

Procesamiento de señales, fundamentos

Maestría en sistemas embebidos Universidad de Buenos Aires MSE 5Co2O2O

Clase 4 - Euler | Fourier - IDFT

Ing. Pablo Slavkin slavkin.pablo@gmail.com wapp:011-62433453



Procesamiento de señales, fundamentos



repaso DFT

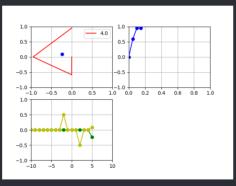
$e^{j2\pi ft}$ modulado por sin(t) v centro de masas en f. DFT?

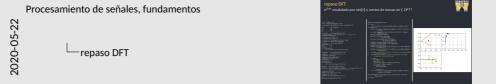


```
import numpy as np
                                                                   tData=np.arange(0,N/fs,1/fs)
 mport matplotlib.pvplot as plt
 rom mathlotlib animation import FuncAnimation
         = nlt.figure()
circleAxe = fig.add subplot(2.2.1)
                                                                                  signalFrec.n))
circleLn,massLn = plt.plot([],[],'r-',[],[],'bo')
                                                                       mass=np.average(circleData)
circleAxe.grid(True)
                                                                       massLn.set data(np.real(mass
circleAxe.set xlim(-1.1)
circleAxe.set vlim(-1.1)
                                                                        circlein set data(nn real(circleData)
circleFrec = np.arange(-fs/2,fs/2,fs/N)
circlein set label(circleFrec[0]
                                                                        signalData.append(signal(signalFrec.n))
circleLg = circleAxe.legend()
                                                                       signalLn.set data(tData[:n+1].signalData
                                                                       promData[frecIter]=mass
                                                                                  frecIter+11))
    return nn.exn(-li*2*nn.ni*f*n*1/fs)
signalAxe = fig.add subplot(2.2.2)
signalLn. = plt.plot([].[].'b-o')
signalAxe.grid(True)
                                                                             promData[:frecIter+1])/np.pi)
signalAxe.set xlim(0.N/fs
signalAxe.set vlim(-1.1)
                                                                       if n==N-1:
signalFrec = 1.5
                                                                           circleData = []
                                                                            signalData = []
signalData=[
    return np.cos(2*np.pi*f*n*1/fs)
                                                                            circleLa=circleAxe.legend()
                                                                            if frecIter == N-1
 promave = fig add subplot(2.2.3)
                                                                               ani.repeat=False
promRLn.promILn.promMagLn.promPhaseLn = plt.plot([],[],'b-o'
promAxe.grid(True)
                                                                                 promMagLn,promPhaseLn
promAxe.set xlim(-fs/2.fs/2)
promAxe.set vlim(-1.1)
 promData=np.zeros(N.dtvpe=complex)
                                                                   nlt.show(
...
tData=np.arange(θ.N/fs.1/fs)
    Ing. Pablo Slavkin
```



PDF MSE2020





- retomar DFT con el concepto de centro de masas
- lanzar euler4.py de la clase3 con dft en modo rectangular
- destacar DFT parecido entre la señal y el circulo y viceversa
- Por lo tanto lo que tenemos son relojitos girando

$$X_k=\sum_{n=0}^{N-1}x_ne^{-rac{2\pi i}{N}kn} \qquad k=0,\ldots,N-1$$

Procesamiento de señales, fundamentos $X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2nt}{N}kn} \qquad k = 0, \dots, N-1$ Repaso DFT

Síntesis

import numpy as no

import matplotlib.pvplot as plt

= 188

circleAve.grid(True)

circleAxe.set xlim(-1.1

circleAxe.set vlim(-1.1)

circleLg=circleAxe.legend()
circleData = []

