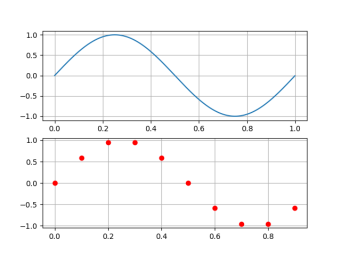
Procesamiento de señnales, fundamentos

Maestría en sistemas embebidos MSE2020

Universidad de Buenos Aires



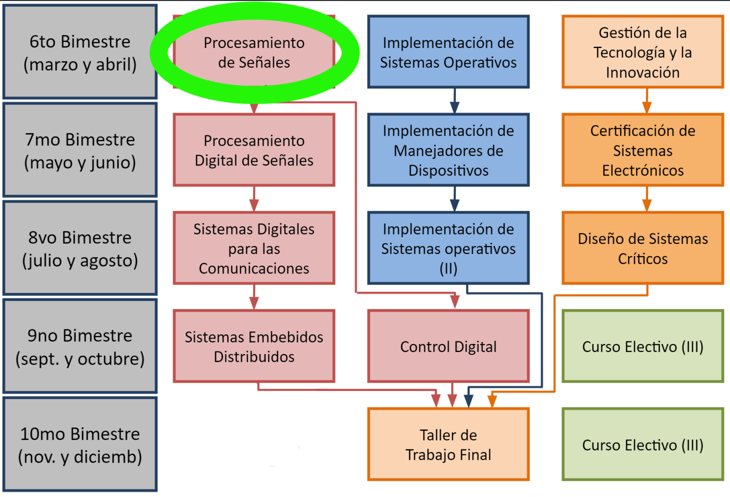
Clase 1 - Introducción

Ing. Pablo Slavkin

Resumen de seccion 1

Plan de vuelo

Ud. esta aqui



Porque digital?
Digital vs analogico

- Digital
  - Reproducibilidad
  - Tolerancia de componentes
  - Partidas todas iguales
  - Componentes no envejecen
  - Facil de actualizar
  - Soluciones de un solo chip
- Analogico
  - Alto ancho de banda
  - Alta potencia
  - Baja latencia

Señales y sistemas

Que son?

Señal

Una señal, en función de una o más variables, puede definirse como un cambio observable en una entidad cuantificable

Sistema

Un sistema es cualquier conjunto físico de componentes que actúan en una señal, tomando una o más señales de entrada, y produciendo una o más señales de salida.

Señales y sistemas

Tipos de señales

- De tiempo continuo
- Pares
- Periódicas
- De energía
- Reales

- De tiempo discreto
- No deterministas
- Impares
- Aperiódicas
- De potencia
- Imaginarias

Señales y sistemas

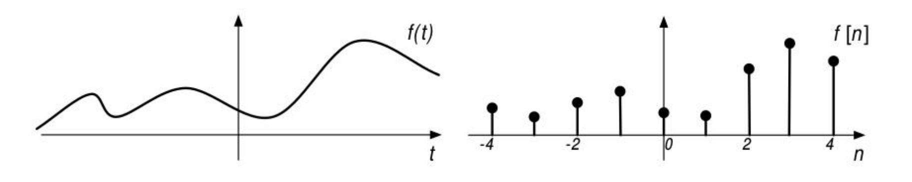
Tipos de señales

- De tiempo continuo

Tiene valores para todos los puntos en el tiempo en algún intervalo (posiblemente infinito)

- De tiempo discreto

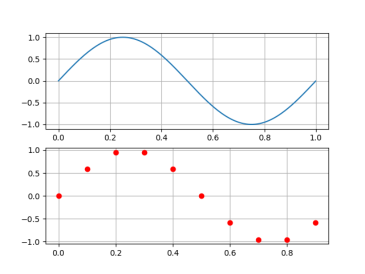
Tiene valores solo para puntos discretos en el tiempo



Generacion de señales en Python

Continuo? vs discreto

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

fig = plt.figure(1)

TC=0.001
tc  = np.arange(0.0, 1.0, TC)
ax1 = fig.add_subplot(211)
ax1.plot(tc, np.sin(2*np.pi*tc),'b-')
ax1.grid(True)

