Révisions cinématique et statique

Pied stabilisateur

On s'intéresse à un pied stabilisateur d'un engin de chantier. La figure 1 représente l'un des 4 pieds stabilisateurs d'un engin de chantier. Chaque pied est composé d'un patin (5), de deux barres (3) et (4) et d'un vérin hydraulique (1+2) (1 = corps, 2 = piston). Les barres sont articulées en A et B sur le bâti (0) de l'engin et en D sur le patin. Toutes les liaisons sont considérées comme des liaisons rotules et la liaison en D est commune aux pièces (2), (3), (4) et (5). On considérera dans la suite de l'exercice que le vérin (1+2) forme un solide unique.

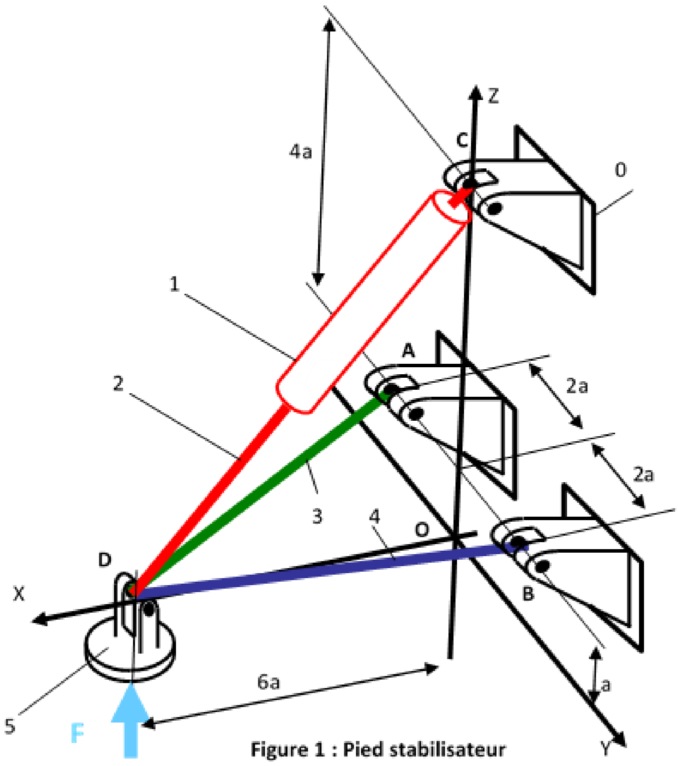


Figure 1 : Pied stabilisateur

Extrait du diagramme des exigences :

Exigences	Critères	Niveau	Limite
Adaptation au vérin hydraulique	Effort transmissible par le vérin	60 kN	Maxi
Dimensionnement RdM	Action dans les barres	25 kN	Maxi

On donne $\overrightarrow{R(\text{ext} \to 5)} = F\overrightarrow{z}$ avec $F = 30\,000\,\text{N}$.

La dimension $a = 400\,\text{mm}$, les points A, B et C sont dans le plan $\left(O, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)$. On a : $\overrightarrow{OD} = 6a\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{OC} = 5a\overrightarrow{z}$, $\overrightarrow{OB} = 2a\overrightarrow{y} + a\overrightarrow{z}$, $\overrightarrow{OA} = -2a\overrightarrow{y} + a\overrightarrow{z}$.

On pourra noter : $\overrightarrow{CD} = L_{12}\overrightarrow{x_{12}}$, $\overrightarrow{AD} = L_3\overrightarrow{x_3}$, $\overrightarrow{BD} = L_4\overrightarrow{x_4}$.

Question 1 *Analyser le mécanisme (calculer le degré d'hyperstisme) et proposer les étapes de résolution du problème de détermination des efforts dans les liaisons.*

Question 2 *Donner la stratégie permettant d'exprimer l'action dans le vérin. Pour cela, on donnera la succession d'solements à réaliser. Pour chaque isolement, on précisera le bilan des actions mécaniques et le théorème utilisé.*

Question 3 *Calculer les actions exercées par le patin sur les barres et le vérin.*

