

ΠΛΗ31

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Μάθημα 3.3:
Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης - Εισαγωγή

Δημήτρης Ψούνης



www.psounis.gr



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

A.Θεωρία

1. Εισαγωγή

1. Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης
2. Κυρτές Περιοχές

2. Μεθοδολογία Κατασκευής ΤΝΔ

1. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για Κυρτή Περιοχή
2. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για μη Κυρτή Περιοχή

B.Ασκήσεις

1. Ασκήσεις Κατανόησης
2. Εφαρμογές

Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

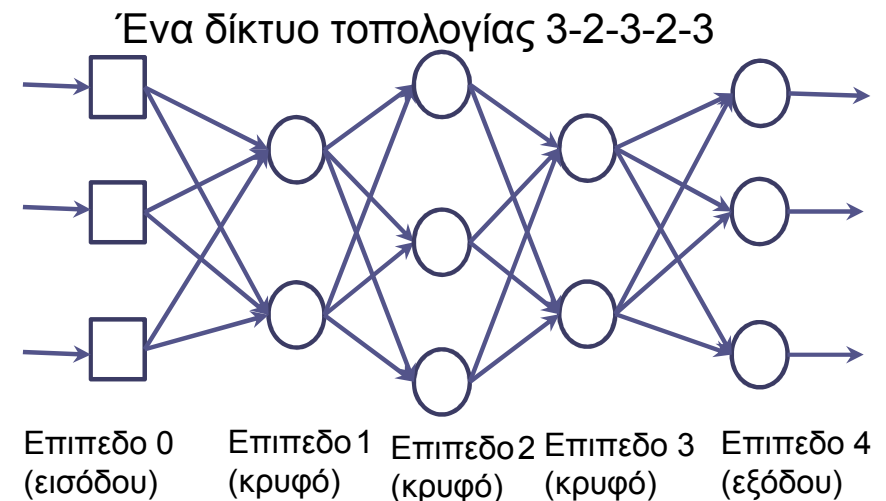
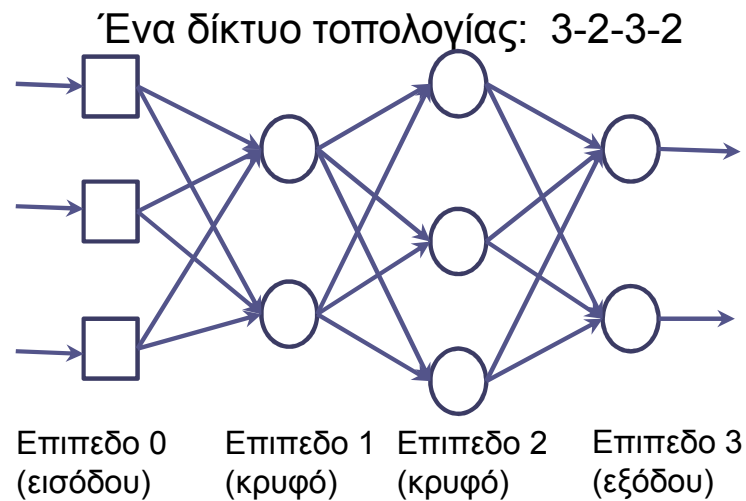
1. Δίκτυα Εμπρόσθιας Τροφοδότησης

Στήνουμε Τ.Ν.Δ. εφαρμόζοντας μεθοδολογίες σύνδεσης των νευρώνων. Τα δίκτυα εμπρόσθιας τροφοδότησης αποτελούνται από:

- Το επίπεδο εισόδου
 - Οι νευρώνες αυτού του επιπέδου δεν κάνουν καμία επεξεργασία του σήματος, αλλά απλά μεταφέρουν την είσοδο τους στα επόμενα επίπεδα του δικτύου. Οι νευρώνες αυτοί καλούνται και αισθητήριοι νευρώνες.
- Ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα.
 - Είναι υπολογιστικοί νευρώνες διότι επεξεργάζονται το σήμα που λαμβάνουν.
- Το επίπεδο εξόδου
 - Αποτελείται επίσης από υπολογιστικούς νευρώνες.

Κάθε νευρώνας στέλνει ακμές σε όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου και μόνον σε αυτούς.

