

Βήμα 1: Εξάλειψη των συνεπαγωγών

$$\forall x [T(x) \Rightarrow (\exists y (P(x, y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y (\sim Q(y) \Rightarrow R(x, y)))]$$

(εξάλειψη συνεπαγωγών)

$$= \forall x [\sim T(x) \vee (\exists y (P(x, y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y (\sim \sim Q(y) \vee R(x, y)))]$$

(εφ.ν.διπλής άρνησης)

$$= \forall x [\sim T(x) \vee (\exists y (P(x, y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y (Q(y) \vee R(x, y)))]$$

Βήμα 2: Αρνήσεις μόνο στις ατομικές προτάσεις

Δεν Απαιτείται

Βήμα 3: Εξάλειψη Υπαρξιακών Ποσοδεικτών (Σκολεμοποίηση)

$$= \forall x [\sim T(x) \vee ((P(x, f(x)) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y (Q(y) \vee R(x, y)))]$$

Βήμα 4: Επονόμαση Μεταβλητών Καθολικών Ποσοδεικτών

Δεν απαιτείται

Βήμα 5: Μετακίνηση των ποσοδεικτών αριστερά

$$\forall x \forall y [\sim T(x) \vee ((P(x, f(x)) \wedge \sim Q(x)) \wedge (Q(y) \vee R(x, y)))]$$

Βήμα 6: Μετακίνηση των διαζεύξεων στο επίπεδο των κυριολεκτημάτων

$$\forall x \forall y [\sim T(x) \vee ((P(x, f(x)) \wedge \sim Q(x)) \wedge (Q(y) \vee R(x, y)))]$$

(νόμος επιμερισμού)

$$= \forall x \forall y [(\sim T(x) \vee (P(x, f(x)) \wedge \sim Q(x))) \wedge (\sim T(x) \vee (Q(y) \vee R(x, y)))]$$

(νόμος επιμερισμού)

$$= \forall x \forall y [((\sim T(x) \vee P(x, f(x))) \wedge (\sim T(x) \vee \sim Q(x))) \wedge (\sim T(x) \vee Q(y) \vee R(x, y)))]$$

$$= \forall x \forall y [(\sim T(x) \vee P(x, f(x))) \wedge (\sim T(x) \vee \sim Q(x)) \wedge (\sim T(x) \vee Q(y) \vee R(x, y))]$$

Βήμα 7: Απάλειψη του καθολικού ποσοδείκτη και του AND

$$1. \sim T(x_1) \vee P(x_1, f(x_1))$$

$$2. \sim T(x_2) \vee \sim Q(x_2)$$

$$3. \sim T(x_3) \vee Q(y_1) \vee R(x_3, y_1)$$

Βήμα 1: Με το νόμο: $A \Rightarrow B \equiv \sim A \vee B$

Βήμα 2: Με τους νόμους :

$$\sim(A \wedge B) \equiv (\sim A \vee \sim B)$$

$$\sim(A \vee B) \equiv (\sim A \wedge \sim B)$$

De Morgan

$$\sim \forall x [\dots] \equiv \exists x \sim [\dots]$$

$$\sim \exists x [\dots] \equiv \forall x \sim [\dots]$$

Άρνηση Ποσοδείκτη

Βήμα 3: Όχι στην εμβέλεια καθολικού: Σταθερά

$$\exists x \forall y (Q(x, y)) \equiv \forall y (Q(A, y))$$

Στην εμβέλεια καθολικών: Συνάρτηση με όρισμα τις μεταβλητές των καθολικών:

$$\forall x \forall z \exists y (Q(y, x)) \equiv \forall x \forall z (Q(f(x, z), x))$$

Βήμα 4: Αλλαγή ονόματος μεταβλητής αν έχουμε δύο καθολικούς ποσοδείκτες με το ίδιο όνομα

Βήμα 5: Με τη σειρά που τους βλέπουμε.

Βήμα 6: OR στις ατομικές προτάσεις. Νόμος Επιμερισμού: $A \vee (B \wedge \Gamma) = (A \vee B) \wedge (A \vee \Gamma)$

ΣΚΜ για προτάσεις HORN (και παραλλαγές):

