Καλοσχηματισμένοι Τύποι (wff) – Νόμοι ΚΛ

Κανόνες Σύνταξης Καλοσχηματισμένων Προτάσεων (well formed formulae wff):

Μία πρόταση είναι καλοσχηματισμένη (well formed formula-wff), *δηλαδή συντακτικά ορθή* αν:

- Είναι ατομική πρόταση (δηλαδή σκέτο κατηγόρημα με όρισμα μεταβλητή σταθερά ή συνάρτηση)
- Είναι της μορφής: **$\sim(\varphi)$, $\forall x[\varphi]$, $\exists x[\varphi]$** όπου φ είναι wff (χρήση ποσοδεικτών)
- Είναι της μορφής: **$\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \Rightarrow \psi$, $\varphi \Leftrightarrow \psi$** όπου φ,ψ είναι wff.

Νόμοι Κατηγορηματικής Λογικής:

	Όνομα Νόμου	Διατύπωση	Σχόλια
1	Διπλή Άρνηση	$\sim(\sim A) \equiv A$	Διπλή άρνηση απαλείφεται
2	Αντικατάσταση	$A \Rightarrow B \equiv \sim A \vee B$	Συνεπαγωγή γίνεται OR
3	De Morgan	$\sim(A \vee B) \equiv \sim A \wedge \sim B$ $\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$	OR γινεται AND και αντίστροφα
4	Επιμερισμού	$A \wedge (B \vee \Gamma) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge \Gamma)$ $A \vee (B \wedge \Gamma) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee \Gamma)$	
5	Αντιμετάθεσης	$A \wedge B \equiv B \wedge A$ $A \vee B \equiv B \vee A$	
6	Προσεταιρισμού	$A \wedge (B \wedge \Gamma) \equiv (A \wedge B) \wedge \Gamma$ $A \vee (B \vee \Gamma) \equiv (A \vee B) \vee \Gamma$	
7	Αναίρεσης ή αντιθετικότητας	$A \Rightarrow B \equiv \sim B \Rightarrow \sim A$	
8	Ισοδυναμίας με ποσοδείκτες	$\sim \exists x A \equiv \forall x \sim A$ $\sim \forall x A \equiv \exists x \sim A$	Άρνηση και Ποσοδείκτες
		$\exists x\{A \vee B\} \equiv \exists x A \vee \exists x B$ $\forall x\{A \wedge B\} \equiv \forall x A \wedge \forall x B$	

Κανόνες Σύνταξης Προτάσεων ΚΛ

Μεθοδολογία 1: Σταθερές
- Με σταθερές αναπαριστούμε συνήθως κύρια ονόματα.
- Επίσης αναπαριστούμε ένα αντικείμενο, ή μια έννοια.
- Θα συναντήσουμε τις σταθερές σχεδόν πάντα ως ορίσματα σε κατηγόρημα

γιατρός(Κώστας) Μετάφραση: Ο Κώστας είναι γιατρός
δελφίνι(Γουίλι) Μετάφραση: Ο Γουίλι είναι δελφίνι

Μεθοδολογία 2: Κατηγορήματα ενός ορίσματος
- Απεικονίζουν ιδιότητα ενός αντικειμένου
- Η αποτύπωση: κατηγόρημα(όρισμα).
  - Συνήθως διαβάζεται: «Όρισμα είναι Κατηγόρημα»
- Το κατηγόρημα το γράφουμε πάντα στο 1ο ενικό πρόσωπο.

τροφή(κοτόπουλο) Μετάφραση: Το κοτόπουλο είναι τροφή
μηχανικός(Γιάννης) Μετάφραση: Ο Γιάννης είναι μηχανικός

Μεθοδολογία 3: Κατηγορήματα δύο ορισμάτων
- Απεικονίζουν συσχέτιση δύο αντικειμένων
- Συνήθως αποτυπώνουν ρήματα με υποκείμενο και αντικείμενο
- Η αποτύπωση: Κατηγόρημα(1ο όρισμα, 2ο όρισμα)
  - Συνήθως διαβάζεται: «1ο όρισμα κατηγόρημα 2ο όρισμα»
- Το κατηγόρημα το γράφουμε πάντα στο 1ο ενικό πρόσωπο

