

Plateau cyclique & Robot Lola

Questions de TP

Soit un déplacement commandé par un trapèze de vitesse. La distance parcourue est notée L , l'accélération maximale est notée a_{\max} et la vitesse maximale est notée v_{\max} .

Question 1 *Tracer les allures de la position, de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps.*

On souhaite réaliser une distance L en un temps T . On fait l'hypothèse que l'accélération maximale est toujours atteinte. Le temps pour accélérer et décélérer sont identiques. Enfin, on se place dans le cas, où le palier de vitesse (v_{\max} ou v_F) sera atteint.

Question 2 *Exprimer les temps t_1 et t_2 (respectivement fins de la phase 1 et de la phase 2) ainsi que la vitesse atteinte V_F en fin de première phase.*

Soit une liste de temps `les_t` et une liste de vitesses `les_v`.

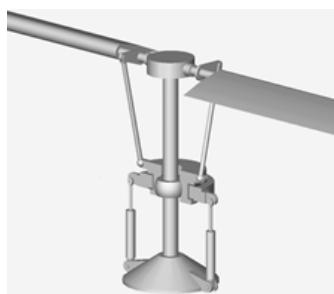
Question 3 *Donner, en Python, les instructions permettant de calculer la liste de positions `les_x` en utilisant la méthode des trapèzes. Vous vous appuierez sur un schéma.*

Présentation

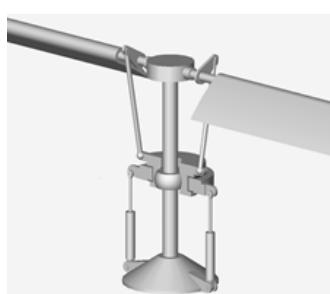
Un hélicoptère crée sa portance grâce au mouvement de rotation du rotor principal entraîné à l'aide de la turbine. Pour permettre à l'hélicoptère de se déplacer suivant les différentes directions, les pales prennent, suivant un axe radial, une incidence qui varie au cours de la rotation du rotor. Le dispositif qui transmet les consignes du pilote et qui permet d'imposer cette variation est le plateau de pas cyclique dont l'orientation est fixée par l'intermédiaire de plusieurs vérins hydrauliques.

La figure 2 présente le mécanisme complet. Sur ce schéma n'est pas représenté le mécanisme permettant l'entraînement en rotation suivant un axe vertical des solides 4, 5, 6 et 8 qui ne fera pas l'objet de l'étude.

Les 3 figures 1 présentent 3 configurations du dispositif de réglage de l'incidence des pales.



(a) Hélicoptère à l'arrêt – Les pales sont en position horizontale (incidence nulle)



(b) Hélicoptère en vol stationnaire – Les pales présentent la même incidence.



(c) Hélicoptère en déplacement Les pales ne présentent pas la même incidence.

FIGURE 1 – Réglage de l'incidence des pales

On se propose de construire une modélisation simplifiée et d'étudier les lois entrées-sorties des sous blocs fonctionnels qui constituent le dispositif de réglage de l'incidence cyclique des pales. NB : Les trois parties sont indépendantes.

1 Etude spatiale du système complet

La figure 2 fait apparaître 13 solides (NB : l'indice ' fait référence aux pièces de la partie gauche) :

- bâti 0,
- corps 1 et 1' (en liaison pivot avec le bâti 0),
- tige 2 et 2' (en liaison avec le corps du vérin, respectivement 1 et 1', et en liaison rotule avec le plateau cyclique non tournant 3),
- plateau cyclique non tournant 3 (en liaison pivot avec le plateau tournant 4),
- plateau cyclique tournant 4,
- rotule 5,
- biellettes 6 et 6' (montées en liaison rotule à chacune de leur extrémité),
- pales 7 et 7' (en liaison pivot avec l'axe rotor 8),
- axe rotor 8 (en liaison pivot avec le bâti 0).

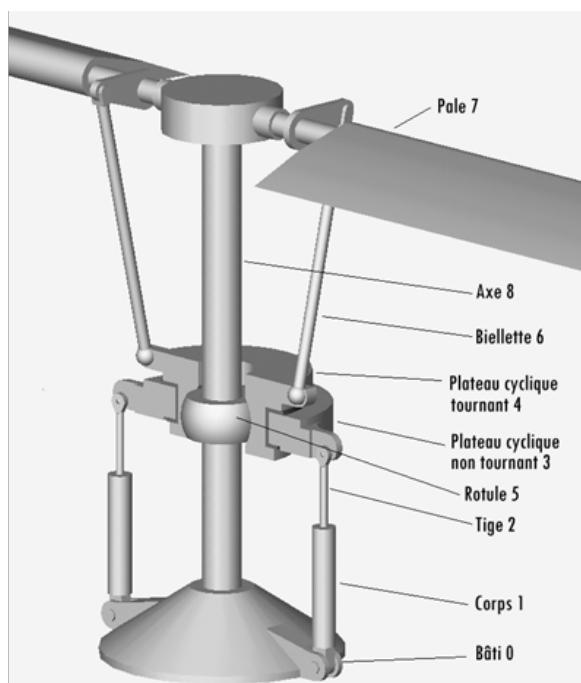


FIGURE 2 – Mécanisme complet du rotor principal

Un dispositif extérieur bloque, au niveau de la liaison rotule entre le plateau cyclique 4 et la rotule 5, la rotation suivant l'axe du rotor. La liaison équivalente entre le plateau cyclique tournant 4 et l'axe rotor 8 peut être modélisée par une liaison non normalisée à 3 degrés de liberté (une translation suivant l'axe du rotor, et deux rotations perpendiculaires à cet axe).

