

# ΠΛΗ31

## ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΓΝΩΣΗ

### Μάθημα 2.1: Κατηγορηματική Λογική - Εισαγωγή

Δημήτρης Ψούνης



[www.psounis.gr](http://www.psounis.gr)



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## **A. Σκοπός του Μαθήματος**

## **B. Θεωρία**

### **1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής**

1. Σταθερές και Μεταβλητές
2. Συναρτήσεις και Κατηγορήματα
3. Ατομικές Προτάσεις και Κυριολεκτήματα
4. Συνθετικά
5. Ποσοδείκτες
6. Προτάσεις wff

### **2. Στρατηγικές Σύνταξης**

1. Προτεραιότητες τελεστών
2. Εμβέλεια Ποσοδεικτών
3. Σταθερές
4. Κατηγορήματα 1 ορίσματος
5. Κατηγορήματα 2 ορισμάτων
6. Γενικές Συστάσεις για την Σύνταξη Προτάσεων
7. Διπλοί Ποσοδείκτες

## **Γ. Ασκήσεις**



## A. Σκοπός του Μαθήματος

### Επίπεδο Α

- Άριστη γνώση της μεθοδολογίας γραφής προτάσεων Κατηγορηματικής Λογικής

### Επίπεδο Β

- Συντακτικό Κατηγορηματικής Λογικής και καλοσχηματισμένες προτάσεις κατηγορηματικής λογικής (wff)

### Επίπεδο Γ

- (-)



## Β. Θεωρία

### 0. Εισαγωγή

Με τον όρο: **ΓΝΩΣΗ** ενοποιούμε όλες τις τεχνολογίες που έχουν αναπτυχθεί έτσι ώστε:

- Να αποθηκεύεται με κάποιον τρόπο στον υπολογιστή η γνώση ενός εμπειρογνώμονα
- Να εξάγεται από αυτήν νέα γνώση συνδυάζοντας υφιστάμενη γνώση με κάποια διαδικασία συμπερασμού

Στα πλαίσια της ΠΛΗ31 θα μελετήσουμε:

- Την Κατηγορηματική Λογική (και την γλώσσα Prolog).
- Τους Κανόνες Παραγωγής.
- Τα Πλαίσια.

Η Κατηγορηματική Λογική ως τεχνολογία γνώσης θα μελετηθεί σε 3 στάδια:

- Θα αποτυπώνουμε γνώση με κατηγορηματική λογική (Μάθημα 2.1)
- Θα μετατρέπουμε τις προτάσεις ΚΛ σε Κανονική Συζευκτική Μορφή (Μάθημα 2.2)
- Θα χρησιμοποιούμε την Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης Αντίφασης ως κανόνα συμπερασμού (Μάθημα 2.3)



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

#### 1. Σταθερές και Μεταβλητές

- Μία σταθερά απεικονίζει οποιοδήποτε αντικείμενο του πραγματικού κόσμου:
  - Παραδείγματα: tom, 3.14, ποτάμι, A κ.λπ.
- Αντίθετα μια μεταβλητή μπορεί να πάρει ως τιμή οποιαδήποτε σταθερά
  - Παραδείγματα: x,y,z κ.λπ.
- Θεωρούμε ότι στον κόσμο, κάθε διακριτό αντικείμενο μπορεί να αποτελέσει και μια τιμή την οποία μπορεί να λάβει μία μεταβλητή



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

### 2. Συναρτήσεις και Κατηγορήματα

- Μία συνάρτηση παίρνει κάποια ορίσματα και επιστρέφει μία τιμή.
  - Παραδείγματα: `fatherof(tom)`, `abs(x)` κ.λπ.
- Αντίθετα ένα κατηγόρημα δέχεται κάποια ορίσματα και επιστρέφει `true` ή `false`
  - Παραδείγματα: `father(tom,bob)`, `greater(4,5)` κ.λπ.
- Θα συμβολίζουμε συχνά π.χ. με `father/2` και θα εννοούμε ότι τα ορίσματα του `father` είναι 2. Το 2 θα λέγεται βαθμός του κατηγορήματος `father`
- ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ: Το ορίσματα μιας συνάρτησης ή ενός κατηγορήματος μπορεί να είναι σταθερές, μεταβλητές ή ακόμη και συναρτήσεις.



