

Mesures topographiques par station totale

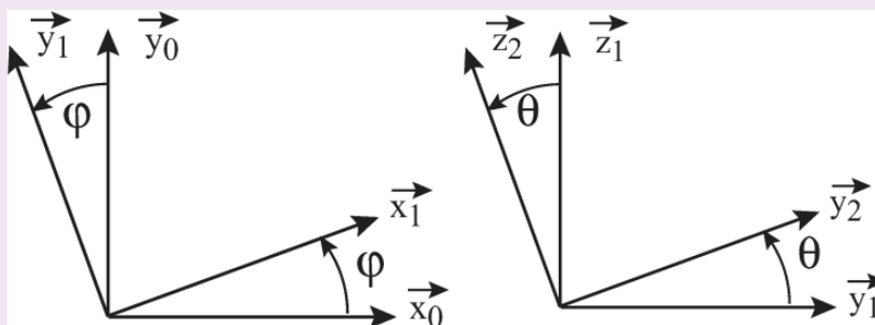
1 Réalisation d'un levé topographique

1.1 Présentation de l'étude

1.2 Grandeurs mesurées

Question 1 Tracer les figures de changement de base associées aux angles d'azimut φ et d'élévation θ et déterminer les expressions des coordonnées x , y et z de la cible P dans le repère de référence $R_0(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction des angles φ et θ et de la distance D entre l'isocentre O de l'appareil et la cible P .

Correction



$$\overrightarrow{OP} = D \vec{y}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ D \cos \theta \\ D \sin \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} -D \cos \theta \sin \varphi \\ D \cos \theta \cos \varphi \\ D \sin \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_0}.$$

2 Étude de la station totale LeICA TCra 1103

2.1 Mesure par une station totale et exigences client

2.2 Etude partielle de l'exigence Id = 11 « Positionner angulairement les deux axes avec une précision ISO »

Question 2 Déterminer, en fonction des données, les expressions littérales puis calculer les valeurs numériques de la vitesse angulaire $\dot{\varphi}_{\text{ref}}$ ($\text{entr} \cdot \text{min}^{-1}$) et de la résolution angulaire $\Delta \varphi_{\text{ref}}$ (en degrés) en azimuth permettant d'assurer le suivi de l'opérateur lorsqu'il déplace le prisme optique rétro réfléchissant entre deux mesures.

Correction La vitesse de déplacement du point de mesure (F) (défini à la question 3 du corrigé), situé à une distance D de l'isocentre, s'exprime par la relation : $V = D \dot{\varphi}$. Cette vitesse doit correspondre à la vitesse de déplacement de l'opérateur.

On se place dans le cas le plus défavorable pour la vitesse angulaire : $D = D_{\min} = 1,5 \text{ m}$ $\varphi_{\text{Maxi}} = \frac{V_{\text{Maxi}}}{D_{\min}}$ en rads^{-1} ;
 où $\dot{\varphi}_{\text{ref}} = \frac{V_{\text{Maxi}}}{D_{\min}} \frac{60}{2\pi}$ en trmin^{-1}
 AN : $\dot{\varphi}_{\text{ref}} = \frac{5 \cdot 10^3}{60 \cdot 60 \cdot 1,5} \frac{60}{2\pi} = 8,84 \text{ tr/min}$
 Pour être certain que le système de visée suive le prisme optique, il faut que le rayon du prisme soit, au minimum, entièrement compris dans la résolution angulaire $\Delta\varphi_{\text{ref}}$ (voir figure) On se place dans le cas le plus défavorable : $D = D_{\text{Maxi}} = 500 \text{ m}$: $\tan(\Delta\varphi_{\text{ref}}) = \frac{R_{Pr}}{D}$ et $\Delta\varphi_{\text{ref}} = \arctan\left(\frac{R_{Pr}}{D_{\text{Maxi}}}\right)$ AN $\Delta\varphi_{\text{ref}} = \arctan(0,05/500) = 5,7310^{(-3)\circ} = 110^{(-4)} \text{ rad}$

2.3 Étude partielle de l'exigence 12 : « Identifier l'écart au centre du prisme optique rétro-réfléchissant et assurer le suivi au centre en continu »

2.3.1 Validation des exigences de suivi dynamique et de précision du positionnement

Question 3 La fonction de transfert $G_{p1}(p)/\Theta_{m1}(p)$ du codeur incrémental (figure C du document réponse) est assimilée à un gain pur K_{c1} : calculer la valeur numérique et préciser l'unité de ce gain

