# Imputación

Stalyn Guerrero

21/3/2022

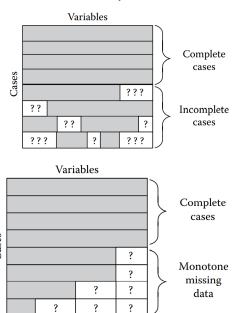
#### Introducción valores perdidos

- Sea  $X_{n \times p} = x_{ij}$  una matriz completa (sin valores perdidos), de tal forma que  $X_{ij}$  es el valor de la variable j, j = 1, ..., p en el caso i, i = 1, ..., n.
- Sea  $M_{n \times p} = m_{ij}$ , donde  $m_{ij} = 1$  si  $x_{ij}$  es un dato perdido y  $m_{ij} = 0$  si  $x_{ij}$  está presente.
- Note que la matriz M describe el patrón de missing, y su media marginal de columna, puede ser interpretada como la probabilidad de que x<sub>ij</sub> sea missing.

#### Introducción valores perdidos

- La matriz  $M_{n \times p}$  presenta un comportamiento completamente al azar (MCAR): si la probabilidad de respuesta es independiente de las variables observadas y de las no observadas completamente. El mecanismo de pérdida es ignorable tanto para inferencias basadas en muestreo como en máxima verosimilitud.
- ► Los valores de la matriz M<sub>n×p</sub> son al azar (MAR): si la probabilidad de respuesta es independiente de las variables no observadas completamente y no de las observadas. El mecanismo de pérdida es ignorable para inferencias basadas en máxima verosimilitud.
- Los datos no están perdidos al azar (MNAR): si la probabilidad de respuesta no es independiente de las variables no observadas completamente y posiblemente, también, de las observadas El mecanismo de pérdida es no ignorable.

## Introducción valores perdidos

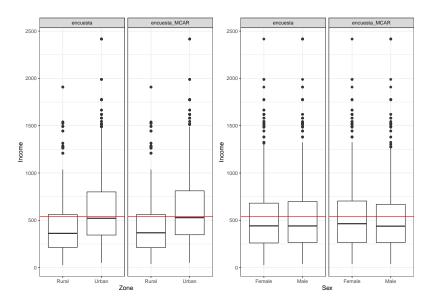


#### Lectura de la base

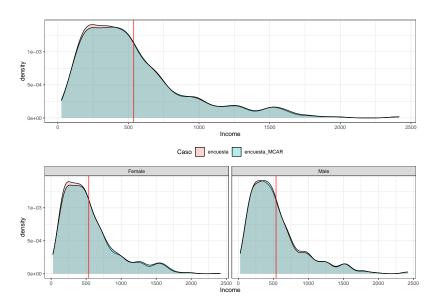
```
(med_antes <- mean(encuesta$Income, na.rm = TRUE))</pre>
```

```
## [1] 537.6
```

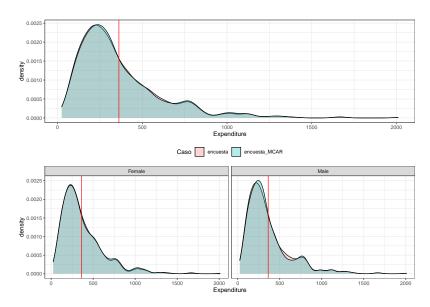
```
p1 <- ggplot(dat plot, aes(x=Zone, y = Income)) +
  geom_boxplot() + facet_grid(.~Caso) + theme_bw()+
  geom_hline(vintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red")
p2 <- ggplot(dat_plot, aes(x=Sex, y = Income)) +
  geom_boxplot() + facet_grid(.~Caso) +theme_bw()+
  geom_hline(vintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red")
library(patchwork)
p1|p2
```



```
p1 \leftarrow ggplot(dat plot, aes(x = Income, fill = Caso)) +
  geom density(alpha = 0.3) + theme bw() +
  theme(legend.position = "bottom") +
  geom vline(xintercept = mean(encuesta$Income),
              col = "red")
p2 \leftarrow ggplot(dat plot, aes(x = Income, fill = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.3) + facet_grid(.~Sex) +
  theme bw()+
  geom_vline(xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  theme(legend.position = "none")
(p1/p2)
```

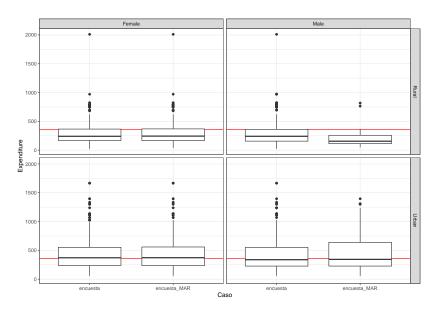


```
p1 <- ggplot(dat_plot, aes(x = Expenditure, fill = Caso)) -
  geom density(alpha = 0.3) + theme bw() +
  theme(legend.position = "bottom") +
  geom vline(xintercept = mean(encuesta$Expenditure),
             col = "red")
p2 \leftarrow ggplot(dat plot, aes(x = Expenditure, fill = Caso))
  geom_density(alpha = 0.3) + facet_grid(.~Sex) +
  theme bw()+
  geom_vline(xintercept = mean(encuesta$Expenditure),
             col = "red") +
  theme(legend.position = "none")
(p1/p2)
```

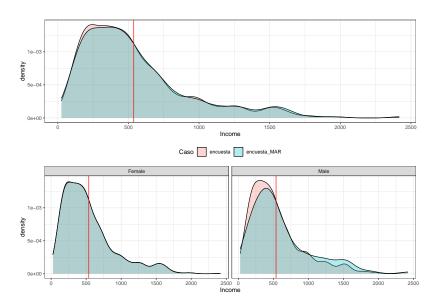


```
library(TeachingSampling)
set.seed(1234)
temp_estrato <- pasteO(encuesta$Zone, encuesta$Sex)
table(temp_estrato)</pre>
```

