

Etude du sismomètre SEIS – Stabilisateur d'appareil photo

ÉTUDE DU SISMOMÈTRE SEIS

1 Présentation

Après des années de recherche et de développement puis un voyage de 485 millions de kilomètres, la sonde InSight (Interior Exploration using Seismic Investigations, Geodesy and Heat Transport) s'est posée sur Mars le 26 novembre 2018. Elle est le premier observatoire géophysique martien, dont l'objectif est d'étudier la structure interne de Mars et de comprendre la formation et l'évolution des planètes rocheuses du Système solaire. En mesurant la façon dont les ondes sismiques, provoquées par des séismes martiens ou des impacts de météorites, se propagent à l'intérieur de Mars, les géophysiciens vont pouvoir répondre avec précision à cet objectif.

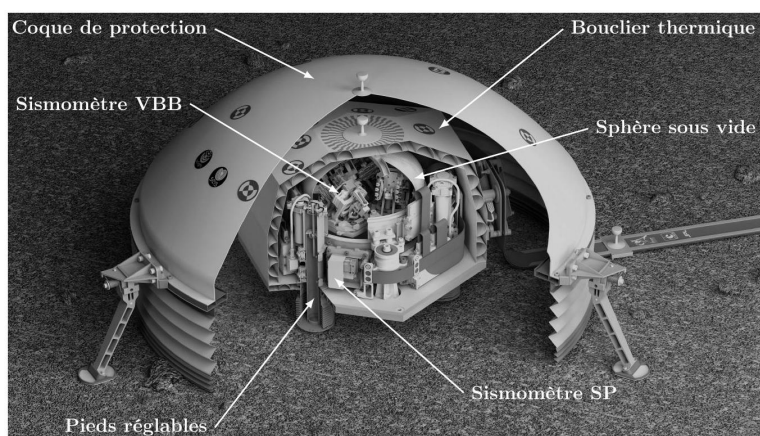


FIGURE 1 – Écorché de SEIS et ses différents niveaux de protection

Le sismomètre SEIS (Seismic Experiment for Interior Structures), déployé à la surface de Mars, est protégé des variations de la température et du vent à l'aide d'un bouclier thermique et d'une coque de protection. SEIS comporte deux sismomètres indépendants, le VBB (Very Broad Band) et le SP (Short Periods), montés sur une structure commune pouvant être réglée à l'horizontale grâce à des pieds de longueur variable.

- Le sismomètre VBB comporte trois systèmes identiques, composés chacun d'un pendule et d'un bâti, inclinés différemment par rapport au sol. Ils sont fixés dans une sphère en titane sous vide, et sensibles à une large bande de fréquence d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.
- Le sismomètre SP est adapté aux ondes sismiques de plus hautes fréquences, entre 0,1 et 50 Hz.

Dans ce sujet, on s'attache à valider certaines étapes clés de la conception et du réglage d'un des trois systèmes du sismomètre VBB. Cette dernière étape ayant eu lieu sur Terre, il a fallu contourner les difficultés liées aux différences de gravité et de température entre la Terre et Mars.

Une vue détaillée d'un des systèmes du VBB est fournie en figure 2 et le détail des différents éléments qui le constituent est fourni en Annexe 1.

L'équilibre de l'ensemble mobile sur Terre peut s'exprimer par l'équation suivante : $aM_2g_M \sin \alpha_{eq} + C_0 - k(\alpha_{eq} - \alpha_0) = 0$ (eq. 1).

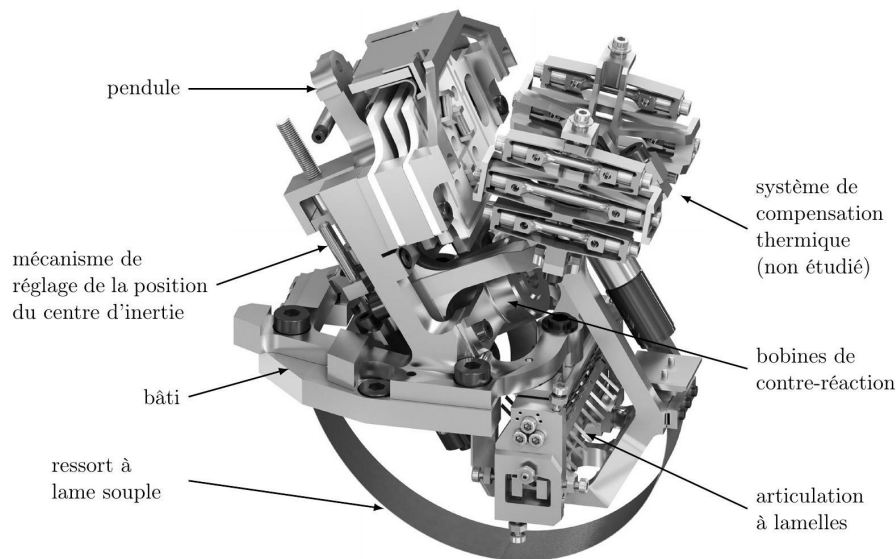


FIGURE 2 – Vue 3D d'un des trois systèmes du VBB

2 Caractérisation dynamique de l'ensemble mobile

On rappelle que les pendules inversés du sismomètre VBB conservent leur équilibre autour de leur axe de rotation (O_1, \vec{z}_1) par rapport au bâti grâce à un ressort à lame souple. Afin que chaque système soit suffisamment sensible aux séismes sur Mars, le choix du ressort associé à une articulation à lamelles doit également permettre d'amplifier les mouvements sur la plage de fréquences attendues pour les séismes martiens.

On définit pour cela les exigences de la table 1.

2	Être mécaniquement sensible aux séismes attendus sur Mars		
2.1	Être suffisamment sensible	Amplification mécanique	$> 2\text{rad} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^2$
2.2	Être sensible aux fréquences des séismes attendus sur Mars	Amplification en fonction de la fréquence des mouvements du sol	$\geq 10\text{dB}$ dans la bande $[0,01;0,5]\text{Hz}$ soit $[0,06;3]\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1 – Liste (non exhaustive) des exigences de sensibilité mécanique d'un système

Chaque ressort est unique, et entre les trois systèmes constituant VBB, ces derniers ne sont pas interchangeables. Ils sont fabriqués sur mesure, en tenant compte des caractéristiques des articulations à lamelles, uniques elles aussi.

Objectif Etablir le lien entre la raideur du ressort et la pulsation propre de l'ensemble mobile ; choisir un ressort et une articulation à lamelles de façon à respecter les exigences 2.1 et 2.2.

2.1 Modélisation dynamique de l'ensemble mobile en réponse à un séisme

En cas de séisme, le sol (1) est en mouvement. Il entraîne dans son mouvement le bâti du système et ne peut plus être considéré comme un référentiel galiléen.

L'équation issue du Principe Fondamental de la Dynamique permet d'obtenir l'équation du mouvement de l'ensemble mobile suivante :

$$I_{zz} \ddot{\alpha}(t) + \mu \dot{\alpha}(t) + k(\alpha(t) - \alpha_0) = a M_2 g_M \sin \alpha(t) + d M \gamma_{x2}(t) + C_0 \quad (\text{eq. 2})$$

Afin de mettre en évidence les caractéristiques de l'ensemble mobile en réponse à une accélération du sol $\gamma_{x2}(t)$, ses oscillations ayant une amplitude très faible, l'équation du mouvement est linéarisée autour du point d'équilibre $\alpha_{\text{eq}} = \alpha_0$ de l'ensemble mobile.

On pose $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t)$, avec $\Delta\alpha(t) \ll \alpha_0$.

En l'absence de séisme, on montre que $a M_2 g_M \sin \alpha_0 + C_0 = 0$ (eq 1').