παρακολουθεί (Γεωργία, ΠΛΗ31)
Μετάφραση: Η Γεωργία παρακολουθεί την ΠΛΗ31
συμπαθεί(Μιχάλης, Μαρία)
Μετάφραση: Ο Μιχάλης συμπαθεί την Μαρία

Μεθοδολογία 4: Γενικές συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων
- Ξεκινάω από τις απλούστερες προτάσεις (προκύπτουν απλά κατηγορήματα)
- Όταν παίρνουμε μια απόφαση για το πλήθος των ορισμάτων ενός κατηγορήματος, την σεβόμαστε σε όλες τις υπόλοιπες προτάσεις.
- Το για κάθε συντάσσεται συνήθως με την συνεπαγωγή και το υπάρχει με το και: $\forall x[(\ldots) \rightarrow (\ldots)]$ $\exists x[(\ldots) \wedge (\ldots)]$
- Αν σε μία πρόταση δεν είμαστε σίγουροι αν θέλει το κάθε ή το υπάρχει, προτιμάμε το για κάθε.

Μεθοδολογία 5: Διπλοί ποσοδείκτες

«Κάθε στοιχείο έχει τη σχέση με τουλάχιστον ένα στοιχείο»:
$$\forall x[(\ldots) \rightarrow \exists y(\ldots)]$$
«Υπάρχει στοιχείο που έχει τη σχέση με όλα τα στοιχεία»:
$$\exists x[(\ldots) \wedge \forall y(\ldots)]$$

Υπάρχει φοιτητής που παρακολουθεί όλα τα μαθήματα
$$\exists x[\varphi o\iota\tau\eta\tau\eta\varsigma(x) \wedge \forall y(\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha(y) \rightarrow \pi\alpha\rho\alpha\kappa o\lambda o\upsilon\theta\varepsilon\iota(x,y))]$$
Κάθε φοιτητής παρακολουθεί τουλάχιστον ένα μάθημα
$$\forall x[\varphi o\iota\tau\eta\tau\eta\varsigma(x) \rightarrow \exists y(\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha(y) \wedge \pi\alpha\rho\alpha\kappa o\lambda o\upsilon\theta\varepsilon\iota(x,y))]$$

<u>Π1: Ο Αχιλλέας είναι κλέφτης</u>
K1: κλέφτης(Αχιλλέας)
<u>Π2: Στη Λάρα αρέσει το φαγητό</u>
K2: αρέσει(Λάρα, φαγητό)
<u>Π3: Στη Λάρα αρέσει το κρασί</u>
K3: αρέσει(Λάρα, κρασί)
<u>Π4: Στον Αχιλλέα αρέσουν τα χρήματα</u>
K4: αρέσει(Αχιλλέας, χρήματα)
<u>Π5: Στον Αχιλλέα αρέσει ο χ αν στον χ αρέσει το κρασί</u>
K5: ∀x(αρέσει(x, κρασί) ⇒ αρέσει(Αχιλλέας, χ))
<u>Π6: Ο χ μπορεί να κλέψει το ψ αν ο χ είναι κλέφτης και στον χ αρέσει το ψ.</u>
K6: ∀x∀y(κλέφτης(x) ∧ αρέσει(x, y) ⇒ μπορεί_να_κλέψει(x,y))

ΣΥΖΕΥΚΤΙΚΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ (ΣΚΜ)