Σχηματικά:





A. Θεωρία

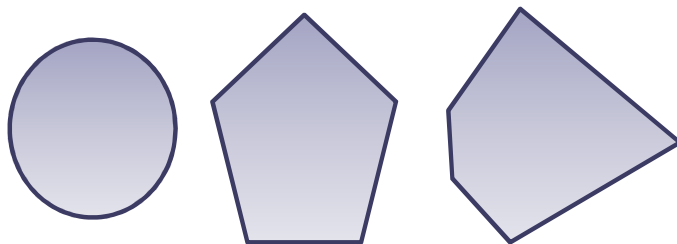
1. Εισαγωγή

2. Κυρτές Περιοχές

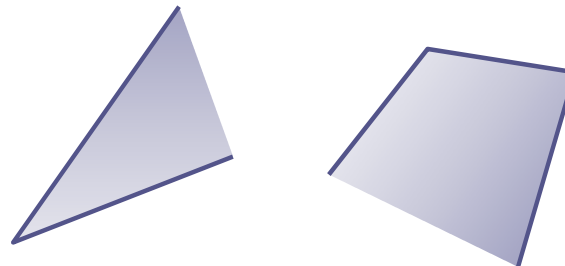
Ορίζουμε ως:

- Κυρτή Περιοχή: Μια περιοχή του επιπέδου που αν επιλέξουμε οποιαδήποτε δύο σημεία της περιοχής και τραβήξουμε μία ευθεία γραμμή, η γραμμή αυτή θα περιλαμβάνεται εξ' ολοκλήρου σε αυτήν. Οι κυρτές περιοχές διαχωρίζονται σε:
 - Κλειστές κυρτές περιοχές: που τα σημεία τους καθορίζονται από ένα κλειστό πολύγωνο.
 - Ανοικτές κυρτές περιοχές: που τα σημεία της καθορίζονται από ένα ανοικτό πολύγωνο.
- Μη Κυρτή Περιοχή: Το αντίθετο της κυρτής, δηλαδή υπάρχουν σημεία της που η ευθεία που περνάει από αυτά βρίσκεται και εκτός της κυρτής περιοχής.

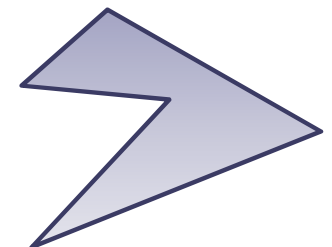
Κλειστές Κυρτές Περιοχές



Ανοικτές Κυρτές Περιοχές



Μη Κυρτή Περιοχή



A. Θεωρία

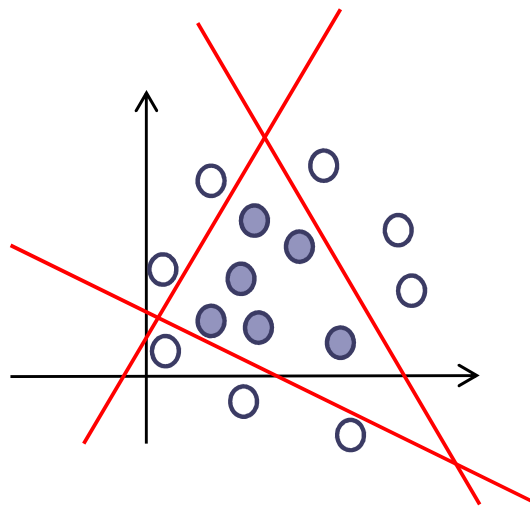
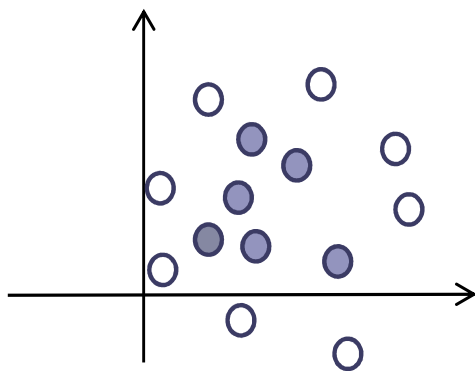
2. Μεθοδολογία Κατασκευής ΤΝΔ

1. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για Κυρτή Περιοχή

Μία κλειστή κυρτή περιοχή μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα ΤΝΔ τριών επιπέδων ως εξής:

