Καλοσχηματισμένοι Τύποι (wff) – Νόμοι ΚΛ

Κανόνες Σύνταξης Καλοσχηματισμένων Προτάσεων (well formed formulae wff):

Μία πρόταση είναι καλοσχηματισμένη (well formed formula-wff), *δηλαδή συντακτικά ορθή* αν:

- Είναι ατομική πρόταση (δηλαδή σκέτο κατηγόρημα με όρισμα μεταβλητή σταθερά ή συνάρτηση)
- Είναι της μορφής: **~(φ)**, ∀**x[φ]**, ∃**x[φ]** όπου φ είναι wff (χρήση ποσοδεικτών)
- Είναι της μορφής: $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \Rightarrow \psi$, $\varphi \Leftrightarrow \psi$ όπου φ,ψ είναι wff.

Νόμοι Κατηγορηματικής Λογικής:

	Όνομα Νόμου	Διατύπωση	Σχόλια
1	Διπλή Άρνηση	$\sim(\sim A) \equiv A$	Διπλή άρνηση απαλείφεται
2	Αντικατάσταση	$A \Rightarrow B \equiv \sim A \vee B$	Συνεπαγωγή γίνεται OR
3	De Morgan	$\sim(A \vee B) \equiv \sim A \wedge \sim B$ $\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$	OR γινεται AND και αντίστροφα
4	Επιμερισμού	$A \wedge (B \vee \Gamma) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge \Gamma)$ $A \vee (B \wedge \Gamma) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee \Gamma)$	
5	Αντιμετάθεσης	$A \wedge B \equiv B \wedge A$ $A \vee B \equiv B \vee A$	
6	Προσεταιρισμού	$A \wedge (B \wedge \Gamma) \equiv (A \wedge B) \wedge \Gamma$ $A \vee (B \vee \Gamma) \equiv (A \vee B) \vee \Gamma$	
7	Αναίρεσης ή αντιθετικότητας	$A \Rightarrow B \equiv \sim B \Rightarrow \sim A$	
8	Ισοδυναμίας με ποσοδείκτες	$\sim \exists x A \equiv \forall x \sim A$ $\sim \forall x A \equiv \exists x \sim A$	Άρνηση και Ποσοδείκτες
		$\exists x\{A \vee B\} \equiv \exists x A \vee \exists x B$ $\forall x\{A \wedge B\} \equiv \forall x A \wedge \forall x B$	

Κανόνες Σύνταξης Προτάσεων ΚΛ

Μεθοδολογία 1: Σταθερές

- Με σταθερές αναπαριστούμε συνήθως κύρια ονόματα.
- Επίσης αναπαριστούμε ένα αντικείμενο, ή μια έννοια.
- Θα συναντήσουμε τις σταθερές σχεδόν πάντα ως ορίσματα σε κατηγόρημα

γιατρός(Κώστας) Μετάφραση: Ο Κώστας είναι γιατρός
δελφίνι(Γουίλι) Μετάφραση: Ο Γουίλι είναι δελφίνι

Μεθοδολογία 2: Κατηγορήματα ενός ορίσματος

- Απεικονίζουν ιδιότητα ενός αντικειμένου
- Η αποτύπωση: κατηγόρημα(όρισμα).
  - Συνήθως διαβάζεται: «Όρισμα είναι Κατηγόρημα»
- Το κατηγόρημα το γράφουμε πάντα στο 1ο ενικό πρόσωπο.

τροφή(κοτόπουλο) Μετάφραση: Το κοτόπουλο είναι τροφή
μηχανικός(Γιάννης) Μετάφραση: Ο Γιάννης είναι μηχανικός

Μεθοδολογία 3: Κατηγορήματα δύο ορισμάτων

- Απεικονίζουν συσχέτιση δύο αντικειμένων
- Συνήθως αποτυπώνουν ρήματα με υποκείμενο και αντικείμενο
- Η αποτύπωση: Κατηγόρημα(1ο όρισμα, 2ο όρισμα)
  - Συνήθως διαβάζεται: «1ο όρισμα κατηγόρημα 2ο όρισμα»
- Το κατηγόρημα το γράφουμε πάντα στο 1ο ενικό πρόσωπο

παρακολουθεί (Γεωργία, ΠΛΗ31)
Μετάφραση: Η Γεωργία παρακολουθεί την ΠΛΗ31
συμπαθεί(Μιχάλης, Μαρία)
Μετάφραση: Ο Μιχάλης συμπαθεί την Μαρία

Μεθοδολογία 4: Γενικές συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων

- Ξεκινάω από τις απλούστερες προτάσεις (προκύπτουν απλά κατηγορήματα)
- Όταν παίρνουμε μια απόφαση για το πλήθος των ορισμάτων ενός κατηγορήματος, την σεβόμαστε σε όλες τις υπόλοιπες προτάσεις.
- Το για κάθε συντάσσεται συνήθως με την συνεπαγωγή και το υπάρχει με το και:
  $\forall x[(\dots) \rightarrow (\dots)]$
  $\exists x[(\dots) \wedge (\dots)]$
- Αν σε μία πρόταση δεν είμαστε σίγουροι αν θέλει το κάθε ή το υπάρχει, προτιμάμε το για κάθε.

Μεθοδολογία 5: Διπλοί ποσοδείκτες

«Κάθε στοιχείο έχει τη σχέση με τουλάχιστον ένα στοιχείο»:

$$\forall x[(\dots) \rightarrow \exists y(\dots)]$$

«Υπάρχει στοιχείο που έχει τη σχέση με όλα τα στοιχεία»:

$$\exists x[(\dots) \wedge \forall y(\dots)]$$

Υπάρχει φοιτητής που παρακολουθεί όλα τα μαθήματα

$$\exists x[\varphi o\iota\tau\eta\tau\eta\varsigma(x) \wedge \forall y(\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha(y) \rightarrow \pi\alpha\rho\alpha\kappa o\lambda o\upsilon\theta\varepsilon\iota(x,y))]$$

Κάθε φοιτητής παρακολουθεί τουλάχιστον ένα μάθημα

$$\forall x[\varphi o\iota\tau\eta\tau\eta\varsigma(x) \rightarrow \exists y(\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha(y) \wedge \pi\alpha\rho\alpha\kappa o\lambda o\upsilon\theta\varepsilon\iota(x,y))]$$

<u>Π1: Ο Αχιλλέας είναι κλέφτης</u>
Κ1: κλέφτης(Αχιλλέας)
<u>Π2: Στη Λάρα αρέσει το φαγητό</u>
Κ2: αρέσει(Λάρα, φαγητό)
<u>Π3: Στη Λάρα αρέσει το κρασί</u>
Κ3: αρέσει(Λάρα, κρασί)
<u>Π4: Στον Αχιλλέα αρέσουν τα χρήματα</u>
Κ4: αρέσει(Αχιλλέας, χρήματα)
<u>Π5: Στον Αχιλλέα αρέσει ο χ αν στον χ αρέσει το κρασί</u>
Κ5: ∀x(αρέσει(x, κρασί) ⇒ αρέσει(Αχιλλέας, χ))
<u>Π6: Ο χ μπορεί να κλέψει το ψ αν ο χ είναι κλέφτης και στον χ αρέσει το ψ.</u>
Κ6: ∀x∀y(κλέφτης(x) ∧ αρέσει(x, y) ⇒ μπορεί_να_κλέψει(x,y))