= plt.figure()

circleFrec = np.arange(-fs/2.fs/2.fs/N)

return np.exp(-1j*2*np.pi*f*n*1/fs)

return c*np.exp(1j*2*np.pi*f*n*1/fs)

signalAxe = fig.add subplot(2,2,2)

return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)

signalLn, = plt.plot([],[],'b-')

signalAxe.set xlim(0.N/fs)

signalAxe.set ylim(-1,1)

signalFrec = 2

def signal(f.n)

signalData=[]

circleIn.set label(circleFrec[0])

from mathlotlib animation import FuncAnimation

Como reconstruyo la señal en el tiempo



```
return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)
promAxe = fig.add subplot(2.2.3)
promRLn,promILn, = plt.plot([],[],'g-o',[],[],'y-o')
promAxe.grid(True)
promAxe.set xlim(-fs/2.fs/2)
promAxe.set vlim(-1.1)
promData=np.zeros(N.dtvpe=complex)
             = fig.add subplot(2.2.4)
inversaln.penIn.penIln.penIln = plt.plot([],[],'m-o',[],[],'k-',[],[],'b-',[],[],'r-')
inversaAxe.grid(True)
inversaAxe.set xlim(-1.1)
inversaAxe.set vlim(-1.1)
penData= []
tData=np.arange(θ,N/fs,1/fs)
   return circleLn.circleLg.signalLn.massLn.promRLn.promTLn.inversaLn
   global promData.fData.frecIter.penData
   if aniT.repeat==True:
       return inversaln.
   inversaData=[0]
       inversaData,append(inversaData[-1]+circleInv(circleFrec[f].frecIter.promData[f]))
   inversaln.set data(np.imag(inversaData).np.real(inversaData))
   penData.insert(0.inversaData[-1])
   penData=penData[0:N]
   t=np.linspace(0.1.len(penData))
```



- lanzar euler6 y explicar que pasa con sin y cos
- comentar lo de hermitica cuando la salida es real y dft complejo conjugado

Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 3/20

penRLn.set data(t.np.real(penData))

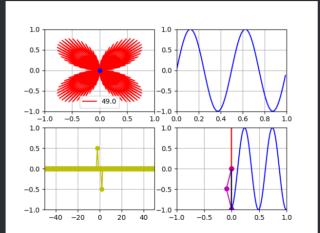
penILn.set data(np.imag(penData).t)

Síntesis

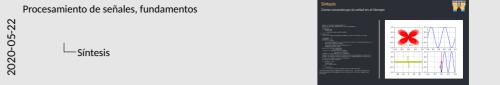
Como reconstruyo la señal en el tiempo



```
penILn.set data(np.imag(penData).t)
   penLn.set data(np.imag(penData).np.real(penData))
   frecIter+=1
   if frecIter==N
      frecIter=0
   return inversaLn,penLn,penILn,penRLn
def updateT(nn):
   global circleData.signalData.promData.frecIter.circleFrec.circleLg
   signalData = []
       circleData.append(circle(circleFrec[frecIter],n)*signal(signalFrec,n))
       mass=np.average(circleData)
       signalData.append(signal(signalFrec,n))
       promData[frecIter]=mass
   massLn.set data(np.real(mass)
                   np.imag(mass))
   circleLn.set data(np.real(circleData).
                     np.imag(circleData))
   signalLn.set data(tData[:n+1].signalData)
   promRLn.set data(circleFrec[:frecIter+1].np.real(promData[:frecIter+1]))
   promILn.set data(circleFrec[:frecIter+1].np.imag(promData[:frecIter+1]))
   circleLn.set label(circleFrec[frecIter])
   circleLg=circleAxe,legend()
   if frecIter == N-1:
      frecIter=0
   return circleLn.circleLg.signalLn.massLn.promRLn.promILn
aniT=FuncAnimation(fig.updateT.N.init.interval=10 .blit=True.repeat=True)
aniF=FuncAnimation(fig.undateF.N.init.interval=20 .blit=True.repeat=True)
```



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 4/20



• de nuevo la formula la calculamos a mano y arrivamos a lo que viene en la filmina siguiente

$$x_n=rac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X_ke^{rac{2\pi i}{N}kn} \qquad n=0,\ldots,N-1.$$

Procesamiento de señales, fundamentos $x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{2n}{N}kn} \qquad n = 0, \dots, N-1$