Question 4 En supprimant le solide 5, construire le graphe de structure du mécanisme présenté figure 2.

Le mécanisme ainsi modélisé est isostatique.

Question 5 À l'aide de la formule de l'hyperstatisme, identifier l'indice de mobilité cinématique qui définit le nombre de paramètres indépendants. Décrire succinctement, les différents mouvements correspondants à l'indice trouvé.



L'indice de mobilité élevé interdit une étude cinématique du mécanisme complet, étant donné la lourdeur des calculs. On se propose d'étudier un mécanisme plan (objet de la deuxième partie), dont le fonctionnement permet d'appréhender le dispositif spatial.

2 Etude du bloc orientation du plateau cyclique

On suppose connaître les vitesses de déplacement des tiges des vérins hydrauliques. Dans cette deuxième partie, on cherche les mouvements correspondants, du plateau cyclique non tournant 3.

Afin de simplifier l'étude, on construit un modèle plan de ce dispositif, constitué des solides suivants :

- bâti 0 : lié au corps de l'hélicoptère;
- plateau 3 en liaison linéaire annulaire (sphère – cylindre) d'axe (E, \vec{y}) avec le bâti 0,

Un premier vérin permet d'actionner le dispositif :

- corps 1 en liaison pivot d'axe (G, \vec{z}) avec le bâti 0;
- corps 1 en liaison pivot glissant d'axe (G, \vec{y}_1) avec la tige 2;
- tige 2 en liaison pivot d'axe (F, \vec{z}) avec le plateau 3.

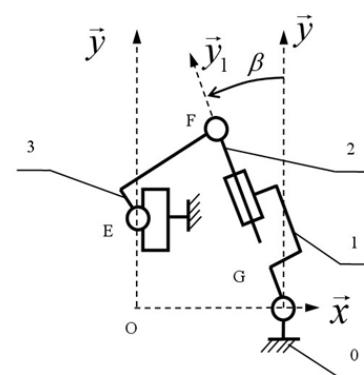


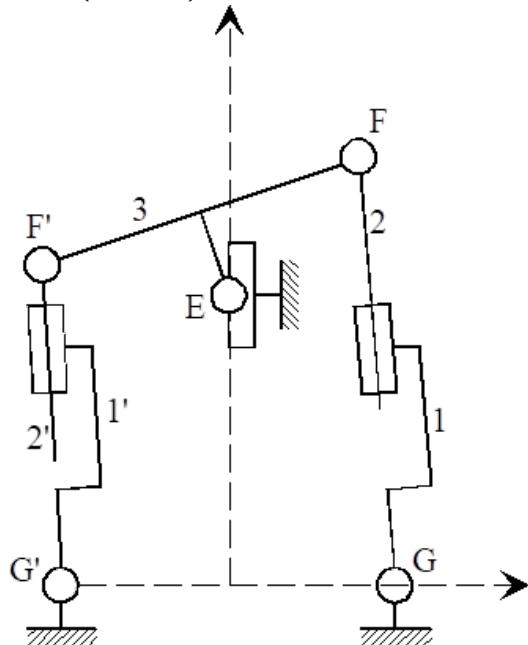
FIGURE 3 – Schéma cinématique

Données :

- $\beta = (\vec{y}, \vec{y}_1)$;
- $\overrightarrow{OG} = g \vec{x}$;
- $\overrightarrow{OF} = g \vec{x} + f(t) \vec{y}_1$;
- $\overrightarrow{OE} = e(t) \vec{y}$.

Les variations de l'angle β étant faibles, on pourra faire l'approximation que $\beta = 0$, ce qui caractérise la position de référence. Toute l'étude cinématique sera effectuée autour de la position de référence, ce qui conduit à confondre \vec{y} et \vec{y}_1 .

Le schéma cinématique du dispositif est décrit figure 3, dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) .



DS 3

On ajoute un deuxième vérin :

- corps 1' en liaison pivot d'axe (G', \vec{z}) avec le bâti 0.
- corps 1' en liaison pivot glissant d'axe (G', \vec{y}_1) avec la tige 2'.
- tige 2' en liaison pivot d'axe (F', \vec{z}) avec la pièce 3.

Données :

- l'indice ' caractérise la partie située à gauche de l'axe (O, \vec{y}) ;
- $\overrightarrow{OG} = -g \vec{x}$;
- $\overrightarrow{OF'} = -g \vec{x} + f'(t) \vec{y}_1$.

FIGURE 4 – Schéma cinématique

Question 6 Déterminer la mobilité du mécanisme et expliquer la nécessité d'utiliser deux vérins.

Question 7 On étudie la loi entrée-sortie du point de vue cinématique autour de la position de référence et on fixe : $\dot{V}(M, 2/1) \cdot \vec{y} = +v$ et $\dot{V}(M, 2'/1') \cdot \vec{y} = -v$. Déterminer $\dot{V}(E, 3/0)$ et $\Omega(3/0)$. Quel est le mouvement de 3 par rapport à 0, dans ce cas ?

Question 8 Montrer que l'étude statique est possible dans le cadre d'une modélisation plane.

Les pales du rotor principal appliquent par l'intermédiaire des bielles et du plateau cyclique tournant des actions mécaniques sur le solide 3 que l'on modélise par : $\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow 3)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{\text{ext}} = F_x \vec{x} + F_y \vec{y} \\ \mathcal{M}(E, \text{ext} \rightarrow 3) = M_E \vec{z} \end{array} \right\}$.

L'effort exercé par chacun des vérins est noté : $\{\mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_2 = F_2 \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_G$ (action de 1 sur 2 exercée par le fluide), $\{\mathcal{T}(\text{fluide} \rightarrow 2')\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{2'} = F_{2'} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_{G'}$ (action de 1' sur 2' exercée par le fluide).

