

# Procesamiento de señales, fundamentos

.....

Maestría en sistemas embebidos

Universidad de Buenos Aires

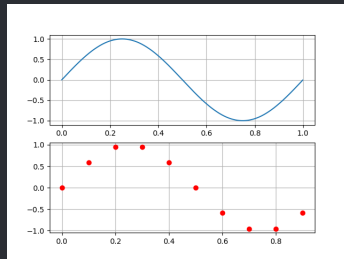
MSE 5Co2020

## Clase 1 - Introducción

**Ing. Pablo Slavkin**

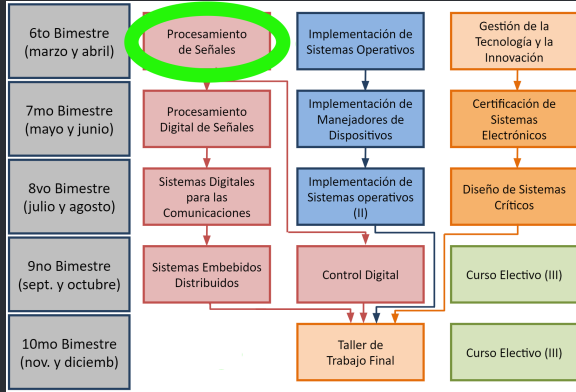
slavkin.pablo@gmail.com

wapp:011-62433453



# Plan de vuelo

*Ud. Está aquí*



## Colaboradores

- Gonzalo Lavigna  
<gonzalolavigna@gmail.com>
- Guillermo Guichal  
<guillermo.guichal@gmail.com>
- Federico Giordano Zacchigna  
<federico.zacchigna@gmail.com>

# Plan de vuelo

*Ud. Esta aquí*



1.
  - Python, numpy
  - CIAA
  - Sampleo
  - Fourier, DFT
2.
  - Python, numpy
  - CIAA
  - VHDL, FPGA
  - Filtrado y ventaneo
3.
  - Python
  - VHDL, FPGA
  - Comunicaciones
  - Implementación
  - Hi-Speed

# Bibliografía

## Libros, links y otro material

- [1] Steven W. Smith.  
*The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*  
Second Edition, 1999.
- [2] Allen B. Downey  
*Think DSP - Digital Signal Processing in Python*
- [3] Richard Lyons.  
*Understanding digital signal processing.*  
Third edition.
- [4] Boaz Porat.  
*Digital Processing of Random Signals: Theory and Methods. Digital Processing of Random Signals: Theory and Methods.*
- [5] Allen B. Downey  
*Think Python, 2nd Edition, - How to Think Like a Computer Scientist*
- [6] Emmanuel C Ifeachor, Barrie W Jervis  
*Digital Signal Processing. A practical approach.*
- [7] NW. Taylor, Francis Group, LLC.  
*Introduction to Python Programming.*
- [8] Matt Harrison  
*Illustrated guide to python 3*

# Enuestas

## *Encuesta anónima clase a clase*

Propiciamos este espacio para compartir sus sugerencias, criticas constructivas, oportunidades de mejora y cualquier tipo de comentario relacionado a la clase.

### Encuesta anónima



<https://forms.gle/1j5dDTQ7qjVfRwYo8>

### Link al material de la material



[https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1TIR2cgDPchL\\_4v7DxdpS7pZHtjKq38CK](https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1TIR2cgDPchL_4v7DxdpS7pZHtjKq38CK)

# Metodo de evaluacion

- 3 pts - Examen
- 3 pts - TP Python
- 4 pts - Proyecto final





- Deberá incluir algún tipo de procesamiento Ejemplos:
  - en hardware. ej. DFT, FIR, IIF, etc.
- Puede utilizar el ADC para samplear, DAC para reconstruir y/o canales de comunicación para adquirir datos previamente digitalizados
- Presentación de 10 minutos.
- Deberá funcionar!
- Filtrado y/o procesamiento de audio, señales biomédicas, etc.
- Técnicas de compresión en dominio de la frecuencia
- Aplicaciones con acelerómetro, magnetómetro, T+H

# porque digital?

## *digital vs analógico*

- digital

- Reproducibilidad
- Tolerancia de componentes
- Partidas todas iguales
- Componentes no envejecen
- Fácil de actualizar
- Soluciones de un solo chip

- analógico

- Gran rango dinamico de entrada
- Alto ancho de banda
- Alta potencia
- Baja latencia





# Señales y sistemas

*Que son?*

## Señal

Una señal, en función de una o más variables, puede definirse como un cambio observable en una entidad cuantificable

## Sistema

Un sistema es cualquier conjunto físico de componentes que actúan en una señal, tomando una o más señales de entrada, y produciendo una o más señales de salida.