TD=0.1
td  = np.arange(0.0, 1.0, TD)
ax2 = fig.add_subplot(212)
ax2.plot(td, np.sin(2*np.pi*td),'ro')
ax2.grid(True)

plt.show()
```



Posrian pensarse como muestras de una señal de tiempo continuo

$x[n] = x(nT)$ donde n es un número entero y **T** es el período de muestreo.

Señales periodicas

Continua periodica

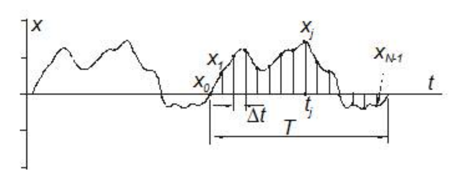
si existe un $T_0 > 0$, tal que $x(t + T_0) = x(t)$, para todo t

T_0 es el período de $x(t)$ medido en tiempo, y $f_0 = 1/T_0$ es la frecuencia fundamental de $x(t)$

Continua discreta

si existe un entero $N_0 > 0$ tal que $x[n + N_0] = x[n]$ para todo n

N_0 es el período fundamental de $x[n]$ medido en espacio entre muestras y $F_0 = \Delta t/N_0$ es la frecuencia fundamental de $x[n]$



Sistemas

Sistema

Un sistema es cualquier conjunto físico de componentes que actúan en una señal, tomando una o más señales de entrada, y produciendo una o más señales de salida.

En términos de ingeniería, muy a menudo la entrada y la salida son señales eléctricas.

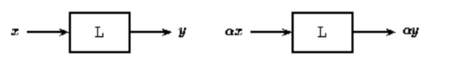
Sistemas

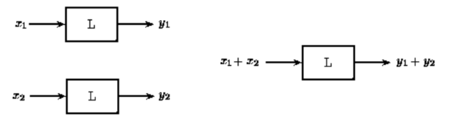
Lineales

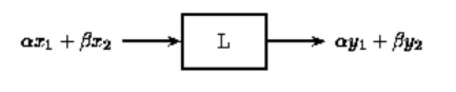
Lineal

Un sistema es lineal cuando su salida depende linealmente de la entrada.

Satisface el principio de superposicion, escalado y adicion





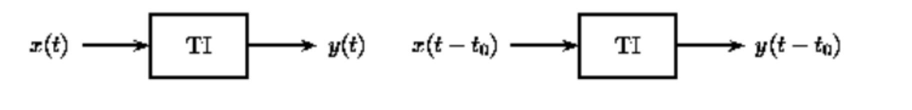