Correction Le codeur délivre 512 points (ou impulsions) (supposés équirépartis) pour un tour complet Le comportement du codeur est supposé être linéaire (équirépartition des points), la fonction de transfert du codeur incrémental peut être modélisée par une constante Si le 512^e points est obtenu pour un tour : $\frac{G_{p1}(\theta)}{\theta_{m1}(p)} = K_{c1} = \frac{512}{2\pi} = 81,49 \text{ points/rad}$

Le moteur d'azimut a une vitesse angulaire maximale de rotation en charge de $7700 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$

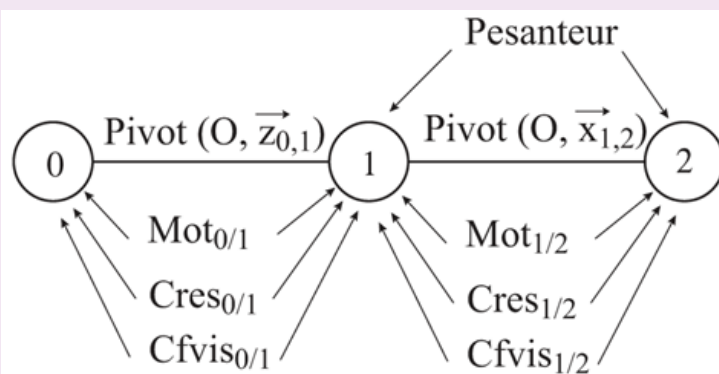
Question 4 Vérifier que le réducteur à deux étages et le codeur incrémental implantés permettent d'assurer à la fois le suivi en mouvement et la précision de positionnement en azimut, grandeurs déterminées question 2

Correction La vitesse angulaire d'azimut dépend de la vitesse de rotation du moteur et du réducteur : $\dot{\varphi}_{\text{Maxi}} = 7700 \times \frac{-2}{7} \times \frac{-1}{210} = 10,47 \text{ tr/min}$
 Cette vitesse angulaire permet de valider le critère de suivi de trajectoire (car $10,47 \text{ tr/min} > 8,84 \text{ tr/min}$)
 $\Delta\varphi = \frac{\rho_1}{K_{c1}}$, $\Delta\varphi = -\frac{2}{7} \times \frac{-1}{210} \times \frac{2\pi}{512} = 1,6710^{(-5)} \text{ rad}$ Le critère de précision est également respecté (car $1,6710^{(-5)} \text{ rad} < \Delta\varphi_{\text{ref}} = 110^{(-4)} \text{ rad}$)

2.3.2 Modélisation du comportement dynamique

Question 5 Construire le graphe des liaisons du modèle proposé figure ?? et y ajouter les différentes actions mécaniques mises en évidence dans la présentation du modèle

Correction



Question 6 Proposer, en la justifiant, une démarche de résolution permettant d'exprimer, à l'aide de deux

équations différentielles en φ et θ , les équations de mouvement des solides 1 et 2 par rapport au bâti 0 : il est attendu l'indication de l'ensemble isolé, du théorème utilisé en se limitant strictement au PFD (résultante ou moment avec indication du point d'écriture) et de la direction de projection. En utilisant le graphe des liaisons, on ira jusqu'à l'écriture de la projection de l'équation vectorielle (aucun calcul n'est demandé)

Correction

Ensemble isolé	Equation scalaire	Justification
1 et 2	Théorème du moment dynamique en O en projection sur \vec{z}_{01}	On utilise le fait que le moment en (O sur \vec{z}_{01}) est nul dans la liaison pivot entre (0) et (1) (les actions mécaniques dans les pivots n'interviendront pas), les actions mécaniques de frottement sec, fluide et du moteur sont connues. Nous aurons donc l'équation différentielle souhaitée.
2	Théorème du moment dynamique en O en projection sur \vec{x}_{12}	On utilise le fait que le moment en (O sur \vec{x}_{12}) est nul dans la liaison pivot entre (1) et (2) (les actions mécaniques dans la pivot n'interviendront pas), les actions mécaniques de frottement sec, fluide et du moteur sont connues. Nous aurons donc l'équation différentielle souhaitée.