Βήμα 1: Εξάλειψη των συνεπαγωγών
$$\forall x\big[T(x) \Rightarrow \big(\exists y(P(x,y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y(\sim Q(y) \Rightarrow R(x,y))\big)\big]$$
(εξάλειψη συνεπαγωγών)
$$= \forall x\big[\sim T(x) \vee \big(\exists y(P(x,y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y(\sim\sim Q(y) \vee R(x,y))\big)\big]$$
(εφ.ν.διπλής άρνησης)
$$= \forall x\big[\sim T(x) \vee \big(\exists y(P(x,y) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y(Q(y) \vee R(x,y))\big)\big]$$
Βήμα 2: Αρνήσεις μόνο στις ατομικές προτάσεις
Δεν Απαιτείται
Βήμα 3: Εξάλειψη Υπαρξιακών Ποσοδεικτών (Σκολεμοποίηση)
$$= \forall x\big[\sim T(x) \vee \big((P(x,f(x)) \wedge \sim Q(x)) \wedge \forall y(Q(y) \vee R(x,y))\big)\big]$$
Βήμα 4: Επονόμαση Μεταβλητών Καθολικών Ποσοδεικτών
Δεν απαιτείται
Βήμα 5: Μετακίνηση των ποσοδεικτών αριστερά
$$\forall x \forall y\big[\sim T(x) \vee \big((P(x,f(x)) \wedge \sim Q(x)) \wedge (Q(y) \vee R(x,y))\big)\big]$$
Βήμα 6: Μετακίνηση των διαζεύξεων στο επίπεδο των κυριολεκτημάτων
$$\forall x \forall y\left[\sim T(x) \vee \left(\left(P\left(x,f(x)\right) \wedge \sim Q(x)\right) \wedge \left(Q(y) \vee R(x,y)\right)\right)\right]$$
(νόμος επιμερισμού)
$$= \forall x \forall y\left[\left(\sim T(x) \vee \left(P\left(x,f(x)\right) \wedge \sim Q(x)\right)\right) \wedge \left(\sim T(x) \vee \left(Q(y) \vee R(x,y)\right)\right)\right]$$
(νόμος επιμερισμού)
$$= \forall x \forall y\left[\left(\left(\sim T(x) \vee P\left(x,f(x)\right)\right) \wedge \left(\sim T(x) \vee \sim Q(x)\right)\right) \wedge \left(\sim T(x) \vee Q(y) \vee R(x,y)\right)\right]$$
$$= \forall x \forall y\left[\left(\sim T(x) \vee P\left(x,f(x)\right)\right) \wedge \left(\sim T(x) \vee \sim Q(x)\right) \wedge \left(\sim T(x) \vee Q(y) \vee R(x,y)\right)\right]$$
Βήμα 7: Απάλειψη του καθολικού ποσοδείκτηκαι του AND
1. $\sim T(x_1) \vee P(x_1, f(x_1))$
2. $\sim T(x_2) \vee \sim Q(x_2)$
3. $\sim T(x_3) \vee Q(y_1) \vee R(x_3, y_1)$

Βήμα 1: Με το νόμο: $A \Rightarrow B \equiv \sim A \vee B$

Βήμα 2: Με τους νόμους :
$\sim(A \wedge B) \equiv (\sim A \vee \sim B)$
$\sim(A \vee B) \equiv (\sim A \wedge \sim B)$
De Morgan
$\sim\forall x[\ldots] \equiv \exists x\sim[\ldots]$
$\sim\exists x[\ldots] \equiv \forall x\sim[\ldots]$
Άρνηση Ποσοδείκτη

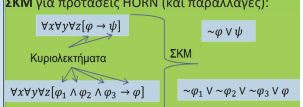
Βήμα 3: Όχι στην εμβέλεια καθολικού: Σταθερά
$$\exists x \forall y\big(Q(x,y)\big) \equiv \forall y\big(Q(A,y)\big)$$
Στην εμβέλεια καθολικών: Συνάρτηση με όρισμα τις μεταβλητές των καθολικών:
$$\forall x \forall z \exists y\big(Q(y,x)\big) \equiv \forall x \forall z\big(Q(f(x,z),x)\big)$$

Βήμα 4: Αλλαγή ονόματος μεταβλητής αν έχουμε δύο καθολικούς ποσοδείκτες με το ίδιο όνομα

Βήμα 5: Με τη σειρά που τους βλέπουμε.