Sistemas

Invariantes en el tiempo

Invariantes en el tiempo

Un sistema es invariante en el tiempo cuando la salida para una determinada entrada es la misma sin importar el tiempo en el cual se aplica la entrada

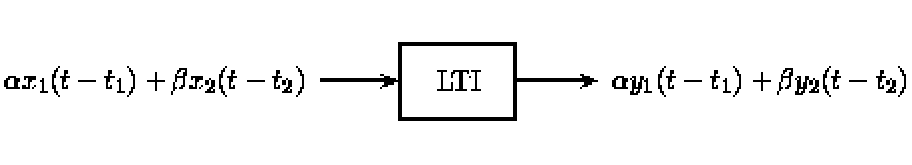


Sistemas

Lineales invariantes en el tiempo

LTI

Un sistema es LTI cuando satisface las 2 condiciones anteriores, de linealidad y de invarianza en el tiempo.



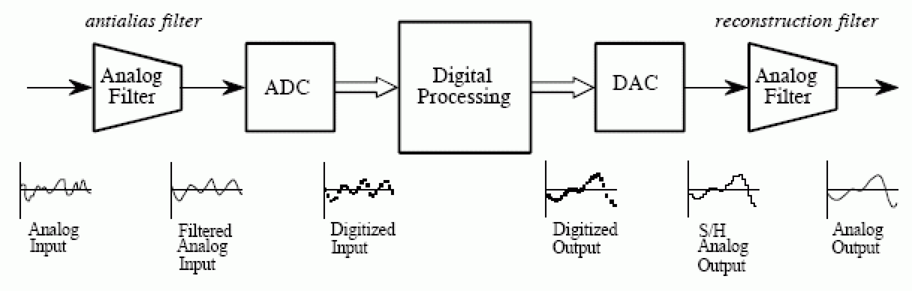
*** LTI ***

En este curso, solo estudiaremos sistemas lineales invariantes en el tiempo.

Resumen de seccion 2

ADC

Bloque generico de procesamiento



Porque el filtro antialising?

Aliasing

Simulando en Python

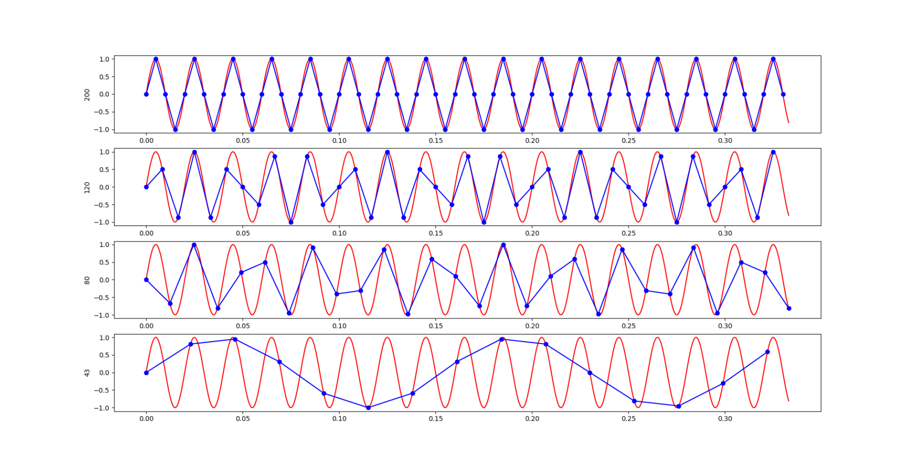
Diferentes frecuencias de sampleo para capturar una señal de 50hz

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 50
NC         = 1000
fsC        = 3000
tC         = np.arange(0,NC/fsC,1/fsC)
signalC    = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)
fsD        = [200,120,80,43]

fig      = plt.figure()
#signalC    = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)+np.sin(2*np.pi*210*tC)

for i in range(len(fsD)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    plt.plot(tC,signalC,'r-',tC[::fsC//fsD[i]],signalC[::fsC//fsD[i]],'b-o')
    contiAxe.set_ylabel(fsD[i])

plt.show()
```