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

### 3. Ατομικές Προτάσεις και Κυριολεκτήματα

- Ατομική πρόταση λέγονται οι σωστά συνταχθείσες προτάσεις που χρησιμοποιούν μόνο ένα κατηγορήμα.
  - Τα παραδείγματα σε κατηγορήματα που είδαμε προηγούμενα είναι ατομικές προτάσεις.
- Το NOT στην κατηγορηματική λογική θα το συμβολίζουμε με  $\sim$  ή με  $\neg$ .
  - Η πρόταση  $\sim\phi$  όπου  $\phi$  μία ατομική πρόταση θα:
    - Είναι true αν η πρόταση  $\phi$  είναι false
    - Είναι false αν η πρόταση  $\phi$  είναι true
  - και θα λέμε ότι είναι άρνηση ατομικής πρότασης
- Οι ατομικές προτάσεις μαζί με τις μη ατομικές προτάσεις ονομάζονται κυριολεκτήματα.



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

#### 4. Συνδετικά

- Τα συνδετικά είναι οι σύνδεσμοι της προτασιακής λογικής NOT, OR, AND, η συνεπαγωγή και η ισοδυναμία.
- Συνδέουν προτάσεις προκειμένου να κατασκευάσουν ακόμη πιο περίπλοκες παραστάσεις.
- Ισχύει ο γνωστός ακόλουθος αληθοπίνακας των συνδέσμων:

$\varphi$	$\psi$	$\sim\varphi$	$\varphi\vee\psi$	$\varphi\wedge\psi$	$\varphi\Rightarrow\psi$	$\varphi\Leftrightarrow\psi$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	F	T	F
F	F	T	F	F	T	T





## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

#### 5. Ποσοδείκτες (ο ποσοδείκτης «για κάθε»)

- Ο ποσοδείκτης «για κάθε» συντάσσεται ως εξής:

$$\forall x[\text{πρόταση}] \quad \text{ή} \quad \forall x \text{ πρόταση}$$

- Όπου  $x$  είναι μεταβλητή και πρόταση είναι οποιαδήποτε παράσταση κατηγορηματικής λογικής επιστρέφει αληθές ή ψευδές.
- (Αν δεν υπάρχει αγκύλη εννοείται ότι η προτεραιότητα είναι μέχρι το τέλος της πρότασης)
- Μία πρόταση που ξεκινά με το «για κάθε»:
  - Είναι αληθής αν η πρόταση είναι αληθής για κάθε τιμή που παίρνει το  $x$
  - Είναι ψευδής αν η πρόταση είναι ψευδής έστω για μία τιμή που μπορεί να πάρει το  $x$



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

#### 5. Ποσοδείκτες (ο ποσοδείκτης «υπάρχει»)

- Ο ποσοδείκτης «υπάρχει» συντάσσεται ως εξής:

$\exists x[\text{πρόταση}] \quad \text{ή} \quad \exists x \text{ πρόταση}$

- Όπου  $x$  είναι μεταβλητή και πρόταση είναι οποιαδήποτε παράσταση κατηγορηματικής λογικής επιστρέφει αληθές ή ψευδές.
- (Αν δεν υπάρχει αγκύλη εννοείται ότι η προτεραιότητα είναι μέχρι το τέλος της πρότασης)
- Μία πρόταση που ξεκινά με το «υπάρχει»:
  - Είναι αληθές αν η πρόταση είναι αληθής έστω για μία τιμή που μπορεί να πάρει το  $x$
  - Είναι ψευδής αν η πρόταση είναι ψευδής για κάθε τιμή που παίρνει το  $x$



## B. Θεωρία

### 1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

#### 6. Προτάσεις wff

- Μία πρόταση είναι καλοσχηματισμένη (**well formed formula-wff**), δηλαδή *συντακτικά ορθή* αν:
  - Είναι ατομική πρόταση (δηλαδή σκέτο κατηγορημα)
  - Είναι της μορφής:  $\sim(\varphi)$ ,  $\forall x[\varphi]$ ,  $\exists x[\varphi]$  όπου  $\varphi$  είναι wff (χρήση ποσοδεικτών)
  - Είναι της μορφής:  $\varphi \wedge \psi$ ,  $\varphi \vee \psi$ ,  $\varphi \Rightarrow \psi$ ,  $\varphi \Leftrightarrow \psi$  όπου  $\varphi, \psi$  είναι wff.