# Señales y sistemas

## *Tipos de señales*

- De tiempo continuo
- Pares
- Periódicas
- De energía
- Reales
- De tiempo discreto
- Impares
- Aperiódicas
- De potencia
- Imaginarias

# Señales y sistemas

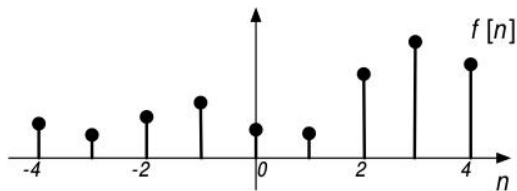
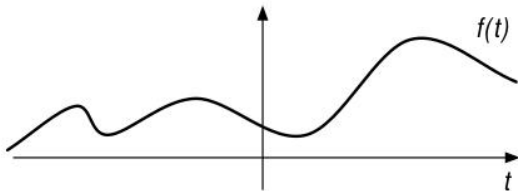
## *Tipos de señales*

- De tiempo continuo

Tiene valores para todos los puntos en el tiempo en algún intervalo (posiblemente infinito)

- De tiempo discreto

Tiene valores solo para puntos discretos en el tiempo



# Generación de señales en Python

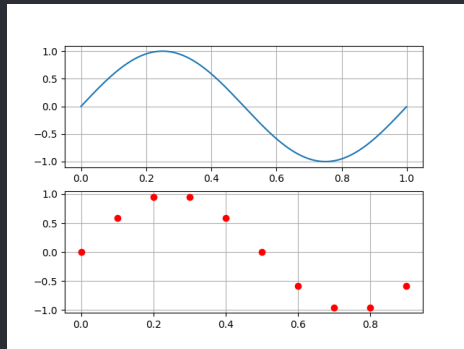
## Continuo? vs discreto

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

fig = plt.figure(1)
Nc=1000
tc = np.linspace(0, 1, Nc)
ax1 = fig.add_subplot(2,1,1)
ax1.plot(tc, np.sin(2*np.pi*tc),"b-")
ax1.grid(True)

Nd=10
td = np.linspace(0, 1, Nd)
ax2 = fig.add_subplot(2,1,2)
ax2.plot(td, np.sin(2*np.pi*td),"ro")
ax2.grid(True)