Aliasing

Simulando en Python

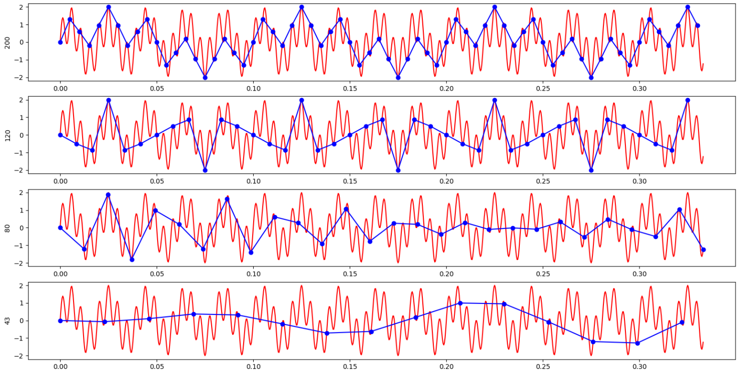
Diferentes frecuencias de sampleo para capturar una señal de 50hz



Aliasing

Simulando en Python

Que pasa si se suma ruido de alta frecuencia?



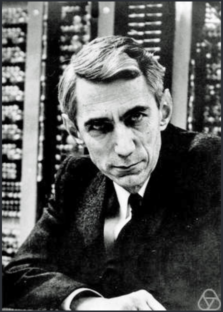
Teorema de sampleo

Teorema de Shannon

Teorema

La reconstrucción exacta de una señal periódica continua en banda base a partir de sus muestras, es matemáticamente posible si la señal está limitada en banda y la tasa de muestreo es superior al doble de su ancho de banda

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{\sin \pi(2Bt - n)}{\pi(2Bt - n)}.$$



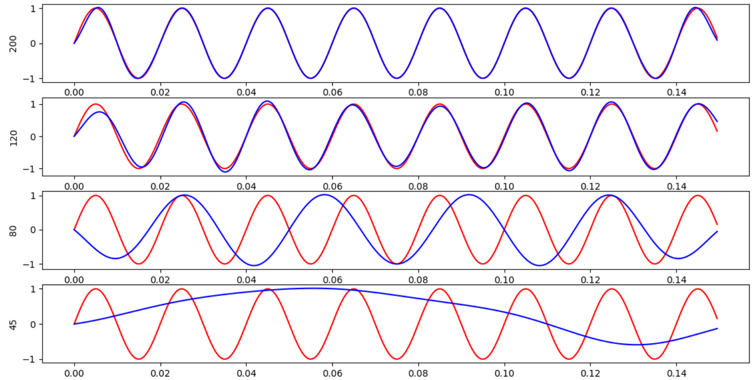
Teorema de sampleo

Teorema de Shannon

Sampleo e interpolado

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 50
NC         = 300
fsC        = 2000
tC         = np.arange(0,NC/fsC,1/fsC)
signalC    = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)
#signalC    = np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC)+0.5*np.sin(2*np.pi*210*tC)
fsD        = np.array([200,120,80,45])

fig        = plt.figure()

def interpolate(x, s, u):
    y=[]
    B = 1/(2*(s[1] - s[0]))
    for t in u:
        prom=0
        for n in range(len(x)):
           prom+=x[n]*np.sinc(2*B*t-n)
        y.append(prom)
    return y

for i in range(len(fsD)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    Xt=interpolate(signalC[::fsC//fsD[i]],tC[::fsC//fsD[i]],tC)
    plt.plot(tC,signalC,'r-',tC,Xt,'b-')
    contiAxe.set_ylabel(fsD[i])