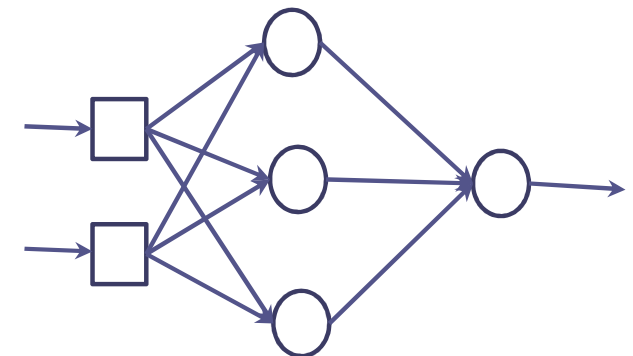
- Στο επίπεδο εισόδου (επίπεδο 0) 0 θα έχουμε 2 νευρώνες (αφού δουλεύουμε στο επίπεδο)
- Θα έχουμε M κρυφούς νευρώνες στο επίπεδο 1, όπου M το πλήθος τως ευθειών που απαιτούνται για τον διαχωρισμό της κυρτής περιοχής.
- Θα έχουμε K νευρώνες εξόδου, με K να είναι $K \leq 2^N$ όπου N το πλήθος των διαφορετικών κλάσεων που θέλουμε να διαχωρίσουμε τα δεδομένα μας.

Παράδειγμα:



Άρα στο ΤΝΔ θα πρέπει να έχω:

- 2 νευρώνες στην είσοδο
- 3 νευρώνες στο κρυφό επίπεδο (3 οι ευθείες που χρειαζόμαστε)
- 1 νευρώνα στην έξοδο





A. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής ΤΝΔ

2. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για Μη Κυρτή Περιοχή

Μία μη κυρτή περιοχή μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα ΤΝΔ ως εξής:

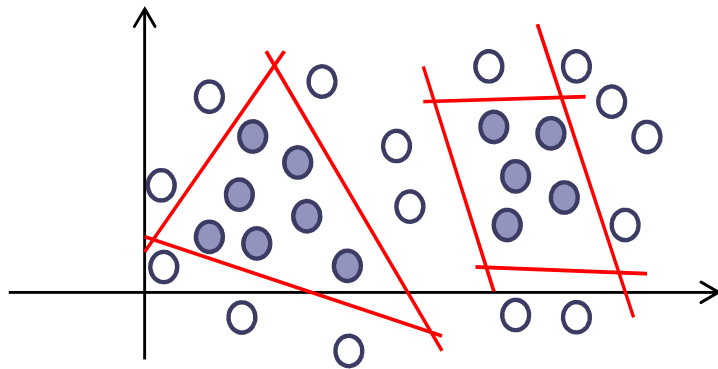
- Σπάμε την μη κυρτή περιοχή σε ένωση κυρτών περιοχών.
- Για κάθε κυρτή περιοχή που προέκυψε κατασκευάζουμε ένα ΤΝΔ τριών επιπέδων με την μεθοδολογία κατασκευής για κυρτές περιοχές.
- Θα έχουμε K νευρώνες εξόδου, με K να είναι $K \leq 2^N$ όπου N το πλήθος των διαφορετικών κλάσεων που θέλουμε να διαχωρίσουμε τα δεδομένα μας.

A. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής ΤΝΔ

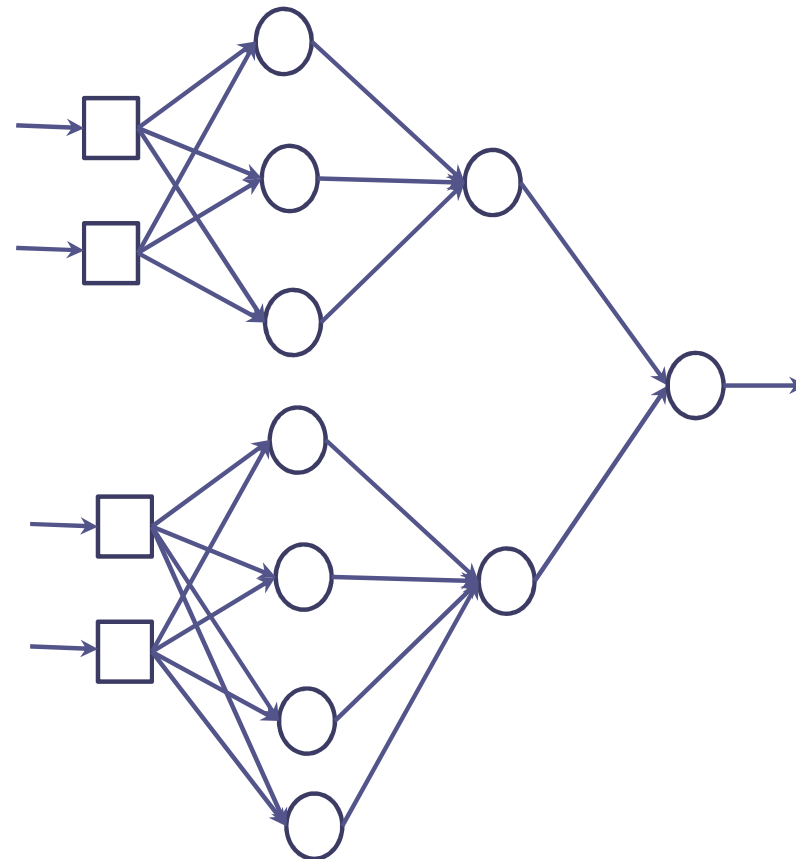
2. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για Μη Κυρτή Περιοχή (Παραδείγματα)