• comentar tambien lo del 1/N, $1/\sqrt[2]{N}$

IDFT

import numpy as np

circleAxe.grid(True)

signal Axe. grid (True)

signalFrec = 2

signalData=[]

def signal(f,n)

signalAxe.set xlim(0.N/fs)

signalAxe.set vlim(-1.1)

mass = A

circleAve.set xlim(-1.1

circleAxe.set vlim(-1.1)

circleLg=circleAxe.legend()
circleData = []

import matplotlib.pvplot as plt

= 188

= plt.figure()

circleAxe = fig.add_subplot(2,2,1)
circleLn.massin. = plt.plot([],[],'r-',[],[],'bo')

circleFrec = np.arange(-fs/2.fs/2.fs/N)

return np.exp(-1j*2*np.pi*f*n*1/fs)

return c*np.exp(1i*2*np.pi*f*n*1/fs)

signalRLn.signalILn = plt.plot([],[],'b-',[],[],'r-')

return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)+0.4i*np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)

signalAxe = fig.add subplot(2.2.2)

circleLn.set label(circleFrec[0])

from matplotlib.animation import FuncAnimation

Señales complejas como entrada?



```
return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)+0.4i*np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)
promAxe = fig.add subplot(2.2.3)
promRLn.promILn. = plt.plot([],[],'q-o',[],[],'y-o')
promaxe grid(True)
promAxe.set xlim(-fs/2.fs/2)
promAxe.set vlim(-1.1)
promData=np.zeros(N.dtvpe=complex)
             = fig.add subplot(2.2.4)
 inversals.penLs.penRs.penILs = plt.plot([],[],'m-o',[],[],'k-',[],[],'b-',[],[],'r-')
inversaAxe.grid(True)
 inversaAve.set xlim(-1.1)
inversaAxe.set vlim(-1.1)
penData= []
tData=np.arange(θ,N/fs,1/fs)
   return circleln.circlelg.signalRLn.signalILn.massLn.promRLn.promILn.inversaLn.penILn.penRLn.
    global promData,fData,frecIter,penData
    if aniT.repeat==True:
       return inversaln
    inversaData=[0]
        inversaData,append(inversaData[-1]+circleInv(circleFrec[f].frecIter.promData[f]))
    inversaln.set data(np.imag(inversaData).np.real(inversaData))
    penData.insert(0.inversaData[-1])
```



- lanzar euler7
- hacer algunas pruebas con diferentes valores.
- destacar que esto es la DFT compleja de lado a lado

Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 6/20

penData=penData[0:N]

t=np.linspace(0.1.len(penData))

penRLn.set data(t.np.real(penData))

penILn.set data(np.imag(penData).t)

IDFT

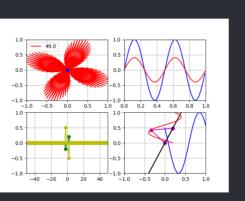
plt.show()

Señales complejas como entrada?



```
penILn.set data(np.imag(penData),t)
    penLn.set data(np.imag(penData),np.real(penData))
    if frecIter==N:
       frecIter=0
    return inversaln.penLn.penILn.penRLn.
def updateT(nn):
   global circleData,signalData,promData,frecIter,circleFrec,circleLq
    circleData = []
    signalData = []
    for n in range(N
       circleData.append(circle(circleFrec[frecIter].n)*signal(signalFrec.n))
       mass=np.average(circleData)
       signalData.append(signal(signalFrec,n))
       promData[frecIter]=mass
    massLn.set data(np.real(mass)
                    np.imag(mass))
    circleLn.set data(np.real(circleData),
                     np.imag(circleData))
    signalRLn.set data(tData[:n+1],np.real(signalData))
    signalILn.set data(tData[:n+1].np.imag(signalData))
    promRLn.set data(circleFrec[:frecIter+1].np.real(promData[:frecIter+1]))
    promILn.set data(circleFrec[:frecIter+1].np.imag(promData[:frecIter+1]))
   circleLn_set label(circleFrec[frecIter])
   circleLg=circleAxe.legend()
    if frecIter == N-1:
        frecIter=0
        aniT.repeat=False
   return circleLn,circleLg,signalRLn,signalILn,massLn,promRLn,promILn,
aniT=FuncAnimation(fig.updateT.N.init.interval=10 .blit=True.repeat=True)
```

aniF=FuncAnimation(fig.updateF.N.init.interval=30 .blit=True.repeat=True)



