

Vélo Cargo G4e

1 Introduction

1.1 Présentation du système

1.2 Étude proposée

2 Effort de mise en stationnement

2.1 Caractéristiques inertielles du vélo

Question 1 Déterminer l'expression littérale de la position x_G suivant \vec{x} du centre de gravité de l'ensemble. En déduire la valeur de x_G en mm (on arrondira le résultat à la dizaine de mm).

Correction – [UPSTI] On isole le vélo. En utilisant le Principe Fondamental de la Statique (PFS) en moment au point I sur \vec{z} , on obtient : $-m_V x_G + m_J L = 0 \Rightarrow m_V x_G = m_J L \Rightarrow x_G = \frac{m_J}{m_V} L = \frac{m_J}{m_I + m_J} L$

$$\text{A.N. } x_G = \frac{23}{26 + 23} 2050 \Rightarrow x_G \simeq 960 \text{ mm.}$$

2.1.1 Centre de gravité G_T du vélo chargé

Question 2 Déterminer l'expression littérale de la position x_T suivant \vec{x} du centre de gravité de l'ensemble chargé. Calculer la valeur, arrondie à la dizaine de mm, de x_T .

Correction – [UPSTI] En utilisant la formule du barycentre, on obtient : $(m_B + m_V) \overrightarrow{OG_T} = m_B \overrightarrow{OG_B} + m_V \overrightarrow{OG_V}$
 $\Rightarrow (m_B + m_V) x_T = m_B x_B + m_V x_G \Leftrightarrow x_T = \frac{m_B x_B + m_V x_G}{m_B + m_V}$.

$$\text{A.N. } x_T = \frac{100 \times 1250 + 49 \times 960}{100 + 49} \Leftrightarrow x_T = 1150 \text{ mm.}$$

2.2 Étude géométrique

Question 3 Recopier et compléter le schéma cinématique esquissé ci-dessous, conformément au modèle, proposé en faisant apparaître les liaisons, les solides et les repères qui leurs sont associés.

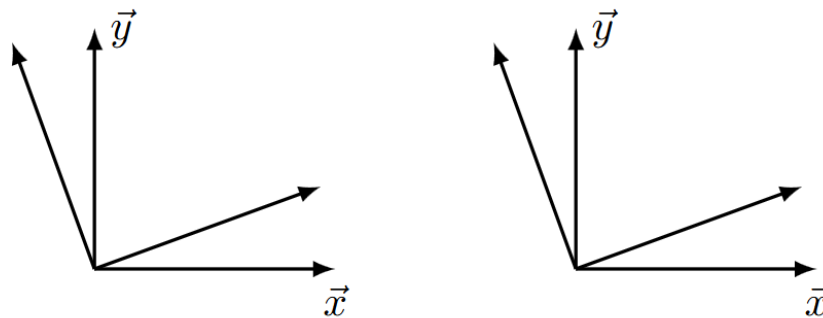
Correction – [UPSTI]



Schéma à recopier et compléter

Question 4 Recopier et compléter les figures de calcul esquissées ci-dessous.

Correction – [UPSTI]



Question 5 À partir d'une fermeture géométrique, montrer que l'équation scalaire qui lie la valeur de β à α , a , b , e et R_B est de la forme : $a \cdot \sin(\alpha) = b \cdot \sin(\beta) - e \cdot \cos(\beta) + R_B$.

Correction – [UPSTI] La fermeture géométrique $\overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ donne l'équation vectorielle : $-\mu \vec{x} + a \vec{x}_b - b \vec{x}_c + e \vec{y}_c - R_B \vec{y} = \vec{0}$. La projection sur \vec{y} de cette relation permet d'obtenir $a \sin \alpha - b \sin \beta + e \cos \beta - R_B = 0$.
 $\Rightarrow a \sin \alpha = b \sin \beta - e \cos \beta + R_B$.

Valeurs limites de α

On note α_i et α_f ($\alpha_i < \alpha_f$) les valeurs de l'angle α entre lesquelles la roue avant est décollée du sol.