Βήμα 6: OR στις ατομικές προτάσεις. Νόμος Επιμερισμού: $A \vee (B \wedge \Gamma) = (A \vee B) \wedge (A \vee \Gamma)$

ΣΚΜ για προτάσεις HORN (και παραλλαγές):

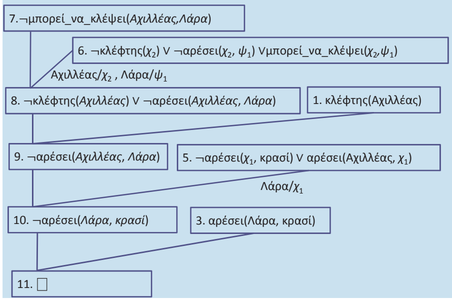


ΑΝΑΓΩΓΗ ΜΕΣΩ ΑΝΤΙΚΡΟΥΣΗΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΦΑΣΗΣ

<u>Δεδομένης της Βάσης Γνώσης</u>:
1. κλέφτης(Αχιλλέας)
2. αρέσει(Λάρα, φαγητό)
3. αρέσει(Λάρα, κρασί)
4. αρέσει(Αχιλλέας, χρήματα)
5. ¬αρέσει(χ_1, κρασί) ∨ αρέσει(Αχιλλέας, χ_1)
6. ¬κλέφτης(χ_2) ∨ ¬αρέσει(χ_2, ψ_1) ∨ μπορεί_να_κλέψει(χ_2,ψ_1)

<u>Να απαντηθεί το ερώτημα: «Μπορεί να κλέψει ο Αχιλλέας τη Λάρα;»</u>

Η ερώτηση σε Κ.Λ. είναι: μπορεί_να_κλέψει(*Αχιλλέας,Λάρα*)
Η άρνηση της πρότασης είναι: ¬μπορεί_να_κλέψει(*Αχιλλέας,Λάρα*)
Σε Σ.Κ.Μ.: ¬μπορεί_να_κλέψει(*Αχιλλέας,Λάρα*)
Την εισάγω στην Βάση Γνώσης: 7. ¬μπορεί_να_κλέψει(*Αχιλλέας,Λάρα)*



Αναγωγή:
$$\frac{A \vee B \quad \sim A \vee C}{B \vee C}$$

Modus Ponens:
$$\frac{\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)] \quad P(A)}{Q(A)}$$

Καθολική Ειδίκευση:
$$\frac{\forall x[P(x)]}{P(A)}$$

Ενοποίηση:
- Μεταβλητή/Σταθερά (π.χ. C/x)
- Μεταβλητή/Μεταβλητή (π.χ. x/y)
- Μεταβλητή/Όρος που δεν περιλαμβάνει τη μεταβλητή (π.χ. F(x)/y, όχι όμως F(x)/x)
- Σταθερά/Σταθερά (μόνο αν είναι ίδιες)

Ευρετικά:
- **Σύνολο Υποστήριξης:** Ξεκίνα από την άρνηση της πρότασης στόχου τις αναγωγές
- **Κατά Προτίμηση Μονάδα:** Συνδυάζε προτάσεις με μικρό πλήθος κατηγορημάτων

Εξαγωγή Απαντήσεων:
- Π.χ. «ποιος μπορεί να κλέψει τη Λάρα»
- Κάνουμε την αναγωγή με μεταβλητή: <u>¬μπορεί_να_κλέψει(*x,Λάρα)*</u>
- Επαναλαμβάνουμε με την ταυτολογία της ερώτησης: <u>¬μπορεί_να_κλέψει(*x,Λάρα)* ∨μπορεί_να_κλέψει(*x,Λάρα)*</u>

Αντιφάσεις στην Βάση Γνώσης:

Εντοπίζουμε τους προβληματικούς κανόνες και εισάγουμε εξαιρέσεις. Π.χ.:
$$\forall x[\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa o(x) \wedge \sim\nu\upsilon\chi\tau\varepsilon\rho\iota\delta\alpha(x) \Rightarrow \sim\pi\varepsilon\tau\alpha\varepsilon\iota(x)]$$