NB : Dans le cadre de la partie 2, les bielles et le plateau cyclique tournant ne sont pas pris en compte et donc non représentés.

Question 9 Tracer le graphe de structure associé au modèle de la figure 4.

On cherche à déterminer l'effort exercé par chacun des vérins. On néglige la masse et les inerties des différentes pièces, et on suppose les liaisons parfaites.

Question 10 Donner une **méthode** permettant de déterminer l'effort dans les vérins. Aucun calcul n'est demandé ici. On précisera : la (ou les) pièces isolées, les bilans d'actions mécaniques et les équations du PFS à écrire.

Question 11 Mettre en œuvre la méthode permettant de déterminer l'effort dans les vérins.

3 Etude du bloc orientation des pales du rotor

On suppose connaître la position du plateau cyclique non tournant 3, et on cherche l'amplitude de rotation des pales lors de la révolution du rotor 8.

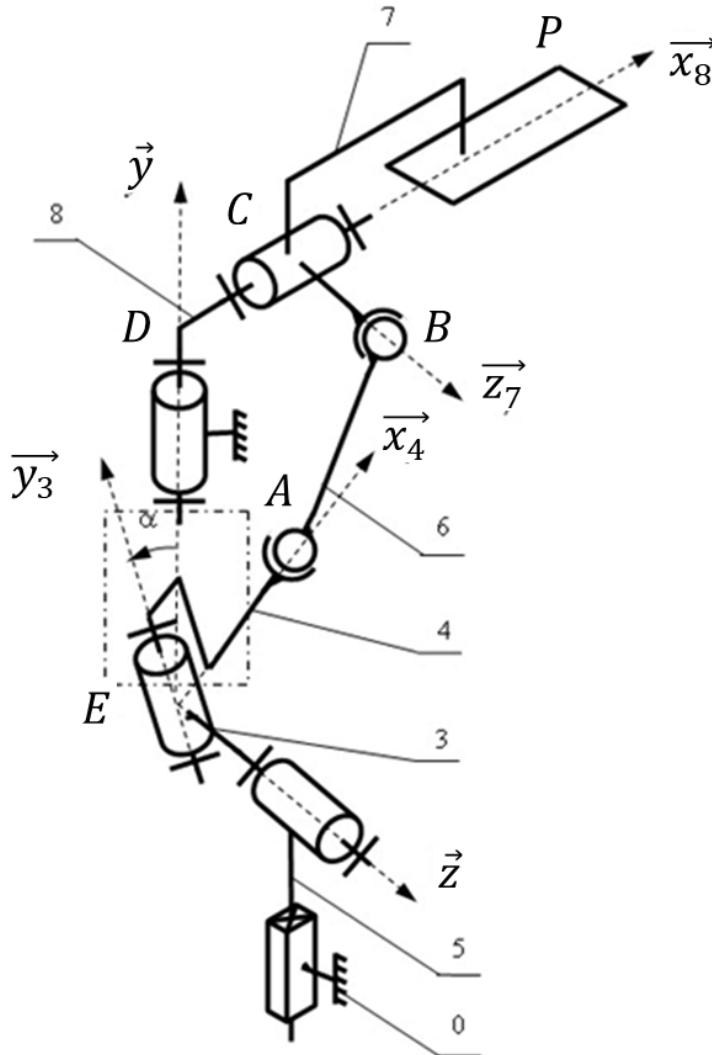


FIGURE 5 – Mécanisme complet du rotor principal

On définit différents repères :

- $\mathcal{R}_0 : (E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au bâti 0;
- $\mathcal{R}_3 : (E, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié au plateau cyclique non tournant 3;
- $\mathcal{R}_4 : (E, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$ lié au plateau cyclique tournant 4;
- $\mathcal{R}_8 : (D, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z}_8)$ lié au rotor 8;
- $\mathcal{R}_7 : (D, \vec{x}_8, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$ lié à la pale 7.

Données :

- $\theta_7 = (\vec{y}_7, \vec{y}_7) = (\vec{z}_8, \vec{z}_7);$
- $\theta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}, \vec{z}_4);$
- $\theta^* = (\vec{x}, \vec{x}_8) = (\vec{z}, \vec{z}_8);$
- $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_3) = (\vec{y}, \vec{y}_3).$

L'angle α caractérise l'orientation du plateau cyclique non tournant 3.

$$\overrightarrow{EA} = d \vec{x}_3, \overrightarrow{AB} = \ell_6 \vec{u}_{AB}, \text{ avec } \vec{u}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}; \overrightarrow{CB} = \ell_7 \vec{z}_7, \overrightarrow{DC} = d \vec{x}_8, \overrightarrow{ED} = \lambda \vec{y}, \overrightarrow{CP} = L \vec{x}_8 - H \vec{z}_7.$$

La figure 6 illustre les figures de changements de base.

Question 12 Déterminer $\overrightarrow{V(P, 7/0)}$.