Question 1 Montrer que l'équation du mouvement linéarisée s'écrit :

$$I_{zz} \ddot{\Delta\alpha}(t) + \mu \dot{\Delta\alpha}(t) + k \Delta\alpha(t) = a M_2 g_M \cos \alpha_0 \Delta\alpha(t) + d M \gamma_{x2}(t) \quad (\text{eq. 3})$$

On note $\alpha(p)$ et $\gamma_{x2}(p)$ respectivement les transformées de Laplace des variations angulaires $\Delta\alpha(t)$ et de l'accélération du sol $\gamma_{x2}(t)$. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 2 Exprimer, sous forme canonique, la fonction de transfert de l'ensemble mobile $\frac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ et donner la condition de stabilité de l'ensemble mobile sous la forme d'une inéquation. Conclure sur le rôle stabilisateur du ressort.

Question 3 Donner, en fonction des constantes du problème, les expressions des constantes caractéristiques de cette fonction de transfert : gain d'amplification mécanique noté A , pulsation propre ω_0 et coefficient d'amortissement ξ .

2.2 Choix du couple ressort/articulation pour le système

Pour optimiser la conception des systèmes, 50 ressorts à lame souple et 8 articulations à lamelles ont été fabriqués. L'association d'un ressort et d'une articulation confère une certaine raideur k et un certain moment de précontrainte C_0 sur l'axe de rotation du pendule par rapport au bâti. Grâce au dispositif expérimental mis au point avec le contrepoids, k et C_0 sont mesurés pour chaque association, ce qui permet de tracer point par point le diagramme de la Figure A du document réponse (question 6). Pour faciliter l'interprétation du diagramme, seuls 16 points ont été tracés au lieu de 400.

Le couple idéal ressort/articulation doit être déterminé pour une utilisation du pendule sur Mars, c'est-à-dire sans contrepoids. **Ainsi, les équations précédentes (1,1',2 et 3) restent valables, en substituant M_2 par M et a par d .**

De plus, $\alpha_{eq} = \alpha_0$. On admet que $\alpha_0 = 30^\circ$ assure un bon compromis entre un gain d'amplification maximisé et un bruit de mesure faible.

Les données numériques utiles sont résumées dans le tableau suivant, dans les Unités du Système International (USI) :

dM	g_M	$dM g_M \cos \alpha_0$
$4,4 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{kg}$	$4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$15 \times 10^{-3} \text{ USI}$

Question 4 Déterminer la valeur numérique de C_0 pour assurer l'équilibre du pendule.

Question 5 Donner les 2 inéquations qui régissent le choix de la raideur k du couple ressort/articulation, afin de satisfaire l'exigence 2.1 et d'avoir un système stable. À l'aide d'applications numériques, en déduire la plage de valeurs acceptables pour k afin de satisfaire ces 2 conditions.

Question 6 Sur la Figure A du Cahier Réponses, tracer les droites encadrant les valeurs acceptables pour k et la droite correspondant à la valeur idéale de $-C_0$. En déduire le meilleur couple ressort/articulation pour le pendule étudié en entourant le point correspondant sur le diagramme.

Le diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $\frac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ du système pour ce choix du couple ressort/articulation est fourni sur la Figure B du Cahier Réponses (Question 7)

Question 7 Conclure vis-à-vis de l'exigence 2.2. Les tracés nécessaires devront figurer sur la FIGURE B du Cahier Réponses. Le système en l'état est-il satisfaisant pour la mesure des mouvements du sol martien dans la plage de fréquence des séismes attendus sur Mars ?

3 Performances de l'asservissement

À chaque mouvement du sol, un capteur mesure la position angulaire du pendule (2) par rapport au bâti (1). Des bobines de contre-réaction situées sur le pendule (voir figure 2 et l'Annexe 1) génèrent un moment de rappel sur son axe de rotation, qui le ramène à sa position d'équilibre.

- La bobine HF (pour Haute Fréquence) pilote l'asservissement entre 0,05 Hz et 0,5 Hz. Son rôle principal est d'amortir les secousses trop brusques et d'éliminer la résonance du pendule.
- La bobine BF (pour Basse Fréquence) a été conçue pour intervenir sur les fréquences inférieures à 0,05 Hz. Elle permet de filtrer la variation journalière de température et les dérives saisonnières plus lentes.

L'asservissement mis en place est donc une régulation devant permettre d'annuler en régime permanent les effets des secousses sismiques sur le pendule, tout en étant sensible aux signaux dans une large bande de fréquences d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.

3	Acquérir les vibrations du sol martien		
3.1	Éliminer la résonance du système tout en maintenant une rapidité maximale	Résonance du système avec l'action de la bobine HF seule Rapidité du système avec l'action de la bobine HF seule	aucune bande passante à -3dB maximale
3.2	Ramener le déplacement du pendule à zéro	Précision de l'asservissement en tension	écart statique nul en réponse à un échelon d'accélération du sol
3.3	Filtrer le signal	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	$\geq 110\text{dB}$ limitée à la bande $[0, 06; 3] \text{ rad s}^{-1}$
3.4	Éviter des problèmes de saturation	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	$< 120\text{dB}$ pour tous les signaux mesurés

TABLE 2 – Liste (non exhaustive) des exigences de l'asservissement

Les exigences auxquelles doit répondre cet asservissement sont fournies dans la table 2.

Objectif Régler la correction des bobines HF et BF.

Le réglage de l'asservissement s'effectue par une étude numérique, dans les conditions de la gravité martienne. On considère donc le pendule (2) sans son contrepoids (3). On note J le moment d'inertie du pendule (2) sur l'axe (O_1, \vec{z}_1) . Pour simplifier l'étude, on néglige les frottements dans l'articulation à lamelles, et on note $K = k - dMg_M \cos \alpha_0$ la raideur équivalente du pendule.

La grandeur utile aux scientifiques qui analysent les données mesurées par le sismomètre est la tension électrique en sortie du capteur, image de la position angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre.

Le schéma-blocs de l'asservissement en tension d'un système est fourni en Annexe 5, ainsi que la description des grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement et les données numériques utiles à cette partie.

On s'intéresse dans un premier temps à l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule. Le schéma-blocs correspondant est fourni à la figure 3.

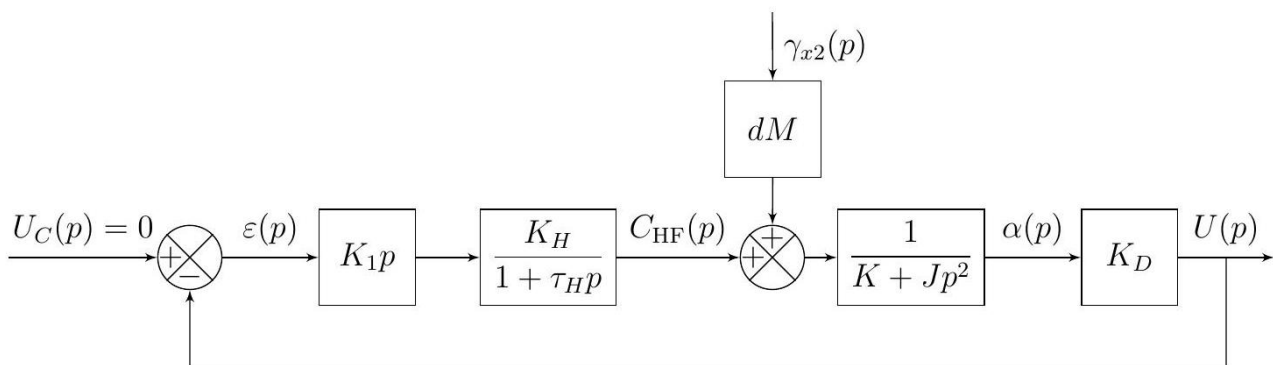


FIGURE 3 – Schéma-blocs de l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule

Question 8 . Déterminer la fonction de transfert $H_\gamma(p) = \frac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$, avec $U_C(p) = 0$, en l'exprimant sous la forme : $H_\gamma(p) = K_{\text{HF}} \cdot \frac{1+a_1p}{1+b_1p+b_2p^2+b_3p^3}$ où l'on précisera les expressions de K_{HF} , a_1 , b_1 , b_2 et b_3 .