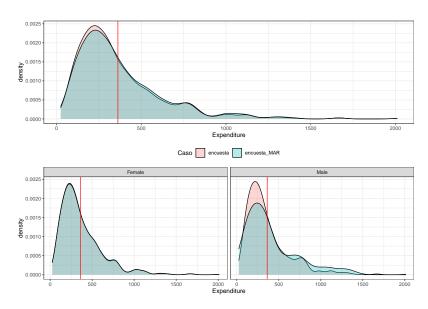
RuralFemale	Rural Male	UrbanFemale	UrbanMale
469	411	510	390



```
p1 \leftarrow ggplot(dat plot2, aes(x = Income, fill = Caso)) +
 geom density(alpha = 0.3) + theme bw() +
  theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(xintercept = mean(encuesta$Income),
              col = "red")
p2 \leftarrow ggplot(dat plot2, aes(x = Income, fill = Caso)) +
  facet_grid(.~Sex) +
  geom_density(alpha = 0.3) + theme_bw() +
  theme(legend.position = "none") +
  geom_vline(xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red")
p1/p2
```



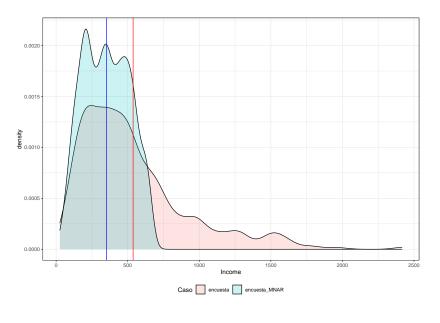
```
p1 <- ggplot(dat plot2,
             aes(x = Expenditure, fill = Caso)) +
 geom density(alpha = 0.3) + theme bw() +
  theme(legend.position = "bottom") +
  geom vline(
    xintercept = mean(encuesta$Expenditure),
             col = "red")
p2 <- ggplot(dat_plot2,
             aes(x = Expenditure, fill = Caso)) +
  facet_grid(.~Sex) +
  geom_density(alpha = 0.3) + theme_bw() +
  theme(legend.position = "none") +
  geom vline(
    xintercept = mean(encuesta$Expenditure),
             col = "red")
p1/p2
```



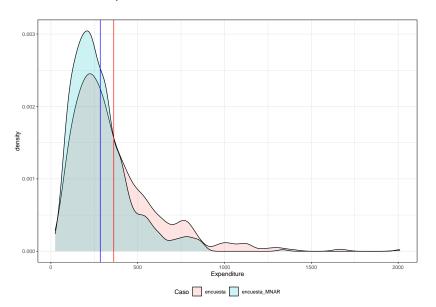
```
encuesta_MNAR <- encuesta %>%
   arrange((Income)) %>%
   slice(1:1300L)

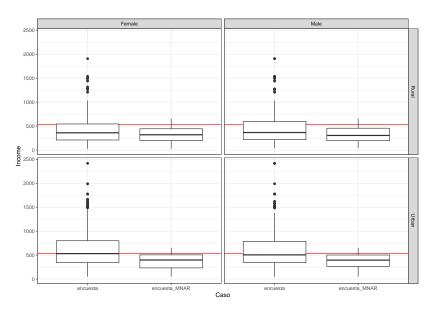
dat_plot3 <- bind_rows(
   list(encuesta_MNAR = encuesta_MNAR,
        encuesta = encuesta), .id = "Caso" )</pre>
```

```
p1 \leftarrow ggplot(dat_plot3, aes(x = Income, fill = Caso)) +
  geom density(alpha = 0.2) + theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom vline(
    xintercept = mean(encuesta MNAR$Income),
             col = "blue")
р1
```



```
p1 <- ggplot(dat_plot3,
             aes(x = Expenditure, fill = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.2) + theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Expenditure),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta_MNAR$Expenditure),
             col = "blue")
p1
```





```
encuesta <- full_join(</pre>
  encuesta,
  encuesta MCAR %>%
    select(HHID, PersonID, Income, Employment) %>%
    mutate(
      Income_missin = Income,
      Employment_missin = Employment,
      Employment = NULL,
      Income = NULL
```

#### Imputación de valores perdidos.

```
encuesta %>% group_by(Zone) %>%
  summarise(Income = sum(is.na(Income_missin) / n()))
```

Zone	Income
Rural	0.1977
Urban	0.2022

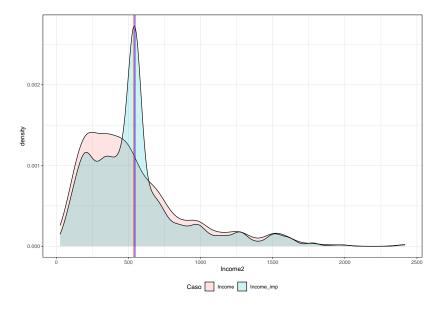
```
encuesta %>% group_by(Sex) %>%
  summarise(Income = sum(is.na(Income_missin) / n()))
```

Sex	Income	
Female	0.1920	
Male	0.2097	

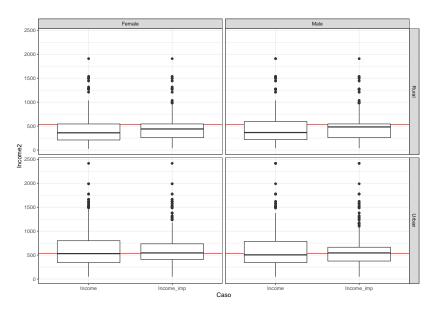
Consiste en asignar el promedio de la totalidad de los datos a los valores faltantes, este método no afecta el promedio, pero si afecta la variabilidad, el sesgo y los percentiles.

