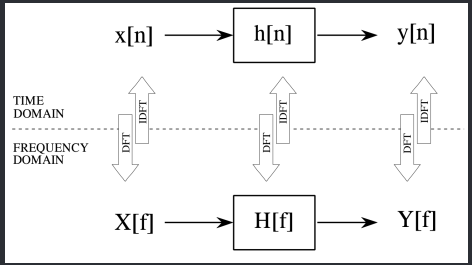
FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Procesamiento de señales, fundamentos

Maestría en sistemas embebidos
Universidad de Buenos Aires
MSE 5Co2020

Clase 5 - Applicaciones de DFT



Ing. Pablo Slavkin
slavkin.pablo@gmail.com
wapp:011-62433453

SAPI

Se aceptan pull request para la SAPI

SAPI DSP

Enuestas

Encuesta anónima clase a clase

Propiciamos este espacio para compartir sus sugerencias, criticas constructivas, oportunidades de mejora y cualquier tipo de comentario relacionado a la clase.

Encuesta anónima

https://forms.gle/1j5dDTQ7qjVfRwYo8

Link al material de la material

https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1TlR2cgDPchL_4v7DxdpS7pZHtjKq38CK

Repaso Convolución

Multiplicacion?!

55m50s

Algoritmo de Multiplicacion de 2do grado

- Recordar la tecnica de multiplicacion aprendida
- Considerar que 1 2 es h(n) y 3 4 x(n)
- Suponer que tenemos mas que 10 simbolos y que no es necesario hacer acarreo
- Entran 2 numeros de 2 cifras y sale 1 de 3

	1	2
	3	4
	4	8
3	6	0
3	10	8

Repaso Convolución

Descomposición delta

56m57s

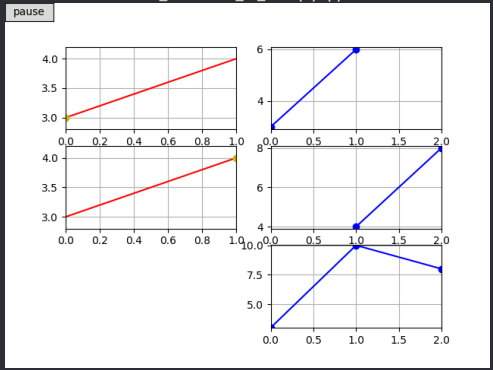
SUma deltas desplazadas

- Considerar escalar y desplazar h(n) para hacer la convolucion
- 2 movimientos para obtener el resultado
- Entran 2 vectores de 2 elementos y sale 1 de 3

1	2	0
3	0	0
3	6	0

0	1	2
0	4	0
3	6	0
0	4	8
3	10	8

5_clase/conv_as_multiply1.py



Repaso Convolución

Convolucion formal

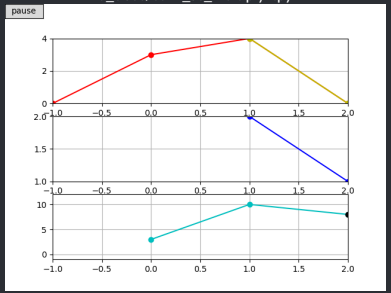
1h3m12s

Convolucion

2	1	0	0
0	3	4	0
	3	0	0
0	2	1	0
0	3	4	0
	3	10	0
0	0	2	1
0	3	4	0
	3	10	8

- Invierto h(n) desplazo, multiplico y sumo
- 3 movimientos para obtener el resultado
- Entran 2 vectores de 2 elementos y sale 1 de 3

5_clase/conv_as_multiply2.py



Repaso Convolución

Convolucion como producto de polinomios

1h10m50s

- Considerar cada elemento de h(n) y x(n) como coeficientes de un polinomio
- Multiplicar los 2 polinomios respetando exponentes
- Entran 2 vectores de 2 elementos y sale 1 de 3

$$(1x10^1 + 2x10^0) * (3x10^1 + 4x10^0) =$$
$$(3x10^2 + 4x10^1 + 6x10^1 + 8x10^0) =$$
$$(3x10^2 + 10x10^1 + 8x10^0)$$

Repaso Convolución

Multiplicacion?!

