

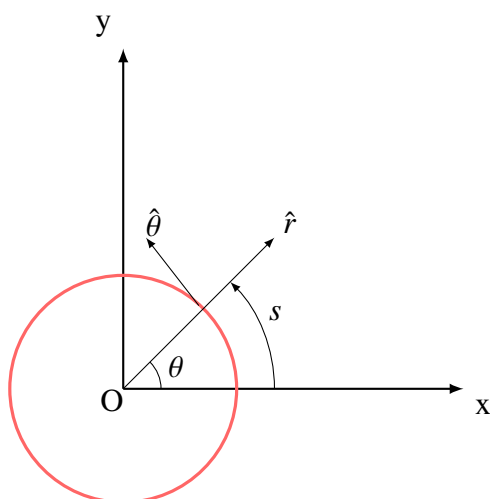
Capítulo

8

Cinemática de rotações

Paula Ferreira: psfer@pos.if.ufrj.br

8.1. Movimento Circular uniforme



$$s = r\theta \quad (1)$$

Lei horária do MRU:

$$s = s_0 + v(t - t_0) \quad (2)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (3)$$

$$\vec{v} = v\hat{\theta} \quad (4)$$

O período do movimento é:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (5)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad (6)$$

8.1.1. Lei horária

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_0 + \vec{\omega}(t - t_0) \quad (7)$$

ω é a velocidade angular

$$\omega = \frac{d\vec{\theta}}{dt} \quad (8)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (9)$$

$[\omega]$: rad/s ou s^{-1} .

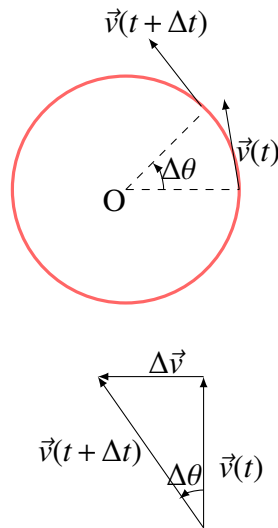
Substituindo (5) em (8), temos:

$$\vec{v} = \omega r \hat{\theta} \quad (10)$$

A velocidade linear cresce linearmente com o raio.

Embora tenha $|\vec{v}| = cte$, o MCU é movimento acelerado. A aceleração centrípeta só muda direção de \vec{v} .

8.1.2. Aceleração centrípeta



$$|\Delta \vec{v}| \approx |\vec{v}| |\Delta \vec{\theta}| \quad (11)$$

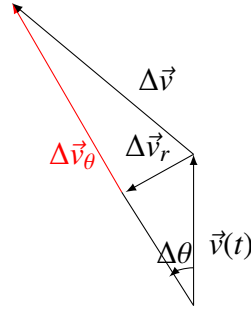
$$|\vec{a}_c| = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \approx |\vec{v}| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{\theta}|}{\Delta t} \quad (12)$$

$$|\vec{a}_c| = v\omega \quad (13)$$

$$\vec{a} = -|\vec{a}|\hat{r} = -\omega^2 r\hat{r} = -\frac{v^2}{r}\hat{r} \quad (14)$$

8.2. Aceleração tangencial e normal

Agora vamos estudar um movimento não-uniforme, ou seja, o módulo da velocidade varia com o tempo.



A componente radial da aceleração é:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \vec{v}_r}{\Delta t} \right] = -\omega^2 r \hat{r} \quad (15)$$

$$\vec{a}_r = -r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \hat{r} \quad (16)$$

A componente angular é:

$$\vec{a}_\theta = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta \vec{v}_\theta}{\Delta t} \right] = \frac{dv}{dt} \hat{\theta} \quad (17)$$

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r \frac{d^2\theta}{dt^2} = r\alpha \quad (18)$$

α é a aceleração angular.

$$\vec{a} = a_r \hat{r} + a_\theta \hat{\theta} \quad (19)$$

A aceleração radial é:

$$a_r = -\omega^2 r = -r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{v^2}{r} \quad (20)$$

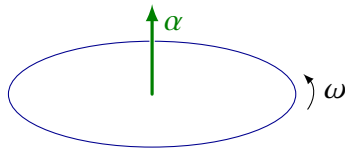
e a aceleração tangencial é:

$$a_\theta = \alpha r = r \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \quad (21)$$

Exemplo 9.6 Y& F.

8.3. MCU Acelerado

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = cte \quad (22)$$



$$\omega_0 = \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \Big|_{t=t_0} \quad (23)$$

$$\theta_0 = \theta(t_0)$$

Analogamente ao movimento uniformemente acelerado, temos:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \quad (24)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha(t - t_0) \quad (25)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad (26)$$

8.4. Regra da mão direita

Produto vetorial está na primeira nota de aula "Apresentação e vetores".

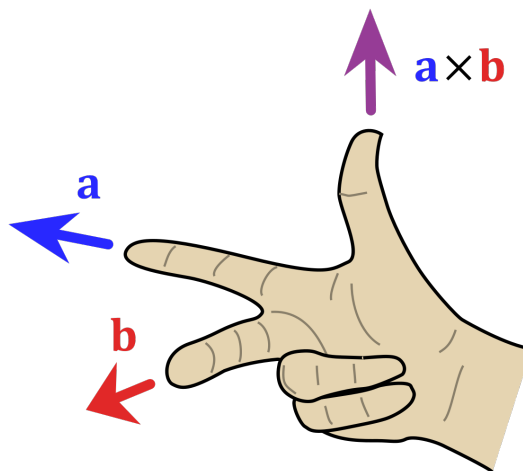


Figura 8.1

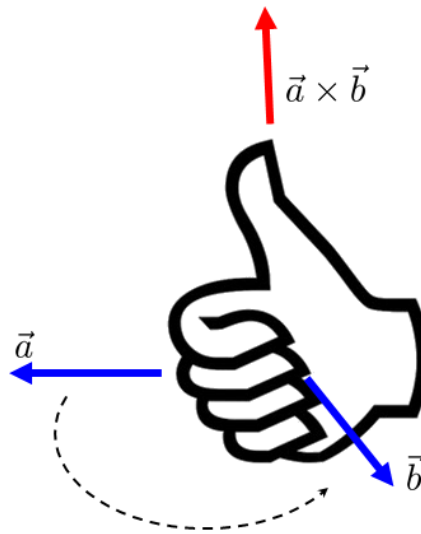
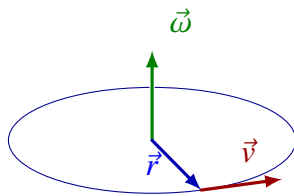


Figura 8.2

8.5. Velocidade tangencial e angular

Até agora obtivemos o módulo de \vec{v} , mas o vetor é resultado do produto vetorial entre $\vec{\omega}$ e o raio \vec{r} .

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (27)$$



Referências

- [1] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)*. Vol. 394. Editora Blucher, 2013.
- [2] Hugh D Young, A Lewis Ford e Roger A Freedman. *Física I Mecânica*. 2008.