On donne les pôles p_i de $H_\gamma(p)$ en table 3 et le diagramme de Bode en gain de $H_\gamma(p)$ en figure 4 pour différentes valeurs de K_1 .

K_1	p_1	p_2	p_3
0,05	-1000	-0,38-2,33j	-0,38+2,33j
0,5	-1000	-0,64	-9,32
5	-1000	-0,069	-95,7

TABLE 3 – Pôles de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

Le réglage du correcteur HF doit permettre de répondre à l'exigence 3.1.

Question 9 Justifier que $H_\gamma(p)$ correspond à un système stable quelle que soit la valeur retenue pour K_1 dans

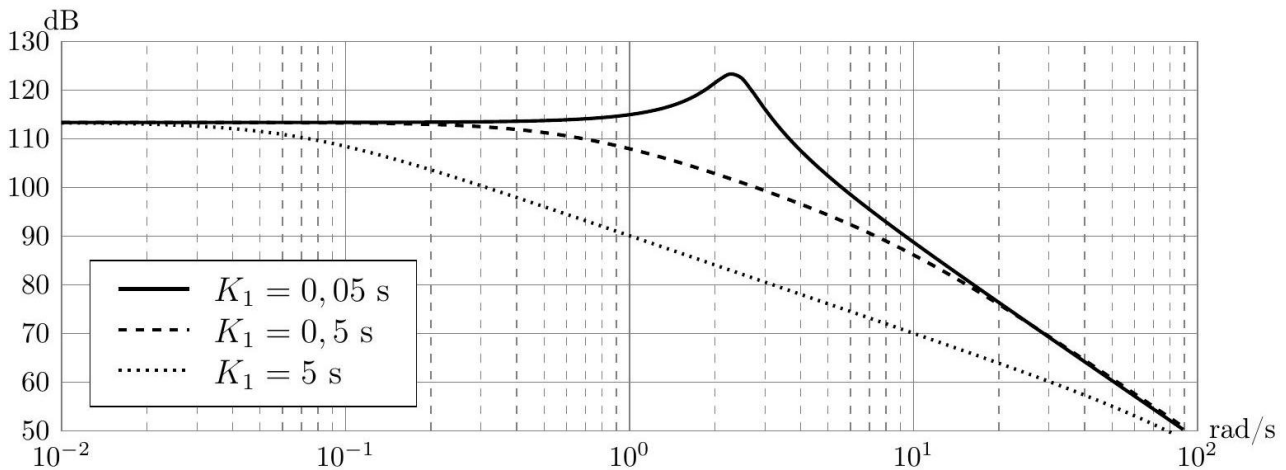


FIGURE 4 – Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

la gamme $[0,05;5]$ s. Choisir, en justifiant, la valeur de K_1 parmi les valeurs proposées, la plus adaptée au réglage de l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule.

Question 10 En s'appuyant sur les données numériques de la table 3 et de l'Annexe 5, justifier que, pour la valeur retenue de K_1 , la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$H_\gamma(p) = \frac{dMK_D}{K} \cdot \frac{1}{(1 + \tau_2 p)(1 + \tau_3 p)}, \text{ avec } \tau_2 \gg \tau_3$$

Préciser les valeurs des constantes de temps τ_2 et τ_3 .

Pour la suite des questions, on conservera cette forme simplifiée de $H_\gamma(p)$.

Question 11 Justifier que l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule ne permet pas de satisfaire les exigences 3.2 et 3.3.

En tenant compte des résultats précédents, le schéma-blocs de l'Annexe 5 peut se mettre sous la forme de celui de la Figure 5.

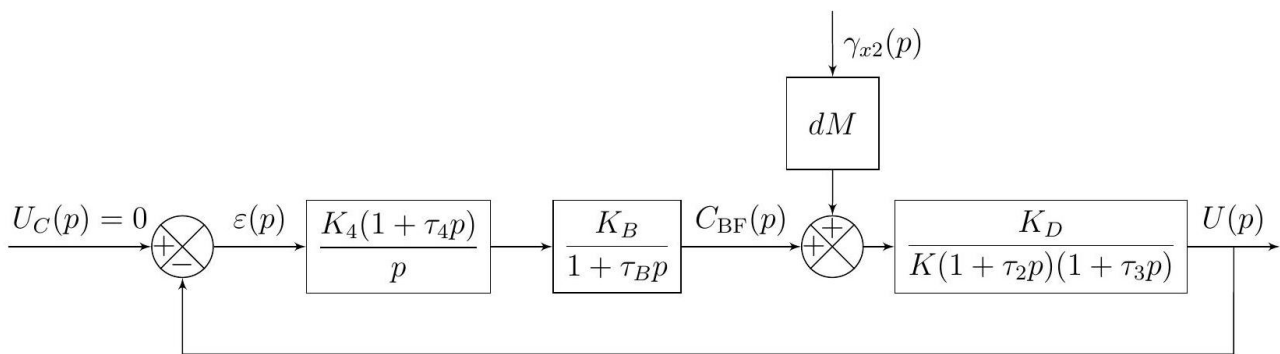


FIGURE 5 – Schéma-blocs de l'asservissement d'un système

Le correcteur BF est un correcteur proportionnel intégral. Pour optimiser la rapidité, τ_4 doit permettre de compenser le pôle dominant de la boucle ouverte. K_4 est réglé de façon à répondre aux exigences 3.3 et 3.4.

Question 12 Préciser l'intérêt de la chaîne d'action BF vis-à-vis de l'exigence 3.2.

Question 13 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement, $H_{BO}(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$. Donner, en justifiant, la valeur retenue pour τ_4 .

On donne, pour la valeur de τ_4 retenue et différentes valeurs de K_4 , le diagramme de Bode de l'asservissement en tension, $\frac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$, sur la Figure C du document réponse (question 14).

Question 14 Choisir, en justifiant, la valeur de K_4 qui permet de vérifier au mieux les exigences 3.3 et 3.4. Les tracés nécessaires apparaîtront sur la document réponses.

Question 15 Donner le nom du type de filtre réalisé par le pendule asservi et préciser l'intérêt de cette solution pour la mesure des séismes par le sismomètre VBB.

Annexe 1 - Détail des éléments d'un des systèmes du VBB

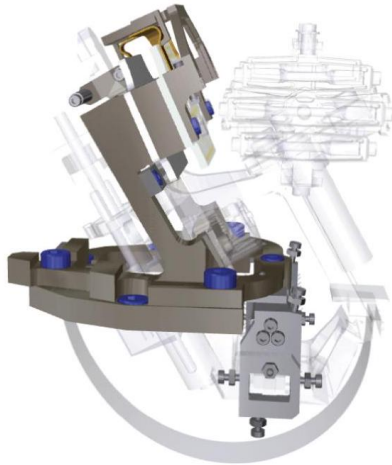


FIGURE 6 – Bâti (1)



FIGURE 7 – Articulation à lamelles entre (1) et (2)

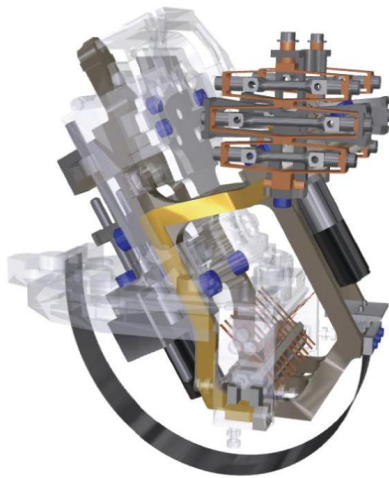


FIGURE 8 – Pendule (2)

