, on a : $H_{\text{dyn}}=\dfrac{1}{r}\dfrac{\dfrac{1}{J_{\text{eq}}}}{p^2-m_1gZ_G\dfrac{1}{J_{\text{eq}}}}=\dfrac{1}{r}\dfrac{1}{J_{\text{eq}}p^2-m_1gZ_G}$

Question 22 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée de l'asservissement $F(p)=\dfrac{\alpha(p)}{U_c(p)}$. Indiquer son ordre, sa classe et donner son gain statique K en fonction des données.*

Correction On décale la boucle de retour vers la droite ce qui ajoute un bloc p dans le retour.

On a donc $F(p) = \dfrac{H_{\text{dyn}}(p)H_1(p)B_5}{1+H_{\text{dyn}}(p)H_1(p)B_5B_4B_6p}$

$= \dfrac{k_c}{\left(J_{\text{eq}}p^2 - m_1 g Z_G\right)\left(R+Lp\right)r + k_c\dfrac{1}{r}k_e p} = \dfrac{k_c}{R\,r\,J_{\text{eq}}p^2 - R\,r\,m_1 g Z_G + L\,r\,J_{\text{eq}}p^3 - m_1 g Z_G L p\,r + \dfrac{k_c k_e}{r}p}$.

Le gain statique est $K = -\dfrac{k_c}{R\,r\,m_1 g Z_G}$. L'ordre est 3 et la classe est nulle.

Question 23 *En analysant les diagrammes de Bode ci-dessus, déterminer les valeurs de τ_1, τ_2 et K. Justifier le tracer des diagrammes de gain et de phase.*

Correction Soit $G(p) = \dfrac{1}{\tau_1 p - 1}\dfrac{1}{\tau_1 p + 1}$.

- Le gain décibel est donné par $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log\left(\sqrt{\tau_1^2\omega^2+1}\right) - 20\log\left(\sqrt{\tau_1^2\omega^2+1}\right)$.
- La phase de G est donnée par $\varphi(\omega) = \arg(1) - \arg\left(j\omega\tau_1 - 1\right) - \arg\left(j\omega\tau_1+1\right)$
  $= -\arg\left(j\omega\tau_1 - 1\right) - \arg\left(j\omega\tau_1+1\right) = -(\pi-\theta) - \theta = -\pi$.

Ainsi, en τ_1, il y a un changement de pente pour le gain et la phase est de $-\pi$. On a donc $\tau_1 \simeq 1\,\text{s}$ et $\tau_2 = \dfrac{1}{10^3} = 0{,}001\,\text{s}$.

De plus $20\log K = -40$; donc $K = 0{,}01$ (en rad/V).

Pour la suite de l'étude, nous simplifierons $F(p)$ sous la forme suivante : $\dfrac{K}{\left(1+\tau_1 p\right)\left(-1+\tau_1 p\right)}$.

Question 24 *Justifier le choix de cette simplification.*

Correction τ_1 est un pôle dominant par rapport à τ_2. Ce modèle est valable pour des pulsations inférieures à 100 rad/s.

Question 25 *Expliquer pourquoi le critère du revers ne peut pas être appliqué pour étudier la stabilité en boucle fermée.*

Correction Pour appliquer le critère du Revers, tous les pôles doivent être à partie réelle strictement négative. Ce n'est pas le cas ici.

Question 26 *Déterminer deux conditions sur* K_1 *pour que la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée* $\dfrac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ *soit stable. En déduire la valeur minimale de* K_1.

Correction On recalcule la FTBO non corrigée et on a $\text{FTBO}(p) = \dfrac{\dfrac{K}{\left(1+\tau_1 p\right)\left(-1+\tau_1 p\right)}}{1+\dfrac{K K_1(p+1)}{\left(1+\tau_1 p\right)\left(-1+\tau_1 p\right)}}$

$= \dfrac{K}{\left(1+\tau_1 p\right)\left(-1+\tau_1 p\right) + K K_1(p+1)} = \dfrac{K}{-1-\tau_1 p + \tau_1 p + \tau_1^2 p^2 + K K_1 p + K K_1} = \dfrac{K}{K K_1 - 1 + K K_1 p + \tau_1^2 p^2}$.

Il faut donc $K K_1 - 1 > 0$ et $K K_1 > 0$. Il faut donc $K_1 > 1/K$ et $K_1 > 0$ et donc $K_1 > 100$.

Question 27 *Déterminer* K_1 *pour que la fonction de transfert* $\dfrac{\alpha(\text{p})}{\text{U}_\text{C}(\text{p})}$ *ait un facteur d'amortissement* $\xi = 1{,}7$. *Vérifier que cette valeur est compatible avec les conditions obtenues précédemment. En déduire les valeurs de la pulsation propre* ω_0 *et du gain statique de la boucle ouverte* K_{BO}.