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 7/20

Procesamiento de señales, fundamentos

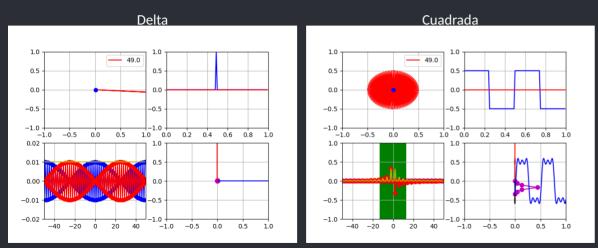
└─ IDFT

The second secon



DFT<>IDFT

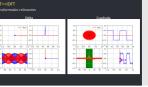
Transformadas relevantes



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 8/20

Procesamiento de señales, fundamentos

L_DFT<>IDFT

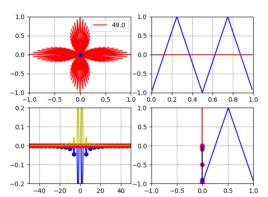


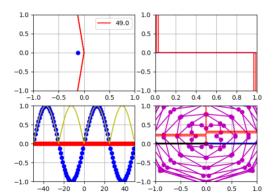
- lanzar euler9
- jugar un poco con la cuadrada y ver como se va formando con los diferentes armonicos
- explicar la idea de compresion, mp3, etc cortando ancho de banda
- destacar lo de los armonicos 1f. 3f. 5f para la cuadrada
- probar la delata y mostrar como tiene todas las frecuencias

DFT<>IDFT

Transformadas relevantes



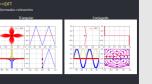




Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 9/20

Procesamiento de señales, fundamentos

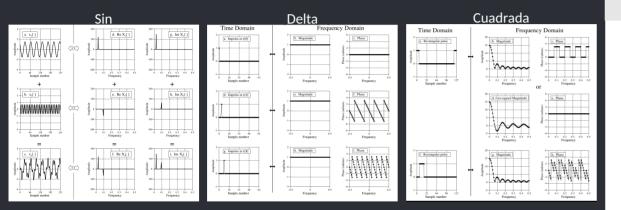
L_DFT<>IDFT



- jugar con el conjugado y mostar como sale la senoide
- hablar del tema de dualidad

DFT<>IDFT

Transformadas relevantes



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 10/20

Procesamiento de señales, fundamentos

DFT<>IDFT



IDFT

import numpy as np

signalAxe.grid(True)

signalAxe.set xlim(θ,N/fs)

Ing. Pablo Slavkin

import mathlotlib hyplot as nlt

Un conejo como entrada?



Procesamiento de señales, fundamentos

Un coneio como entrada?

from matplotlib, animation import FuncAnimation = 100 conejo=np.load("conejo.npy")[::10] N=len(coneio) def signal(f.n): circleAve = fig.add subplot(2.2.1) circleLn.massLn. = plt.plot([].[].'r-'.[].[].'bo') circleAxe.grid(True) circleAve set xlim(-1.1) circleAxe.set_ylim(-1,1) circleFrec = np.arange(-fs/2,fs/2,fs/N) circleLn.set label(circleFrec[0]) circleLa=circleAxe.legend() circleData = [] frecIter = A return np.exp(-li*2*np.pi*f*n*1/fs) return c*np.exp(1j*2*np.pi*f*n*1/fs) signalAxe = fig.add subplot(2.2.2) signalRLn.signalILn = plt.plot([],[],'b-',[],[],'r-')