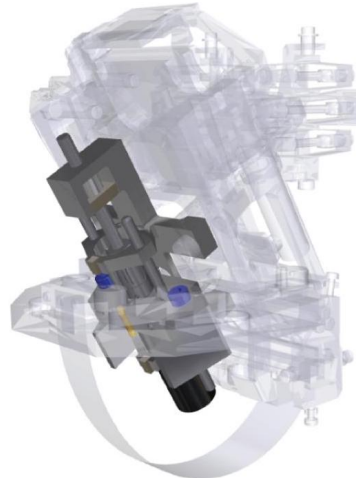


FIGURE 9 – Mécanisme de translation du centre d'inertie de (2)

Annexe 5 - Asservissement en tension d'un système

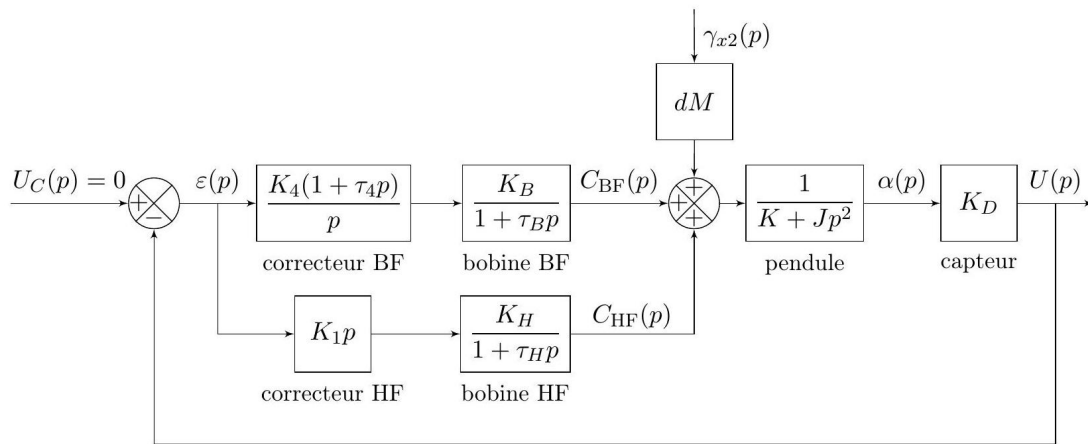


FIGURE 10 – Schéma-blocs de l'asservissement

DS 1

Grandeur physique	Transformée de Laplace	Unité	Description
$u_C(t)$	$U_C(p)$	V	Tension consigne. Elle est toujours nulle car on souhaite que le pendule revienne à sa position d'équilibre.
$u(t)$	$U(p)$	V	Tension en sortie du capteur, image du déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre.
$\varepsilon(t)$	$\varepsilon(p)$	V	Écart entre la tension de consigne et la tension en sortie du capteur
$\gamma_{x2}(t)$	$\gamma_{x2}(p)$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	Accélération du sol lors d'un séisme
$\Delta\alpha(t)$	$\alpha(p)$	rad	Déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$C_{BF}(t)$	$C_{BF}(p)$	$\text{N} \cdot \text{m}$	Moment généré par la bobine BF sur l'axe de rotation du pendule
$C_{HF}(t)$	$C_{HF}(p)$	$\text{N} \cdot \text{m}$	Moment généré par la bobine HF sur l'axe de rotation du pendule

TABLE 4 – Grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement

Données numériques

- $K_D = 1,48 \times 10^5 \text{V} \cdot \text{rad}^{-1}$
- $K_H = 3 \times 10^{-8} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$
- $\tau_H = 0,001 \text{s}$
- $K_B = 5 \times 10^{-8} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$
- $\tau_B = 0,1 \text{s}$

Stabilisateur d'appareil photo

4 Présentation

4.1 Contexte

L'utilisation du mode vidéo, en haute définition sur les appareils photo réflex et légers, pose aux photographes le problème de la stabilisation de l'image car les vibrations engendrées y sont importantes et visibles. Des stabilisateurs installés à l'intérieur des appareils diminuent l'effet de ces vibrations mais ils restent très insuffisants pour assurer une bonne stabilisation notamment sur des sujets mobiles car ces systèmes ne sont efficaces que pour des temps de pose relativement longs. C'est pour cette raison que des systèmes de stabilisation externes ont été développés avec des supports et accessoires purement mécaniques ou motorisés.

4.2 Nacelles gyrostabilisées

Parmi les systèmes de stabilisation externes, les nacelles gyrostabilisées, installées sur une perche portée par les deux mains de l'utilisateur et sur lesquelles se fixe l'appareil photographique présentent l'avantage d'être légères, compactes et d'utilisation facile. Elles permettent de corriger les perturbations dues aux mouvements de l'utilisateur selon trois axes de rotations (figure 11). Néanmoins, elles ne permettent pas de réduire les perturbations verticales dues à la marche ou à la course de l'utilisateur.

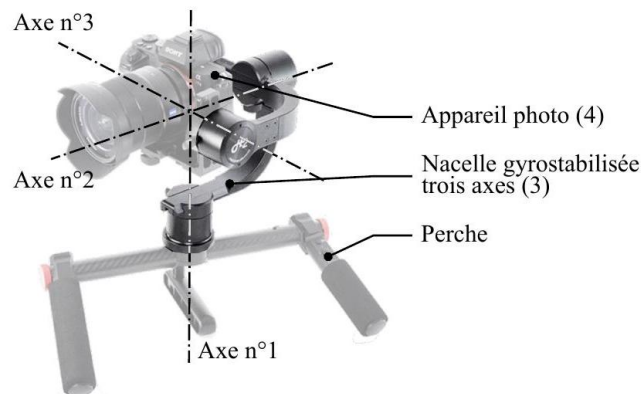


FIGURE 11 – Nacelle gyrostabilisée

4.3 Stabilisateur vertical

Pour maîtriser les perturbations verticales dues à la marche ou la course des photographes, un constructeur commercialise un stabilisateur vertical à installer entre la perche et la nacelle gyrostabilisée (figure 12).

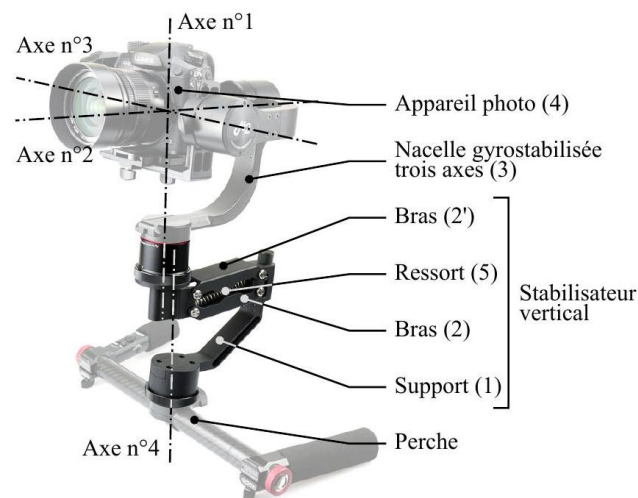


FIGURE 12 – Nacelle gyrostabilisée avec stabilisateur vertical

Une analyse du besoin des photographes a permis de documenter le cahier des charges fonctionnel dont un extrait est donné figure 22 du document réponse. Le cadre de ce sujet porte plus spécifiquement sur l'évaluation

des solutions retenues pour satisfaire les objectifs de maîtrise de la position d'un appareil photo à l'équilibre et en mouvement. Le sujet est décomposé en quatre parties :

- dans la partie 5, une analyse des mouvements de marche et de course d'un utilisateur est effectuée et les critères chiffrés de l'exigence relative à la position de l'appareil photo en mouvement sont justifiés ;
- – **Non étudié ici** – la partie ?? porte sur la vérification du respect de l'exigence relative à la position à l'équilibre de l'appareil photo ;
- – **Non étudié ici** – en partie ??, une étude dynamique met en évidence la nécessité d'ajouter une commande active au système pour assurer le respect de l'exigence relative à la position en mouvement de l'appareil photo ;
- la partie 6 porte sur la conception de la commande active du système en vue d'assurer la maîtrise de la position de l'appareil photo avec le niveau de précision requis par le cahier des charges.