## [1] 0

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot4 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot4, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.2) + theme_bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```



Una variante del procedimiento anterior consiste en formar categorías a partir de covariables correlacionadas con la variable de interés, e imputar los datos omitidos con observaciones provenientes de la submuestra que comparte características comunes



## [1] 0

```
encuesta %<>% group_by(Stratum) %>%
  mutate(
    Income_imp = ifelse(is.na(Income_missin),
     mean(Income_missin, na.rm = TRUE),
     Income missin)) %>% data.frame()
sum(is.na(encuesta$Income imp))
## [1] O
encuesta %<>%
  mutate(
    Income imp = ifelse(is.na(Income imp),
                           promedio, Income imp))
sum(is.na(encuesta$Income imp))
```

```
encuesta %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
537.6	380.9	541.8	361.4

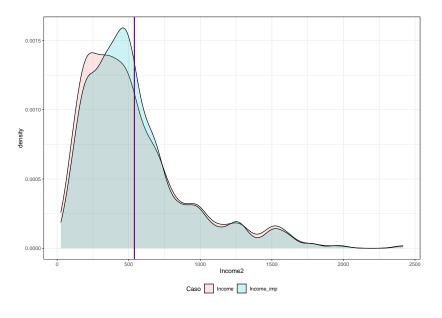
```
encuesta %>%group_by(Zone) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

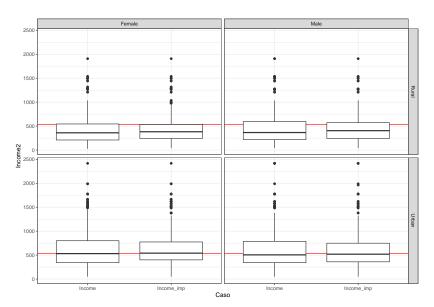
Zone	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Rural	443.6	314.0	448.6	293.4
Urban	629.6	416.6	632.9	396.8

```
encuesta %>%group_by(Sex) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Sex	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Female	534.7	374.1	540.9	357.7
Male	541.2	389.1	542.9	366.1

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot5 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot5, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.2) + theme_bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```





#### Imputación por Hot-deck y Cold-deck

**Hot-deck** La imputación *hot deck* consiste en reemplazar los valores faltantes de una o más variables para un no encuestado (llamado receptor) con valores observados de un encuestado (el donante) que es similar al no encuestado con respecto a las características observadas en ambos casos.

**Cold-deck** A este método lo llamamos *Cold-deck* por analogía con *Hot-deck*. El método consiste en reemplazar el valor faltante por valores de una fuente no relacionada con el conjunto de datos en consideración. Por ejemplo, se pide a un grupo de personas diligenciar una cuestionario sobre hábitos de lectura y que cinco personas no respondieron a un ítem. Entonces, la imputación de la respuesta por *Cold-deck* es sustituir las respuestas con información de un donante similar en una encuesta realizada anteriormente.

## [1] 0

```
donante <- which(!is.na(encuesta$Income missin))</pre>
receptor <- which(is.na(encuesta$Income missin))</pre>
encuesta$Income_imp <- encuesta$Income_missin</pre>
set.seed(1234)
for(ii in receptor){
don_ii <- sample(x = donante, size = 1)</pre>
encuesta$Income_imp[ii] <-</pre>
  encuesta$Income_missin[don_ii]
sum(is.na(encuesta$Income_imp))
```

```
encuesta %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
537.6	380.9	546.3	394

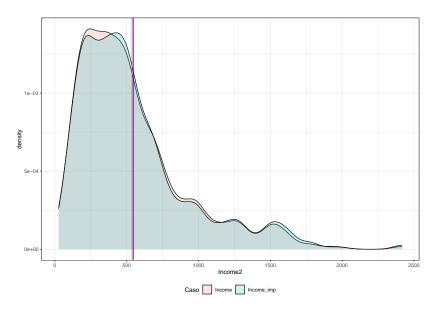
```
encuesta %>%group_by(Zone) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

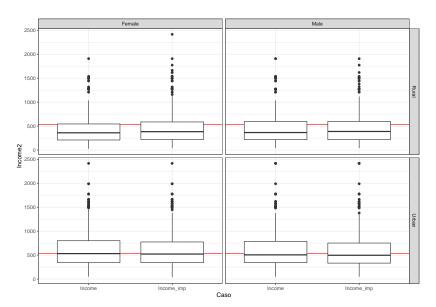
Zone	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Rural	443.6	314.0	470.6	343.8
Urban	629.6	416.6	620.4	424.9

```
encuesta %>%group_by(Sex) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Sex	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Female	534.7	374.1	548.3	388.8
Male	541.2	389.1	544.0	400.6

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot6 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot6, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom density(alpha = 0.2) + theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```





```
donante <- which(!is.na(encuesta$Income_missin))
receptor <- which(is.na(encuesta$Income_missin))
encuesta$Employment_imp <- encuesta$Employment_missin
(prop <- prop.table(
  table(na.omit(encuesta$Employment_missin))))</pre>
```

Unemployed	Inactive	Employed
0.0471	0.3968	0.5562

```
set.seed(1234)
imp <- sample(size = length(receptor),
    c("Unemployed", "Inactive", "Employed"),
        prob = prop, replace = TRUE     )
encuesta$Employment_imp[receptor] <- imp
sum(is.na(encuesta$Employment_imp))</pre>
```

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_missin, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0376	0.3174	0.4449	0.2

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_imp, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0489	0.3899	0.5612	0

prop.table( table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment\_missinuseNA = "a")) %>% addmargins()

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0185	0.1618	0.2163	0.0978	0.4944
Urban	0.0191	0.1556	0.2287	0.1022	0.5056
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.0000

	usewa - a ))	/₀ /₀ auu	margins()		
/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0230	0.1989	0.2725	0	0.4944

 Rural
 0.0230
 0.1989
 0.2725
 0
 0.4944

 Urban
 0.0258
 0.1910
 0.2888
 0
 0.5056

 NA
 0.0000
 0.0000
 0.0000
 0
 0.0000

 Sum
 0.0489
 0.3899
 0.5612
 0
 1.0000

Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
0.0112	0.2455	0.1876	0.1056	0.55
0.0264	0.0719	0.2573	0.0944	0.45
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.00
	0.0112 0.0264 0.0000	0.0112 0.2455 0.0264 0.0719 0.0000 0.0000	0.0264       0.0719       0.2573         0.0000       0.0000       0.0000	0.0112     0.2455     0.1876     0.1056       0.0264     0.0719     0.2573     0.0944       0.0000     0.0000     0.0000     0.0000

	<pre>useNA = "a")) %&gt;% addmargins()</pre>							
/		Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum		
_		0.0157	0.0000	0.0400				

