

Devoir surveillé n° 4 - Remarques

Barème.

Toutes les questions sont notées sur 4 points (sauf la 1ère de la v1, notée sur 8 points), le total est de 112 points (v1) et 152 points (v2).

Statistiques descriptives.

	Note brute v1	Note finale v1	Note brute v2	Note finale v2
Note maximale	43	13	60	18
Note minimale	27	7	17	6
Moyenne	$\approx 34,20$	$\approx 9,7$	$\approx 34,41$	$\approx 10,85$
Écart-type	$\approx 6,22$	$\approx 2,33$	$\approx 10,19$	$\approx 2,84$

v1 :

Trop peu de copies pour dégager des remarques générales.

v2 : Centrale 2024 - PC, 2ème épreuve

Q1. Que d'erreurs de manipulations avec les valeurs absolues. J'ai lu plusieurs fois $|x - 1| \leq |x| - 1$, ou encore $a \leq b \Rightarrow |a - 1| \leq |b - 1|$.

Q2. L'inégalité $1 + x \leq e^x$ est clairement écrite dans le programme de sup : vous pouvez l'utiliser directement.

Q5. On ne peut comparer deux complexes. $\left(1 + \frac{z}{n}\right) \leq e^{z/n}$ n'a aucun sens.

Q7. Si $u_N = \prod_{n=2}^N \left(1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right)$, alors $\prod_{n=2}^{2N} \left(1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right) = u_{2N}$. Connaître la limite de (u_{2N}) ne permet pas d'affirmer que (u_N) a une limite. Il faut aussi étudier (u_{2N+1}) .

Q8. Quand vous faites une IPP, il faut le dire.

Q10. Pour utiliser la Q2, il faut d'abord en vérifier les hypothèses (je ne vous l'ai jamais dit ??).

Q11. La propriété d'indépendance d'événements ne s'applique qu'à un nombre fini d'événements. Ainsi on ne peut pas écrire directement $\prod_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right)$. Il faut repasser par les sommes partielles.

D'ailleurs $\prod_{n=0}^{+\infty}$ n'est pas un produit : c'est la limite d'une suite.

Q12. M doit être une constante. Donc poser $M = \exp\left(\sum_{n=0}^{+\infty} |f_n(x)|\right)$ ne convient pas.

Q14. Que d'inventions ... revenez à la définition. On veut montrer que $\|P_n - P\|_\infty \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$, donc partir sur autre chose ne risque pas de marcher.

- Q16.** Majorer les produits partiels par une même constante ne prouve pas que le produit infini existe. Une suite majorée n'a aucune raison de converger. Et il faut vérifier toutes les hypothèses de III.A pour l'utiliser (je ne vous l'ai jamais dit ??).
- Q17.** $\prod_{n=0}^{+\infty}$ n'est pas un produit : c'est la limite d'une suite. Donc que tous les termes de ce produit soient strictement positifs ne prouve pas que ce produit l'est. Il existe des suites strictement positives de limite nulle.
- Q19.** Beaucoup d'inventions là encore. Passer à la limite dans le résultat de la Q18 pour obtenir $P' = ..$ est affreux. Il y a des théorèmes à utiliser. Et ce n'est pas parce que deux suites convergent uniformément que leur produit converge uniformément (ou alors il faut le montrer).
- Q21.** Pour utiliser l'argument « on a trouvé $2n + 1$ racines de P_n et $\deg P_n = 2n + 1$ donc on a toutes les racines », encore fallait-il montrer que les $2n + 1$ racines en question étaient bien deux à deux distinctes.
- Q22.** Il fallait démontrer précisément que $x_{2n+1-k} = -x_k$ et l'utiliser correctement.
- Q32.** Question ultra classique à savoir traiter par cœur.
- Q34.** Dans \int_0^n , la borne du haut n'était pas fixe. Impossible donc d'utiliser le théorème d'interversion sur un segment.