Question 6 Déterminer les expressions des angles α_i et α_f en fonction de R_B , e et a . En calculer les valeurs en radians.

Correction – [UPSTI] Au cours du mouvement, l'angle β reste faible, on peut donc utiliser les approximations $\cos \beta \simeq 1$ et $\sin \beta \simeq 0$. Ainsi $\sin \alpha = \frac{R_B - e}{a} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_i = \arcsin \frac{R_B - e}{a} \\ \alpha_f = \pi - \arcsin \frac{R_B - e}{a} \end{cases}$
A.N. $\alpha_i = 66,8^\circ$ et $\alpha_f = 111,4^\circ$ (ce qui correspond aux valeurs données dans la suite du sujet).

Les valeurs calculées précédemment arrondies conduisent à $\alpha_i \approx 70^\circ$ et $\alpha_f \approx 110^\circ$. L'évolution de l'angle β en fonction de α , pour la plage de béquillage, est donnée figure 1.

Question 7 Dédurre de la courbe fournie la valeur d'inclinaison maximale du cadre par rapport au sol, notée β_{\max} . Conclure sur l'hypothèse d'étude suivante : «Le cadre sera supposé horizontal lors du béquillage ».

Correction – [UPSTI] D'après la figure 1, $\beta_{\max} = 1,1^\circ$. Cet angle est très faible et permet bien de valider l'hypothèse stipulant que le cadre est supposé horizontal lors du béquillage.

2.3 Effort de béquillage

Question 8 Donner la forme du torseur des actions mécaniques transmissibles du sol (0) sur la béquille (4) en K dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Correction – [UPSTI] $\{0 \rightarrow 4\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{04} \cdot \vec{x} + Y_{04} \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_K$

Question 9 Donner la forme du torseur des actions mécaniques transmissibles du sol (0) sur la roue (1) en I dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Correction – [UPSTI] $\{0 \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{01} \cdot \vec{x} + Y_{01} \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$

Question 10 Donner la forme du torseur des actions mécaniques exercées par la pesanteur sur l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$ en G_T dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Correction – [UPSTI] $\{\text{pes} \rightarrow \Sigma\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_T g \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_T}$

Question 11 Appliquer le théorème du moment statique à Σ en I en projection sur \vec{z} . En déduire la relation qui lie F_C à Y_{04} en fonction de $\mu, a, k, q, d, y_M, \beta, m_T$ et g .

Correction – [UPSTI] On isole le système Σ . BAME :

- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 4)\}$
- $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow \Sigma)\}$
- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$
- $\{\mathcal{T}(\text{cy} \rightarrow 4)\}$

On calcule tous les moments au point I en utilisant la formule de Varignon. $\overline{\mathcal{M}}(I, \text{Pes} \rightarrow \Sigma) = \overline{\mathcal{M}}(G_T, \text{Pes} \rightarrow \Sigma) + \overline{IG_T} \wedge (-m_T g \vec{y}) = (\overline{IK} + \overline{KG}) \wedge (-m_T g \vec{y}) = (-\mu \vec{x} + k \vec{x}_c + q \vec{y}_c) \wedge (-m_T g \vec{y}) = (\mu - k \cos \beta + q \sin \beta) m_T g \vec{z}$

$$\overline{\mathcal{M}}(I, 0 \rightarrow 4) = -\mu \vec{x} \wedge (X_{04} \vec{x} + Y_{04} \vec{y}) = -\mu Y_{04} \vec{z}$$

$\overline{\mathcal{M}}(I, \text{Cy} \rightarrow 4) = (\mu \vec{x} + a \vec{y} - d \vec{x}_c + y_M \vec{y}_c) \wedge -F_C \vec{x} = (a - d \sin \beta + y_M \cos \beta) F_C = 0$. On applique le PFS en moment au point I sur \vec{z} : $(\mu - k \cos \beta + q \sin \beta) m_T g - \mu Y_{04} + (a - d \sin \beta + y_M \cos \beta) F_C = 0$.

$$\text{Ainsi, } F_C = \frac{\mu Y_{04} - (\mu - k \cos \beta + q \sin \beta) m_T g}{a - d \sin \beta + y_M \cos \beta}.$$

On suppose que β est suffisamment petit pour considérer que $\sin \beta \approx 0$ et $\cos \beta \approx 1$.