ΟΡΘΗ ΑΛΥΣΙΔΩΣΗ

R1: **if** A and B **then** C
R2: **if** C and D **then** E
R3: **if** A and I **then** ~H
R4: **if** A and ~D **then** E
R5: **if** C and ~D **then** I
R6: **if** E and I **then** ~H
R7: **if** E and H **then** ~G
R8: **if** E and ~H **then** G

Παράδειγμα: Δεδομένης της βάσης κανόνων, ζητείται να αποδειχθεί το G με ορθή αλυσίδωση. Αρχική Μνήμη Εργασίας: ΜΕ={A,B,~D,E}.
Επίλυση Συγκρούσεων: Σειρά Αναγραφής, Διαθλαστικότητα

2. Καταγράφουμε τους κανόνες που ενεργοποιούνται (Ισχύει το if τους)

1. Εισάγουμε στην Μνήμη Εργασίας τα αρχικά γεγονότα

Βήμα	Κανόνες που ενεργοποιούνται	Κανόνας που πυροδοτείται	Μνήμη Εργασίας
0			{A,B,~D,E}
1	R1,R4	R1	{A,B,~D,E,C}
2	R4,R5	R4	{A,B,~D,C,E}
3	R5	R5	{A,B,~D,C,E,I}
4	R3,R6	R3	{A,B,~D,C,E,I,~H}
5	R6,R8	R6	{A,B,~D,C,E,I,~H}
6	R8	R8	{A,B,~D,C,E,I,~H,G}

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΥΓΚΡΟΥΣΕΩΝ:
Σειρά Αναγραφής, Τυχαία Επιλογή, Προτεραιότητα στους κανόνες
Διαθλαστικότητα (κάθε κανόνας πυροδοτείται το πολύ μία φορά)
Συγκεκριμενικότητα (ο κανόνας με τις περισσότερες συνθήκες)
Προσφατότητα (ο κανόνας που έχει τα πιο πρόσφατα δεδομένα)

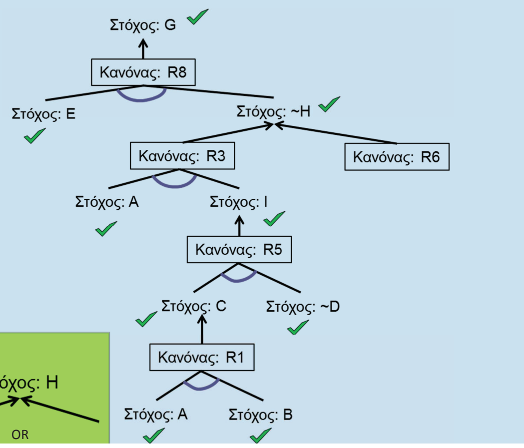
3. Επιλέγουμε τον κανόνα που πυροδοτείται με βάση τη στρατηγική επίλυσης σύγκρουσης

4. Τα γεγονότα που είναι στο THEN εισάγονται στην μνήμη εργασίας (Τερματισμός όταν εισαχθεί ο στόχος)

ΑΝΑΣΤΡΟΦΗ ΑΛΥΣΙΔΩΣΗ

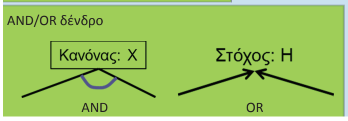
R1: **if** A and B **then** C
R2: **if** C and D **then** E
R3: **if** A and I **then** ~H
R4: **if** A and ~D **then** E
R5: **if** C and ~D **then** I
R6: **if** E and I **then** ~H
R7: **if** E and H **then** ~G
R8: **if** E and ~H **then** G

Παράδειγμα: Δεδομένης της βάσης κανόνων, ζητείται να αποδειχθεί το G με ανάστροφη αλυσίδωση. Αρχική Μνήμη Εργασίας: ΜΕ={A,B,~D,E}.
Επίλυση Συγκρούσεων: Σειρά Αναγραφής.