plt.show()
```

Sampleo e interpolado

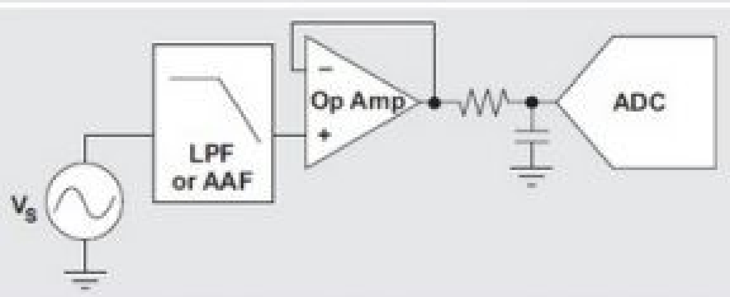


Sampleo

Filtro antialias

FAA

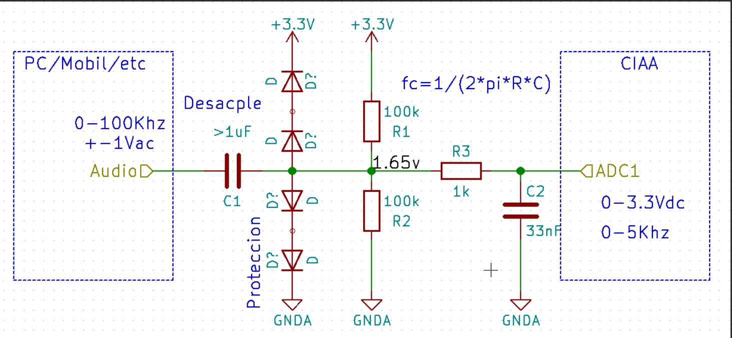
Filtro analogico pasabajos que elimina o al menos mitiga el efecto de aliasing



Sampleo

Acondicionamiento de señal

Acondicionar la señal de salida del dispositivo de sonido (en PC ronda ±1V) al rango del ADC del hardware. En el caso de la CIAA sera de 0-3.3V.
Se propone el siguiente circuito, que minimiza los componentes sacrificando calidad y agrega en filtro anti alias de 1er orden.

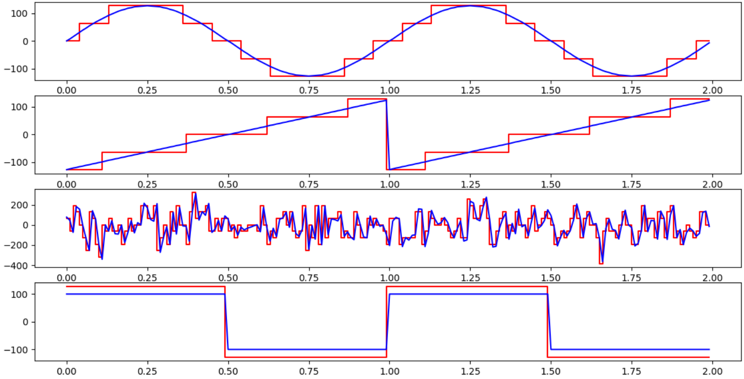


Resumen de seccion 3

Ruido de cuantizacion

Ejemplo de cuantizacion

Diferentes formas de onda cuantizadas



Ruido de cuantizacion

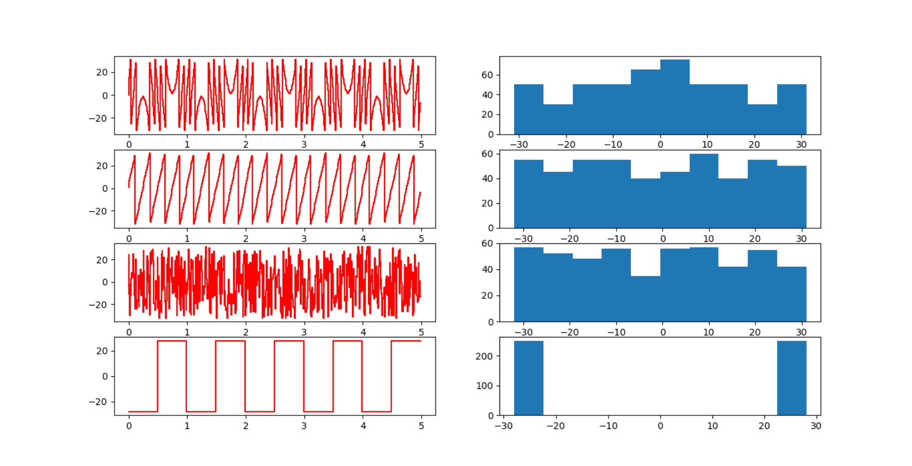
Cuantizacion en python

```
import numpy as np
import scipy.signal as sc
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 1
NC         = 200
fsC        = 100
Bits       = 2
tC         = np.arange(0,NC/fsC,1/fsC)
signalC    = np.array([(2**7-1)*np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC),
             (2**7-1)*sc.sawtooth(2*np.pi*tC,1),
             (2**7-1)*np.random.normal(0,1,len(tC)),
             100*sc.square(2*np.pi*tC,0.5)],dtype='int16')

signalQ  = np.copy(signalC)
signalQ += (2**(8-Bits))//2
signalQ  &= 0xFFFF<<(8-Bits)

fig      = plt.figure()
for i in range(len(signalC)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,1,i+1)
    plt.step(tC,signalQ[i],'r-')
    plt.plot(tC,signalC[i],'b-')

plt.show()
```

Ruido de cuantizacion

Histogramas

Histogramas de ruido para cada señal



Ruido de cuantizacion

Histogramas

Histogramas en Python