Question 12 Montrer qu'alors, on peut exprimer F_C sous la forme : $F_C \approx \frac{\mu \cdot Y_{04} - (\mu - k) \cdot m_T \cdot g}{y_M + a}$. Déterminer la condition sur y_M qui conduit alors à une action à développer par le cycliste F_C maximale.

Correction – [UPSTI] Avec l'approximation des petits angles proposée, on obtient $F_C = \frac{\mu Y_{04} - (\mu - k) m_T g}{a + y_M}$ ce qui correspond bien à la forme donnée dans la question. F_C est donc maximale quand y_M est minimale donc quand $y_M = 900 \text{ mm}$.

Question 13 En isolant l'ensemble Σ et en appliquant le théorème de la résultante statique, écrire les équations

scalaires qui relient les différentes composantes des torseurs d'actions mécaniques exercées par le sol.

Correction – [UPSTI] On reprend le même isolement (et par conséquent le même BAME) que dans la question 11**. On applique le PFS en résultante sur \vec{x} et \vec{y} :
$$\begin{cases} X_{01} + X_{04} - F_C = 0 \\ Y_{01} + Y_{04} - m_T g = 0 \end{cases}.$$

Question 14 Montrer alors, que même en supposant le glissement en I, l'isolement de l'ensemble ne permet pas de déterminer l'action du cycliste.

Correction – [UPSTI] En supposant le glissement en I on pourrait obtenir une équation entre X_{01} et Y_{01} . À celle-ci s'ajoutent les 3 équations issues du PFS sur l'isolement de Σ . On a donc cinq inconnues (X_{04} , Y_{04} , X_{01} , Y_{01} et F_C) pour seulement quatre équations. On ne peut donc pas déterminer F_C avec ce seul isolement.

On se propose à présent d'isoler la béquille (4) seule. On fait l'hypothèse que son poids est négligeable devant les autres actions mécaniques. **Question 15** Montrer en appliquant le PFS à la béquille (4) et en choisissant une équation scalaire pertinente parmi celles disponibles, que pour la position étudiée ($\alpha = 90^\circ$) et pour l'isolement choisi, $X_{04} = 0$ ¹.

Correction – [UPSTI] On isole la béquille (4). BAME :

- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 4)\} = \begin{Bmatrix} X_{04} \vec{x} + Y_{04} \vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_K$;
- $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 4)\} = \begin{Bmatrix} X_{24} \vec{x} + Y_{24} \vec{y} \\ 0 \end{Bmatrix}_A$.

On déplace tous les moments au point A : $\overline{\mathcal{M}(A, 0 \rightarrow 4)} = \overline{\mathcal{M}(M, 0 \rightarrow 4)} + \overrightarrow{AK} \wedge (X_{04} \vec{x} + Y_{04} \vec{y}) = \vec{0} - a \vec{x}_b \wedge (X_{04} \vec{x} + Y_{04} \vec{y}) = -a \vec{y} \wedge (X_{04} \vec{x} + Y_{04} \vec{y}) = -a X_{04} \vec{z}$.

On applique le PFS en moment au point A sur \vec{z} : $a X_{04} + 0 = 0$ et donc $X_{04} = 0$.

On montre alors en utilisant les résultats précédents : $F_C = \frac{f \cdot k \cdot m_T \cdot g}{\mu + f \cdot (y_M + a)}$.

On estime alors l'effort minimal pour assurer le béquillage en charge maximale à $F_C \approx 80$ N.

Question 16 Conclure sur le respect de l'exigence 110 du cahier des charges du vélo (figure ??).

Correction – [UPSTI]

D'après le sujet, il faut $F_C \approx 80$ N pour assurer le béquillage. En se référant à la figure 2.1, un homme peut répéter, d'après la législation, l'opération 30 fois par période de 24 heures ce qui permet les livraisons mais une femme, toujours d'après la législation, ne peut répéter que 2 fois cette opération de béquillage en 24 heures ce qui ne permet pas de réaliser des livraisons. Ainsi l'exigence 110 du cahier des charges du vélo n'est pas respectée pour une utilisation en livraisons.