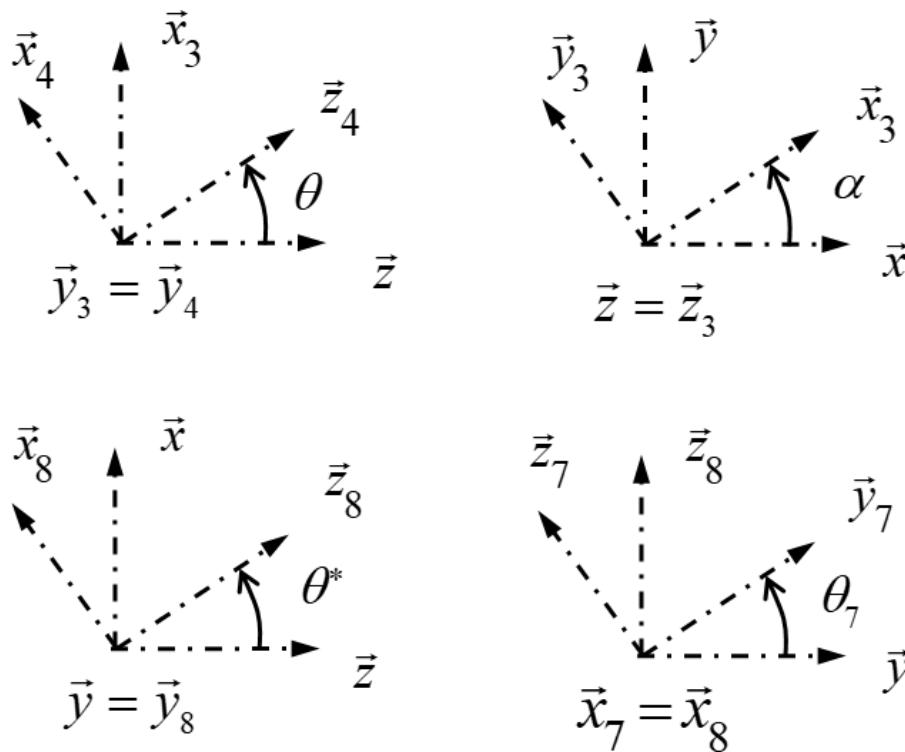


FIGURE 6 – Paramétrage du mouvement

Question 13 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(P,7/0)}$.

4 Données inertielles d'une pale

Les notations sont indépendantes des parties précédentes.

La figure 7 illustre le paramétrage d'une pale d'hélicoptère (partielle). On note 1 la partie qui fit le raccord avec le rotor et 2 la pale.

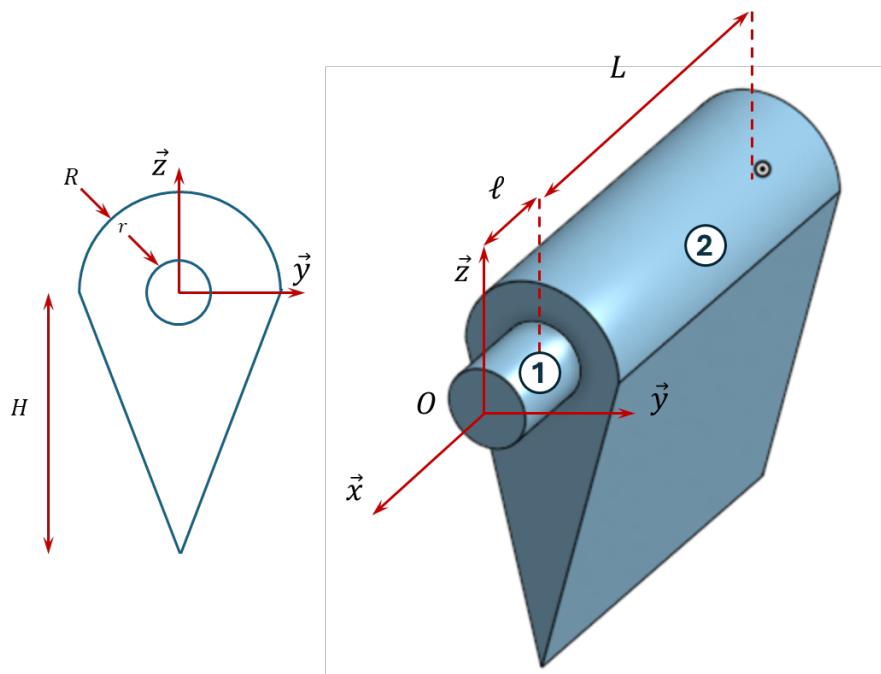


FIGURE 7 – Paramétrage d'une pale

Question 14 Déterminer la position du centre d'inertie G_1 de 1 dans le repère $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Question 15 Déterminer la masse m_1 du solide **1** et la masse m_2 du solide **2**. On fera l'hypothèse que ce sont tous deux des solides homogènes de masse volumique μ .

Question 16 Déterminer la position du centre d'inertie G_2 de coordonnées (a_2, b_2, c_2) de **2** dans le repère $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Question 17 Donner la position du centre d'inertie G de l'ensemble **1+2** dans le repère $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On note $I_P(i) = \begin{pmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$ la matrice d'inertie du solide i au point P .

Question 18 Donner, en justifiant la forme de $I_O(1)$, $I_{G_2}(2)$, $I_O(1+2)$.

Question 19 Déterminer $I_O(1+2)$ en fonction des composantes des matrices $I_O(1)$ et $I_{G_2}(2)$ et des grandeurs que vous jugerez utiles. On notera $\overrightarrow{OG_2} = a\vec{x} + b\vec{y} + c\vec{z}$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ (on pourra éventuellement simplifier l'expression de $\overrightarrow{OG_2}$ en fonction des raisonnements précédents).

5 Contrôle de la posture de LOLA

Le robot humanoïde, développé par l'Université de Munich, est un robot de forme humaine conçu pour un mode de marche rapide. LOLA possède une structure à 25 degrés de liberté lui permettant une flexibilité accrue. Chaque jambe possède 7 degrés de liberté, le haut du corps 8 et la tête 3. Le robot est équipé d'une caméra stéréoscopique haute définition afin de percevoir son environnement, d'une centrale inertielle équipée de 3 gyroscopes et de 3 accéléromètres. Chaque articulation possède un codeur angulaire absolu et chaque pied est muni d'un capteur d'effort 6 axes permettant d'obtenir l'effort de contact avec le sol.

