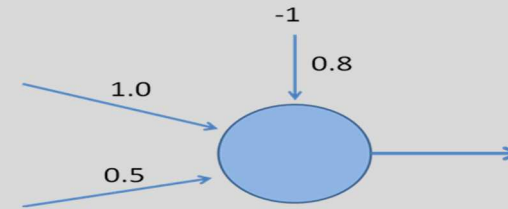


Αρχικοποίηση:

- Αρχικοποιούμε τα διανύσματα:
 - $W = [w_0, w_1, \dots, w_n]$ με τα αρχικοποιημένα βάρη των ακμών
 - Για κάθε πρότυπο $1, \dots, K$: Κατασκευάζουμε το διάνυσμα: $x_i = [x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{in}]$ και αρχικοποιούμε την επιθυμητή έξοδο: d_i
- Δίνουμε τιμή στην παράμετρο μάθησης η : $0 < \eta < 1$

Εκφώνηση: Θέλουμε να εκπαιδεύσουμε έναν αισθητήρα ώστε να επιλύει το πρόβλημα του λογικού ΚΑΙ. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκπαίδευσης με ρυθμό εκπαίδευσης $\eta=0.5$, έχουμε τα βάρη που φαίνονται στο Σχήμα. Ο αισθητήρας ακολουθεί το μοντέλο McCulloch-Pits με εξόδους 1 και 0.



Να συνεχίσετε τη διαδικασία εκπαίδευσης έως ότου να εκπαιδευτεί ο αισθητήρας, παρουσιάζοντας διαδοχικά τα διανύσματα $I_1=(0,0)$, $I_2=(0,1)$, $I_3=(1,0)$ και $I_4=(1,1)$.

Αρχικοποίηση:

Κωδικοποίηση των εισόδων ως διανύσματα με την επιθυμητή έξοδο:

- Είσοδος: $x_1 = [-1, 0, 0]^T$ Επιθυμητή Έξοδος: $d_1 = 0$
- Είσοδος: $x_2 = [-1, 0, 1]^T$ Επιθυμητή Έξοδος: $d_2 = 0$
- Είσοδος: $x_3 = [-1, 1, 0]^T$ Επιθυμητή Έξοδος: $d_3 = 0$
- Είσοδος: $x_4 = [-1, 1, 1]^T$ Επιθυμητή Έξοδος: $d_4 = 1$

Αρχικοποίηση των αρχικών βαρών ως διάνυσμα: $W = [0.8, 1.0, 0.5]^T$

Ρυθμός Εκπαίδευσης: $\eta = 0.5$

Κύκλος Εκπαίδευσης: Για κάθε πρότυπο: $i = 1 \dots K$:

- Υπολόγισε το δυναμικό για το πρότυπο i ως: $v = W^T \cdot x_i$
- Υπολόγισε την έξοδο από την συνάρτηση δυναμικού: $y_i = \varphi(v)$
- Υπολόγισε το σφάλμα ως: $e = d_i - y_i$
- Αν το σφάλμα δεν είναι μηδενικό
 - Υπολογίζονται νέα βάρη ως: $W_{new} = W_{old} + \eta * e * x_i$ (**Κανόνας Δέλτα**)

1^ο πρότυπο $x_1 = [-1, 0, 0]$, $d_1 = 0$

- $W^T \cdot x_1 = [0.8, 1.0, 0.5] \times \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -0.8$
- Αφού $-0.8 < 0$ η έξοδος είναι $y_1 = 0$.
- Σφάλμα: $\text{error} = d_1 - y_1 = 0$. Τα βάρη δεν αλλάζουν.

2^ο πρότυπο $x_2 = [-1, 0, 1]$, $d_2 = 0$

- $W^T \cdot x_2 = [0.8, 1.0, 0.5] \times \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -0.3$
- Αφού $-0.3 < 0$ η έξοδος είναι $y_2 = 0$.
- Σφάλμα: $\text{error} = d_2 - y_2 = 0$. Τα βάρη δεν αλλάζουν.

3^ο πρότυπο $x_3 = [-1, 1, 0]$, $d_3 = 0$

- $W^T \cdot x_3 = [0.8, 1.0, 0.5] \times \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -0.8 + 1.0 = 0.2$
- Αφού $0.2 \geq 0$ η έξοδος είναι $y_3 = 1$.
- Σφάλμα: $\text{error} = d_3 - y_3 = -1$. Τα βάρη αλλάζουν
- $W = W + \eta \cdot \text{error} \cdot x_3 =$
 $= \begin{bmatrix} 0.8 \\ 1.0 \\ 0.5 \end{bmatrix} + 0.5 * (-1) * \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 1.0 \\ 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$

4^ο πρότυπο $x_4 = [-1, 1, 1]$, $d_4 = 1$

- $W^T \cdot x_4 = [1.3, 0.5, 0.5] \times \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -1.3 + 0.5 + 0.5 = -0.3$
- Αφού $-0.3 < 0$ η έξοδος είναι $y_4 = 0$.
- Σφάλμα: $\text{error} = d_4 - y_4 = 1$. Τα βάρη αλλάζουν
- $W = W + \eta \cdot \text{error} \cdot x_4 =$
 $= \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} + 0.5 * 1 * \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$

Ολοκλήρωση Κύκλου Εκπαίδευσης:

- Ο νευρώνας δεν απάντησε σωστά σε όλα τα πρότυπα, άρα θα πραγματοποιηθεί και άλλος κύκλος εκπαίδευσης.