3 Vérification du dimensionnement des organes participant au freinage

3.1 Modèle d'étude

3.2 Capacité de freinage d'urgence

Question 17 Déterminer l'expression des résultantes dynamiques :

- du solide (1) dans son mouvement par rapport au sol (0) : $\overline{R_d(1/0)}$,
- de l'ensemble (2) dans son mouvement par rapport au sol (0) : $\overline{R_d(2/0)}$,
- du solide (3) dans son mouvement par rapport au sol (0) : $\overline{R_d(3/0)}$.

Correction – [UPSTI]

Par définition, on a $\overline{R_d(1/0)} = m_1 \overline{\Gamma(B, /0)}$. Ainsi $\overline{R_d(1/0)} = m_1 \overline{\Gamma(G_2, /0)} \overline{R_d(1/0)} = m_1 \gamma_{G_2} \vec{x}$. On a directement

1. X_{03} dans le sujet initial.

$$\vec{R}_d(2/0) = m_2 \gamma_{G_2} \vec{x}. \text{ De même que pour le solide (1), on obtient } \vec{R}_d(3/0) = m_3 \gamma_{G_3} \vec{x}.$$

Question 18 En appliquant le théorème de la résultante dynamique au système matériel $\{1, 2, 3\}$, déterminer les expressions :

- de la somme des composantes tangentielles ($X_{01} + X_{03}$) et
- de la somme des composantes normales ($Y_{01} + Y_{03}$) de l'action du sol sur les roues.

Correction – [UPSTI] On isole 1,2,3. BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_I ; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{03} \vec{x} + Y_{03} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_J ; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_B ; \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_{G_2} ; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_3 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_C . \end{aligned}$$

On applique le PFD en résultante sur \vec{x} et \vec{y} :

$$\begin{cases} -X_{01} - X_{03} = (m_1 + m_2 + m_3) \gamma_{G_2} \\ Y_{01} + Y_{03} - (m_1 + m_2 + m_3) g = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -X_{01} - X_{03} = -(m_1 + m_2 + m_3) \gamma_{G_2} \\ Y_{01} + Y_{03} = (m_1 + m_2 + m_3) g \end{cases}$$

Question 19 Déterminer une expression de k_f en fonction de g et γ_{G_2} .

Correction – [UPSTI] En utilisant les deux relations données dans l'énoncé, on obtient :

$$\begin{cases} k_f(Y_{01} + Y_{03}) = -(m_1 + m_2 + m_3) \gamma_{G_2} \\ Y_{01} + Y_{03} = (m_1 + m_2 + m_3) g \end{cases}$$

$$\Rightarrow k_f(m_1 + m_2 + m_3)g = -(m_1 + m_2 + m_3) \gamma_{G_2} \Rightarrow k_f g = -\gamma_{G_2} \Rightarrow k_f = -\frac{\gamma_{G_2}}{g}.$$

Question 20 À partir de l'expression de la condition de non glissement des roues sur le sol, déterminer la valeur limite de $\gamma_{G_2}(t)$ en fonction de f' et g . Montrer alors que toutes les configurations du tableau 3.3 ne permettent pas de satisfaire l'exigence 210.

Correction – [UPSTI] Le sujet donne $X_{0i} < f' Y_{0i} \Rightarrow k_f < f' \Rightarrow -\gamma_{G_2}/g < f' \Rightarrow -\gamma_{G_2} < f' g$ donc $\gamma_{G_2} > -f' g$.

Dans le tableau 3.3, la pire condition correspond au pneu anormalement usé sur route goudronnée mouillée, on a alors $\gamma_{\text{lim}} = -2,9 \text{ m s}^{-2}$. La décélération est donc de $2,9 \text{ m s}^{-2}$ ce qui est inférieur aux $4,5 \text{ m s}^{-2}$ demandés par l'exigence 210. Cette exigence n'est donc pas satisfaite pour toutes les configurations du tableau 3.3.