Pour assurer une marche rapide et stable de LOLA, la méthode choisie est le contrôle de la verticalité du tronc du robot (figure 8). Le haut du corps (tronc, bras, tête) sera maintenu vertical en réalisant un asservissement de position angulaire au niveau de l'articulation de la hanche. L'action mécanique de redressement est développée par l'ensemble de motorisation de tangage autour de l'axe (O_T, \vec{x}_0) . Les performances à vérifier dans cette partie sont définies par les exigences suivantes.

Exigence 1.3 : le robot ne doit pas basculer lors de la marche

Sous-exigence	Description
Id =1.3.2	La posture du robot est adaptée à la position du ZMP
Id =1.3.2.d	La performance dynamique de chaque axe permet de modifier la posture

La chaîne structurelle permettant de modifier la posture du haut du corps autour de l'axe de tangage est représentée sur la figure 9.

Elle est composée d'un moteur électrique (1,2) synchrone à aimants permanents piloté par un variateur électronique, d'un réducteur Harmonic-Drive (3) de rapport de réduction 1/100, d'un codeur incrémental (5) ainsi que d'un codeur angulaire absolu (6+7).

Une centrale inertielle équipée d'un accéléromètre, d'un gyroscope et d'une unité de traitement permet d'obtenir en temps réel la valeur de l'angle d'inclinaison du haut du corps par rapport à la verticale.

L'objectif de cette partie est de mettre en place un modèle du maintien vertical du tronc de LOLA et de déterminer une structure de commande permettant d'assurer les performances du cahier des charges de l'exigence 1.3.2.

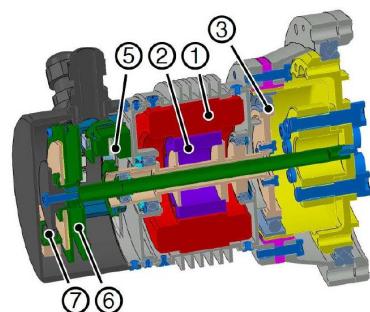


FIGURE 9 – Architecture de l'actionneur

Les performances dynamiques de l'axe de tangage doivent vérifier les critères suivants :

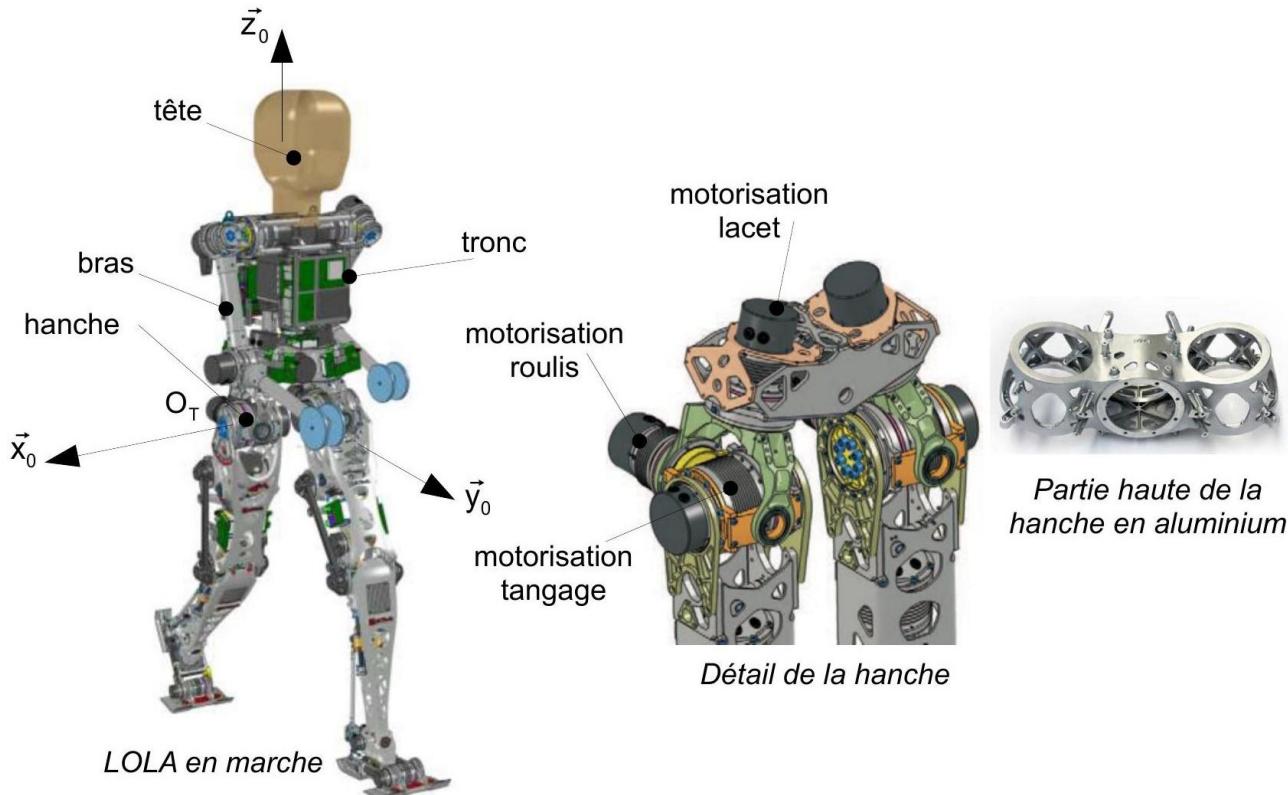


FIGURE 8 – Architecture du robot

Sous-exigence 1.3.2.d : la performance dynamique de chaque axe permet de modifier la posture