1h20m49s

Algoritmo de Multiplicacion

	1	2
	3	4
	4	8
3	6	0
3	10	8

Multiplicacion de polinomios

$$(1x10^1 + 2x10^0) * (3x10^1 + 4x10^0) =$$
$$(3x10^2 + 4x10^1 + 6x10^1 + 8x10^0) =$$
$$(3x10^2 + 10x10^1 + 8x10^0)$$

SUma deltas desplazadas

1	2	0
3	0	0
3	6	0
0	1	2
0	4	0
3	6	0
0	4	8
3	10	8

Convolucion

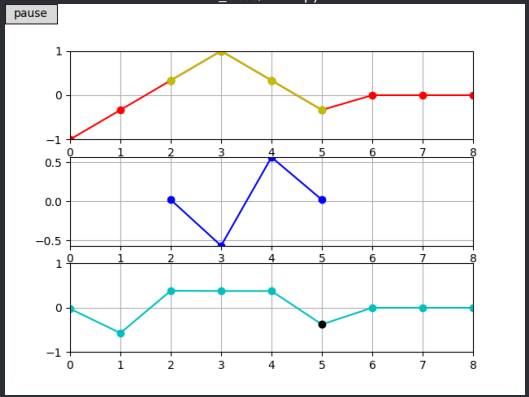
2	1	0	0
0	3	4	0
	3	0	0
0	2	1	0
0	3	4	0
	3	10	0
0	0	2	1
0	3	4	0
	3	10	8

Convolucion en tiempo

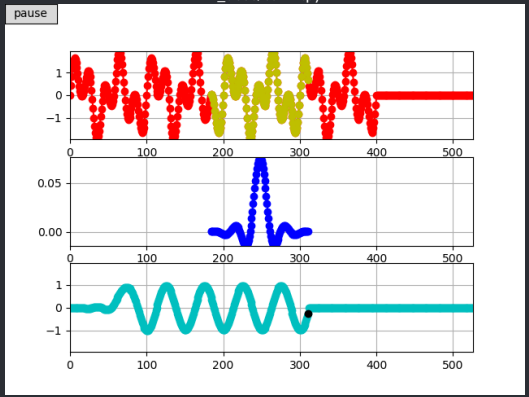
filtrado

1h21m19s

4_clase/conv1.py



4_clase/conv2.py

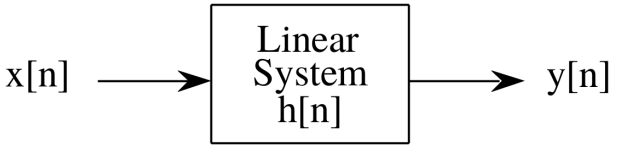


Repaso Convolucion

Propiedades

1h37m55s

- Conmutativa
- Distributiva
- Asociativa



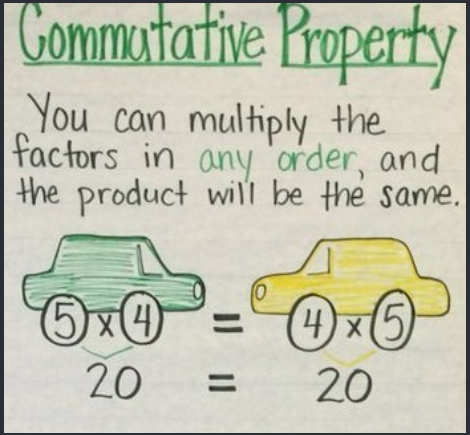
$$x[n] * h[n] = y[n]$$

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$$

Repaso Multiplicacion

Propiedad conmutativa

1h39m58s



IF

a[n] → b[n] → y[n]

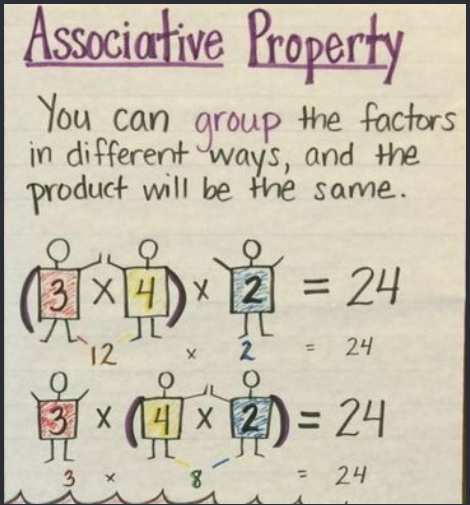
THEN

b[n] → a[n] → y[n]