```python
import numpy as np
import scipy.signal as sc
import matplotlib.pyplot as plt

signalFrec = 1
NC         = 500
fsC        = 100
Bits       = 2
tC         = np.arange(0,NC/fsC,1/fsC)
signalC    = np.array([(2**7-1)*np.sin(2*np.pi*signalFrec*tC),
             (2**7-1)*sc.sawtooth(2*np.pi*tC,1),
             (2**7-1)*np.random.normal(0,1,len(tC)),
             100*sc.square(2*np.pi*tC,0.5)],dtype='int16')

signalQ  = np.copy(signalC)
signalQ += (2**(8-Bits))//2
signalQ  &= 0xFFFF<<(8-Bits)

fig      = plt.figure()
for i in range(len(signalC)):
    contiAxe = fig.add_subplot(4,2,2*i+1)
    plt.step(tC,signalC[i]-signalQ[i],'r-')
    contiAxe = fig.add_subplot(4,2,2*i+2)
    plt.hist(signalC[i]-signalQ[i])

plt.show()
```

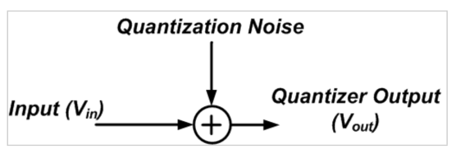
Ruido de cuantizacion

Modelo estadistico

En el caso de que se cumplan las siguientes premisas:

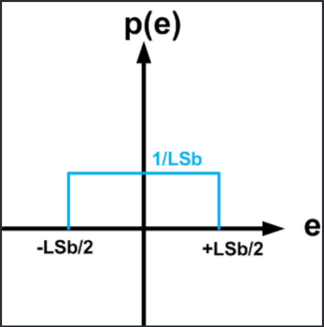
- La entrada se distancia de los diferentes niveles de cuantizacion con igual probabilidad
- El error de cuantizacion NO esta correlacionado con la entrada
- El cuantizador cuanta con un numero relativamente largo de niveles
- Los niveles de cuantizacion son uniformes

Se puede considerar la cuantizacion como un ruido aditivo a la señal segun el siguiente esquema:



Ruido de cuantizacion

Funcion densidad de probabilidad



$$\int_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} p(e)de = 1$$

Ruido de cuantizacion

Funcion densidad de probabilidad

$$P_q = \int_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} e^2 p(e) de$$

$$P_q = \int_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}} e^2 \frac{1}{lsb} de$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \frac{e^3}{3} \Big|_{-\frac{lsb}{2}}^{\frac{lsb}{2}}$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \frac{(\frac{lsb}{2})^3}{3} - \frac{(\frac{-lsb}{2})^3}{3}$$

$$P_q = \frac{1}{lsb} \frac{lsb^3}{24} + \frac{lsb^3}{24}$$

Potencia de ruido de cuantizacion

$$P_q = \frac{lsb^2}{12} \tag{1}$$

Ruido de cuantizacion

Relacion señal a ruido

$$input = \frac{Amp}{2} \sin(t)$$

$$P_{input} = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{Amp}{2} \sin(t) \right)^2$$

$$P_{input} = \frac{1}{T} \left(\frac{Amp}{2} \right)^2 * \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin(4t)}{4} \right) \Big|_0^T$$

$$P_{input} = \frac{Amp^2}{4T} \frac{T}{2}$$

$$P_{input} = \frac{Amp^2}{8}$$

$$lsb = \frac{Amp}{2^N}$$

$$P_{ruido} = \frac{lsb^2}{12}$$

$$P_{ruido} = \frac{\left(\frac{Amp}{2^N} \right)^2}{12}$$

$$P_{ruido} = \frac{Amp^2}{12 * 2^{2N}}$$

Ruido de cuantizacion

Relacion señal a ruido

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{P_{input}}{P_{ruido}}\right)$$

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{\frac{Amp^2}{8}}{\frac{Amp^2}{12 * 2^{2N}}}\right)$$

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{3 * 2^{2N}}{2}\right)$$

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right) - 10\log_{10}\left(2^{2N}\right)$$

SNR

$$SNR = 1{,}76 + 6{,}02 * N \qquad (2)$$

$$SNR_{N=10} \approx 60dB$$

$$SNR_{N=11} \approx 66dB$$

Ruido de cuantizacion

Densidad espectral de potencia de ruido

Si condideramos la potencia de ruido uniformemente distribuido en todo el espectro desde $-Fs$ hasta $+Fs$, nos queda que:

Densidad espectral de potencia de ruido

$$S_{espectral}(f) = \frac{P_q}{Fs}$$

Entonces como puedo mejorar la SNR de un sistema?