Critère	Niveau	Flexibilité
Marge de phase	$M\varphi = 50^\circ$	Mini
Erreur statique	0°	$[-0.5^\circ; +0.5^\circ]$
Bande passante à 0 dB en boucle ouverte	$\omega_{BP} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$	Mini
Temps de réponse à 5%	0,2 s	Maxi
Dépassement	1°	Maxi

Le modèle mécanique utilisé pour mener notre étude est donné sur la figure 10. L'association des liaisons entre le tronc et les jambes au niveau de la hanche est équivalente, dans le plan sagittal ($O_T, \vec{y}_0, \vec{z}_0$), à une liaison pivot d'axe (O_T, \vec{x}_0). Le tronc sera considéré comme un solide admettant le plan ($O_T, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) comme plan de symétrie. Le cahier des charges stipule que LOLA doit pouvoir marcher à la vitesse de 5 km/h. Cette vitesse est atteinte en 1 s lors de la première foulée. La loi de commande en vitesse correspondante est représentée

5.1 Modèle du contrôle actif de la position verticale.

On note $\Gamma(t) = \frac{dv(t)}{dt}$. Les conditions de Heaviside sont vérifiées. Le schéma-bloc du contrôle de la position angulaire du tronc de LOLA est représenté sur la figure 11. La consigne angulaire est nulle afin de garder le tronc du robot vertical : $\alpha_c(t) = 0$. Les transformées de Laplace des fonctions seront notées en majuscules et le paramètre de Laplace sera noté p .

Le contrôle de l'angle s'effectue par l'intermédiaire du moteur asservi en position, suivi du réducteur Harmonic-Drive de rapport de réduction $r = \frac{1}{100}$. Le moment d'inertie de l'arbre moteur suivant son axe de rotation est noté J_m , le couple moteur exercé sur l'arbre d'entrée du réducteur est noté C_m . Le réducteur HarmonicDrive sera considéré sans masse. La masse de l'arbre moteur est négligeable devant l'ensemble des autres grandeurs inertielles. Une étude dynamique a permis de montrer que : $C_R = \frac{C_m}{r} - \frac{J_m}{r^2} \cdot \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$. Ainsi, l'équation différentielle du mouvement devient :

$$J_{eq} \frac{d\alpha(t)}{dt^2} - m_1 g Z_G \alpha(t) = m_1 Z_G \frac{dv(t)}{dt} + \frac{C_m(t)}{r} \quad (1)$$

J_{eq} est le moment d'inertie équivalent de l'ensemble du tronc ramené sur l'axe moteur.