Female	0.0157	0.2860	0.2483	0	0.55
Male	0.0331	0.1039	0.3129	0	0.45
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.00
Sum	0 <b>048</b> 9	0 3899	0.5612	Ω	1 00

Se ajusta un modelo lineal que describa a y, variable a imputar, para un conjunto X de variables auxiliares que se deben disponer. Resuelve el problema de la distorsión de la distribución de la variable a imputar, pero puede crear inconsistencias dentro de la base de datos, pues podría obtenerse valores "imposibles", ya que el valor y es obtenido de variables auxiliares.

```
require(nnet)
encuesta$Income_imp <- encuesta$Income_missin</pre>
encuesta$Employment_imp <- encuesta$Employment_missin</pre>
encuesta obs <- filter(encuesta,
                        !is.na(Income missin))
encuesta_no_obs <- filter(encuesta,</pre>
                            is.na(Income missin))
mod <- lm(Income~Zone + Sex +Expenditure,
          data = encuesta obs)
mod.mult <- multinom(</pre>
              Employment~Zone + Sex +Expenditure,
             data = encuesta_obs)
## # weights: 15 (8 variable)
## initial value 1564,423899
```

## iter 10 value 1099.747740 ## final value 1090.861650

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_missin, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0376	0.3174	0.4449	0.2

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_imp, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0376	0.4169	0.5455	0

prop.table( table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment\_missis useNA = "a")) %>% addmargins()

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0185	0.1618	0.2163	0.0978	0.4944
Urban	0.0191	0.1556	0.2287	0.1022	0.5056
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.0000

prop.table( table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment\_imp, useNA = "a")) %>% addmargins()

7 7 7 W W W W W W W W W W W W W W W W W						
/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum	
Rural	0.0185	0.2118	0.2640	0	0.4944	
Hrban	0.0101	0.2051	0.2015	Λ	0 5056	

0.2815urban 0.01910.2051บ.วบวง NA 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 Sum 0.0376 0.4169 0.5455 1.0000

prop.table( table(encuesta\$Sex, encuesta\$Employment\_missingusenA = "a")) %>% addmargins()

Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
0.0112	0.2455	0.1876	0.1056	0.55
0.0264	0.0719	0.2573	0.0944	0.45
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.00
	0.0112 0.0264 0.0000	0.0112 0.2455 0.0264 0.0719 0.0000 0.0000	0.0264       0.0719       0.2573         0.0000       0.0000       0.0000	0.0112     0.2455     0.1876     0.1056       0.0264     0.0719     0.2573     0.0944       0.0000     0.0000     0.0000     0.0000

use	<pre>useNA = "a")) %&gt;% addmargins()</pre>						
/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum		
F I .	0.0110	0.2440	0.1020	^	Λ F F		

Female	0.0112	0.3449	0.1938	0	0.55
Male	0.0264	0.0719	0.3517	0	0.45
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.00
Sum	0.0376	0.4169	0 5455	Ω	1 00

```
encuesta %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
537.6	380.9	543.6	366.4

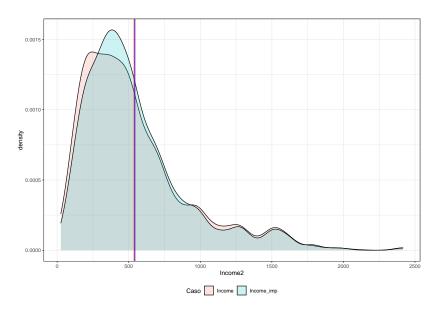
```
encuesta %>%group_by(Zone) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

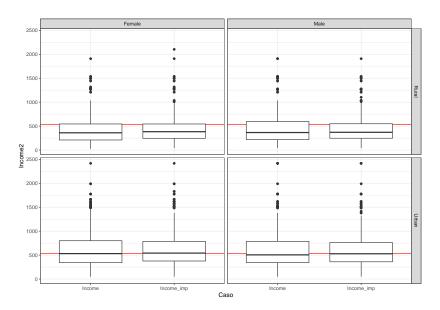
Zone	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Rural	443.6	314.0	446.5	299.3
Urban	629.6	416.6	638.4	399.9

```
encuesta %>%group_by(Sex) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Sex	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Female	534.7	374.1	548.0	367.1
Male	541.2	389.1	538.1	365.7

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot7 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot7, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom density(alpha = 0.2) + theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```





### Imputación por el vecino más cercano

- ▶ Paso 1: Definir una magnitud de distancia (Distancia euclidiana, k-media, K-Medioides).
- ▶ Paso 2: Para la i-ésimo elemento identificar el donante, cual será el más cercano al receptor según la magnitud de distancia previamente definida.
- ▶ Paso 3: Se imputa el valor faltante con la información del donante identificado previamente.

### Imputación por el vecino más cercano

```
encuesta$Income_imp <- encuesta$Income_missin</pre>
encuesta$Employment imp <- encuesta$Employment missin
encuesta obs <- filter(encuesta,
                         !is.na(Income missin))
encuesta_no_obs <- filter(encuesta,</pre>
                            is.na(Income missin))
for(ii in 1:nrow(encuesta no obs)){
Expen_ii <- encuesta_no_obs$Expenditure[[ii]]</pre>
don ii <- which.min(abs(Expen ii -
                            encuesta obs$Expenditure))
encuesta no obs$Income imp[[ii]] <-</pre>
  encuesta obs$Income missin[[don ii]]
encuesta no obs$Employment imp[[ii]] <-</pre>
  encuesta obs$Employment missin[[don ii]]
}
encuesta <- bind_rows(encuesta_obs,encuesta_no_obs)</pre>
```

### Imputación por el vecino más cercano

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_missin, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0376	0.3174	0.4449	0.2

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_imp, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0489	0.3882	0.5629	0

prop.table( table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment\_missis useNA = "a")) %>% addmargins()

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0185	0.1618	0.2163	0.0978	0.4944
Urban	0.0191	0.1556	0.2287	0.1022	0.5056
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.0000

prop.table(table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment imp.

	iseNA = "a"))		-	осфы	ртоушени
/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0230	0.2034	0.2680	Ω	0 4944

/	Offerriployed	mactive	Lilipioyeu	IVA	Juiii
Rural	0.0230	0.2034	0.2680	0	0.4944
Urban	0.0258	0.1848	0.2949	0	0.5056
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.0000
Sum	0.0489	0.3882	0.5629	0	1.0000

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Female	0.0112	0.2455	0.1876	0.1056	0.55
Male	0.0264	0.0719	0.2573	0.0944	0.45
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.00

|--|

Female 0.0191 0.2725 0.2584 0.55Male 0.0298 0.1157 0.3045 0.45NΑ 0.0000 0.0000 0.0000 0.00Sum 0.0489 0.38820.5629 1.00