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

#### 1. Προτεραιότητα Τελεστών

- Σε μία πρόταση που δεν έχει παρενθετοποίηση ορίζεται ότι:
  - Μεγαλύτερη προτεραιότητα έχει το  $\sim$
  - Αμέσως μετά οι ποσοδείκτες:  $\exists, \forall$
  - Αμέσως μετά τα συνθετικά  $\vee, \wedge$
  - Έπονται τα συνθετικά:  $\Rightarrow, \Leftrightarrow$



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 2. Εμβέλεια Ποσοδεικτών

- Κάθε ποσοδείκτης έχει ένα πεδίο εφαρμογής ή εμβέλεια (δηλαδή προσπαθούμε να εντοπίσουμε σε ποιο μέρος της πρότασης εφαρμόζεται).
  - Αν έχουμε παρενθεση αμέσως μετά τον ποσοδείκτη, τότε το πεδίο εφαρμογής του είναι η παρένθεση
  - Αν δεν έχουμε παρένθεση τότε η εμβέλεια του ποσοδείκτη ξεκινά αμέσως μετά τον ποσοδείκτη και φτάνει μέχρι το τέλος της πρότασης
- Μία μεταβλητή:
  - Αν είναι στο πεδίο εφαρμογής ενός ποσοδείκτη θα λέμε ότι είναι δεσμευμένη μεταβλητή.
  - Αν δεν είναι στο πεδίο εφαρμογής του ποσοδείκτη θα λέμε ότι είναι ελεύθερη μεταβλητή.
- Σημείωση: Θεωρείται καλή πρακτική να μην έχουμε ελεύθερες μεταβλητές



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 3. Σταθερές

#### **Μεθοδολογία 1: Σταθερές**

- Με σταθερές αναπαριστούμε συνήθως κύρια ονόματα.
- Επίσης αναπαριστούμε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο, ή μια έννοια.
- Θα συναντήσουμε τις σταθερές σχεδόν πάντα ως ορίσματα σε κατηγορήματα

#### **Παραδείγματα**

- γιατρός(Κώστας)
  - Μετάφραση: Ο Κώστας είναι γιατρός
- δελφίνι(Γουίλι)
  - Μετάφραση: Ο Γουίλι είναι δελφίνι



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 4. Κατηγορήματα ενός ορίσματος

#### **Μεθοδολογία 2: Κατηγορήματα ενός ορίσματος**

- Απεικονίζουν ιδιότητα ενός αντικειμένου
- Η αποτύπωση: κατηγορημα(όρισμα)
  - Συνήθως διαβάζεται: «Όρισμα είναι Κατηγορημα»
- Το κατηγορημα το γράφουμε πάντα στο 1<sup>ο</sup> ενικό πρόσωπο.

#### **Παραδείγματα**

- τροφή(κοτόπουλο)
  - Μετάφραση: Το κοτόπουλο είναι τροφή
- μηχανικός(Γιάννης)
  - Μετάφραση: Ο Γιάννης είναι μηχανικός



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 5. Κατηγορήματα δύο ορισμάτων

#### **Μεθοδολογία 3: Κατηγορήματα δύο ορισμάτων**

- Απεικονίζουν συσχέτιση δύο αντικειμένων
- Συνήθως αποτυπώνουν ρήματα που έχουν υποκείμενο και αντικείμενο
- Η αποτύπωση: Κατηγόρημα(1<sup>ο</sup> όρισμα, 2<sup>ο</sup> όρισμα)
  - Συνήθως διαβάζεται: «1<sup>ο</sup> όρισμα κατηγόρημα 2<sup>ο</sup> όρισμα»
- Το κατηγόρημα το γράφουμε πάντα στο 1<sup>ο</sup> ενικό πρόσωπο.

#### **Παραδείγματα**

- παρακολουθεί (Γεωργία, ΠΛΗ31)
  - Μετάφραση: Η Γεωργία παρακολουθεί την ΠΛΗ31
- συμπαθεί(Μιχάλης, Μαρία)
  - Μετάφραση: Ο Μιχάλης συμπαθεί την Μαρία





## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 6. Γενικές Συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων

#### **Μεθοδολογία 4: Γενικές συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων**

- Ξεκινάω από τις απλούστερες προτάσεις για να προκύψουν τα απλά κατηγορήματα
- Όταν παίρνουμε μια απόφαση για το πλήθος των ορισμάτων ενός κατηγορήματος, την σεβόμαστε σε όλες τις υπόλοιπες προτάσεις.
- Το για κάθε συντάσσεται συνήθως με την συνεπαγωγή και το υπάρχει με το και:

$$\begin{array}{l} \forall x[(\dots) \rightarrow (\dots)] \\ \exists x[(\dots) \wedge (\dots)] \end{array}$$

- Αν σε μία πρόταση δεν είμαστε σίγουροι αν θέλει το κάθε ή το υπάρχει, προτιμάμε το για κάθε.