DS 4

Question 7 Mettre en œuvre la démarche explicitée question 6 et montrer que les équations de mouvement s'écrivent :

$$c_{m1} + c_{r1} = A_1 \ddot{\varphi} + B_1 \dot{\varphi} + \frac{d}{dt} ((C_{11} \sin^2 \theta + C_{12} \cos^2 \theta) \dot{\varphi}) \quad \text{et} \quad c_{m2} + c_{r2} = A_2 \ddot{\theta} + B_2 \dot{\theta} + C_2 \sin(2\theta) \dot{\varphi}^2$$

où les coefficients constants $A_1, B_1, C_{11}, C_{12}, A_2, B_2$ et C_2 sont à exprimer en fonction de tout ou partie des données de la figure ?? et de la figure ??.

Correction On isole (1 et 2) et on applique le théorème du moment dynamique en O en projection sur \vec{z}_{01} :

$$\sum \mathcal{M}(O, \text{ext} \rightarrow 1+2)_{\vec{z}_{01}} = (\vec{\delta}(O, 1/0) + \vec{\delta}(O, 2/0)) \cdot \vec{z}_{01}$$

On a alors $0 + 0 + \frac{k_1}{\rho_1} (c_{m1} + c_{r1} - f_{\text{Eq1}} \dot{\varphi}) = \frac{d}{dt} [\vec{\sigma}(O, 1/0) \cdot \vec{z}_{01}] + \frac{d}{dt} [\vec{\sigma}(O, 2/0) \cdot \vec{z}_{01}]$ (car O est centre d'inertie des pièces 1 et 2). Remarque : les deux « 0 » représentent le moment en O sur \vec{z}_{01} de la pesanteur et de la liaison pivot entre 0 et 1.

$$\vec{\sigma}(O, 2/0) = I_O(2) \vec{\Omega}(2/0) = \begin{pmatrix} J_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z2} \end{pmatrix}_{O, \mathcal{B}_2} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \sin \theta \\ \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} J_{x2} \dot{\theta} \\ J_{y2} \dot{\varphi} \sin \theta \\ J_{z2} \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} \quad (\text{car O est centre d'inertie de } \mathcal{B}_2)$$

2) De plus $\vec{z}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$

$$\frac{k_1}{\rho_1} (c_{m1} + c_{r1} - f_{\text{Eq1}} \dot{\varphi}) = J_{z1} \ddot{\varphi} + \frac{d(J_{z2} \dot{\varphi} \cos^2 \theta + J_{y2} \dot{\varphi} \sin^2 \theta)}{dt}$$

$$c_{m1} + c_{r1} = J_{z1} \frac{\rho_1}{k_1} \ddot{\varphi} + f_{\text{Eq1}} \dot{\varphi} + \frac{d\left(J_{z2} \frac{\rho_1}{k_1} \dot{\varphi} \cos^2 \theta + J_{y2} \frac{\rho_1}{k_1} \dot{\varphi} \sin^2 \theta\right)}{dt}$$

Nous obtenons la première équation avec : $A_1 = J_{z1} \frac{\rho_1}{k_1}$, $B_1 = f_{\text{Eq1}}$, $C_{11} = J_{y2} \frac{\rho_1}{k_1}$, $C_{12} = J_{z2} \frac{\rho_1}{k_1}$

On isole (2) et on applique le théorème du moment dynamique en (O) en projection sur $\vec{x}_{1,2}$

$\sum \mathcal{M}(O, \text{ext} \rightarrow 2)_{\vec{x}_{1,2}} = \vec{\delta}(O, 2/0) \cdot \vec{x}_{1,2} = \frac{d}{dt} [\vec{\sigma}(O, 2/0) \cdot \vec{x}_{1,2}] - \vec{\sigma}(O, 2/0) \cdot \frac{d}{dt} [\vec{x}_{1,2}]_0$ (car O est centre d'inertie de la pièce 2)

$$0 + 0 + \frac{k_2}{\rho_2} (c_{m2} + c_{r2} - f_{\text{Eq2}} \dot{\theta}) = J_{x2} \ddot{\theta} - \vec{\sigma}(O, 2/0) \cdot \vec{y}_1 \quad (\text{remarque : les deux « 0 » représentent le moment en O sur } \mathcal{B}_2)$$