```
encuesta %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
537.6	380.9	541.3	380.8

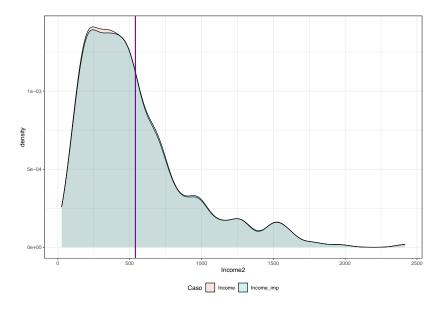
```
encuesta %>%group_by(Zone) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

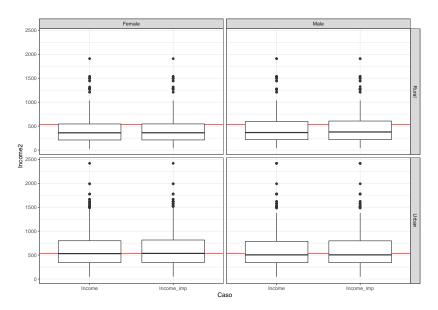
Zone	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Rural	443.6	314.0	447.5	314.8
Urban	629.6	416.6	633.0	416.0

```
encuesta %>%group_by(Sex) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Sex	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Female	534.7	374.1	538.8	373.2
Male	541.2	389.1	544.4	390.2

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot8 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot8, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.2) + theme_bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```





- ▶ Paso 1: Ajustar un modelo de regresión.
- ▶ Paso 2: Realizar la predicción de los valores observados y no observados.
- ▶ Paso 3: Comparar las predicciones obtenidas para los valores observados y no observados.
- ▶ Paso 4: Para la i-ésima observación identificar el donante con la menor distancia al receptor.
- ▶ Paso 5: Reemplazar el valor faltante con la información proveniente del donante.

NOTA Se toma es la información observada en el donante.

```
pred_Obs <- predict(mod, encuesta_obs)</pre>
pred_no_Obs <- predict(mod, encuesta_no_obs)</pre>
for(ii in 1:nrow(encuesta no obs)){
don_ii <- which.min(abs(pred_no_Obs[ii] - pred_Obs))</pre>
encuesta_no_obs$Income_imp[[ii]] <-</pre>
  encuesta obs$Income missin[[don ii]]
encuesta no obs$Employment imp[[ii]] <-</pre>
  encuesta obs$Employment missin[[don ii]]
encuesta <- bind rows(encuesta obs,encuesta no obs)</pre>
```

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_missin, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0376	0.3174	0.4449	0.2

```
prop.table(
  table(encuesta$Employment_imp, useNA = "a"))
```

Unemployed	Inactive	Employed	NA
0.0483	0.3899	0.5618	0

prop.table( table(encuesta\$Zone, encuesta\$Employment\_missing) useNA = "a")) %>% addmargins()

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Rural	0.0185	0.1618	0.2163	0.0978	0.4944
Urban	0.0191	0.1556	0.2287	0.1022	0.5056
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.0000

prop.t	e( table(enc seNA = "a"))			ta\$En	nployment	_imp
/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum	
_	0.0040	0.1004	0.0700	_	0 4044	

Rural 0.0242 0.19940.2708 0.4944

0.5618

1.0000

Urban 0.0242 0.1904 0.2910 0.5056 NA 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

0.3899

0.0483

Sum

/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum
Female	0.0112	0.2455	0.1876	0.1056	0.55
Male	0.0264	0.0719	0.2573	0.0944	0.45
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00
Sum	0.0376	0.3174	0.4449	0.2000	1.00

/ Unemployed Inactive Employed NA Sum						
	/	Unemployed	Inactive	Employed	NA	Sum

<u>/</u>	13		1 3		
Female	0.0157	0.2882	0.2461	0	0.55
Male	0.0326	0.1017	0.3157	0	0.45
NA	0.0000	0.0000	0.0000	0	0.00

0.3899

0.5618

1.00

0.0483

Sum

```
encuesta %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
537.6	380.9	542.4	382.4

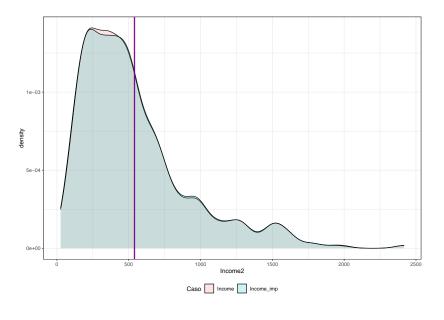
```
encuesta %>%group_by(Zone) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

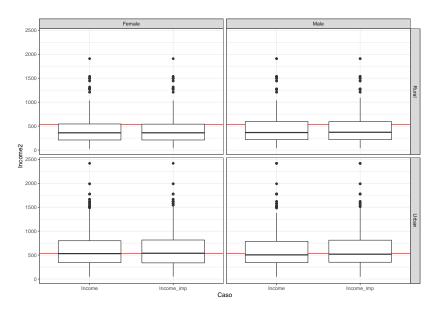
Zone	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Rural	443.6	314.0	446.0	315.3
Urban	629.6	416.6	636.7	417.5

```
encuesta %>%group_by(Sex) %>% summarise(
   Income_ = mean(Income),
   Income_sd = sd(Income),
   Income_imp_ = mean(Income_imp),
   Income_imp_sd = sd(Income_imp))
```

Sex	Income_	Income_sd	Income_imp_	Income_imp_sd
Female	534.7	374.1	539.1	374.5
Male	541.2	389.1	546.3	392.1

```
## Ordenando la base para gráfica
dat plot9 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, Income, Income imp),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 \leftarrow ggplot(dat plot9, aes(x = Income2, fill = Caso)) +
  geom density(alpha = 0.2) + theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income),
             col = "red") +
  geom_vline(
    xintercept = mean(encuesta$Income_imp),
             col = "blue")
p1
```





Suponga que existe un conjunto de n datos que relaciona dos variables X, Y, a través del siguiente modelo de regresión simple:

$$y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$$

Para todo individuo  $i=1,\ldots,n$ ., de tal manera que los errores tienen distribución normal con  $E(\varepsilon)=0$  y  $Var(\varepsilon)=\sigma^2$ .