Να διαχωριστεί το παρακάτω σύνολο δεδομένων:



Έχουμε δύο κυρτές περιοχές, άρα:

- Κατασκευάζουμε τα ΤΝΔ για τις δύο περιοχές
- Ενώνουμε τα δύο ΤΝΔ με ένα ακόμη επίπεδο με ένα OR.



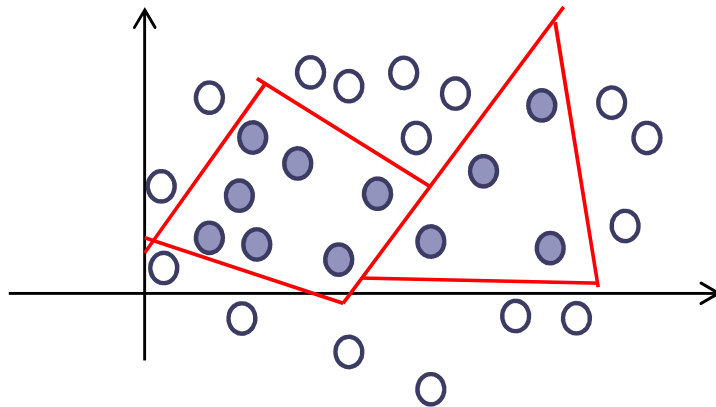


A. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής ΤΝΔ

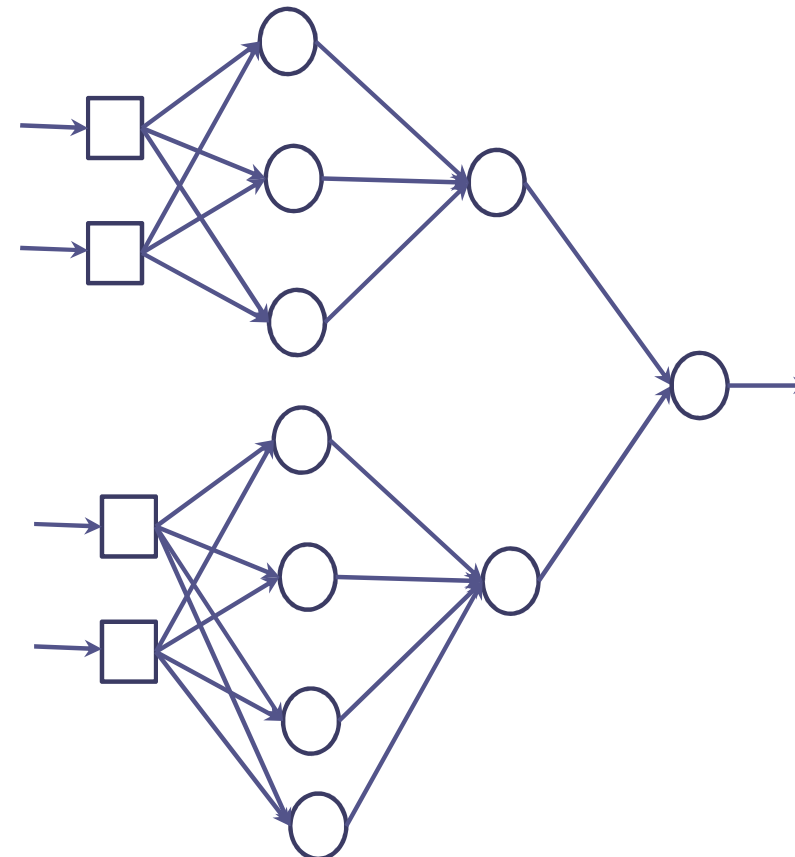
2. ΤΝΔ εμπρόσθιας τροφοδότησης για Μη Κυρτή Περιοχή (Παραδείγματα)

Να διαχωριστεί το παρακάτω σύνολο δεδομένων:



Έχουμε δύο κυρτές περιοχές, άρα:

- Κατασκευάζουμε τα ΤΝΔ για τις δύο περιοχές
- Ενώνουμε τα δύο ΤΝΔ με ένα ακόμη επίπεδο με ένα OR.