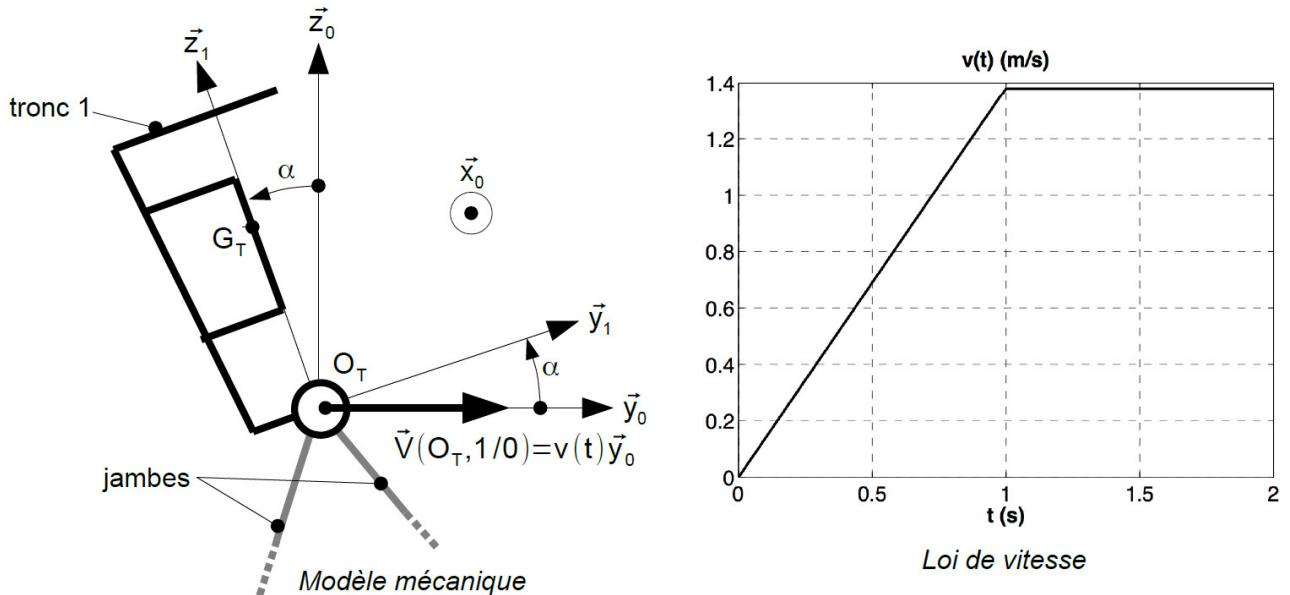


FIGURE 10 – Modèle mécanique

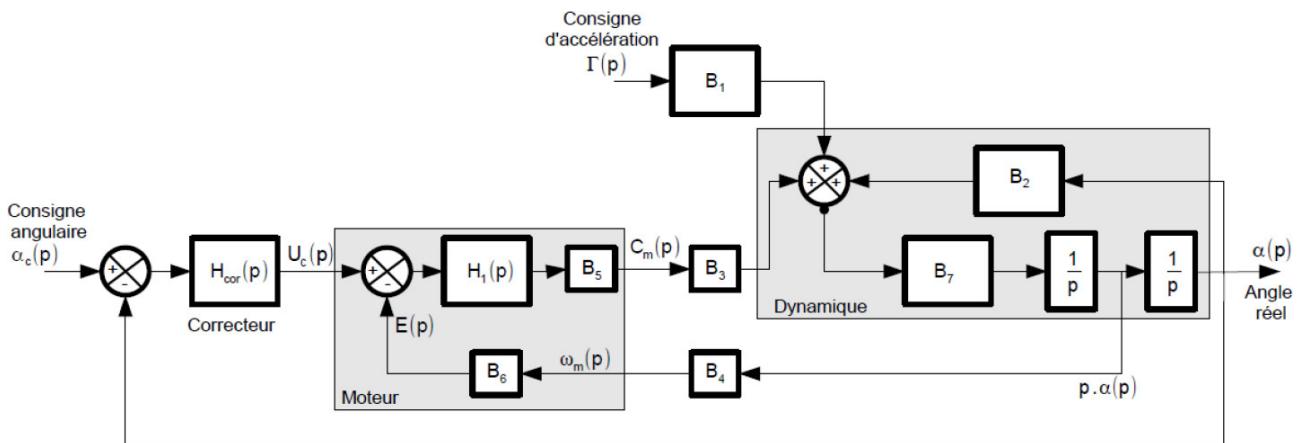


FIGURE 11 – Schéma-bloc de l'asservissement de position angulaire

Le comportement du moteur sera considéré comme celui d'un moteur à courant continu dont les équations de comportement sont les suivantes : $u_c(t) = e(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$; $e(t) = k_e \omega_m(t)$ et $C_m(t) = k_c i(t)$.

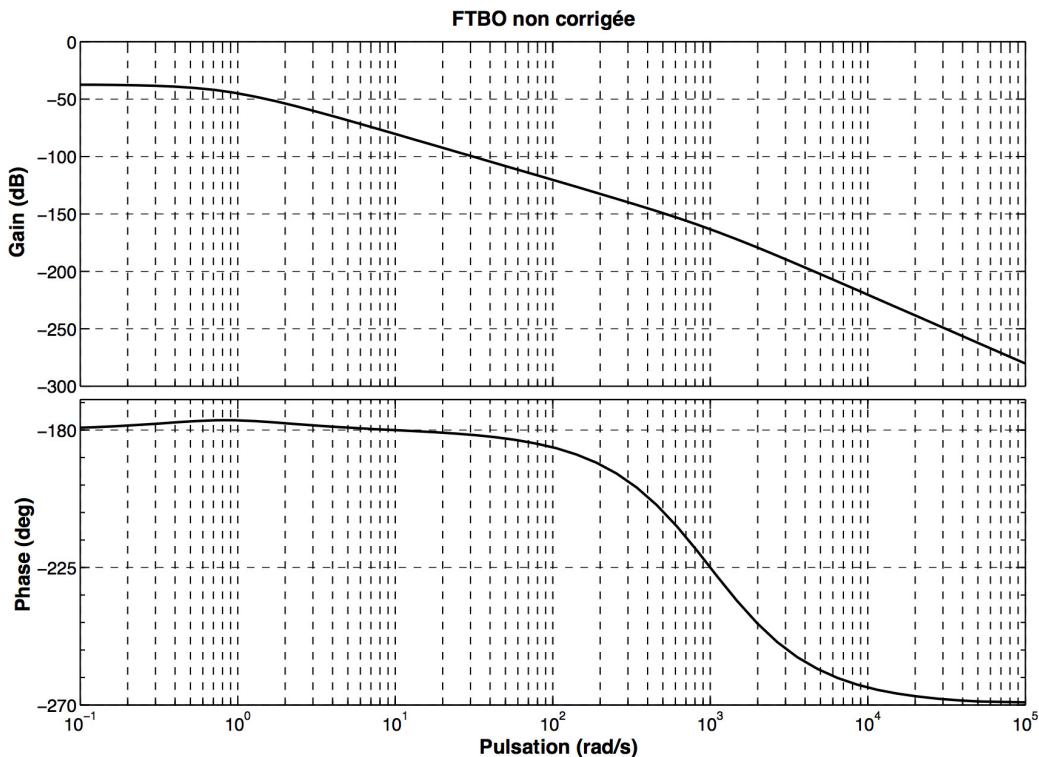
Question 20 Indiquer les fonctions de transfert des blocs $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ et B_7 ainsi que l'expression de la fonction de transfert $H_1(p)$.

Afin d'analyser la stabilité de cet asservissement, nous cherchons à déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système non-corrigé : $F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ en supposant la perturbation nulle.

Question 21 Déterminer la fonction de transfert de la boucle dynamique $H_{dyn}(p) = \frac{\alpha(p)}{C_m(p)}$ en supposant la perturbation nulle.

Question 22 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée de l'asservissement $F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$. Indiquer son ordre, sa classe et donner son gain statique K en fonction des données.

Une simulation numérique permet de montrer que $F(p)$ est de la forme $\frac{K}{(1 + \tau_1 p)(-1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$. Les diagrammes de Bode de cette fonction de transfert sont donnés ci-dessous..



Question 23 En analysant les diagrammes de Bode ci-dessus, déterminer les valeurs de τ_1 , τ_2 et K . Justifier le tracer des diagrammes de gain et de phase.