$\vec{x}_{1,2}$ de la pesanteur et de la liaison pivot entre 1 et 2) De plus $\vec{y}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$

$$\frac{k_2}{\rho_2} (c_{m2} + c_{r2} - f_{Eq2} \dot{\theta}) = J_{x2} \ddot{\theta} - (J_{y2} - J_{z2}) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta$$

$$c_{m2} + c_{r2} = J_{x2} \frac{\rho_2}{k_2} \ddot{\theta} + f_{Eq2} \dot{\theta} + (J_{z2} - J_{y2}) \frac{\rho_2}{2k_2} \dot{\varphi}^2 \sin(2\theta)$$

Nous obtenons la deuxième équation avec : $A_2 = J_{x2} \frac{\rho_2}{k_2}$, $B_2 = f_{Eq2}$ et $C_2 = (J_{z2} - J_{y2}) \frac{\rho_2}{2k_2}$

2.3.3 Identification des éléments cinétiques équivalents

Question 8 Dans le cadre de ces configurations découplées, simplifier les équations de la question 7. Donner les expressions des moments d'inertie équivalents $J_{Eq\varphi}$ et $J_{Eq\theta}$ respectivement par rapport aux axes d'azimut et d'élévation, en fonction des coefficients constants A_i , B_i et C_i . Donner alors les expressions des moments d'inerties équivalents J_{Eq1} et J_{Eq2} au niveau des arbres moteurs des deux machines à courant continu en fonction de ces mêmes coefficients et de tout ou partie des données de la figure ??.

Correction Dans le cas particulier où $\theta = 0^\circ$, nous obtenons : $c_{m1} + c_{r1} = A_1 \ddot{\varphi} + B_1 \dot{\varphi} + C_{12} \ddot{\varphi}$ et $c_{m2} + c_{r2} = A_2 \ddot{\theta} + B_2 \dot{\theta}$. Nous pouvons donc définir : $J_{eq\varphi} = A_1 + C_{12}$ et $J_{eq\theta} = A_2$.

Pour ramener ces moments d'inertie sur les axes des moteurs, il faut « évaluer les énergies cinétiques » : $\frac{1}{2} J_{eq\varphi} \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} J_{Eq1} \omega_{m1}^2 \Rightarrow J_{Eq1} = J_{eq\varphi} \frac{\dot{\varphi}^2}{\omega_{m1}^2} \rho_1^2$
 $\Rightarrow J_{Eq1} = J_{eq\varphi} \rho_1^2 = (A_1 + C_{12}) \rho_1^2$ De la même façon, $J_{Eq2} = J_{eq\theta} \rho_2^2 = A_2 \rho_2^2$

Question 9 Répondre à cette question exclusivement sur la figure C du document réponse. Compléter la partie correspondant au schéma-bloc associé à la machine à courant continu de l'axe d'azimut dont le fonctionnement est décrit par les équations données figure ?? . Compléter également le dernier bloc vide de ce schéma d'asservissement.

Correction

2.3.4 Identification des constantes de la machine à courant continu de l'axe d'azimut en charge

Question 10 À partir de l'analyse des comportements en régime permanent, justifier que le frottement visqueux équivalent (coefficient f_{Eq1}) au niveau de l'axe d'azimut a une influence négligeable et que le couple résistant équivalent c_{r1} peut être considéré comme constant. Estimer la valeur c_{r10} de ce couple résistant.

Correction La figure D du document réponse montre que, en régime établi, « l'intensité finale » est voisine de 0,2 A et ce pour les tensions de 4,9 V, 5,9 V et 6,9 V Avec l'équation $c_{m1}(t) = K i(t)$, nous savons que le couple moteur est proportionnel à l'intensité. Cela signifie que, en régime établi, le couple moteur ne dépend pas de la tension d'alimentation (donc de la vitesse de rotation du système) puisque l'intensité finale est toujours la même. En régime établi, le couple moteur compense les frottements sec et visqueux. Comme ce couple moteur est constant pour la gamme de tension (donc de vitesse) testée, cela signifie que les frottements visqueux (qui dépendent de la vitesse) ne sont pas prépondérants par rapport au frottement sec. Il est donc possible d'affirmer que le frottement visqueux équivalent a une influence négligeable (par rapport au couple de frottement sec).