Question 4 *Réaliser l'application numérique.*

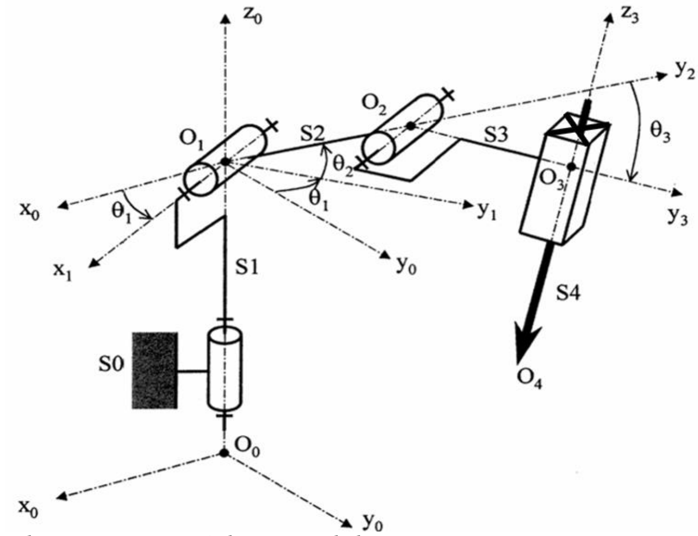
Question 5 *Les exigences du cahier des charges sont-elles vérifiées?*

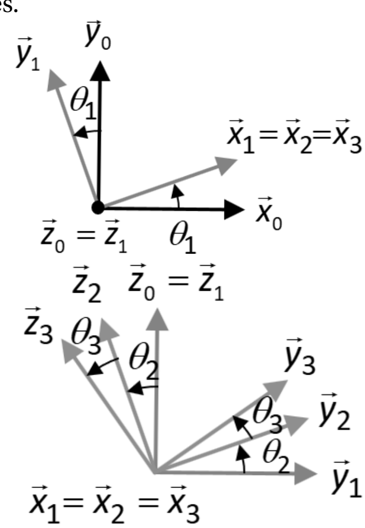
Robot Soudeur

Pôle Chateaubriand - Joliot Curie.

Mise en situation

On s'intéresse à un robot soudeur dont le schéma cinématique lié à cette étude est proposé ci-dessous. Sur ce schéma, les « flèches » au dessus des vecteurs unitaires ne sont pas représentées.





Ce robot est constitué de cinq solides :

- le bâti 0, fixé au sol de l'atelier, de repère associé $\mathcal{R}_0=\left(O_0,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_0}$ vertical ascendant;
- le fût 1, de repère associé $\mathcal{R}_1=\left(O_1,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_0}$;
- le bras 2, de repère associé $\mathcal{R}_2=\left(O_2,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ tel que $\overrightarrow{x_1}=\overrightarrow{x_2}$;
- l'avant-bras 3, de repère associé $\mathcal{R}_3=\left(O_3,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}\right)$ tel que $\overrightarrow{x_2}=\overrightarrow{x_3}$;
- la buse 4, de repère associé $\mathcal{R}_4=\left(O_4,\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4}\right)$ tel que $\mathcal{B}_4=\mathcal{B}_3$.

Chaque articulation possède son propre actionneur, le mouvement qui lui est associé peut donc être réalisé indépendamment des autres.

Paramètres du mouvement :
- $\theta_1 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$;
- $\theta_2 = \left(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}\right)$;
- $\theta_3 = \left(\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_3}\right)$;
- $\overrightarrow{O_3 O_4} = \lambda \overrightarrow{z_3}$.

Caractéristiques géométriques :
- $\overrightarrow{O_0 O_1} = L_1 \overrightarrow{z_0}$;
- $\overrightarrow{O_1 O_2} = L_2 \overrightarrow{y_2}$;
- $\overrightarrow{O_2 O_3} = L_3 \overrightarrow{y_3}$.

Les figures de changement de base sont donnés ci-contre.
On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges :
- exigence 1 : afin d'assurer la sécurité de l'environnement, la buse doit rester en permanence à l'intérieur d'une sphère de centre O_0 et de rayon R.
- exigence 2 : en phase d'utilisation normale, la buse doit se déplacer par rapport au bâti suivant la droite $\left(O_0, \overrightarrow{y_0}\right)$: réalisation d'un cordon de soudure linéaire.
- exigence 3 : pour que le cordon de soudure linéaire suivant $\overrightarrow{y_0}$ soit correctement réalisé, l'orientation de la buse 4 par rapport à la direction verticale doit être constante, et la vitesse de la buse doit être constante : V.

Objectif Déterminer les relations à imposer entre les valeurs instantanées des paramètres de mouvement et de leurs dérivées lors de la réalisation d'un cordon de soudure.