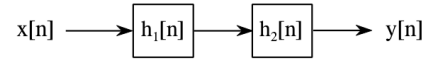
Repaso Multiplicacion

Propiedad asociativa

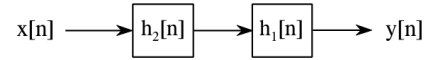
1h40m49s



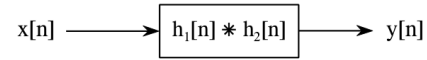
IF



THEN



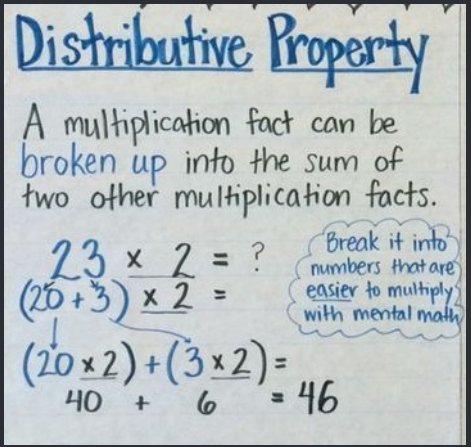
ALSO

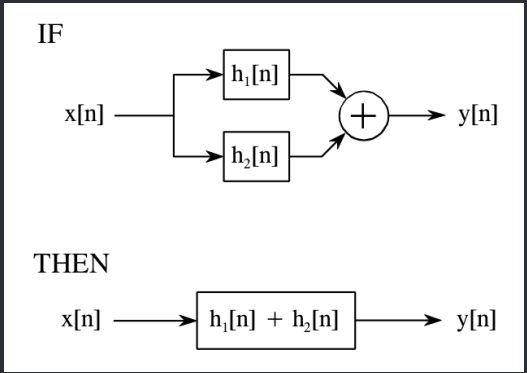


Repaso Multiplicacion

Propiedad distributiva

1h42m40s

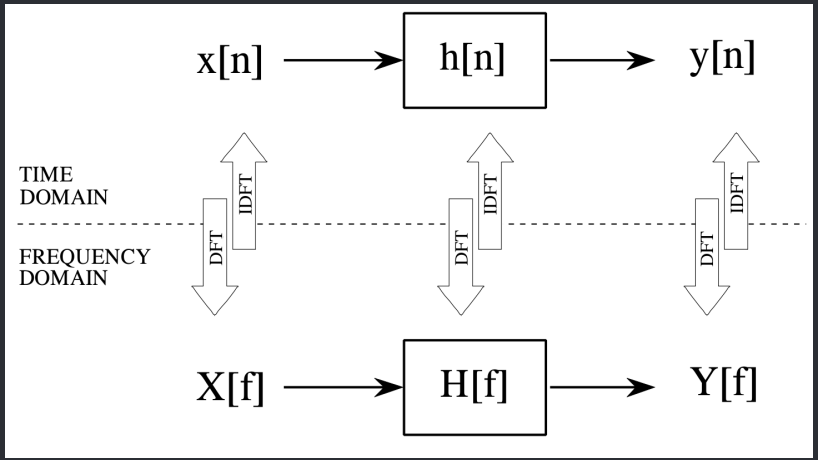




Convolución vs Multiplicación

Teorema de la convolución

2h07m18s



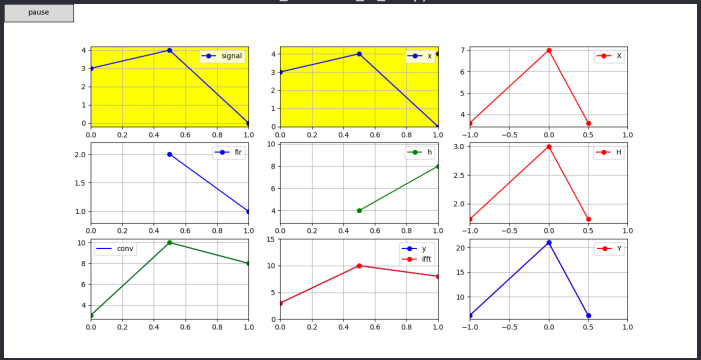
Multiplicación con DFT

Tiempo vs Frecuencia

2h18m24s

- Ejemplo de calcular 1 2 conv 3 4 utilizando:
  - Convolución x desplazamiento de h(n)
  - Convolución invirtiendo h(n)
  - Convolución usando iFFT(fft(h)*fft(x))
- Notar que todos los resultados son iguales
- Notar que siempre la salida con N+M-1 datos
- En este ej. 2+2-1=3