plt.show()
```



Podrían pensarse como muestras de una señal de tiempo continuo  $x[n] = x(nT)$  donde  $n$  es un número entero y  $T$  es el período de muestreo.

# Señales periódicas

## Continua periódica

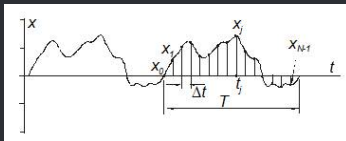
si existe un  $T_0 > 0$ , tal que  $x(t + T_0) = x(t)$ , para todo  $t$

$T_0$  es el período de  $x(t)$  medido en tiempo, y  $f_0 = 1/T_0$  es la frecuencia fundamental de  $x(t)$

## Discreta periódica

si existe un entero  $N_0 > 0$  tal que  $x[n + N_0] = x[n]$  para todo  $n$

$N_0$  es el período fundamental de  $x[n]$  medido en espacio entre muestras y  $F_0 = \Delta t/N_0$  es la frecuencia fundamental de  $x[n]$



# Sistemas

## Sistema

Un sistema es cualquier conjunto físico de componentes que actúan en una señal, tomando una o más señales de entrada, y produciendo una o más señales de salida.

En ingeniería, a menudo la entrada y la salida son señales eléctricas.

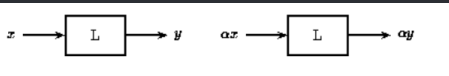


# Sistemas

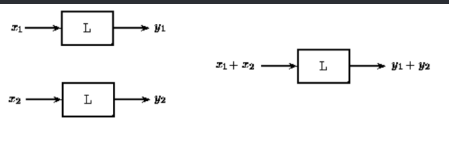
## Linealidad

Un sistema es lineal cuando su salida depende linealmente de la entrada. Satisface el principio de superposición.

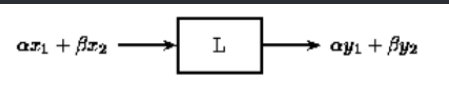
escalado



adición



superposición



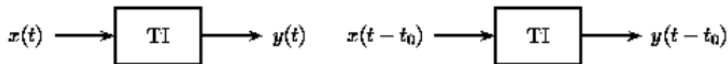
$$y(t) = e^{x(t)}$$
$$y(t) = \frac{1}{2}x(t)$$

# Sistemas

## Invariantes en el tiempo

### Invariantes en el tiempo

Un sistema es invariante en el tiempo cuando la salida para una determinada entrada es la misma sin importar el tiempo en el cual se aplica la entrada



$$y(t) = x(t) * \cos(t)$$
$$y(t) = \cos(x(t))$$

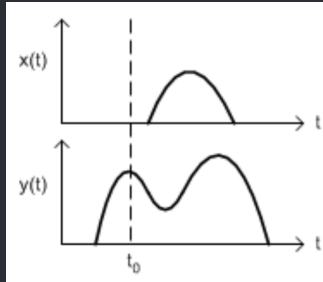


# Sistemas

## Causalidad

### Sistema causal

Un sistema es causal cuando la salida depende solo de los valores presentes y pasados de la entrada



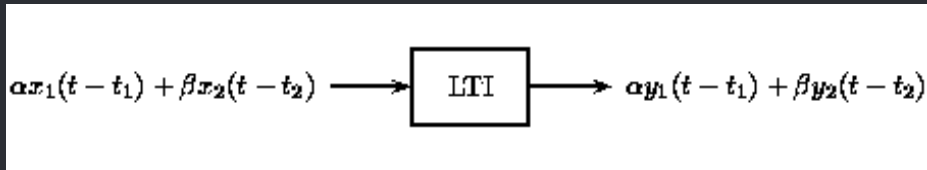
$$y(t) = x(t + 1)$$

$$y(t) = x(t - 2)$$

# Sistemas

## Lineales invariantes en el tiempo

Un sistema es LTI cuando satisface las 2 condiciones anteriores, de linealidad y de invariancia en el tiempo.



\*\*\* LTI \*\*\*

En este curso, **solo** estudiaremos sistemas lineales invariantes en el tiempo.

# Sistemas

## Fidelidad senoidal

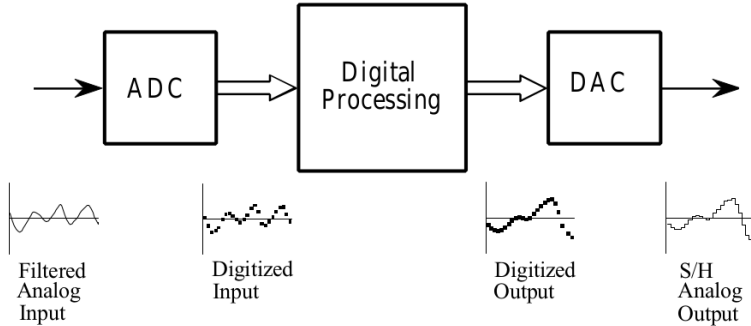
En todo sistema LTI para una entrada senoidal la salida es **siempre** senoidal.

## Linealidad estática

En todo sistema LTI para una entrada constante (DC) la salida es **siempre** la entrada multiplicada por una constante.

# ADC

## *Bloque incompleto de procesamiento*



Que falta?

# Aliasing

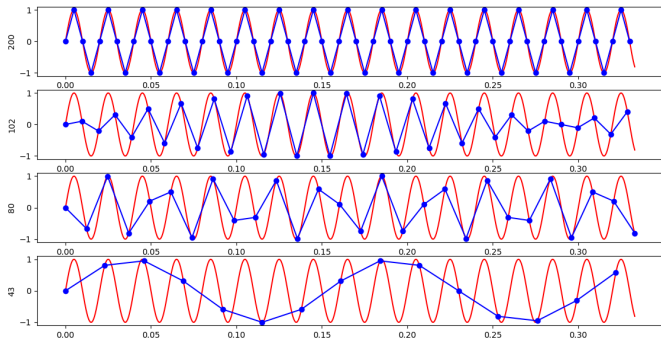
## *Disco Giratorio*



# Aliasing

## Simulando en Python

Diferentes frecuencias de sampleo para capturar una señal de 50hz



# Aliasing

## Simulando en Python



Diferentes frecuencias de sampleo para capturar una señal de 50hz

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 50
NC          = 1000
fsC         = 3000
tC          = np.arange(0,NC/fsC,1/fsC)
signalC     = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)
fsD         = [200,102,80,43]

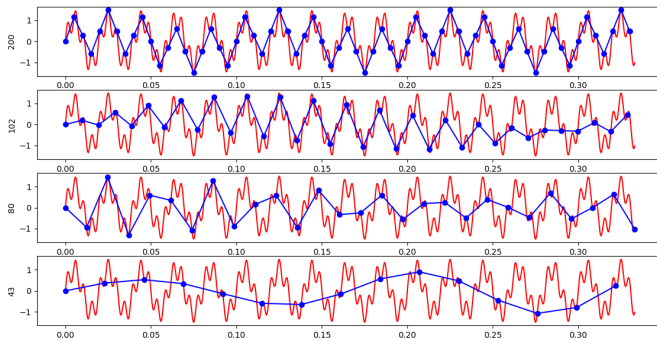
fig         = plt.figure()
signalC     = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)+0.5*np.sin(2*np.pi*210*tC)
for i in range(len(fsD)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    plt.plot(tC,signalC,'r-',tC[::fsC//fsD[i]],signalC[::fsC//fsD[i]],'b-o')
    contiAxe.set_ylabel(fsD[i])

plt.show()
```