- Sea  $Y_{Obs}$  los valores observados para un conjunto de individuos de tamaño  $n_1$ .
- Sea  $Y_{NoObs}$  los valores **NO** observados de la variable Y de tamaño  $n_0$ , es decir,  $n_1 + n_0 = n$ .
- Suponga que sí fue posible observar los valores de la covariable X para todos los individuos en la muestra.

#### Simulación

Simular un conjunto de n=500 datos con una pendiente  $\beta=10$  y con una dispersión de  $\sigma=2$ . A su vez, el conjunto de datos tendrá  $n_0=200$  valores faltantes en la variable respuesta.

El algoritmo de simulación.

```
generar \leftarrow function(n = 500, n_0 = 200,
                       beta = 10, sigma = 2){
  x \leftarrow runif(n)
  mii \leftarrow beta * x
  y \leftarrow mu + rnorm(n, mean = 0, sd = sigma)
  datos \leftarrow data.frame(x = x, y = y)
  faltantes <- sample(n, n_0)
  datos$faltantes <- "No"
  datos$faltantes[faltantes] <- "Si"</pre>
  datos$y.per <- y
  datos$y.per[faltantes] <- NA</pre>
  return(datos)
```

set.seed(1234)

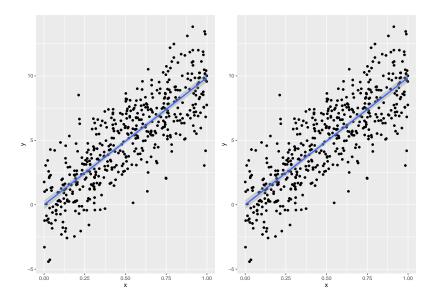
datos <- generar()</pre>

head(datos, 12)

Х	у	faltantes	y.per
0.1137	2.0109	No	2.011
0.6223	8.3432	No	8.343
0.6093	6.9971	No	6.997
0.6234	7.5602	Si	NA
0.8609	6.3364	No	6.336
0.6403	5.6621	No	5.662
0.0095	3.0489	No	3.049
0.2326	-0.1223	Si	NA
0.6661	7.1770	Si	NA
0.5143	5.9525	No	5.952
0.6936	8.8875	No	8.887
0.5450	4.7520	No	4.752

```
library(patchwork)
p1 <- ggplot(data = datos, aes(x = x, y = y)) +
    geom_point() +
    geom_smooth(formula = y~x , method = "lm")
p2 <- ggplot(data = datos, aes(x = x, y = y.per)) +
    geom_point() +
    geom_smooth(formula = y~x , method = "lm")

p1 | p1</pre>
```



Ahora, dado el 40% de valores faltantes, es necesario imputar los datos faltantes. Para esto, utilizaremos la técnica de imputación múltiple propuesta por Rubin  $(1987)^1$ . La idea consiste en generar M > 1 conjuntos de valores para los datos faltantes. Al final, el valor *imputado* corresponderá al promedio de esos M valores.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Rubin, D. B. (1987). Multiple imputation for survey nonresponse.

#### Hay varias maneras de realizar la imputación:

- ▶ Ingenua: Esta clase de imputación carece de aleatoriedad y por tanto, la varianza de  $\beta$  va a ser subestimada.
- **Bootstrap**: Se seleccionan m muestras bootstrap, y para cada una se estiman los parámetros  $\beta$  y  $\sigma$  para generar  $\dot{y_i}$ . Al final se promedian los m valores y se imputa el valor faltante.
- **Bayesiana**: Se definen las distribuciones posteriores de  $\beta$  y  $\sigma$  para generar M valores de estos parámetros y por tanto M valores de  $\dot{y}_i$ . Al final se promedian los M valores y se imputa el valor faltante.

Dado que el interés es la estimación de la pendiente de la regresión simple  $\beta$ , entonces la esperanza estimada al utilizar la metodología de imputación múltiple está dada por:

$$E(\hat{\beta}|Y_{obs}) = E(E(\hat{\beta}|Y_{obs}, Y_{mis})|Y_{obs})$$

Esta expresión es estimada por el promedio de las M estimaciones puntuales de  $\hat{\beta}$  sobre las M imputaciones, dado por:

$$\bar{\hat{\beta}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \hat{\beta}_m$$

La varianza estimada al utilizar la metodología de imputación múltiple está dada por la siguiente expresión:

$$V(\hat{\beta}|Y_{obs}) = E(V(\hat{\beta}|Y_{obs},Y_{mis})|Y_{obs}) + V(E(\hat{\beta}|Y_{obs},Y_{mis})|Y_{obs})$$

La primera parte de la anterior expresión se estima como el promedio de las varianzas muestrales de  $\hat{\beta}$  sobre las M imputaciones, dado por:

$$\bar{U} = \frac{1}{M} = \sum_{m=1}^{M} Var(\beta)$$

El segundo término se estima como la varianza muestral de las M estimaciones puntuales de  $\hat{\beta}$  sobre las M imputaciones, dada por:

$$B = \frac{1}{M-1} = \sum_{m=1}^{M} (\hat{\beta}_m - \overline{\hat{\beta}})$$

Es necesario tener en cuenta un factor de corrección (puesto que *M* es finito). Por tanto, la estimación del segundo término viene dada por la siguiente expresión:

$$(1+\frac{1}{M})B$$

Por tanto, la varianza estimada es igual a:

$$\hat{V}(\hat{\beta}|Y_{obs}) = \bar{U} + (1 + \frac{1}{M})B$$

#### Imputación Bootstrap

Una función que realiza esta imputación es la siguiente:

```
im.bootstrap <- function(datos, M = 15){
  library(dplyr)
  n <- nrow(datos)</pre>
  datos1 <- na.omit(datos)</pre>
  n1 <- nrow(datos1)</pre>
  n0 < - n - n1
  Ind <- is.na(datos$y.per)</pre>
  faltantes.boot <- NULL
  beta1 <- NULL
  sigma1 <- NULL
## Continua...
```