Estimation du couple résistant Les frottements visqueux étant négligeables, les équations précédentes donnent en régime permanent : $C_{r1}(t) = -C_{m1}(t) = -K i(t)$

$$\text{A N : } C_{r1}(t) = -6,92 \times 10^{-3} \times 0,2 = -1,4 \times 10^{-3} \text{ Nm} \Rightarrow C_{r1}(t) = -1,4 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

Question 11 Montrer que, dans le cadre des simplifications précédentes et dans le cas d'un échelon de tension d'alimentation d'amplitude u_0 , $I_1(p) = \frac{1}{K^2 + R J_{Eq1} p} \left(J_{Eq1} u_0 - K \frac{C_{r10}}{p} \right)$. En déduire l'expression temporelle de l'intensité $i_1(t)$ en utilisant les transformées symboliques inverses fournies précédemment.

Correction En écrivant ce que l'on voit sur le schémabloc de la figure C, nous obtenons la relation : $\{(U_{m1}(p) - K\Omega_{m1}(p))\frac{K}{R} + C_{r1}(p)\}\frac{1}{J_{eq1}p} = \Omega_{m1}(p)$

$$U_{m1}(p)\frac{K}{(R J_{eq1}p)} + C_{r1}(p)\frac{1}{J_{eq1}p} = \Omega_{m1}(p) \left\{ 1 + \frac{K^2}{R J_{eq1}p} \right\}$$

$$U_{m1}(p)\frac{K}{(2 + R J_{eq1}p)} + C_{r1}(p)\frac{R}{K^2 + R J_{eq1}p} = \Omega_{m1}(p) \text{ Avec } (U_{m1}(p) - K\Omega_{m1}(p))\frac{1}{R} = I_1(p)$$

$$\text{Nous obtenons : } U_{m1}(p)\frac{K}{K^2 + R J_{eq1}p} + C_{r1}(p)\frac{R}{K^2 + R J_{eq1}p} = \Omega_{m1}(p) = \frac{U_{m1}(p) - R I_1(p)}{K}$$

$$U_{m1}(p) \left(\frac{K^2}{K^2 + R J_{eq1}p} - 1 \right) + C_{r1}(p)\frac{K R}{K^2 + R J_{eq1}p} = -R I_1(p)$$

$$I_1(p) = U_{m1}(p) \left(\frac{J_{eq1}p}{K^2 + R J_{eq1}p} \right) - C_{r1}(p)\frac{K}{K^2 + R J_{eq1}p}$$

$$I_1(p) = \frac{1}{K^2 + R J_{eq1}p} [U_{m1}(p)J_{eq1}p - C_{r1}(p)K]$$

$$\text{Pour des entrées échelons, l'expression devient : } I_1(p) = \frac{1}{K^2 + R J_{eq1}p} \left[u_0 J_{eq1} - \frac{C_{r10}}{p} K \right]$$

Par transformée de Laplace inverse, l'intensité, dans le domaine temporel, s'écrit :

$$i_1(t) = \frac{u_0 J_{eq1}}{R J_{eq1}} e^{-t \frac{K^2}{R J_{eq1}}} - \frac{C_{r10} K}{K^2} \left(1 - e^{-t \frac{K^2}{R J_{eq1}}} \right)$$

$$i_1(t) = \frac{u_0}{R} e^{-t \frac{K^2}{R J_{eq1}}} - \frac{C_{r10}}{K} \left(1 - e^{-t \frac{K^2}{R J_{eq1}}} \right) = \frac{u_0}{R} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{C_{r10}}{K} (1 - e^{-t/T_1})$$

Question 12 En indiquant la méthode employée, estimer la valeur de la constante de temps T_1 associée à l'axe d'azimut dans cette configuration contraignante (laisser les traits de construction sur la figure D du document réponse) En déduire la valeur estimée de l'inertie équivalente J_{eq1} rapportée à l'arbre moteur de l'axe d'azimut dans le cas où le bloc optique 2 est placé en position horizontale

Correction On a $\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{-1}{T_1} \left[\frac{u_0}{R} + \frac{C_{r10}}{K} \right] e^{-t/T_1}$

$$\text{A } t = 0+, \text{ la pente de la courbe d'intensité est : } \frac{di_1(t=0+)}{dt} = -\frac{1}{T_1} \left[\frac{u_0}{R} + \frac{C_{r10}}{K} \right]$$

Avec $i_1(t=0+) = \frac{u_0}{R}$ et $i_1(t \rightarrow +\infty) = -\frac{C_{r10}}{K}$, cela signifie que la tangente à l'origine coupe la valeur asymptotique pour $t = T_1$