Question 21 En étudiant le mouvement de l'ensemble $\{1, 2, 3\}$ lors du freinage, montrer que la distance de freinage d_f définie par le passage de la vitesse initiale v_0 à une vitesse nulle peut s'écrire : $d_f = -(v_0)^2 / (2 \cdot \gamma_{G_2})$.

Correction – [UPSTI]

Comme la décélération est supposée constante, les expressions de la vitesse et la position sont de la forme :

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + \gamma_{G_2} t \\ x(t) = x_0 + v_0 t + \gamma_{G_2} \frac{t^2}{2} \end{cases} \text{ en prenant } t = 0 \text{ comme origine des temps et } v(t = 0) = v_0. \text{ En appelant } t_f \text{ le temps de}$$

freinage, on a $v(t = t_f) = 0$ et $x(t = t_f) = d_f$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = v_0 + \gamma_{G_2} t_f \\ d_f = v_0 t_f + \gamma_{G_2} \frac{t_f^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_f = -\frac{v_0}{\gamma_{G_2}} \\ d_f = v_0 t_f + \gamma_{G_2} \frac{t_f^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_f = -\frac{v_0^2}{\gamma_{G_2}} + \frac{v_0^2}{2\gamma_{G_2}} \Rightarrow d_f = -\frac{v_0^2}{2\gamma_{G_2}}$$

Question 22 Conclure quant au respect de l'exigence 220 portant sur la distance de freinage et sur la responsabilité de l'utilisateur.

Correction – [UPSTI] La question précédente nous permet de calculer d_f :

- dans les conditions normales $d_f = \frac{-(25/3,6)^2}{2 \times (-4,5)} = 5,36 \text{ m} < 6 \text{ m}$;
- dans les conditions dégradées $d_f = \frac{-(25/3,6)^2}{2 \times (-2,95)} = 8,17 \text{ m} > 6 \text{ m}$.

L'exigence 220 est donc bien respectée en conditions normales mais pas en conditions dégradées. L'utilisateur doit vérifier régulièrement l'état de ses pneumatiques et adapter son allure aux conditions de la chaussée pour ne pas devenir un danger pour lui-même et pour les autres.

3.3 Dimensionnement des organes de freinage

Question 23 Déterminer l'expression du moment dynamique de l'ensemble (2) par rapport au sol (0) au point $G_2 : \overrightarrow{\delta}(G_2, 2/0)$.

Correction – [UPSTI] L'ensemble (2) est en translation par rapport au sol (0) donc $\overrightarrow{\delta}(G_2, 2/0) = \vec{0}$.

Question 24 Déterminer l'expression de la projection sur \vec{z} :

1. du moment cinétique au point B de la roue arrière (1) par rapport au sol (0) : $\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \cdot \vec{z}$,
2. du moment dynamique au point B de la roue arrière (1) par rapport au sol (0) : $\overrightarrow{\delta}(B, 1/0) \cdot \vec{z}$.

Correction – [UPSTI] Comme le point B est le centre de gravité de l'ensemble (1), on peut écrire $\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) = I_B(1) \overrightarrow{\Omega}(1/0)$.

En utilisant la composition des vecteurs vitesse de rotation, on a : $\overrightarrow{\Omega}(1/0) = \overrightarrow{\Omega}(1/2) + \overrightarrow{\Omega}(2/0) = \omega_{12} \vec{z}$.

D'où $\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) = \begin{pmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & I_{B1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ X \\ I_{B1} \omega_{12} \end{pmatrix}$ où X désigne un terme inconnu.

Finalement $\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \cdot \vec{z} = I_{B1} \omega_{12}$.

$\overrightarrow{\delta}(B, 1/0) = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \right]_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ car le point B est le centre de gravité de l'ensemble (1).

On utilise la formule $\frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \cdot \vec{z} \right] = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \right]_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \cdot \vec{z} + \overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \cdot \frac{d}{dt} [\vec{z}]_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

D'où $\overrightarrow{\delta}(B, 1/0) \cdot \vec{z} = \frac{d}{dt} \left[\overrightarrow{\sigma}(B, 1/0) \cdot \vec{z} \right] = I_{B1} \dot{\omega}_{12}$.