signalAxe.set xlim(A.N/fs) signalAxe.set vlim(-1.1) signalFrec = 2 signalData=[] #def signal(f.n): # return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)+0.4j*np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs) promAxe = fig.add subplot(2.2.3) promRLn,promILn, = plt.plot([],[],'q-o',[],[],'y-o') promAxe.grid(True) promAxe.set xlim(-fs/2.fs/2) promaxe_set_vlim(-1.1) promData=np.zeros(N,dtype=complex) inversaAxe = fig.add subplot(2,2,4) inversaLn.penLn.penRln.penILn = plt.plot([],[],'m-p',[],[],'k-',[],[],'b-',[],[],'r-') inversaAxe.grid(True) inversaAxe.set xlim(-1.1) inversaAxe.set ylim(-1,1) penData= [] harmonics=2 tData=np.arange(θ.N/fs.1/fs) def init(): return circleLn.circleLg.signalRLn.signalILn.massLn.promRLn.promILn.inversaLn.penILn.penRLn. def undateF(n): global promData.fData.frecIter.penData.harmonics if aniT.repeat==True: inversaData=[0]

└─ IDFT

PDF MSE2020

for f in harmonicRange:

harmonicRange=range(N//2-harmonics.N//2+1+harmonics.1)

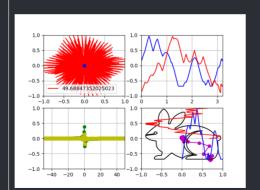
IDFT

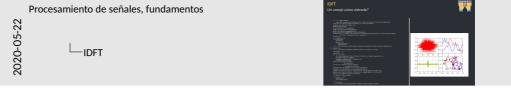
Un conejo como entrada?



```
for f in harmonicRange
          inversaData.append(inversaData[-1]+circleInv(circleFrec[f],frecIter,promData[f]))
       inversal n. set data(nn.iman(inversaData), nn. real(inversaData))
       penData_insert(0_inversaData[-11)
       penData=penData[8:N]
       t=np.linspace(0.1.len(penData))
       penRLn.set data(t,np.real(penData))
       penILn.set data(np.imag(penData),t
       penLn.set_data(np.imag(penData),np.real(penData))
       promHarmomicLn = promAxe.fill between([circleFrec[harmonicRange[0]],circleFrec[harmonicRange
                 [-1]]].1.-1.facecolor="green".alpha=0.1)
      frecIter+=1
       print(harmonics.N)
       if frecIter==N
           frecIter=0
           barmonics+=1
          if harmonics>=N//2
       return inversaln, penLn, penLn, penRLn, signalRLn, signalILn, promRLn, promILn, promHarmomicLn
   def updateT(nn):
      global circleData.signalData.promData.frecIter.circleFrec.circleLg
       circleData = [
       signalData = []
          circleData.append(circle(circleFrec[frecIter].n)*signal(signalFrec.n))
          mass=np.average(circleData)
          signalData.append(signal(signalFrec.n))
          promData[frecIter]=mass
       massLn.set data(np.real(mass)
                       np.imag(mass)
       circleLn.set data(np.real(circleData)
                        np.imag(circleData)
       signalRLn.set data(tData[:n+1].np.real(signalData))
       signalILn.set data(tData[:n+1],np.imag(signalData))
      promRLn.set data(circleFrec[:frecIter+1],np.real(promData[:frecIter+1]));
       promTLn.set_data(circleFrec[:frecIter+1].np.imag(promData[:frecIter+1]))
       circleLn.set label(circleFrec[frecIter])
       circlelo=circleAxe.legend()
       if frecIter == N-1
          frecIter=0
Ing. Pablo Slavkinat=False
                                                                                               PDF MSE2020
```

return circlela, circlela, signal Rin, signal II n, massin, promRin, promII n,





• volver a mostara la idea de compresion limitando la idft en ancho de banda

FFT-IFFT

= plt.figure()