5 Analyse du mouvement de l'utilisateur et justification du cahier des charges

Objectif Analyser les mouvements de l'utilisateur lorsqu'il marche ou lorsqu'il court et justifier les critères chiffrés de l'exigence relative à la position de l'appareil photo en mouvement

Pour réduire les perturbations verticales de l'appareil photo, la solution retenue est de filtrer les mouvements de translation verticale de la perche dont les fréquences sont précisées dans le cahier des charges (22). Pour justifier ces performances, on réalise des captures du mouvement vertical d'une perche tenue des deux mains par un utilisateur qui se déplace sur un sol plat.

Cette capture de mouvement est réalisée à partir d'un système optoélectronique dont le principe est le suivant : des caméras projettent une lumière dans le spectre infrarouge et détectent la lumière réfléchie par des marqueurs réfléchissants placés sur l'utilisateur. À partir des focales des caméras, de leur position et de leur orientation, il est possible de reconstruire, à chaque instant, par triangulation, la position spatiale des marqueurs et d'en déduire le mouvement vertical des mains, en retenant la valeur moyenne de la position verticale des deux mains. Les graphes des enregistrements de deux passages, marche et course, sont donnés ainsi que leur analyse spectrale (figure 13). Le contenu spectral est estimé en utilisant un enregistrement sur une durée limitée et la relation utilisée permet d'obtenir directement les amplitudes des différentes composantes harmoniques. Le calcul du spectre est réalisé pour un ensemble de fréquences choisi selon une distribution linéaire.

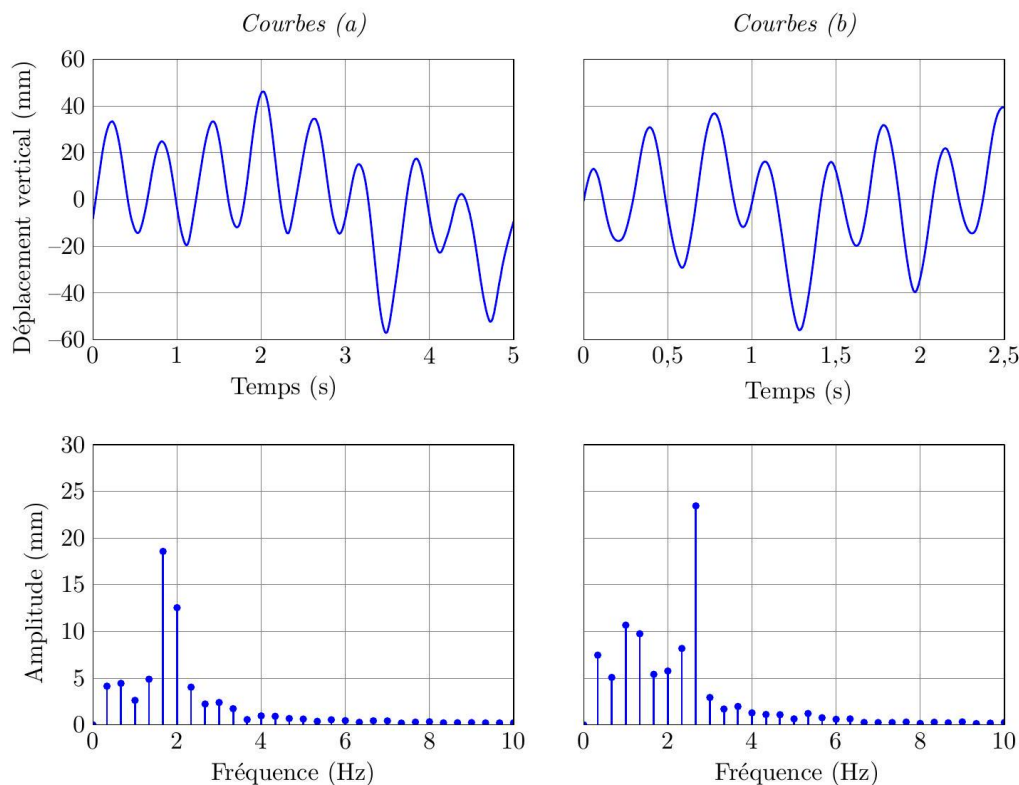


FIGURE 13 – Représentations temporelle et spectrale du déplacement vertical des mains de l'utilisateur lors de la capture du mouvement

Question 16 Associer chacune des courbes (a) ou (b) à l'enregistrement du mouvement pendant la marche ou

la course de l'utilisateur. Il est conseillé d'analyser les caractéristiques de l'harmonique de plus grande amplitude.

Question 17 Proposer une méthode de filtrage pour atténuer les perturbations dues à la marche ou à la course de l'utilisateur tout en conservant les mouvements de translation verticale souhaités.

6 Étude d'avant-projet d'une solution technique avec une commande active

Objectif Modéliser la commande et déterminer le réglage du correcteur. Spécifier la motorisation.

Dans cette partie, la régulation en hauteur de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) est réalisée par un motoréducteur dont le stator est lié au support (1) et dont l'arbre de sortie entraîne le bras (2) (figure 14). Le rendement de la chaîne de motorisation est supposé parfait.

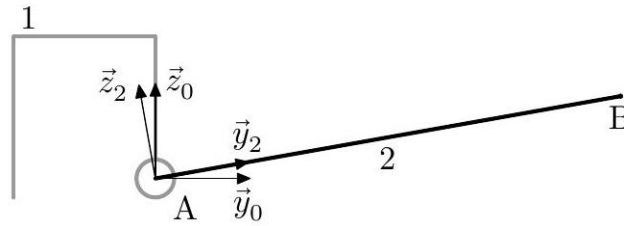


FIGURE 14 – Modèle simplifié

Les grandeurs utilisées dans cette partie sont :

- C_m le moment du couple qui modélise l'action du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur;
- ω_m la vitesse de rotation de l'arbre du moteur;
- C_s le moment du couple qui modélise l'action exercée par l'arbre de sortie du réducteur sur le bras (2);
- ω_s la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur sur le bras (2);
- N le rapport de transmission du réducteur avec $N = \omega_m / \omega_s = 100$;
- α l'angle formé entre le bras (2) et le support (1) défini par $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$;
- F_z le modèle de la composante verticale de l'effort exercé sur l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4) dû au couple moteur;
- F_p le modèle de l'effort de perturbation, dû au poids de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4);
- C_m^* la consigne en couple sur la machine à courant continu;
- m_{34} la masse de l'ensemble constitué de la nacelle gyrostabilisée (3) et de l'appareil photo (4);
- L la longueur du bras (2).

Un diagramme des exigences partiel du stabilisateur vertical avec la commande active est donné figure 23.

Les effets de masse et d'inertie du solide (2) sont négligeables devant les autres actions mises en jeu.

Question 18 En retenant le schéma simplifié (figure 14) et en modélisant par un glisseur dont la résultante est notée $\vec{F}_{2 \rightarrow 3} = F_y \vec{y}_0 + F_z \vec{z}_0$ l'action mécanique exercée au point B par le bras (2) sur la nacelle gyrostabilisée (3), exprimer C_s en fonction de F_z , F_y , $\alpha(t)$ et L . En négligeant F_y devant F_z ($F_y \approx 0$) donner alors la relation entre C_m , F_z , $\alpha(t)$, L et N .