Correction FTBO$(p) = \dfrac{K}{KK_1 - 1 + KK_1 p + \tau_1^2 p^2} = \dfrac{\dfrac{K}{KK_1-1}}{1+\dfrac{KK_1}{KK_1-1}p+\dfrac{\tau_1^2}{KK_1-1}p^2}$ On a donc $\dfrac{1}{\omega_0^2} = \dfrac{\tau_1^2}{KK_1-1}$ et $\omega_0 = \dfrac{\sqrt{KK_1-1}}{\tau_1}$.

De plus $\dfrac{2\xi}{\omega_0} = \dfrac{KK_1}{KK_1-1}$ et $\xi = \dfrac{KK_1}{KK_1-1}\dfrac{\sqrt{KK_1-1}}{2\tau_1} = \dfrac{KK_1}{2\tau_1\sqrt{KK_1-1}}$.

Il faut donc résoudre $\dfrac{KK_1}{2\tau_1\sqrt{KK_1-1}} = 1,9 \Rightarrow \dfrac{KK_1}{2\tau_1\sqrt{KK_1-1}} = 1,9 \Rightarrow KK_1 = 3,8\tau_1\sqrt{KK_1-1} \Rightarrow K^2K_1^2 = 3,8^2\tau_1^2(KK_1-1) \Rightarrow K^2K_1^2 - 3,8^2\tau_1^2KK_1 + 3,8^2\tau_1^2 = 0$

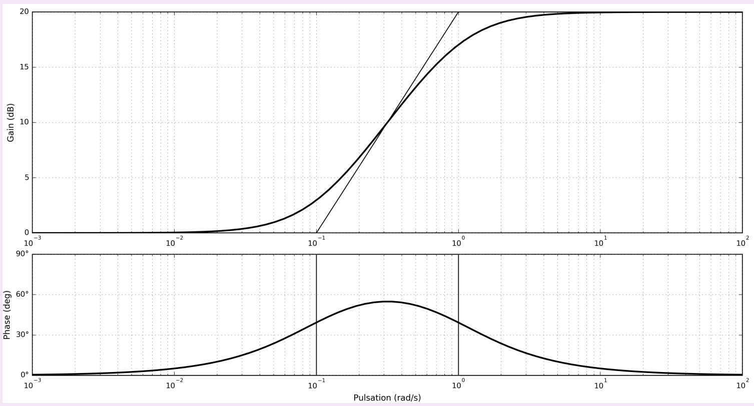
On a alors $\Delta = 3,8^4\tau_1^4K^2 - 4K^2 \times 3,8^2\tau_1^2 = \left(3,8^2\tau_1^2-4\right)3,8^2K^2\tau_1^2$

Et donc $K_1 = \dfrac{3,8^2\tau_1^2K \pm 3,8K\tau_1\sqrt{3,8^2\tau_1^2-4}}{2K^2}$ $K_1 = \dfrac{3,8^2\tau_1^2 \pm 3,8\tau_1\sqrt{3,8^2\tau_1^2-4}}{2K}$

Avec $\tau_1 = 1$ s et $K = 0,01$, on a $K_1 = 1336$ ou $K_1 = 108$, compatibles avec les conditions déterminées précédentes.

On a respectivement $K_{\text{BO}} = 0,0008$ et $K_{\text{BO}} = 0,1236$ puis $\omega_0 = 3,5\,\text{rad/s}$ et $\omega_0 = 0,3\,\text{rad/s}$.

Question 28 *Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur. Vous préciserez toutes les valeurs caractéristiques du tracé.*



Correction

Le gain tend vers $20\log K_p$ quand ω tend vers 0 et vers $20\log\left(aK_p\right)$ quand ω tend vers l'infini.

Les pulsation de cassures sont $\dfrac{1}{aT_d}$ et $\dfrac{1}{T_d}$

Question 29 *Donner la valeur de pulsation pour laquelle la phase est maximale.*

Correction La courbe est symétrique dans le diagramme de Bode. On calcule le pulsation moyenne en log : $\dfrac{1}{2}\left(\log\left(\dfrac{1}{aT_d}\right)+\log\left(\dfrac{1}{T_d}\right)\right) = -\dfrac{1}{2}\left(\log(aT_d)+\log(T_d)\right) = -\dfrac{1}{2}\log\left(aT_d^2\right) = \log\left(\dfrac{1}{T_d\sqrt{a}}\right)$.

Question 30 *Justifier l'allure de la réponse temporelle. Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5%, le dépassement maximal et l'erreur statique. Conclure sur la capacité du correcteur à vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.*

Correction Il s'agit d'un système régulé soumis à une perturbation. La consigne est donc d'avoir un angle de tangage nul, malgré la perturbation.

- Temps de réponse à 5% : inférieur à 50 ms < 0,2 s CDC OK.
- Dépassement : 3×10^{-3}° < 1° CDC OK.
- Angle3×10^{-3}° < 0,5° CDC OK.