Le zoom de la figure D, permet de mesurer $T_1 \simeq 22 \text{ ms}$

$$\text{Avec } T_1 = \frac{R J_{eq1}}{K^2}, J_{eq1} = \frac{K^2 T_1}{R}$$

$$\text{AN : } J_{eq1} = \frac{(6,92 \times 10^{-3})^2 \times 22 \times 10^{-3}}{1,94} = 5,43 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2$$

2.3.5 Modulation de la tension électrique d'alimentation de la machine à courant continu

Question 13 On suppose que le comportement du hacheur est linéaire en fonction du rapport cyclique α : calculer la valeur du gain linéarisé K_{h1} du hacheur, en $V \cdot \text{points}^{-1}$, où les points correspondent à la valeur du nombre entier codé par le mot binaire $a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$

Correction Le hacheur est modélisable (avec les hypothèses du sujet) par un système proportionnel dont le gain s'écrit : $K_{h1} = \frac{U_0}{2^9 - 1}$ AN : $K_{h1} = 1,17 \times 10^{-2} V/\text{point}$

2.3.6 Réglage du gain de l'adaptateur

Question 14 Justifier que $K_{ad1} = K_{c1}/\rho_1$. Donner sa valeur numérique et préciser son unité.

Correction Les blocs Adaptateur, Codeur incrémental et Réducteurs sont modélisés par des systèmes proportionnels, il est donc possible d'écrire la relation temporelle : $\varepsilon_1(t) = \varphi_c(t)K_{ad1} - \frac{K_{c1}}{\rho_1}\varphi(t)$ Pour obtenir $\varepsilon_1(t_\infty) = 0$ lorsque $\varphi_c(t_\infty) = \varphi(t_\infty)$, il faut $K_{ad1} = \frac{K_{c1}}{\rho_1}$

2.3.7 Synthèse de la loi de commande dédiée à la chaîne d'azimut

Question 15 Donner les expressions, en fonction du gain K_{p1} et des données du schéma-bloc de l'asservissement de l'axe d'azimut présenté sur la figure C du document réponse, des coefficients K_{1r} , a_1 et a_2 tels que

$$\Phi(p) = \frac{\Phi_c(p) + K_{1r}C_{r1}(p)}{1 + a_1p + a_2p^2}$$

Justifier que l'asservissement étudié reste stable pour toute valeur de $K_{p1} > 0$ /

Correction Sur la figure C, nous « lisons » : $\left\{ (\Phi_c(p)K_{ad1} - \frac{K_{c1}}{\rho_1}\Phi(p)) \frac{K_{p1}K_{h1}K}{K^2 + R J_{Eq1}p} + C_{r1}(p)R/(K^2 + R J_{Eq1}p) \right\} \rho_1/p = \Phi(p)$

En regroupant et en utilisant la relation de la question précédente

$$\Phi_c(p) \frac{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}{(K^2 + R J_{Eq1}p)p} + C_{r1}(p) \frac{R\rho_1}{(K^2 + R J_{Eq1}p)p} = \Phi(p) \left(1 + \frac{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}{(K^2 + R J_{Eq1}p)p} \right)$$

$$\Phi(p) = \frac{\Phi_c(p)K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1 + C_{r1}(p)R\rho_1}{K_{ad1}K_{p1}K_{h1}K\rho_1 + K^2p + R J_{Eq1}p^2}$$

$$\Phi(p) = \frac{\Phi_c(p) + C_{r1}(p) \frac{R\rho_1}{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}}{1 + \frac{K^2}{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}p + \frac{R J_{Eq1}}{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}p^2}$$

$$\text{Nous obtenons : } K_{1r} = \frac{R\rho_1}{K_{ad1}K_p 1K_{h1}K\rho_1}; a_1 = \frac{K^2}{K_{ad1}K_{p1}K_{h1}K\rho_1}; b_1 = \frac{R J_{Eq1}}{K_{ad1}K_{p1}K_{h1}K\rho_1}$$

$$\text{En utilisant } K_{c1} \text{ à la place de } K_{ad1}, \text{ nous obtenons : } \Phi(p) = \frac{\Phi_c(p) + C_{r1}(p) \frac{R\rho_1}{K_{c1}K_p 1K_{h1}K}}{1 + \frac{K}{K_{c1}K_p 1K_{h1}}p + \frac{R J_{Eq1}}{K_{c1}K_p 1K_{h1}K}p^2};$$

$$K_{1r} = \frac{R\rho_1}{K_{c1}K_p 1K_{h1}K}; a_1 = \frac{K}{K_{c1}K_p 1K_{h1}}; b_1 = \frac{R J_{Eq1}}{K_{c1}K_p 1K_{h1}K}$$