La machine à courant continu est modélisée comme un générateur de couple parfait, en particulier instantané. Le schéma-bloc de la boucle ouverte non corrigée du système est donné (figure 15) en faisant l'approximation des petits angles.

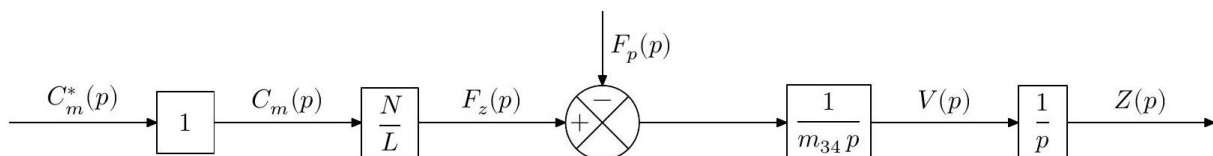


FIGURE 15 – Schéma-blocs de la boucle ouverte non corrigée

Pour réaliser un asservissement, un comparateur forme la différence entre une consigne en position notée $\Delta Z^*(p)$ et une mesure de la hauteur $\Delta Z(p)$ de l'appareil photo renvoyée par un capteur. Cette différence est corrigée par un correcteur de fonction de transfert notée $C(p)$. En pratique, $\Delta Z(p)$ correspond à l'écart par rapport à une position

de référence non présentée ici. Le capteur est modélisé par un gain unitaire. Le schéma-bloc d'asservissement est donné (figure 16).

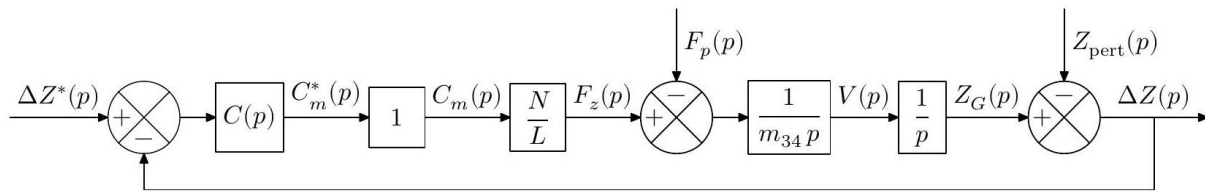


FIGURE 16 – Schéma-blocs de l'asservissement de position avec un correcteur $C(p)$

6.1 Choix et réglage du correcteur

Dans cette sous-partie, après avoir mis en évidence la nécessité d'introduire un correcteur, l'objet est d'en régler les paramètres de manière à ce que les performances du système vérifient les exigences du cahier des charges (figure 23).

Question 19 Montrer qu'un correcteur proportionnel $C(p) = K$ ne permet pas d'assurer la stabilité du système en boucle fermée. On pourra raisonner sur les critères de stabilité sur la fonction de transfert en boucle ouverte ou en boucle fermée.

Le correcteur retenu est de la forme $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$.

En prenant $T_i = 2T$ et $T_d = T/2$ on obtient le correcteur sous la forme $C(p) = K \frac{(1+Tp)^2}{2Tp}$.

On pourra utiliser dans la suite la relation approximative $T_{m,BF} \omega_{c,0 \text{ dB}} \approx 3$, où $T_{m,BF}$ désigne le temps du premier maximum en boucle fermée et $\omega_{c,0 \text{ dB}}$ est la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte.

La marge de phase minimale définie dans le cahier des charges est notée $\Delta\varphi$. On se place à la limite de la valeur exigée par le cahier des charges.

Question 20 En déduire les expressions respectives de l'argument et du module de la fonction de transfert du correcteur pour $\omega = \omega_{c,0 \text{ dB}}$ notées respectivement $\arg(C(j\omega_{c,0 \text{ dB}}))$ et $|C(j\omega_{c,0 \text{ dB}})|$ afin de vérifier l'exigence 2.3.1 relative à la stabilité de la commande active en fonction de $\omega_{c,0 \text{ dB}}$, m_{34} , L , N et $\Delta\varphi$. On pourra raisonner sur les marges de stabilité du système.

Question 21 Déterminer l'expression littérale du paramètre T du correcteur. Effectuer l'application numérique. (On pourra raisonner sur la marge de phase et sur le calcul de l'argument de la fonction de transfert adéquate.)

Question 22 Déterminer l'expression littérale du paramètre K du correcteur. Effectuer l'application numérique avec $m_{34} = 2,8 \text{ kg}$, $L = 52 \text{ mm}$ et $N = 100$. (Il s'agira d'ajuster K pour assurer que le gain soit nul à la pulsation calculé précédemment.)

6.2 Spécification de l'actionneur

Pour concevoir le prototype, il faut définir la chaîne de motorisation. Dans ce but, l'actionneur est supposé asservi. La relation entre le couple de consigne et le couple moteur est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre :

$$\Delta(p) = \frac{C_m(p)}{C_m^*(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}.$$

L'objectif de cette sous-partie est de prendre en compte le retard induit par la chaîne de motorisation et les conséquences sur la stabilité. Pour spécifier au concepteur de l'actionneur la constante de temps maximale admissible τ , on réalise une étude sur la stabilité en approchant au premier ordre la fonction de transfert $\Delta(p)$ par $(1 - \tau p)$. La prise en compte du modèle de l'actionneur asservi se traduit par un nouveau schéma-bloc (figure 17).

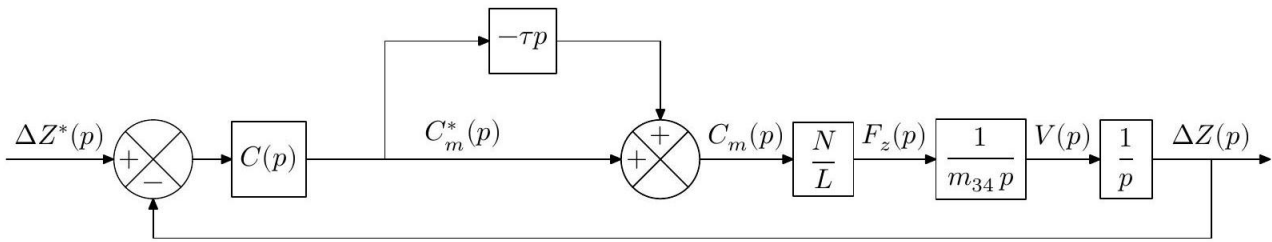


FIGURE 17 – Schéma d'analyse de la robustesse de l'asservissement

Un critère de choix de l'actionneur sera fondé sur une étude de robustesse par rapport à la valeur maximale de ce retard acceptable pour respecter les exigences liées à la stabilité du système.

Dans cette sous-partie, l'effet de la perturbation générée par le poids sur le système n'est pas étudié.

Le système est maintenant étudié en régulation, c'est-à-dire pour lequel l'entrée notée $\Delta Z^*(p) = 0$. Un schéma-blocs équivalent est donné (figure 18) en introduisant une entrée virtuelle $W(p) = 0$.

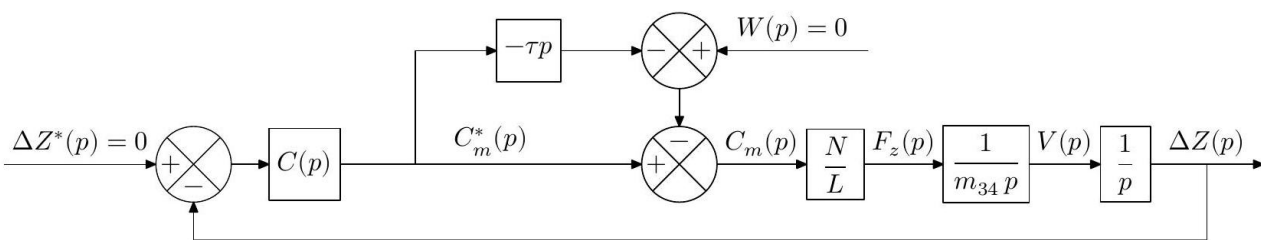


FIGURE 18 – Schéma modifié d'analyse de la robustesse de l'asservissement

Question 23 Donner l'expression de la fonction de transfert $H(p)$ présente dans la forme simplifiée du schéma-bloc (figure 19) en fonction de N, L, m_{34} et $C(p)$.

