Modelos Bayesianos con R y STAN

Andrés Gutiérrez - Hanwen Zhang

2021-05-29

Índice general

Capítulo 1

Prefacio

Capítulo 2

Tópicos básicos

2.1. Teoría de la decisión

El problema estadístico de estimar un parámetro se puede ver dentro del contexto de la teoría de decisión: la estimación que proveemos, sea en el ámbito de la estadística clásica o la estadística bayesiana, depende de los datos muestrales, $\mathbf{X}$, de tal forma que si éstos cambian, nuestra estimación también cambia. De esta manera, el proceso de estimación puede ser representado como una función que toma un conjunto de datos muestrales y los convierte en una estimación de nuestro parámetro de interés, $A(\mathbf{X})$ o simplemente A. En la teoría de decisión, la anterior función se conoce como una regla de decisión.

Así como en la vida cotidiana, por la incertidumbre del futuro(en el ámbito estadístico, por la incertidumbre acerca del parámetro), toda acción que uno toma (toda estimación que uno provea) puede traer consigo un grado de falla o riesgo. Y es necesario tomar la acción óptima que de alguna forma minimice ese riesgo. Formalizando esta idea intuitiva, tenemos la función de pérdida L que asocia cada dupla de la acción tomada y el parámetro de interés θ, $(A,\ \theta)$ con un número no negativo que cuantifica la pérdida que ocasiona la acción (o la estimación) A con respecto al parámetro θ.

Es claro que se desea escoger aquella acción que minimice de alguna forma la pérdida que ésta ocasiona, pero la función L no se puede minimizar directamente, puesto que:

- En el ámbito de la estadística clásica, el parámetro θ se considera fijo, y los datos muestrales $\mathbf{X}$ aleatorios, así como la función de pérdida L depende de $\mathbf{X}$, entonces ésta también será una variable aleatoria, y no se puede minimizar directamente. Por lo tanto se define el riesgo o la pérdida promedio como la esperanza matemática de L; denotando el riesgo como R, éste está definido como $R = E(L)$ (la esperanza se toma con respecto a la distribución probabilística de $\mathbf{X}$).
- En el ámbito de la estadística bayesiana, θ es una cantidad aleatoria, y la herramienta fundamental para conocer características de θ es su función de densidad posterior $p(\theta|\mathbf{X})$. En este caso, el riesgo R se define como

$$R = E(L) = \int L(A, \theta)p(\theta|\mathbf{X})d\theta$$

En cualquier de los dos casos anteriores, buscaremos la estimación que minimice el riesgo R. Ilustramos los anteriores conceptos en los siguientes ejemplos tanto en la estadística clásica como en la estadística bayesiana.