Question 6 *Préciser une condition sur le vecteur position du point O_4 dans le repère lié à 0 qui traduit l'exigence Ex1 du cahier des charges. En déduire une relation à imposer aux paramètres de mouvement.*

Question 7 *Préciser deux conditions sur le vecteur position du point O_4 dans le repère lié à 0 qui traduisent l'exigence Ex2 du cahier des charges. En déduire une relation à imposer aux paramètres de mouvement.*

Question 8 *Déterminer le torseur $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ au point O_4 puis calculer $\overrightarrow{\Gamma(O_4, 4/0)}$.*

Question 9 *Déterminer le torseur $\{\mathcal{V}(4/0)\}_{impose}$ qui traduit l'exigence Ex3.*

Question 10 *On se place dans le cas où le moteur de l'articulation entre 0 et 1 est arrêté dans la position $\theta_1 = 0$, traduire alors la condition $\{\mathcal{V}(4/0)\} = \{\mathcal{V}(4/0)\}_{impose}$ en deux relations vectorielles.*

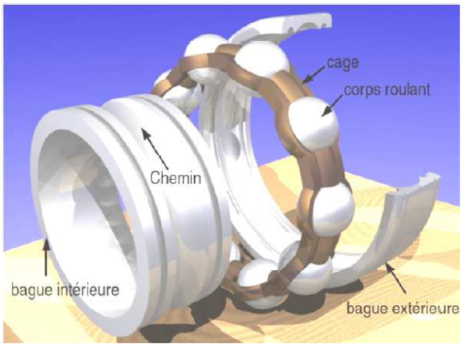
Question 11 *En déduire 3 relations scalaires imposées entre les paramètres de mouvement et/ou leurs dérivées.*

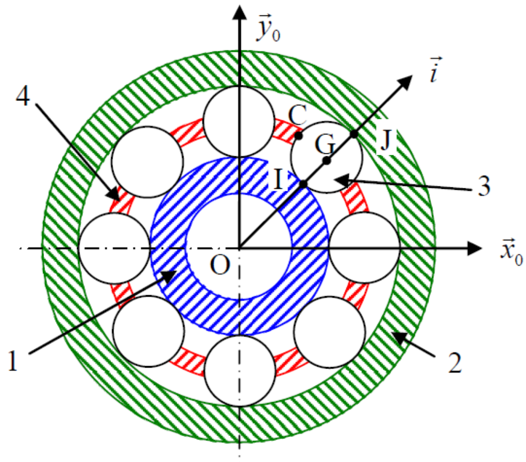
Roulement à billes

Ressources de Renan Bonnard.

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraîne aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. **L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.**

DM 2





On désigne par :

- $\mathscr{R}_0 = \left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère associé au bâti 0 ;
- $\mathscr{R}_1 = \left(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}\right)$;
- $\mathscr{R}_2 = \left(O, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2}\right)$;
- $\mathscr{R}_3 = \left(G, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe $(G, \overrightarrow{z_0})$ avec la cage 4 tel que $\theta_3 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_3}\right)$;
- $\mathscr{R}_4 = \left(O, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de $(O, \overrightarrow{z_0})$ tel que $\theta_4 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_4}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_4}\right)$.

Pour faciliter les calculs on définit le repère $\mathscr{R} = \left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{z_0}\right)$ tel que, à tout instant, le vecteur $\overrightarrow{i}$ possède la même direction et le même sens que le vecteur $\overrightarrow{OG}$. Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqué dans l'énoncé. On pose :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1,2,3,4) \quad \overrightarrow{OI} = r_1 \overrightarrow{i} \quad \overrightarrow{OJ} = r_2 \overrightarrow{i}$$
$$\overrightarrow{GC} = \frac{1}{2}(r_2 - r_1)\overrightarrow{j}$$

Question 12 *Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.*

Question 13 *Déterminer* $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{V(O,1/0)}$ *et* $\overrightarrow{V(I,1/0)}$.

Question 14 *Déterminer* $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$, $\overrightarrow{V(O,2/0)}$ *et* $\overrightarrow{V(J,2/0)}$.

Question 15 *Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expression des vecteurs* $\overrightarrow{V(I,3/0)}$ *et* $\overrightarrow{V(J,3/0)}$.

Question 16 *En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.*

Question 17 *Déterminer* $\overrightarrow{V(G,3/0)}$ *en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.*

Question 18 *Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.*