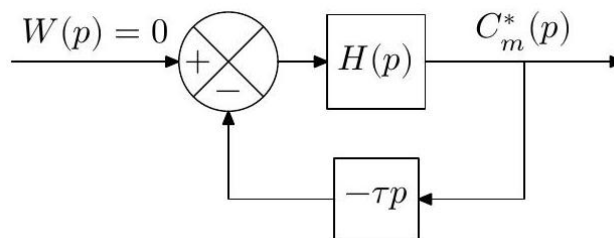


FIGURE 19 – Schéma pour l'analyse de la stabilité

En pratique l'action dérivée est filtrée, l'étude du filtrage n'est pas détaillée. Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H(p)$ ainsi filtrée sont donnés (figure ?? du document réponse).

Question 24 Compléter ces diagrammes sur le document réponse en représentant les diagrammes de Bode de la fonction $-\tau p$ puis tracer la fonction de transfert en boucle ouverte du système représenté en figure 19. Pour les tracés, prendre $\tau = 1$ s et faire apparaître clairement les points de construction pour les pulsations $\omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Question 25 En exploitant le document réponse :

- déterminer la valeur de τ qui assure la stabilité;
- déterminer la valeur de τ qui assure un amortissement correct en considérant qu'il est obtenu lorsque la marge de phase est d'au moins 60° ;
- conclure sur une valeur de τ maximale admissible à spécifier pour le choix du motoréducteur.

6.3 Conclusion

Le système est sollicité avec une consigne en échelon d'amplitude 10 mm à la date $t = 1$ s. Le graphe représentant l'évolution de $\Delta z^*(t)$ et $\Delta z(t)$ est donné pour les deux valeurs extrêmes de masse de l'appareil photo (figure 20).

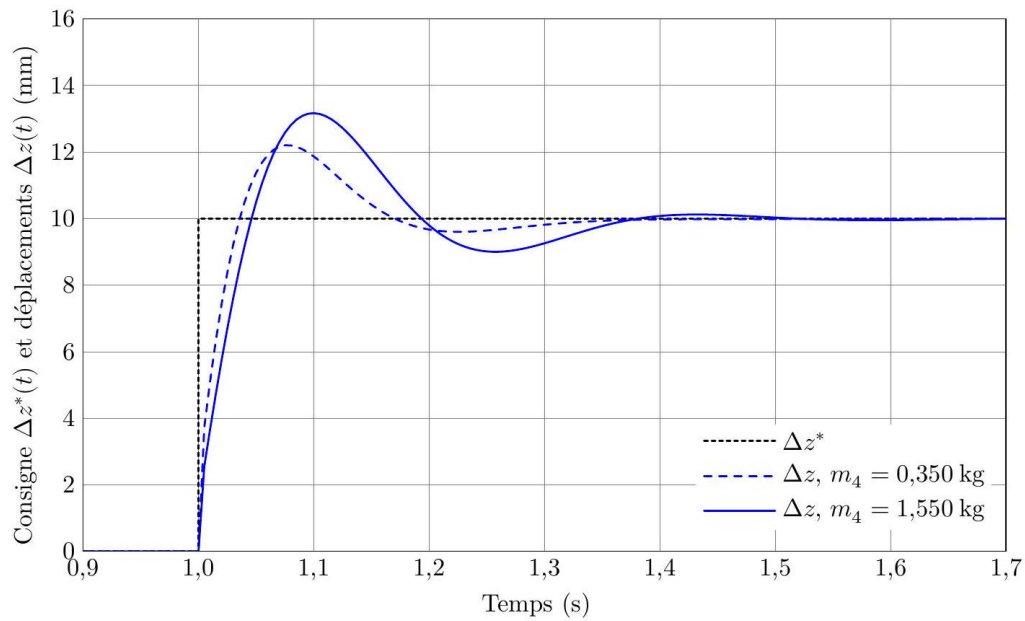


FIGURE 20 – Réponse temporelle à un échelon pour les deux valeurs extrêmes de masse de l'appareil photo

Question 26 Conclure sur la capacité du système à satisfaire les exigences du cahier des charges (figure 23).

7 Synthèse

Objectif Analyser et comparer les deux solutions technologiques étudiées précédemment pour concevoir le stabilisateur

Une simulation numérique a été effectuée afin d'analyser la capacité des deux solutions technologiques à vérifier l'exigence 1.2.1 relative au filtrage du mouvement. Pour cela, la réponse harmonique de la fonction $Z_G(p)/Z_{\text{pert}}(p)$ obtenue pour le système avec commande active est comparée à celle obtenue avec le système par filtrage passif dont le modèle a été linéarisé (figure 21).

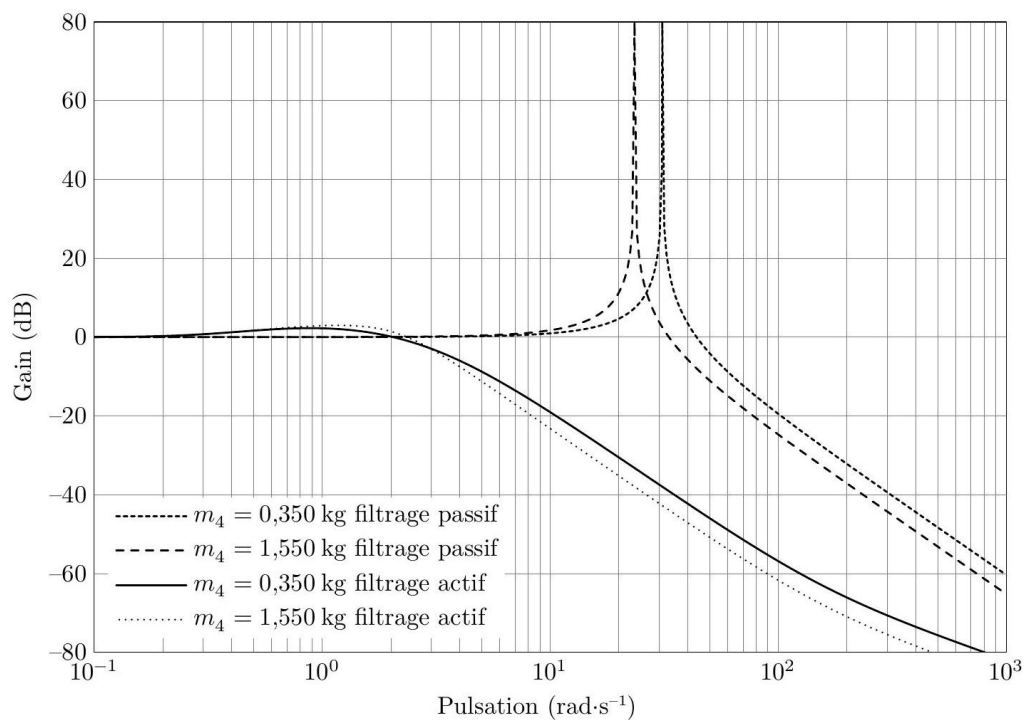


FIGURE 21 – Diagrammes de Bode de la fonction $Z_G(p)/Z_{\text{pert}}(p)$

Question 27 En étudiant les réponses harmoniques (figure 21), analyser la pertinence de chacune des deux solutions technologiques étudiées à satisfaire l'exigence 1.2.1.