#### Imputación Bootstrap

Continuando...

```
for (m in 1:M){
    datos.m <- dplyr::sample_n(datos1, n1, replace = TRUE)</pre>
    model1 \leftarrow lm(v \sim 0 + x, data = datos.m)
    beta <- model1$coeff
    sigma <- sqrt(anova(model1)[["Mean Sq"]][2])</pre>
    faltantes.boot <- rnorm(n0, datos$x[Ind] * beta,
                               sd = sigma)
    datos$y.per[Ind] <- faltantes.boot</pre>
    model.input \leftarrow lm(y.per \sim 0 + x, data = datos)
    beta1[m] <- model.input$coeff</pre>
    sigma1[m] <- summary(model.input)$coeff[2]</pre>
  beta.input <- mean(beta1)</pre>
  u.bar <- mean(sigma1 ^ 2)</pre>
  B <- var(beta1)
  beta.sd <- sqrt(u.bar + B + B/M)
  result <- list(new = datos, beta = beta.input,
                   sd = beta.sd)
```

# Imputación Bootstrap

Al aplicar la función sobre el conjunto de datos creado, se obtienen las siguientes salidas:

```
datos <- generar()
im.bootstrap(datos)$beta</pre>
```

## [1] 10.3

im.bootstrap(datos)\$sd

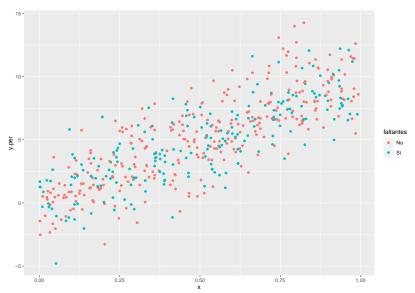
```
## [1] 0.2222
```

head(im.bootstrap(datos)\$new)

Х	у	faltantes	y.per
0.2173	0.2872	Si	0.4423
0.2953	1.5861	Si	1.8694
0.9609	11.2310	Si	11.8596
0.3120	5.0509	No	5.0509
0.0521	-0.7714	Si	-0.5381

#### Imputación Bootstrap

Nótese que existe una buena dispersión en los valores imputados.



#### Imputación Bootstrap en la encuesta.

# Imputación Bootstrap en la encuesta. set.seed(1234) for (ii in 1:M) { vp <- paste0("Income\_vp\_",ii)</pre> vp2 <- paste0("Employment vp ",ii)</pre> encuesta\_temp <- encuesta\_obs %>% sample\_n(size = n1, replace = TRUE) mod <- lm(Income~Zone + Sex +Expenditure, data = encuesta temp) mod.mult <- multinom(Employment~Zone + Sex +Expenditure,</pre> data = encuesta\_temp) encuesta\_no\_obs[[vp]] <- predict(mod, encuesta\_no\_obs)</pre> encuesta\_obs[[vp]] <- encuesta\_obs\$Income</pre> encuesta\_no\_obs[[vp2]] <- predict(mod.mult,</pre> encuesta\_no\_obs,type = "class") encuesta\_obs[[vp2]] <- encuesta\_obs\$Employment

## # weights: 15 (8 variable)

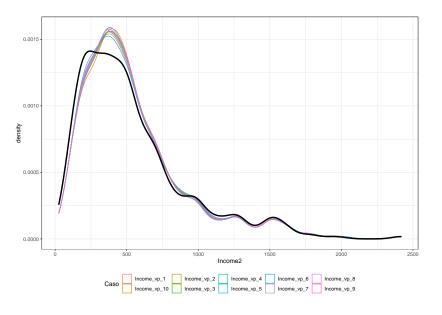
#### Imputación Bootstrap en la encuesta.

Income	Income_vp_1	Income_vp_2	Income_vp_3
243.2	349.2	378.9	361.7
223.0	235.3	245.0	247.1
223.0	221.3	264.3	237.0
337.5	364.6	360.9	373.2
337.5	350.6	380.1	363.1
224.3	240.3	249.5	251.9
464.2	429.4	418.9	436.4
464.2	415.4	438.2	426.3
260.0	443.1	440.6	429.4
1380.4	855.3	809.9	831.5

#### Imputación Bootstrap en la encuesta.

```
encuesta <- bind rows(encuesta obs, encuesta no obs)</pre>
## Ordenando la base para gráfica
dat plot10 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>% select(Zone, Sex, matches("Income vp ")),
  key = "Caso", value = "Income2", -Zone, -Sex)
p1 <- ggplot(dat plot10, aes(x = Income2, col = Caso)) +
  geom_density(alpha = 0.2) + theme_bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  geom_density(data = encuesta, aes(x = Income),
              col = "black", size = 1.2)
p1
```

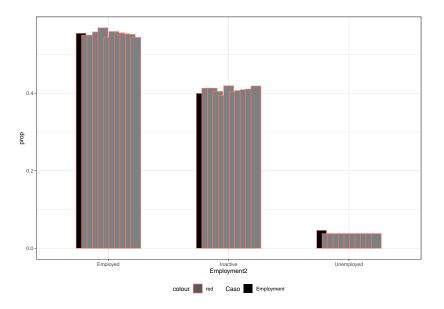
#### Imputación por el vecino más cercano