# Aliasing

## Simulando en Python

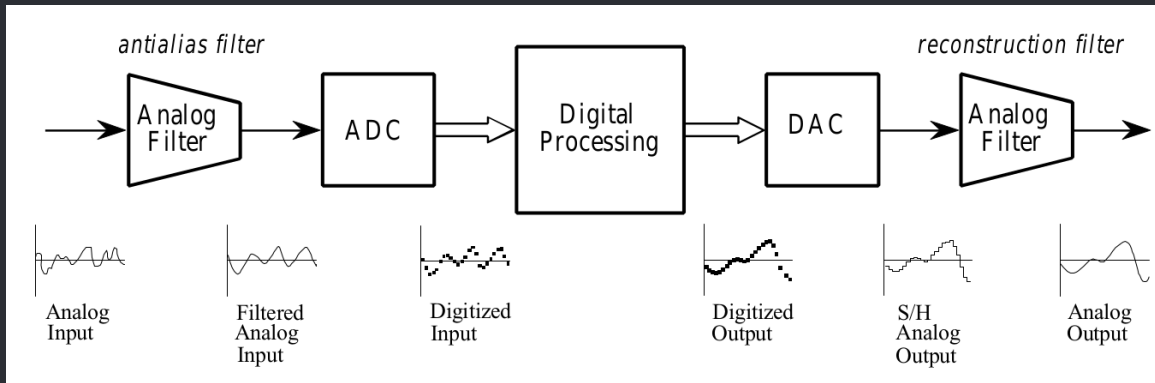
Que pasa si se suma ruido de alta frecuencia?





# ADC

## Bloque genérico de procesamiento



Agregamos el filtro antialiasing

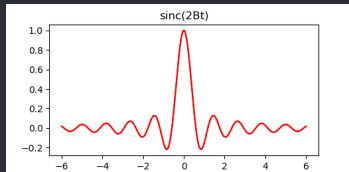
# Teorema de sampleo

## Teorema de Shannon

### Teorema

La reconstrucción exacta de una señal periódica continua en banda base a partir de sus muestras, es matemáticamente posible si la señal está **limitada en banda** y la tasa de muestreo es **superior al doble** de su ancho de banda

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{\sin \pi(2Bt - n)}{\pi(2Bt - n)}.$$