= np.arange(0,N,1)

signalFrec*nData*1/fs)

ifftData = np.fft.ifft(fftData)

import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt

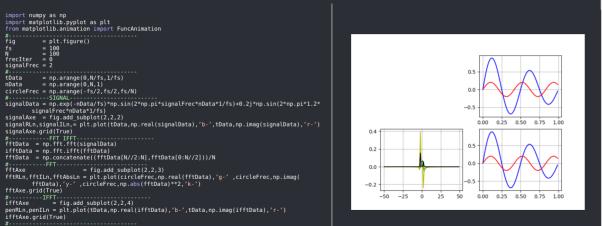
signalAxe.grid(True)

fftAxe.grid(True)

ifftAxe.grid(True) plt.show()

Transformadas usando FFT en Python

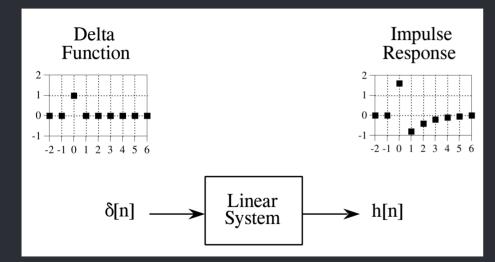






Funcion delta

Respuesta al impulso



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 14/20

Procesamiento de señales, fundamentos

Respuesta al impulso

Funcion delta

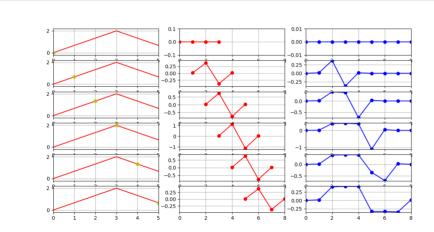
Relativa del a del a

2020-05-22



Convolucion

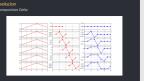
Descomposicion Delta



Procesamiento de señales, fundamentos

Respuesta al impulso

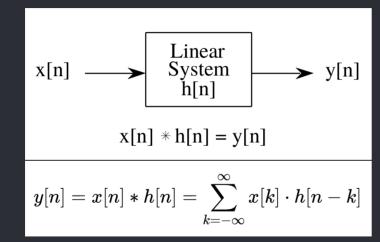
Convolucion



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 15/20

Funcion delta

Respuesta al impulso



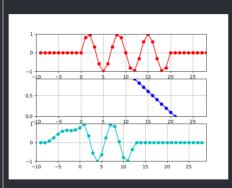


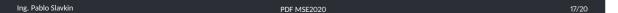
Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 16/20

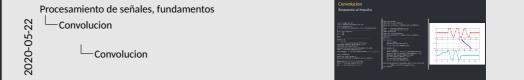
Convolucion

Respuesta al impulso

```
hAxe.arid(True)
                                                     hAxe.set xlim(-M.M+N-2)
import numpy as np
import matplotlib.pvplot as plt
                                                     hAxe.set_vlim(np.min(hData).np.max(hData))
import matplotlib
from matplotlib.animation import FuncAnimation
                                                     vAxe = fig.add subplot(3.1.3)
                                                     yLn, = plt.plot([],[],'c-o')
fig = plt.figure()
                                                     vAxe.grid(True)
fs = 20
                                                     vAxe.set xlim(-M.M+N-1)
N = 20
                                                     vAxe.set vlim(np.min(xData).np.max(xData))
M=10
                                                     vData=[]
xFrec = 3
                                                     def init():
def x(f.n):
                                                        global vData
    return np.sin(2*np.pi*f*n*1/fs)
                                                         vData=np.zeros(N+2*(M-1))
tData=np.arange(-(M-1),N+(M-1),1)
                                                        return hLn,xLn,xHighLn,yLn,
xData=np.zeros(N+2*(M-1))
xData[M-1:M-1+N]=x(xFrec.tData[M-1:M-1+N])
                                                     def update(i):
xAxe = fig.add subplot(3.1.1)
                                                         global vData
xLn.xHighLn = plt.plot(tData.xData.'r-o'.[].[].'v-
                                                        t=np.linspace(-(M-1)+i.i.M.endpoint=True)
                                                         vData[i]=np.sum(xData[i:i+M]*hData[::-1])
xAxe.grid(True)
                                                         xHighLn.set data(t,xData[i:i+M])
xAxe.set xlim(-M.M+N-2)
                                                         hLn.set data(t,hData[::-1])
xAxe.set_vlim(np.min(xData).np.max(xData))
                                                         vLn.set data(tData.vData)
                                                        return hLn.xLn.xHighLn.yLn.
hData=[0.1*n for n in range(M)]
                                                     ani=FuncAnimation(fig.update.M+N-1.init.interval
hAxe = fig.add subplot(3,1,2)
hLn, = plt.plot([],[],'b-o')
                                                             =1000 ,blit=True,repeat=True)
                                                     plt.show()
```