5_clase/conv_vs_dft1.py

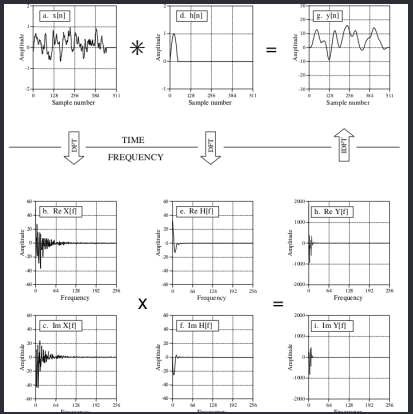


Convolución vs Multiplicación

Teorema de la convolución

2h32m53s

- Imagen en donde se destaca el camino de la ifft para calcular la convolución
- Notar la representación en parte real e imaginaria

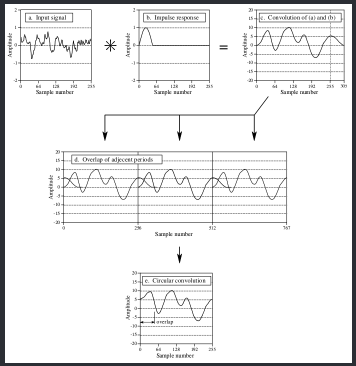


Convolución vs Multiplicación

Convolución circular

2h45m10s

- Efecto de la convolución circular
- De la definición de la DFT se supone que x(n) es periódica
- Dado que en la practica cortamos en algún pinto x(n) para procesar, cuando involucionamos con otra señal debemos agregar ceros para evitar el efecto de solapamiento en la salida y asegurarnos que la salida tenga cuando menos N+M-1 valores



Convolución vs Multiplicación

Teorema de la convolución

- Ecuación para obtener la salida de un sistema usando DFT
- El resultado es el mismo que convolucionar en el tiempo
- A partir de unos 64 puntos para h(n) la velocidad de calculo de la DFT es superior a la convolución en el tiempo

$$x * y = \mathrm{DTFT}^{-1}\left[\mathrm{DTFT}\{x\} \cdot \mathrm{DTFT}\{y\}\right]$$

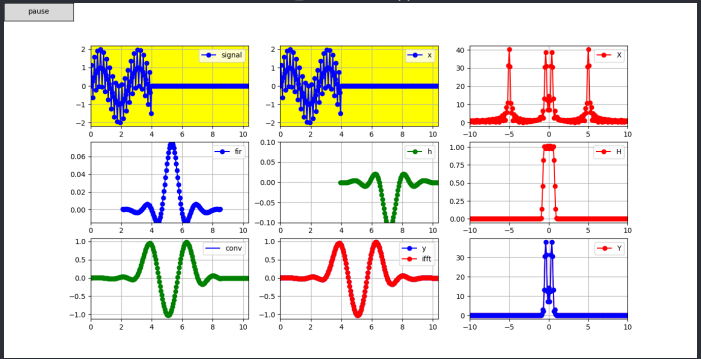
Filtrado

Pasabajos

2h54m45s

- Ejemplo de como tomar tramos de x, rellenar con ceros, tomar h, rellenar con ceros y luego convulocionar
- Al mismo tiempo, se calcula FFT(x-padd) FFT(h-padd), se multiplican entre si y luego se hace la IFFT para obtener el mismo resultado que la convolución