La fonction de transfert globale du schémabloc de la figure C est du second ordre. Un système de second ordre est inconditionnellement stable si tous les coefficients du dénominateur sont strictement positifs. Les coefficients a_1 , b_1 , K_{1r} sont strictement positifs si K_{p1} est lui-même strictement positif (les autres coefficients intervenant dans ces expressions sont strictement positifs)

Question 16 Déterminer l'expression, en fonction des coefficients K_{1r} , a_1 et a_2 établis question 15, de l'erreur en azimut $\xi(p) = \Phi_c(p) - \Phi(p)$ lorsque la consigne angulaire est une rampe de pente Ω_{c0} (soit $\Phi_c(p) = \Omega_{c0}/p^2$) et le couple résistant est un échelon d'amplitude c_{r10} (soit $C_{r1}(p) = \frac{c_{r10}}{p}$).

Correction $\xi(p) = \Phi_c(p) - \Phi(p) = \Phi_c(p) \left[1 - \frac{1}{1 + a_1p + b_1p^2} \right] - \frac{K_{1r}}{1 + a_1p + b_1p^2} C_{r1}(p)$

$$\xi(p) = \Phi_c(p) \frac{p(a_1 + b_1p)}{1 + a_1p + b_1p^2} - \frac{K_{1r}}{1 + a_1p + b_1p^2} C_{r1}(p)$$

$$\text{Pour les signaux donnés : } \xi(p) = \frac{\Omega_{c0}}{p^2} \frac{p(a_1 + b_1p)}{1 + a_1p + b_1p^2} - \frac{K_{1r}}{1 + a_1p + b_1p^2} \frac{C_{r10}}{p}$$

Question 17 Établir l'expression du gain minimal K_{p1} permettant la réalisation d'une mesure en continu en fonction de tout ou partie des paramètres de la figure C du document réponse. Donner sa valeur numérique pour une pente de position $\Omega_{c0} = V_{Max}/D \approx 2,78 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et un couple résistant $c_{r10} \approx -1,3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$.

Correction Le système étudié (sa modélisation) étant stable, il est possible d'appliquer le théorème de la valeur

$$\text{finale : } \Delta\varphi = \lim_{t \rightarrow +\infty} \xi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \xi(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{\Omega_{c0}}{p^2} \frac{p(a_1 + b_1 p)}{1 + a_1 p + b_1 p^2} - \frac{K_{1r}}{1 + a_1 p + b_1 p^2} \frac{C_{r10}}{p} \right)$$

$$\Delta\varphi = a_1 \Omega_{c0} - K_{1r} C_{r10} = (K^2 \Omega_{c0} - R \rho_1 C_{r10}) / (K_{ad1} K_p 1 K_{h1} K \rho_1)$$

$$\text{Soit : } K_{p1} = \frac{K^2 \Omega_{c0} - R \rho_1 C_{r10}}{\Delta\varphi_{\text{Maxi}} K_{ad1} K_{h1} K \rho_1} \quad K_{p1 \text{ mini}} = \frac{K^2 \Omega_{c0} - R \rho_1 C_{r10}}{\Delta\varphi_{\text{Maxi}} K_{ad1} K_{h1} K \rho_1}$$

$$\text{AN } K_{p1 \text{ mini}} = \frac{(6,9210^{-3})^2 2,7810^{-3} + 1,942/72101,310^{-3}}{110^{-4} 81,49/(2/7210) 1,176,9210^{-3} 2/7210} = 5,410^{-2}.$$

Question 18 Un correcteur à action proportionnelle permet-il de respecter les spécifications du cahier des charges (commenter les constructions sur le graphe et dans la zone prévue à cet effet) ?

Correction Un correcteur proportionnel ne modifie pas la courbe de phase du diagramme de Bode Or à $\omega_1 = 2 \times 10^4 \text{ rad/s}$ la phase de la FTBO non corrigée (donc également pour la FTBO corrigée avec un correcteur proportionnel) vaut sensiblement -180° . Il n'est donc pas possible d'avoir une phase de -135° à cette pulsation qui pourrait assurer la marge de phase souhaitée. Un correcteur proportionnel ne permet pas de satisfaire le critère de marge de phase.