Question 25 Déterminer l'expression de la projection sur \vec{z} du moment dynamique de la roue avant (3) par rapport au sol (0) au point C : $\overrightarrow{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z}$.

Correction – [UPSTI] En utilisant la même démarche qu'à la question précédente, on obtient $\overrightarrow{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z} = I_{C3} \dot{\omega}_{32}$

Question 26 En supposant qu'il y a roulement sans glissement en I (respectivement en J), déterminer la relation entre ω_{12} et $v_{G_2}(t)$ (respectivement entre ω_{32} et $v_{G_2}(t)$).

Correction – [UPSTI] Avec l'hypothèse de roulement sans glissement, on a $v_{G_2}(t) = -R_1 \omega_{12}$ et $v_{G_2}(t) = -R_3 \omega_{32}$.

Question 27 En appliquant le théorème du moment dynamique à chacune des roues, montrer que les composantes X_{01} et X_{03} ont pour expressions :

$$X_{01} = \frac{C_{f1} + \frac{I_{B1}}{R_1} \gamma_{G_2}}{R_1} \quad \text{et} \quad X_{03} = \frac{C_{f3} + \frac{I_{C3}}{R_3} \gamma_{G_2}}{R_3}$$

Correction – [UPSTI] On isole la roue (1).

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_I ; & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_B . \\ \bullet \{ \mathcal{T}(2 \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} X_{21} \vec{x} + Y_{21} \vec{y} \\ C_{f1} \vec{z} \end{array} \right\}_B ; \end{aligned}$$

On calcule le moment au point B de l'action du torseur des actions mécaniques transmissibles du sol (0) sur la roue (1) : $\overrightarrow{\mathcal{M}}(B, 0 \rightarrow 1) = \overrightarrow{\mathcal{M}}(I, 0 \rightarrow 1) + \overrightarrow{BI} \wedge (-X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y}) = -R_1 \vec{y} \wedge (-X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y}) = -R_1 X_{01} \vec{z}$.

On applique le PFD en moment au point B sur \vec{z} : $-R_1 X_{01} + C_{f1} = I_{B1} \dot{\omega}_{12} = -I_{B1} \gamma_{G_2} / R_1 \Rightarrow X_{01} = \frac{C_{f1} + I_{B1} \gamma_{G_2} / R_1}{R_1}$.

Avec un raisonnement analogue, on obtient $X_{03} = \frac{C_{f3} + I_{C3} \frac{\gamma_{G_2}}{R_3}}{R_3}$.

DS 4

Question 28 En appliquant le théorème du moment dynamique au système matériel {1,2,3} en I, montrer que l'on peut exprimer Y_{03} sous la forme suivante :

$$Y_{03} = \frac{1}{L} \left[g(m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot L) - \gamma_{G_2} (y_2 \cdot m_2 + R_1 \cdot m_1 + R_3 \cdot m_3) + I_{B1} \cdot \frac{d\omega_{12}}{dt} + I_{C3} \cdot \frac{d\omega_{32}}{dt} \right]$$

Correction – [UPSTI] On isole 1,2,3. BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_I ; & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_{G_2} ; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{03} \vec{x} + Y_{03} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_J ; & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_3 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_C . \\ \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_B ; \end{aligned}$$

En déplaçant les moments avec la méthode des bras de levier, on obtient :

$$\begin{aligned} \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{01} \vec{x} + Y_{01} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_I ; & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_I ; \\ \bullet \{ \mathcal{T}(0 \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -X_{03} \vec{x} + Y_{03} \vec{y} \\ 0 \end{array} \right\}_J ; & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g \vec{y} \\ -m_2 g x_2 \vec{z} \end{array} \right\}_I ; \\ & & \bullet \{ \mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 3) \} &= \left\{ \begin{array}{c} -m_3 g \vec{y} \\ -m_3 g L \vec{z} \end{array} \right\}_C . \end{aligned}$$