5_clase/filtrado1.py



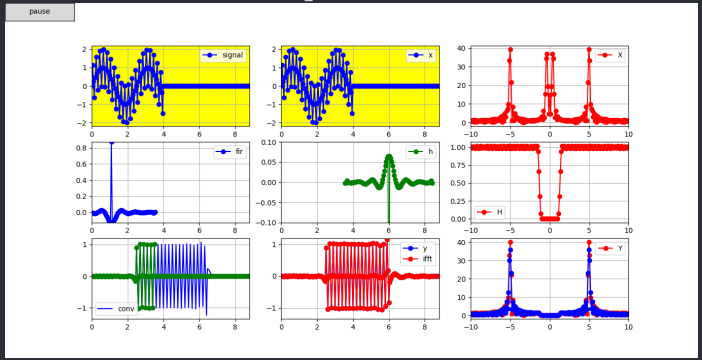
Filtrado

Pasaaltos

3h04m50s

- Ejemplo de como tomar tramos de x, rellenar con ceros, tomar h, rellenar con ceros y luego convulocionar
- Al mismo tiempo, se calcula FFT(x-padd) FFT(h-padd), se multiplican entre si y luego se hace la IFFT para obtener el mismo resultado que la convolucion

5_clase/filtrado2

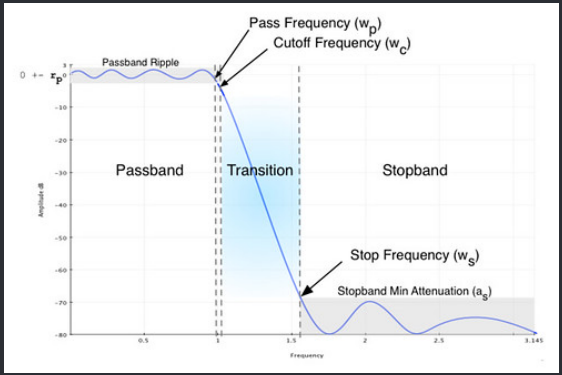


Filtrado

Definición

3h09m58s

- Plantilla de diseño de un filtro
- En el ejemplo se aprecia un pasabajos pero se destacan las zonzas de interés y los niveles de la banda de paso y de rechazo
- Cuanto mas exigente se la plantilla del filtro, mas puntos tendrá nuestra h(n) y mas lenta y compleja su convolución
- El objetivo es llegar a un compromiso entre los requisitos y la performance

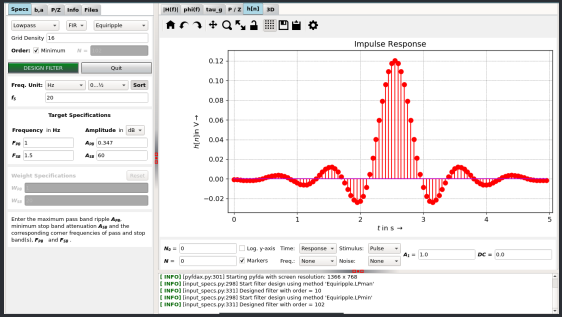


Filtrado

PyFDA /opt/anaconda3/bin/pyfdax

3h14m00s

- Uso de PyFDA como herramienta para diseño de filtros
- Inicialmente solo nos concentramos en la H(f) para visualizar de manera practica las zonas de paso y de rechazo

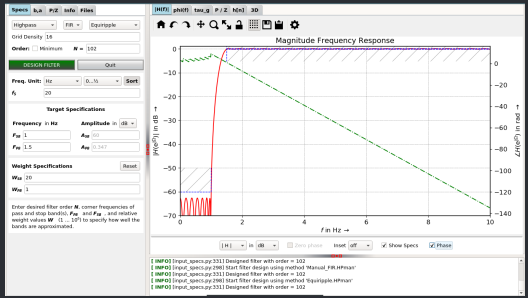


Filtrado

Pyfda /opt/anaconda3/bin/pyfdax

3h14m00s

- Uso de PyFDA como herramienta para diseño de filtros
- Inicialmente solo nos concentramos en la H(f) para visualizar de manera practica las zonas de paso y de rechazo
- Notar la variedad de opciones disponibles y la respuesta en fase en esta imagen



Bibliografía

Libros, links y otro material

[1] *ARM CMSIS DSP*. https://arm-software.github.io/CMSIS_5/DSP/html/index.html

[2] Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. Second Edition, 1999.

[3] *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Convolution_theorem

[4] *PyFDA doc*. https://buildmedia.readthedocs.org/media/pdf/pyfda/latest/pyfda.pdf