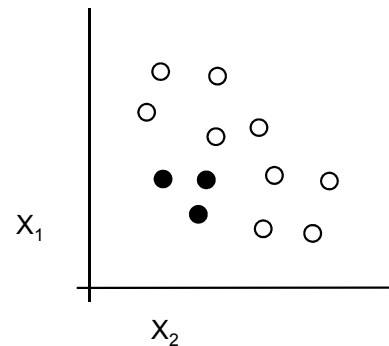


Β.Ασκήσεις

Ασκηση Κατανόησης 1

Στα παρακάτω ερωτήματα επισημαίνουμε ότι perceptron είναι ένας νευρώνας και υποθέτουμε, όπου χρειάζεται, τη χρήση δικτύων από perceptrons με ένα κρυμμένο επίπεδο. Επιπλέον, διαφορετικά σχέδια σημαίνουν διαφορετικές κλάσεις δεδομένων (π.χ. άσπρα, μαύρα, γκρι, κλπ).

Δίνεται το ακόλουθο σύνολο δεδομένων.



- α1.** Ποιός είναι ο ελάχιστος αριθμός γραμμών που πρέπει να σχεδιαστεί ώστε να διαχωρίζονται οι δύο κλάσεις δεδομένων;
- α2.** Πόσα perceptrons χρειαζόμαστε στο κρυμμένο επίπεδο;
- α3.** Πόσα perceptrons χρειαζόμαστε στο επίπεδο εξόδου;
- α4.** Σχεδιάστε (χωρίς βάρη ή κατώφλια) ένα τέτοιο δίκτυο που υλοποιεί το διαχωρισμό. (Λάβετε υπόψη σας την απάντησή σας στα α1-α3 παραπάνω.)

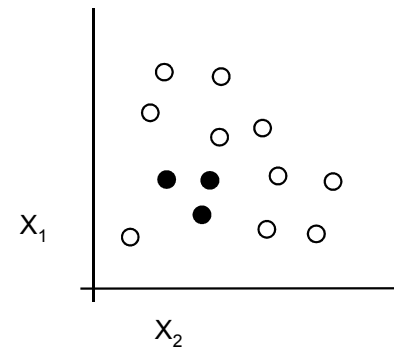


Β. Ασκήσεις

Ασκηση Κατανόησης 2

Στα παρακάτω ερωτήματα επισημαίνουμε ότι perceptron είναι ένας νευρώνας και υποθέτουμε, όπου χρειάζεται, τη χρήση δικτύων από perceptrons με ένα κρυμμένο επίπεδο. Επιπλέον, διαφορετικά σχέδια σημαίνουν διαφορετικές κλάσεις δεδομένων (π.χ. άσπρα, μαύρα, γκρι, κλπ).

Δίνεται το ακόλουθο σύνολο δεδομένων.



β. Δίνεται το ακόλουθο σύνολο δεδομένων.

β1. Πόσα perceptrons χρειαζόμαστε στο επίπεδο εξόδου;

β2. Πόσα perceptrons χρειαζόμαστε στο κρυμμένο επίπεδο;

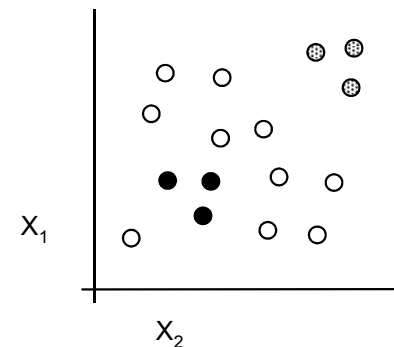


Β.Ασκήσεις

Ασκηση Κατανόησης 3

Στα παρακάτω ερωτήματα επισημαίνουμε ότι perceptron είναι ένας νευρώνας και υποθέτουμε, όπου χρειάζεται, τη χρήση δικτύων από perceptrons με ένα κρυμμένο επίπεδο. Επιπλέον, διαφορετικά σχέδια σημαίνουν διαφορετικές κλάσεις δεδομένων (π.χ. άσπρα, μαύρα, γκρι, κλπ).

Δίνεται το ακόλουθο σύνολο δεδομένων.