On déplace ensuite les moments dynamiques au point I en utilisant la formule de Varignon et on ne s'intéresse qu'à la composante sur \vec{z} :

$$\overrightarrow{\delta}(I, 1/0) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{\delta}(B, 1/0) \cdot \vec{z} + (\overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{R_d}(1/0)) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{\delta}(B, 1/0) \cdot \vec{z} + (R_1 \vec{y} \wedge m_1 \gamma_{G_2} \vec{x}) \cdot \vec{z} = I_{B1} \dot{\omega}_{12} + (-R_1 m_1 \gamma_{G_2} \vec{z}) \cdot \vec{z} = I_{B1} \dot{\omega}_{12} - R_1 m_1 \gamma_{G_2}$$

$$\text{De même : } \overrightarrow{\delta}(I, 3/0) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{\delta}(C, 3/0) \cdot \vec{z} + (\overrightarrow{IC} \wedge \overrightarrow{R_d}(3/0)) \cdot \vec{z} = I_{C3} \dot{\omega}_{32} + [(L \vec{x} + R_3 \vec{y}) \wedge m_3 \gamma_{G_2} \vec{x}] \cdot \vec{z} = I_{C3} \dot{\omega}_{32} - R_3 m_3 \gamma_{G_2}$$

$$\overrightarrow{\delta}(I, 2/0) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{\delta}(G_2, 2/0) \cdot \vec{z} + (\overrightarrow{IG_2} \wedge \overrightarrow{R_d}(2/0)) \cdot \vec{z} = 0 + [(x_2 \vec{x} + y_2 \vec{y}) \wedge m_2 \gamma_{G_2} \vec{x}] \cdot \vec{z} = -y_2 m_2 \gamma_{G_2}.$$

$$\text{On applique le PFD en moment au point I sur } \vec{z} : Y_{03} L - m_2 g x_2 - m_3 g L = I_{B1} \dot{\omega}_{12} - R_1 m_1 \gamma_{G_2} + I_{C3} \dot{\omega}_{32} - R_3 m_3 \gamma_{G_2} - y_2 m_2 \gamma_{G_2}.$$

$$\text{On retrouve ainsi l'équation demandée : } Y_{03} = \frac{1}{L} [g(m_2 x_2 + m_3 L) - \gamma_{G_2} (R_1 m_1 + R_3 m_3 + y_2 m_2) + I_{B1} \dot{\omega}_{12} + I_{C3} \dot{\omega}_{32}]$$

Question 29 Pour une décélération visée « dite d'urgence » conforme à l'exigence 210 de $-4,5 \text{ m s}^{-2}$, déterminer les couples de freinage optimaux à mettre en œuvre sur chacune des roues.

Correction – [UPSTI] D'après la figure 3.3, pour la décélération visée de $-4,5 \text{ ms}^{-2}$, on relève $C_{f1opt} = 193 \text{ Nm}$ et $C_{f3opt} = 172 \text{ Nm}$.

Question 30 Conclure quant au système de freins installé sachant que les freins installés sur le G4e permettent d'envisager un couple de freinage maximum de $250 \text{ N} \cdot \text{m}$ pour une distance parcourue de 6 m .

Correction – [UPSTI] $C_{f1opt} = 193 \text{ Nm} < 250 \text{ Nm}$ et $C_{f3opt} = 172 \text{ Nm} < 250 \text{ Nm}$ donc le système de freins installé permet bien la décélération d'urgence prévue.

Le contrôle du freinage, assuré par le conducteur, est réalisé par l'action de ses mains sur chacune des poignées de frein. Le cycliste module ainsi l'intensité du couple de freinage sur chacune des roues au travers de son ressenti. Les couples de freinage peuvent donc s'en trouver non optimaux.

Question 31 Proposer une solution technologique de pilotage des freins qu'il serait possible d'intégrer pour optimiser les conditions de freinage.

Correction – [UPSTI]

On peut proposer un système où quand le cycliste freine au-delà d'une certaine limite, on détecte un freinage d'urgence et au lieu de commander directement le couple de freinage appliqué, on utilise un asservissement pour optimiser les couples appliqués sur les deux roues.