Pour la suite de l'étude, nous simplifierons $F(p)$ sous la forme suivante : $\frac{K}{(1+\tau_1 p)(-1+\tau_1 p)}$.

Question 24 Justifier le choix de cette simplification.

Question 25 Expliquer pourquoi le critère du revers ne peut pas être appliqué pour étudier la stabilité en boucle fermée.

Afin de résoudre ce problème, il est décidé d'asservir la chaîne directe en position et en vitesse. Pour cela, la centrale inertie permet de mesurer l'angle de tangage $\alpha(t)$ ainsi que la vitesse angulaire $\frac{d\alpha(t)}{dt}$. L'asservissement ainsi réalisé est présenté sous la forme du schéma-bloc de la figure 12.

$U_c(p)$ est la tension de commande en sortie du correcteur. La fonction de transfert de la centrale inertie sera prise égale à $H_{ci}(p) = K_1(p + 1)$.

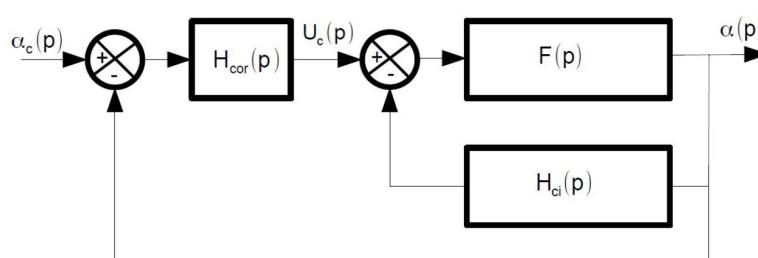


FIGURE 12 – Schéma-bloc de l'asservissement

Question 26 Déterminer deux conditions sur K_1 pour que la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ soit stable. En déduire la valeur minimale de K_1 .

Question 27 Déterminer K_1 pour que la fonction de transfert $\frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$ ait un facteur d'amortissement $\xi = 1,7$. Vérifier que cette valeur est compatible avec les conditions obtenues précédemment. En déduire les valeurs de la

pulsation propre ω_0 et du gain statique de la boucle ouverte K_{BO} .

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, nous utiliserons les expressions suivantes pour la suite de l'étude : $\frac{\alpha(p)}{U_C(p)} = \frac{K_{BO}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec $K_{BO} = 1,1 \cdot 10^{-3}$, $\xi = 1,7$ et $\omega_0 = 3 \text{ rad. s}^{-1}$. Pour répondre au cahier des charges, il est décidé d'implanter un correcteur de fonction de transfert suivante : $H_{cor}(p) = K_p \frac{1 + a T_d p}{1 + T_d p}$ avec $a > 1$.

Question 28 Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur. Vous préciserez toutes les valeurs caractéristiques du tracé.

Question 29 Donner la valeur de pulsation pour laquelle la phase est maximale.

La stabilité du tronc étant assurée, nous devons maintenant analyser les performances en précision et rapidité de l'asservissement de position angulaire. La consigne est nulle, ainsi seule la perturbation va écarter le tronc du robot de sa posture verticale. Cette perturbation provient du mouvement de marche souhaité c'est à dire de l'accélération subie $\Gamma(t) = \frac{dv(t)}{dt}$. Avec les réglages du correcteur, une simulation numérique a permis de tracer la réponse temporelle du système pour une perturbation $\Gamma(t)$ respectant la loi de vitesse représentée sur la figure 10. Cette réponse est tracée sur la figure 13.

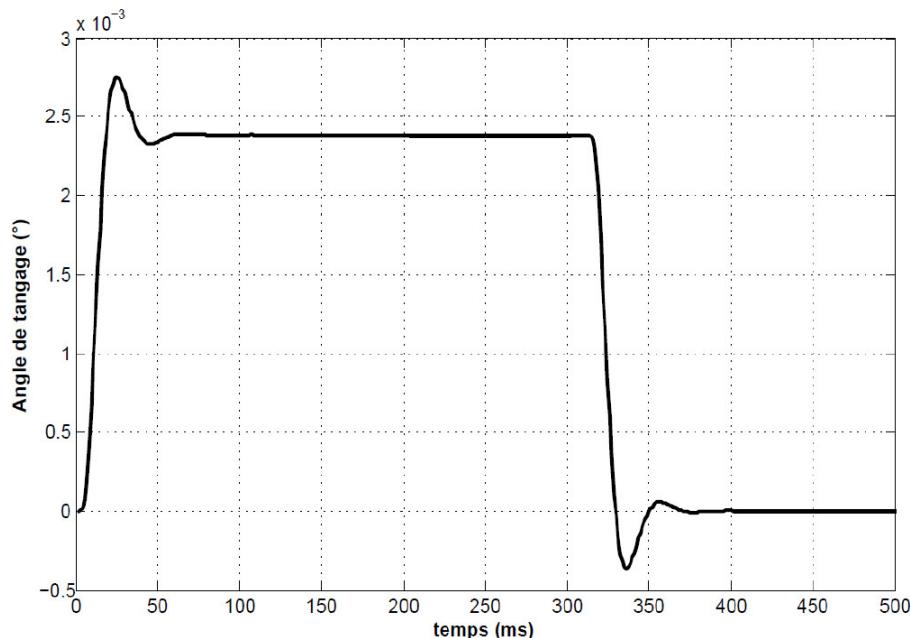


FIGURE 13 – Réponse temporelle

Question 30 Justifier l'allure de la réponse temporelle. Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5%, le dépassement maximal et l'erreur statique. Conclure sur la capacité du correcteur à vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.