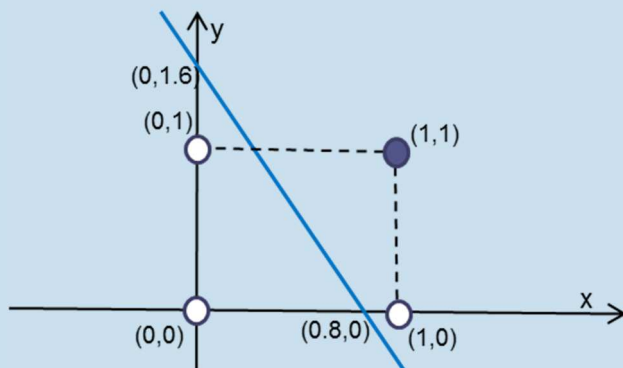
Με την ολοκλήρωση ενός κύκλου εκπαίδευσης: Γίνεται έλεγχος τερματισμού του αλγορίθμου. Συνήθως ελέγχονται τα εξής κριτήρια:

- Ο νευρώνας απάντησε σωστά σε όλα τα πρότυπα στον κύκλο εκπαίδευσης (Επιτυχία: Ο νευρώνας εκπαιδεύθηκε και έχουν βρεθεί τα βάρη)
- Ο νευρώνας δεν βελτίωσε καθόλου την απόδοσή του (Αποτυχία: Ο νευρώνας δεν εκπαιδεύθηκε)
- Ο αλγόριθμος πέρασε ένα άνω όριο των βημάτων επανάληψης (Αποτυχία: Ο νευρώνας δεν εκπαιδεύθηκε)

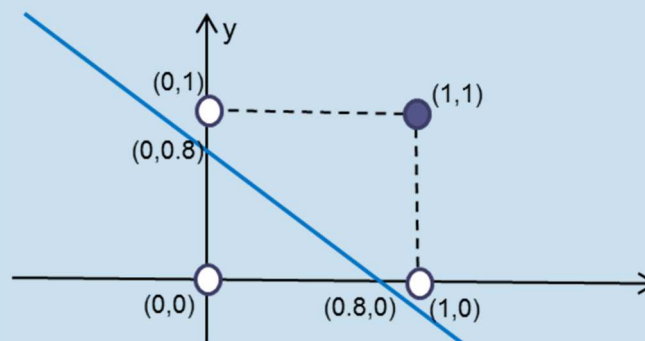
Διαίσθηση:

- Κάθε αλλαγή βαρών προκαλείται από την παρουσίαση ενός προτύπου που έχει σφάλμα (δεν ταξινομείται σωστά)
- Η ευθεία απόφασης μετακινείται από τα πρότυπα ώστε να διαχωρίζει σωστά τα δεδομένα.

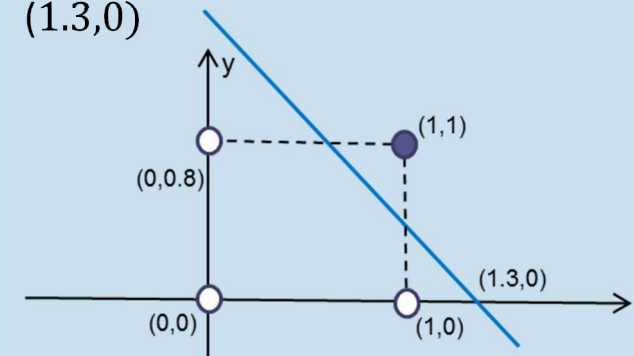
- Τα αρχικά βάρη που μας είχαν δοθεί $W = [0.8, 1.0, 0.5]$
- Αντιστοιχούν στην συνάρτηση: $x + 0.5y - 0.8 = 0$
- Περνά από τα σημεία: (0,1.6) και (0.8,0)



- Μετά τον 1^ο κύκλο εκπαίδευσης: $W = [0.8, 1.0, 1.0]$
- Αντιστοιχούν στην συνάρτηση: $x + y - 0.8 = 0$
- Περνά από τα σημεία: (0,0.8) και (0.8,0)



- Μετά τον 2^ο κύκλο εκπαίδευσης: $W = [1.3, 1.0, 0.5]$
- Αντιστοιχούν στην συνάρτηση: $x + 0.5y - 1.3 = 0$
- Περνά από τα σημεία: (0,2.6) και (1.3,0)



- Ο 3^{ος} κύκλος εκπαίδευσης επιβεβαιώνει τα βάρη