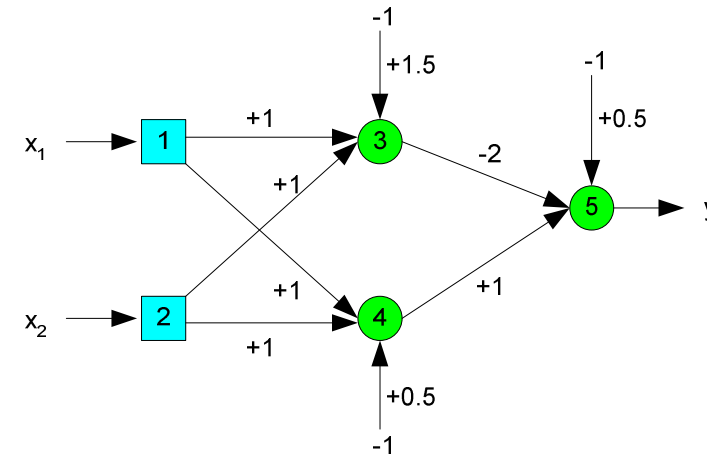




Β.Ασκήσεις

Εφαρμογή 1

Δίνεται το παρακάτω ΤΝΔ δύο επιπέδων με δύο κρυφούς νευρώνες και ένα νευρώνα εξόδου.



Νευρώνας Εισόδου



Υπολογιστικός Νευρώνας

Η συνάρτηση ενεργοποίησης που χρησιμοποιούν όλοι οι υπολογιστικοί νευρώνες (νευρώνες του κρυφού επιπέδου και του επιπέδου εξόδου) είναι η συνάρτηση κατωφλίου που δίνεται από τη σχέση:

$$f(v_j) = \begin{cases} 1, & v_j \geq 0 \\ 0, & v_j < 0 \end{cases} \quad \text{και} \quad v_j = \sum_i w_{ji} \cdot x_i$$

Δείξτε ότι το παραπάνω δίκτυο επιλύει το πρόβλημα XOR (έχει μάθει δηλαδή τη συνάρτηση XOR):



Β.Ασκήσεις

Εφαρμογή 1

(Α) Συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα

x_1	x_2	y_3	y_4	y_5
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

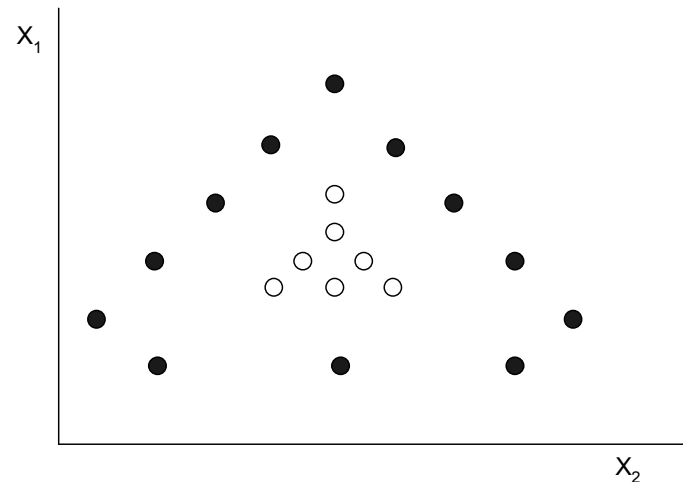
(Β) Κατασκευάζοντας τις περιοχές απόφασης κάθε νευρώνα του δικτύου.



Β.Ασκήσεις

Εφαρμογή 2

Έστω ότι θέλουμε να διαχωρίσουμε το ακόλουθο σύνολο δεδομένων:



Χρησιμοποιώντας ένα νευρωνικό δίκτυο. Θεωρούμε ότι οι μαύρες βούλες αντιστοιχούν σε κλάση 1 και οι λευκές σε κλάση 0

1. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός γραμμών που διαχωρίζουν τις δύο κατηγορίες δεδομένων;
2. Πάνω στο παραπάνω σχήμα σχεδιάστε τις γραμμές καθώς και τις περιοχές απόφασης που δημιουργούνται.
3. Σχεδιάστε (χωρίς να βάλετε στο σχήμα τα βάρη και τα κατώφλια) το απλούστερο νευρωνικό δίκτυο που διαχωρίζει το παραπάνω σύνολο δεδομένων. Υποθέστε ότι όλοι οι νευρώνες είναι Perceptron.
4. Γράψτε τις εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία των νευρώνων του νευρωνικού δικτύου που σχεδιάσατε.