#### Imputación Bootstrap en la encuesta.

```
## Ordenando la base para gráfica
dat_plot11 <- tidyr::gather(</pre>
  encuesta %>%
  select(Zone,Sex, Employment,matches("Employment_vp_")),
  key = "Caso", value = "Employment2", -Zone, -Sex) %>%
  group_by(Caso,Employment2) %>% tally() %>%
  group_by(Caso) %>% mutate(prop = n/sum(n))
p1 <- ggplot(dat_plot11,
        aes(x = Employment2, y = prop,
            fill = Caso. color="red")) +
       geom bar(stat="identity",
          position = position dodge(width = 0.5)) +
  theme bw() +
   theme(legend.position = "bottom") +
  scale_fill_manual(values = c("Employment" = "black"))
р1
```

#### Imputación por el vecino más cercano



# Definir diseño de la muestra con srvyr

```
library(srvyr)

diseno <- encuesta %>%
  as_survey_design(
    strata = Stratum,
    ids = PSU,
    weights = wk,
    nest = T
)
```

#### Estimación del promedio con valores plausibles (vp)

```
estimacion vp <- diseno %>%
 summarise(
  vp1 = survey mean(Income vp 1, vartype = c("var")),
  vp2 = survey mean(Income vp 2, vartype = c("var")),
  vp3 = survey_mean(Income_vp_3, vartype = c("var")),
  vp4 = survey_mean(Income_vp_4, vartype = c("var")),
  vp5 = survey_mean(Income_vp_5, vartype = c("var")),
  vp6 = survey_mean(Income_vp_6, vartype = c("var")),
  vp7 = survey_mean(Income_vp_7, vartype = c("var")),
  vp8 = survey_mean(Income_vp_8, vartype = c("var")),
   vp9 = survey_mean(Income_vp_9, vartype = c("var")),
   vp10 =survey_mean(Income_vp_10, vartype = c("var")))
```

# Estimación del promedio con valores plausibles (vp)

vp	promedio	var
1	565.7	547.4
2	566.8	539.1
3	565.3	541.5
4	564.6	545.6
5	565.0	543.2
6	561.9	535.8
7	565.7	552.0
8	561.8	536.1
9	563.0	537.8
10	564.8	545.6

# Estimación del promedio con valores plausibles (vp)

```
Media vp = mean(estimacion vp$promedio)
(Ubar = mean(estimacion vp$var))
## [1] 542.4
(B = var(estimacion_vp$promedio))
## [1] 2.823
var_vp = Ubar + (1 + 1/M)
(resultado <- data.frame(Media_vp,</pre>
                         Media_vp_se = sqrt(var_vp)))
```

Media_vp	Media_vp_se
564.5	23.31

vp	promedio	var
1	161566	475622454
2	158646	466558771
3	160375	473836379
4	158913	468536756
5	157276	466068705
6	163288	481896783
7	158017	467768163
8	157597	466331288
9	160005	473369210
10	158220	464190893

```
Media var vp = mean(estimacion var vp$promedio)
(Ubar = mean(estimacion var vp$var))
## [1] 470417940
(B = var(estimacion_var_vp$promedio))
## [1] 3666144
var var vp = Ubar + (1 + 1/M)*B
resultado$var vp <- Media var vp
resultado$var_vp_se <- sqrt(var_var_vp)</pre>
```

# Comparando resultados con valores plausibles (vp)

Media	Media_se	Var	Var_se
560.8	24.48	173740	23830

#### resultado

Media_vp	Media_vp_se	var_vp	var_vp_se
564.5	23.31	159390	21782

# Estimación de la proporción con valores plausibles (vp)

vp	Employment	prop	prop_var
1	Unemployed	0.0391	0e+00
1	Inactive	0.4073	1e-04
1	Employed	0.5536	2e-04
2	Unemployed	0.0391	0e+00
2	Inactive	0.3986	1e-04
2	Employed	0.5622	2e-04
3	Unemployed	0.0391	0e + 00
3	Inactive	0.3875	1e-04
3	Employed	0.5733	2e-04
4	Unemployed	0.0391	0e+00
4	Inactive	0.4147	1e-04
4	Employed	0.5462	2e-04

# Comparando resultados con valores plausibles (vp)

```
diseno %>% group_by(Employment ) %>%
summarise(prop = survey_mean(vartype = "var"))
```

prop	prop_var	
0.0491	1e-04	
0.3972	2e-04	
0.5537	2e-04	
	0.0491 0.3972	

#### resultado

prop_pv	Ubar	В	prop_pv_var
0.0391	0e+00	0e+00	0e+00
0.4041	1e-04	1e-04	2e-04
0.5567	2e-04	1e-04	3e-04
	0.0391 0.4041	0.0391 0e+00 0.4041 1e-04	0.0391 0e+00 0e+00 0.4041 1e-04 1e-04

# Crear valores perdidos ingresos y desocupación (desocupado o ocupado)

Realizar parte practica ## Tabla resumen 12.1 Tablas de resumen antes y despues de imputar. Incluir algunos métodos imputación (no multiple). - na.omit ok - imputación por media ok - imputación por media condicional ok

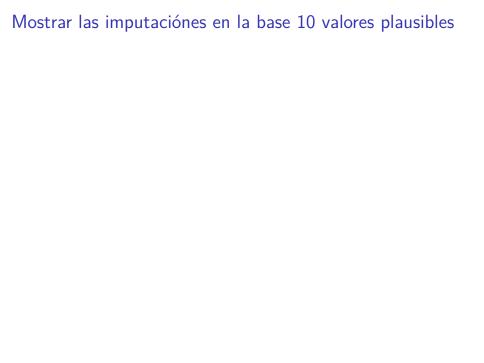
- hot-deck: Encuesta actual: escoger un donante aleatorio para realizar la imputación. ok
- ► Cold-deck : Require otras fuentes ok
- Imputación por regresión:
- ▶ Vecino más cercano: vector de distancia (gasto)
- Vecino más cercano con regresión. paso 1 regresión paso 2 predicción paso 3 comparar las predicciones de perdidos y no perdidos paso 4 el valor imputado será el valor más próximo a mi valor perdido (términos de predicción) NOTA Se toma es el valor observado.

#### Imputación multiple

Incluir el gráfico 12.5

¿qué es un valor plausible?

Realizar la estimación para ingresos y desocupados.



incluir sección 12.4.4.1

Incluir las ecuación 12.1 y 12.2 NOTA Hacer el paso a paso ## incluir sección box 12.2