# Teorema de sampleo

## Teorema de Shannon



### Sampleo e interpolado

```
#!/usr/bin/ip3
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 50
NC = 300
fsC = 1000
tC = np.arange(0, NC/fsC, 1/fsC)
signalC = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)
#signalC = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)+0.5*np
        .sin(2*np.pi*210*tC)
fsD = np.array([200, 102, 80, 45])
fig = plt.figure()

def interpolate(x, s, u):
    y=[]
```

```
        B = 1/(2*(s[1] - s[0]))
        for t in u:
            prom=0
            for n in range(len(x)):
                prom+=x[n]*np.sinc(2*B*t-n)
            y.append(prom)
        return y

for i in range(len(fsD)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    Xt=interpolate(signalC[:,fsC//fsD[i]],tC[:,
        fsC//fsD[i]],tC)
    plt.plot(tC,signalC,'r-',tC,Xt,'b-')
    contiAxe.set_ylabel(fsD[i])

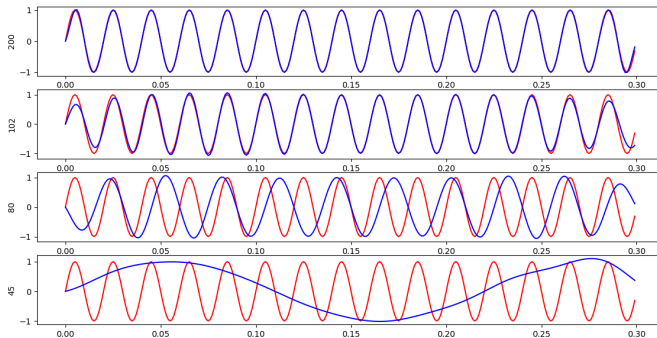
plt.show()
```

# Teorema de sampleo

## Teorema de Shannon



## Sampleo e interpolado

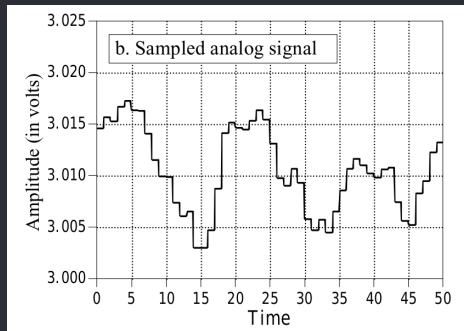
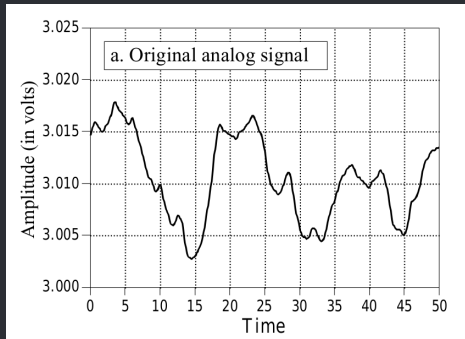


# Sampleo

## Filtro Antialias

### FAA

Filtro **analógico** Pasabajos que elimina o al menos mitiga el efecto de aliasing

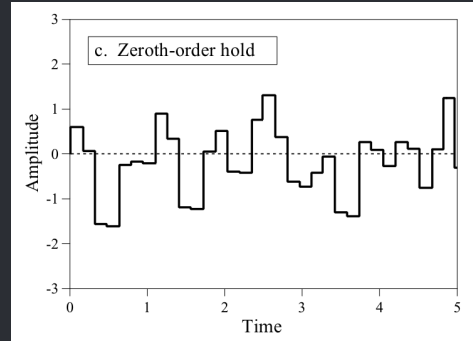
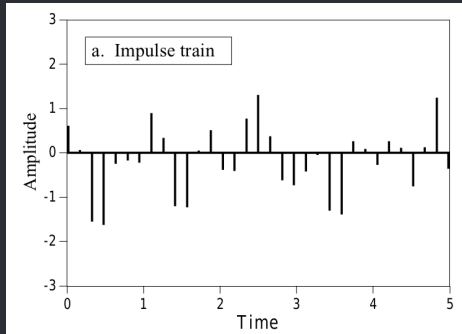


# Sampleo

## Filtro reconstructor

### Filtro reconstructor

Filtro **analógico** Pasabajos que suaviza la salida del DAC eliminando frecuencias mas alla de la  $F_s/2$