Για να ικανοποιήσουμε έναν στόχο:
1. Αν είναι στη μνήμη εργασίας: ικανοποιείται
2. Αν είναι δεξί μέλος κανόνα: Γράφουμε τους κανόνες που ικανοποιείται με OR και έπειτα συνεχίζουμε με στρατηγική κατά βάθος
3. Στην οπισθοδρόμηση της κατά βάθος, οι στόχοι που ικανοποιήθηκαν μπαίνουν στη μνήμη εργασίας

AND/OR δένδρο



ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ (1 από 3)

Σχετίζουμε κάθε κανόνα με έναν αριθμό από το -1 έως το +1 που συμβολίζει την βεβαιότητα εξαγωγής του συμπεράσματος με βάση έναν κανόνα παραγωγής:
Συγκεκριμένα:
- Αριθμητική τιμή -1 θα συμβολίζει απόλυτη βεβαιότητα ότι ΔΕΝ ισχύει το συμπέρασμα του κανόνα.
- Αριθμητική τιμή +1 θα συμβολίζει απόλυτη βεβαιότητα ότι ΙΣΧΥΕΙ το συμπέρασμα του κανόνα.

Το συντακτικό των κανόνων τροποποιείται ως:

IF συνθήκες THEN συμπεράσματα (**ΣΒ**)

Όπου ΣΒ είναι ο **συντελεστής βεβαιότητας** του συγκεκριμένου κανόνα.

Το **δίκτυο συλλογισμού** ενός συστήματος κανόνων παραγωγής είναι σύνολο από δένδρα όπου:
- Για «ρίζα» έχουμε τα συμπεράσματα των κανόνων.
- Παιδιά είναι οι κανόνες από τους οποίους έπονται τα συμπεράσματα.
- Εγγόνια είναι οι υποθέσεις των αντίστοιχων κανόνων

Παράδειγμα: Δίνεται η παρακάτω βάση κανόνων:

R1:
if shape is round
then fruit is orange (0.5)

R2:
if shape is round
then fruit is apricot (0.3)

R3:
if shape is round
and surface is weasand
then fruit is orange (0.85)

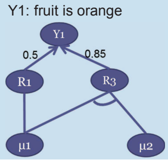
R4:
if shape is round
and color is yellow
then fruit is apricot (0.6)

R5:
if shape is round
and color is yellow
and size is small
then fruit is apricot (0.8)

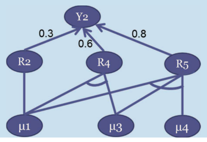
Δίκτυα Συλλογισμού των κανόνων:

μ_1: «shape is round»
μ_2: «surface is weasand»
μ_3: «color is yellow»
μ_4: «size is small»

Y1: fruit is orange



Y2: fruit is apricot



ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ (2 από 3)

Αν υπάρχουν **μαρτυρίες** δηλαδή συγκεκριμένα δεδομένα των συνθηκών των κανόνων σχετιζόμενα με αριθμητικές τιμές από το -1 στο +1, γράφουμε:

IF συνθήκες (**μ**) THEN συμπεράσματα (**ΣΒ**)

- Όπου μ είναι αριθμός που δίνει πόσο ισχύουν οι συνθήκες του κανόνα

Αυτές οι αριθμητικές τιμές συνήθως λαμβάνονται ρητά από τον χρήστη μέσω ερωταπαντήσεων με το σύστημα.
Αν έχουμε μαρτυρίες για τους κανόνες, τότε η τελική τιμή του **ΣΒ του κανόνα** δίνεται από τον τύπο:

ΣΒ[R]=μ x ΣΒ

- Αν έχουμε AND στις συνθήκες των κανόνων επιλέγουμε την ελάχιστη από τις μαρτυρίες ως το τελικό μ.
- Αν έχουμε OR στις συνθήκες των κανόνων επιλέγουμε την μέγιστη από τις μαρτυρίες ως το τελικό μ.