Question 28 En considérant des critères de respect des performances attendues, d'encombrement, de masse, de coût et de consommation d'énergie, établir un tableau comparatif et argumenter un choix entre les deux solutions.

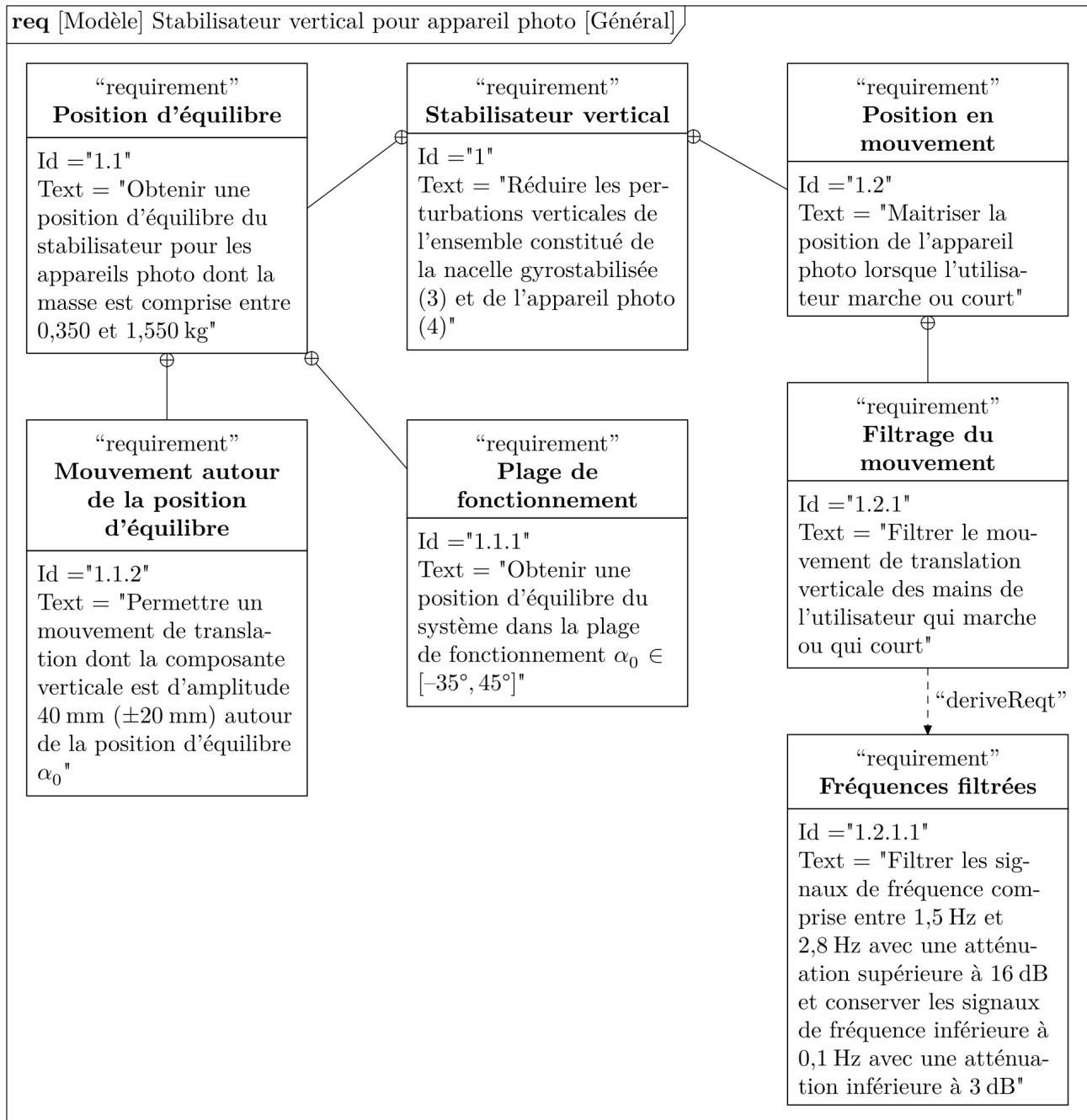


FIGURE 22 – Extrait du cahier des charges fonctionnel

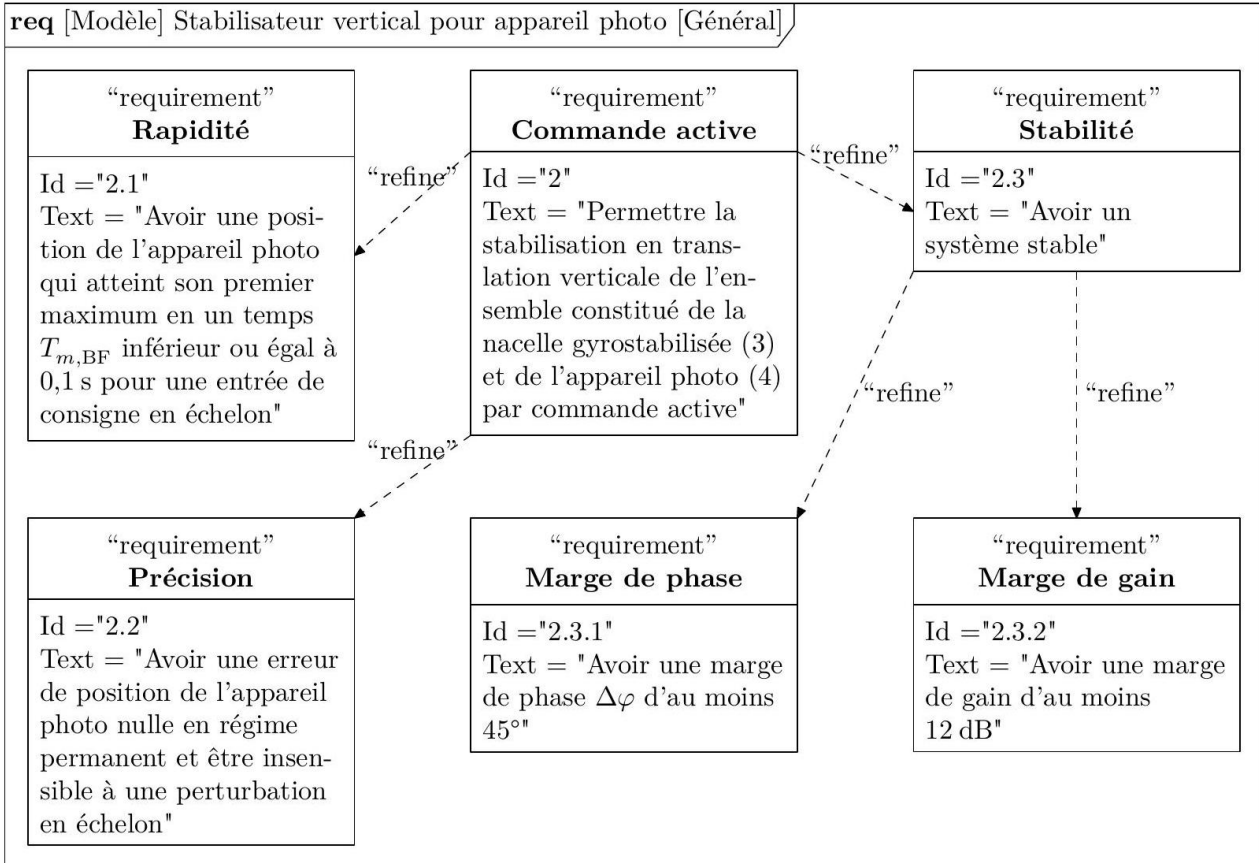


FIGURE 23 – Diagramme des exigences partiel du stabilisateur vertical avec la commande active