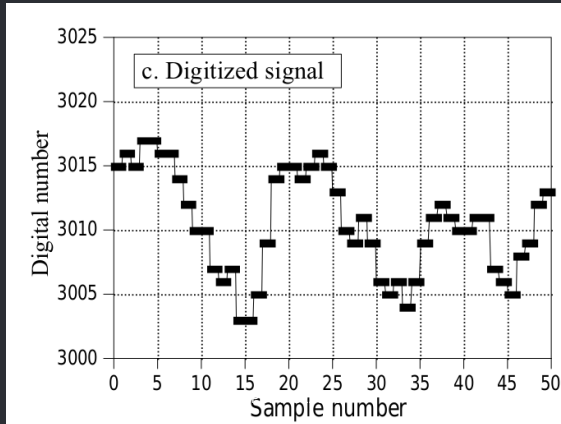


# Sampleo

## Digitado

### Digitado o cuantizado

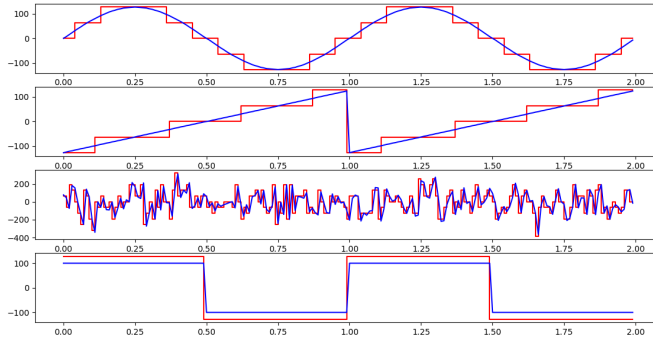
Proceso de asignar un patron de bits a una muestra



# Ruido de cuantización

## Ejemplo de cuantización

### Diferentes formas de onda cuantizadas





# Ruido de cuantización

## Cuantización en python



```
import numpy as np
import scipy.signal as sc
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 1
NC          = 200
fsC         = 100
Bits        = 2
tC          = np.arange(0, NC/fsC, 1/fsC)
signalC     = np.array([(2**7-1)*np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC),
                        (2**7-1)*sc.sawtooth(2*np.pi*tC, 1),
                        (2**7-1)*np.random.normal(0, 1, len(tC)),
                        100*sc.square(2*np.pi*tC, 0.5)], dtype='int16')

signalQ     = np.copy(signalC)
signalQ += (2**((8-Bits))//2)
signalQ &= 0xFFFF<<(8-Bits)

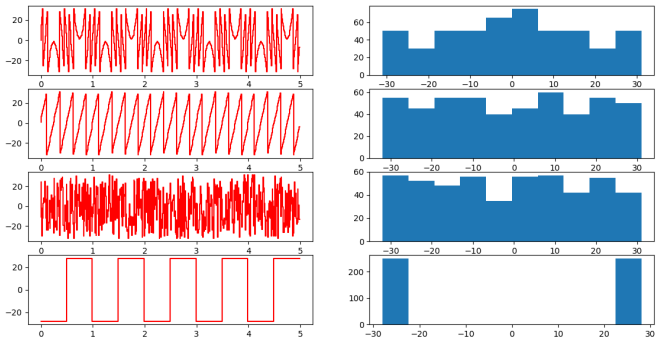
fig         = plt.figure()
for i in range(len(signalC)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    plt.step(tC, signalQ[i], 'r-')
    plt.plot(tC, signalC[i], 'b-')

plt.show()
```

# Ruido de cuantización

## Histogramas

Histogramas de ruido para cada señal



# Ruido de cuantización

## Histogramas



## Histogramas en Python

```
import numpy as np
import scipy.signal as sc
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 1
NC          = 500
fsC         = 100
Bits        = 2
tC          = np.arange(0, NC/fsC, 1/fsC)
signalC     = np.array([(2**7-1)*np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC),
                        (2**7-1)*sc.sawtooth(2*np.pi*tC, 1),
                        (2**7-1)*np.random.normal(0, 1, len(tC)),
                        100*sc.square(2*np.pi*tC, 0.5)], dtype='int16')

signalQ     = np.copy(signalC)
signalQ += (2**((8-Bits)))/2
signalQ &= 0xFFFF<<(8-Bits)

fig         = plt.figure()
for i in range(len(signalC)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4, 2, 2*i+1)
    plt.step(tC, signalC[i]-signalQ[i], 'r-')
    contiAxe = fig.add_subplot(4, 2, 2*i+2)
    plt.hist(signalC[i]-signalQ[i])

plt.show()
Ing. Pablo Slavkin
```

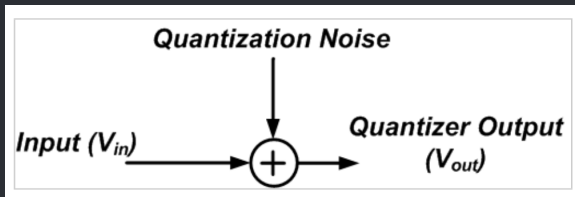
# Ruido de cuantización

## Modelo estadístico

En el caso de que se cumplan las siguientes premisas:

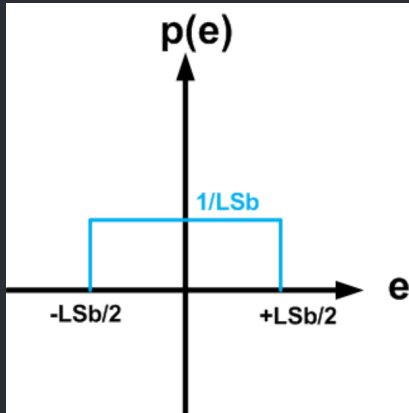
- La entrada se distancia de los diferentes niveles de cuantización con igual probabilidad
- El error de cuantización NO esta correlacionado con la entrada
- El cuantizador cuanta con un numero relativamente largo de niveles
- Los niveles de cuantización son uniformes

Se puede considerar la cuantización como un ruido aditivo a la señal según el siguiente esquema:



# Ruido de cuantización

*Función densidad de probabilidad*



$$\int_{-\frac{LSb}{2}}^{\frac{LSb}{2}} p(e) de = 1$$

# Ruido de cuantización

## Potencia de ruido de cuantización

$$P_q = \int_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} e^2 p(e) de$$

$$P_q = \int_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} e^2 \frac{1}{lsb} de$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \left( \frac{e^3}{3} \Big|_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} \right)$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \left( \frac{(\frac{lsb}{2})^3}{3} - \frac{(-\frac{lsb}{2})^3}{3} \right)$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \left( \frac{lsb^3}{24} + \frac{lsb^3}{24} \right)$$

## Potencia de ruido de cuantización

$$P_q = \frac{lsb^2}{12}$$

# Ruido de cuantización

## Relación señal a ruido

$$input = \frac{Amp}{2} \sin(t)$$

$$P_{input} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{Amp}{2} \sin(t) \right)^2 dt$$

$$P_{input} = \frac{1}{T} \left( \frac{Amp}{2} \right)^2 * \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin(2t)}{4} \right) \Big|_0^T$$

$$P_{input} = \frac{Amp^2 T}{4T} \frac{1}{2}$$

$$P_{input} = \frac{Amp^2}{8}$$

$$lsb = \frac{Amp}{2^N}$$

$$P_{ruido} = \frac{lsb^2}{12}$$

$$P_{ruido} = \frac{\left( \frac{Amp}{2^N} \right)^2}{12}$$

$$P_{ruido} = \frac{Amp^2}{12 * 2^{2N}}$$

# Ruido de cuantización

## Relación señal a ruido

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{input}}{P_{ruido}} \right)$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\frac{Amp^2}{8}}{\frac{Amp^2}{12 * 2^{2N}}} \right)$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{3 * 2^{2N}}{2} \right)$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{3}{2} \right) - 10 \log_{10} (2^{2N})$$

SNR

$$SNR = 1,76 + 6,02 * N$$

$$SNR_{N=10} \approx 60dB$$

$$SNR_{N=11} \approx 66dB$$



# Ruido de cuantización

## *Densidad espectral de potencia de ruido*

Si consideramos la potencia de ruido uniformemente distribuido en todo el espectro desde  $-F_s$  hasta  $+F_s$ , nos queda que:

### Densidad espectral de potencia de ruido

$$S_{espectral}(f) = \frac{P_q}{F_s}$$

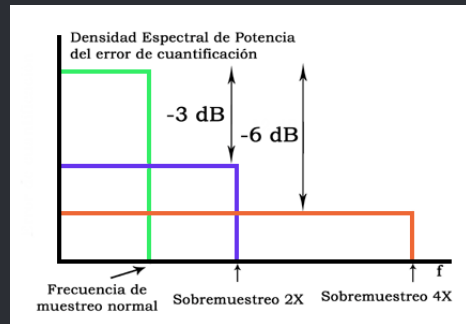
Entonces como puedo mejorar la SNR de un sistema?

# Sobremuestreo

## Densidad espectral de potencia de ruido

Oversampling x4

$$S_{espectral}(f) = \frac{P_q}{4 * F_s}$$



Que hago si tengo un AD de 10bits y deseo una SNR de 72dB?  $SNR_{10} \approx 66dB$  Pero si sobremuestreo a 4x obtengo **6dB** extras

# Dithering

## Dithering

Técnica de agregado de ruido antes del ADC para prevenir que señales con poca variación sean samoleadas siempre con el mismo valor