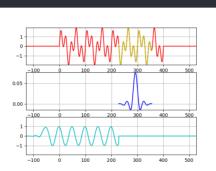




Filtrado

Pasa bajos

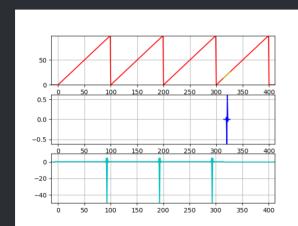
```
hData=fir
                                                     hAxe = fig.add subplot(3.1.2)
                                                     hLn. = plt.plot([],[],'b-')
import numpy as np
                                                     hAxe.grid(True)
import matplotlib.pvplot as plt
                                                     hAxe.set xlim(-M.M+N-2)
import matplotlib
from matplotlib.animation import FuncAnimation
                                                     hAxe.set_vlim(np.min(hData),np.max(hData))
                                                     vAxe = fig.add subplot(3.1.3)
fig = plt.figure()
fs = 100
                                                     yLn, = plt.plot([],[],'c-')
N = 400
                                                     vAxe.grid(True)
fir,=np.load("low pass.npy").astype(float)
                                                     vAxe.set xlim(-M.M+N-1)
M=len(fir)
                                                     vAxe.set ylim(np.min(xData),np.max(xData))
                                                     vData=[]
#fir,=np.load("diferenciador.npy").astype(float)
#M=len(fir)
                                                    def init():
                                                        global yData
def x(f.n):
                                                         vData=np.zeros(N+2*(M-1))
    return np.sin(2*np.pi*2*n*1/fs)+\
                                                        return hLn,xLn,xHighLn,yLn,
          np.sin(2*np.pi*5*n*1/fs)
                                                     def update(i):
xFrec = 3
                                                         global vData
tData=np.arange(-(M-1).N+(M-1).1)
                                                        t=np.linspace(-(M-1)+i.i.M.endpoint=True)
xData=np.zeros(N+2*(M-1))
                                                         yData[i]=np.sum(xData[i:i+M]*hData[::-1])
xData[M:M+N]=x(xFrec.tData[M:M+N])
                                                         xHighLn.set data(t,xData[i:i+M])
xAxe = fig.add subplot(3.1.1)
                                                         hLn.set data(t.hData[::-1])
xLn.xHighLn = plt.plot(tData.xData.'r-'.[].[].'v-
                                                         vLn.set_data(tData.vData)
                                                        return hLn.xLn.xHighLn.yLn.
xAxe.grid(True)
xAxe.set xlim(-M.M+N-2)
                                                     ani=FuncAnimation(fig.update.M+N-1.init.interval=10
xAxe.set_vlim(np.min(xData).np.max(xData))
                                                              .blit=True.repeat=True)
                                                     plt.get current fig manager().window.showMaximized
                                                     plt.show()
```



Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 18/20



Filtrado diferenciador





Ing. Pablo Slavkin PDF MSE2020 19/20



20/20

[1] ARM CMSIS DSP. https://arm-software.github.io/CMSIS 5/DSP/html/index.html

Ing. Pablo Slavkin

- [2] Steven W. Smith. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. Second Edition.
- 1999.
- [3] Grant Sanderson https://voutu.be/spUNpyF58BY
- [4] Interactive Mathematics Site Info. https://www.intmath.com/fourier-series/fourier-intro.php

PDF MSE2020