Ο χρήστης αλληλεπιδρώντας με το σύστημα δίνει τις εξής βεβαιότητες για τα αντίστοιχα γεγονότα:

Ερώτηση: «shape is round»
Απάντηση: 0.9

Ερώτηση: «color is yellow»
Απάντηση: 0.75

Ερώτηση: «size is small»
Απάντηση: 0.65

Ερώτηση: «surface is weasand»
Απάντηση: 0.70

Συνδυάζοντας τις Μαρτυρίες με τους Συντελεστές Βεβαιότητας των κανόνων έχουμε:

Μαρτυρία: «shape is round» μ_1=0.9
Μαρτυρία: «surface is weasand» μ_2=0.70
Μαρτυρία: «color is yellow» μ_3=0.75
Μαρτυρία: «size is small» μ_4=0.65

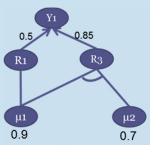
Έχουμε:
ΣΒ[R1] = 0.9 x 0.5 = 0.450
ΣΒ[R2] = 0.9 x 0.3 = 0.270
ΣΒ[R3] = 0.7 x 0.85 = 0.595
ΣΒ[R4] = 0.75 x 0.6 = 0.450
ΣΒ[R5] = 0.65 x 0.8 = 0.580

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ (3 από 3)

- Για να χρησιμοποιηθεί μια μαρτυρία (ή ένα σύνολο μαρτυριών) πρέπει ο ΣΒ τους να είναι τουλάχιστον 0.2
- Αν δύο μαρτυρίες ενεργοποιούν διαφορετικούς κανόνες (έστω R1 και R2) που συνάγουν το ίδιο συμπέρασμα Y, τότε ο τελικός συντελεστής βεβαιότητας του συμπεράσματος Y συνάγεται από τον τύπο:

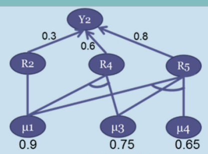
$$\mathrm{ΣΒ[Y]} = \begin{cases} \mathrm{ΣΒ[R1]} + \mathrm{ΣΒ[R2]} - \mathrm{ΣΒ[R1]} \times \mathrm{ΣΒ[R2]} & , \mathrm{ΣΒ[R1]} > 0, \mathrm{ΣΒ[R2]} > 0 \\ \mathrm{ΣΒ[R1]} + \mathrm{ΣΒ[R2]} + \mathrm{ΣΒ[R1]} \times \mathrm{ΣΒ[R2]} & \mathrm{ΣΒ[R1]} < 0, \mathrm{ΣΒ[R2]} < 0 \\ \dfrac{\mathrm{ΣΒ[R1]} + \mathrm{ΣΒ[R2]}}{1 - min\{|\mathrm{ΣΒ[R1]}|,\ |\mathrm{ΣΒ[R2]}|\}} & αλλιώς \end{cases}$$

- Αν υπάρχουν περισσότεροι κανόνες (π.χ. 3), τότε εξάγουμε ένα ενδιάμεσο αποτέλεσμα από τους δύο πρώτους κανόνες (έστω ΣΒ[Y']) το οποίο συνδυάζουμε με τον ΣΒ του 3ου κανόνα κ.ο.κ.
- **Τελικά επικρατεί ο ισχυρισμός που έχει τον μεγαλύτερο συντελεστή βεβαιότητας.**



Για τον ισχυρισμό 1 «fruit is orange» έχω

$\mathrm{ΣΒ[Y1]} = \mathrm{ΣΒ[R1]} + \mathrm{ΣΒ[R3]} - \mathrm{ΣΒ[R1]} \times \mathrm{ΣΒ[R3]} =$
$= 0.450 + 0.595 - 0.450 \times 0.595 = 0.778$



Για τον ισχυρισμό 2 «fruit is apricot» έχω

$\mathrm{ΣΒ[Y']} = \mathrm{ΣΒ[R2]} + \mathrm{ΣΒ[R4]} - \mathrm{ΣΒ[R2]} \times \mathrm{ΣΒ[R4]} =$
$= 0.270 + 0.450 - 0.270 \times 0.450 = 0.599$
$\mathrm{ΣΒ[Y2]} = \mathrm{ΣΒ[Y']} + \mathrm{ΣΒ[R5]} - \mathrm{ΣΒ[Y']} \times \mathrm{ΣΒ[R5]} =$
$= 0.599 + 0.580 - 0.599 \times 0.580 = 0.831$

Συνεπώς **επικρατεί ο ισχυρισμός** ότι «fruit is apricot»