## B. Θεωρία

### 2. Στρατηγικές Σύνταξης

### 6. Διπλοί Ποσοδείκτες

#### **Μεθοδολογία 5: Διπλοί ποσοδείκτες**

- «Κάθε στοιχείο έχει τη σχέση με τουλάχιστον ένα στοιχείο»:  $\forall x[(\dots) \rightarrow \exists y(\dots)]$
- «Υπάρχει στοιχείο που έχει τη σχέση με όλα τα στοιχεία»:  $\exists x[(\dots) \wedge \forall y(\dots)]$

#### **Παραδείγματα**

- Υπάρχει φοιτητής που παρακολουθεί όλα τα μαθήματα
  - $\exists x[\text{φοιτητης}(x) \wedge \forall y(\text{μαθημα}(y) \rightarrow \text{παρακολουθει}(x, y))]$
- Κάθε φοιτητής παρακολουθεί τουλάχιστον ένα μάθημα
  - $\forall x[\text{φοιτητης}(x) \rightarrow \exists y(\text{μαθημα}(y) \wedge \text{παρακολουθει}(x, y))]$



# Γ. Ασκήσεις

## Εφαρμογή 1

Ποιές από τις ακόλουθες εκφράσεις είναι καλώς ορισμένες (*wff*);

**(1)**  $\forall x ( \text{Student} (x) \rightarrow \exists y ( \text{Student} (y) \wedge \text{Loves} (x,y) ) )$

**(2)**  $\forall x ( \text{Student} (x) \leftrightarrow \exists y ( \text{Student} (y) \wedge \sim ( \sim ( \text{Loves} (x,y) ) ) ) )$

**(3)**  $\forall x ( \text{Student} (x) \rightarrow \exists y ( \text{Student} (y) \wedge \text{Loves} (x,y) ) )$

**(4)**  $\forall x ( \text{Dodecahedron} (d) \rightarrow ( \text{Dodecahedron} (c) \rightarrow ( \text{Small} (b) \rightarrow \text{Cube} (a) ) ) )$

**(5)**  $( \text{Dodecahedron} (d) \rightarrow \sim \text{Dodecahedron} (c) \rightarrow ( \text{Small} (b) \rightarrow \text{Cube} ( \sim a ) ) ) )$



# Γ. Ασκήσεις

## Εφαρμογή 2

Μετατρέψτε τις ακόλουθες προτάσεις φυσικής γλώσσας σε προτάσεις κατηγορηματικής λογικής:

- (1) Ο Κώστας είναι μηχανικός
- (2) Κάθε ζώο τρώει όλα τα μικρότερα απ' αυτό ζώα
- (3) Κάθε παιδί αγαπά την μητέρα του

Χρησιμοποιήστε τα κατηγορήματα μηχανικός/1, ζώο/1, αγαπά/2, τρώει/2, παιδί/1, μητέρα/2



## Γ. Ασκήσεις

### Εφαρμογή 3

Δίνονται τα κατηγορήματα: Συνδετήρας ( $x$ ), Κουτί ( $x$ ), Μέταλλο ( $x$ ), Αποθηκεύεται\_Σε ( $x, y$ ), Φτιάχνεται\_Από ( $x, y$ ).

Εκφράστε σε κατηγορηματική λογική τις παρακάτω προτάσεις:

1. Μερικοί συνδετήρες αποθηκεύονται σε κουτιά.
2. Όλοι οι συνδετήρες φτιάχνονται από μέταλλο.
3. Μερικοί συνδετήρες αποθηκεύονται σε μεταλλικά κουτιά.



## Γ. Ασκήσεις

### Εφαρμογή 4

Δίνονται οι παρακάτω προτάσεις σε φυσική γλώσσα:

$\Pi_1$ : Ο Αχιλλέας είναι κλέφτης

$\Pi_2$ : Στη Λάρα αρέσει το φαγητό

$\Pi_3$ : Στη Λάρα αρέσει το κρασί

$\Pi_4$ : Στον Αχιλλέα αρέσουν τα χρήματα

$\Pi_5$ : Στον Αχιλλέα αρέσει ο  $\chi$  αν στον  $\chi$  αρέσει το κρασί

$\Pi_6$ : Ο  $\chi$  μπορεί να κλέψει το  $\psi$  αν ο  $\chi$  είναι κλέφτης και στον  $\chi$  αρέσει το  $\psi$ .

Να διατυπωθούν οι παραπάνω προτάσεις φυσικής γλώσσας σε προτάσεις Κατηγορηματικής Λογικής.

Σημείωση: Χρησιμοποιείτε τα κατηγορήματα κλέφτης/1, αρέσει/2 και μπορεί\_να\_κλέψει/2