ΠΛΗ31

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ

Μάθημα 1.1:
Προβλήματα Αναζήτησης

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α. Σκοπός του Μαθήματος

Επίπεδο Α
- Τι είναι κατάσταση, τι είναι τελεστής, τι είναι χώρος αναζήτησης, τι είναι μηχανισμός πλοήγησης
- Κατασκευή Γράφου Καταστάσεων (Χώρου Καταστάσεων) Προβλημάτων Αναζήτησης
- Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης ενός Χώρου Καταστάσεων

Επίπεδο Β
- Το Πρόβλημα του κόσμου των κύβων
- Το Πρόβλημα του λαβυρίνθου
- Το Πρόβλημα των Πύργων του Hanoi

Επίπεδο Γ
- (-)

Β. Θεωρία
1. Εισαγωγή
1. Προβλήματα και Αλγόριθμοι Επίλυσης

- Σε άλλες θεματικές ενότητες έχουμε μελετήσει προβλήματα, όπως το πρόβλημα της εύρεσης συντομότερου μονοπατιού σε ένα γράφημα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Η εύρεση του συντομοτερου μονοπατιού
ΕΙΣΟΔΟΣ: Γράφημα G=(V,E), αφετηρία s, τερματισμός t
ΕΞΟΔΟΣ: Η συντομότερη διαδρομή για να πάμε από την αφετηρία s στον τερματισμό t

- Και έχουμε μελετήσει π.χ. τον αλγόριθμο του Dijkstra, ο οποίος υπολογίζει την βέλτιστη λύση (δηλαδή την συντομότερη διαδρομή για να πάμε από την αφετηρία στον προορισμό)
  - Τι γίνεται όμως πρακτικά; Στην πράξη τα δεδομένα δεν είναι ποτέ «καθαρά», δηλαδή μπορεί κάποιοι δρόμοι να είναι συγκεκριμένες μέρες κλειστοί, ή να θέλουμε να αποφύγουμε να περάσουμε κάποιους δρόμους
  - Πάντα λοιπόν υπεισέρχονται οι παράγοντες της αβεβαιότητας και της ημιτέλειας.
  - Στην πράξη δεν χρειαζόμαστε πάντα την βέλτιστη λύση.

Β. Θεωρία
1. Εισαγωγή
2. Ευρετικές Μέθοδοι

- Για τους λόγους αυτούς εισάγουμε την έννοια των ευρετικών μεθόδων:

> Μία ευρετική μέθοδος κάνει χρήση ευρετικών μεθόδων, δηλαδή ενσωματώνουν στην αλγοριθμική επίλυση εμπειρικούς κανόνες (ευρετικά), τα οποία μας «συμβουλεύουν» για την εύρεσης μιας ικανοποιητικής λύσης.

- Για παράδειγμα στο πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού, μπορούμε να εισάγουμε ευρετικούς κανόνες όπως:
  - Αν η μέρα είναι Πέμπτη μην περάσεις από τον δρόμο Α και τους δρόμους με τους οποίους διασταυρώνεται
  - Η συντομότερη διαδρομή για να πας από το Γ στο Δ είναι μέσω του δρόμου Β.
- Οι ευρετικοί κανόνες δεν αναιρούν την αλγοριθμική προσέγγιση για την επίλυση ενός προβλήματος αλλά την συμπληρώνουν.

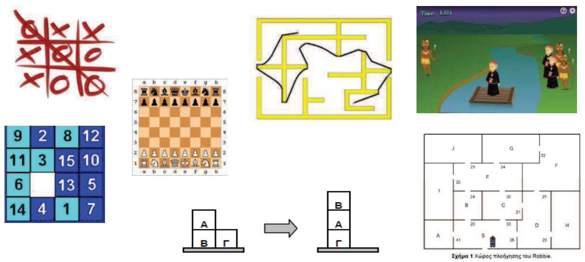
Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων

- Στην Τεχνητή Νοημοσύνη προτείνεται η επίλυση ενός προβλήματος μέσω μιας μοντελοποίησης τριών βημάτων που ονομάζεται Επίλυση Προβλήματος μέσω Αναζήτησης σε έναν Χώρο Καταστάσεων που αποτελείται από τα εξής 7 βήματα:

> 1. Μελέτη της Διατύπωσης του Προβλήματος
> 2. Αναπαράσταση των Καταστάσεων
> 3. Προσδιορισμός Αρχικής και Τελικής Κατάστασης
> 4. Επιλογή των Τελεστών Δράσης
> 5. Κατασκευή Χώρου Καταστάσεων (*)
> 6. Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης (*)
> 7. Επιλογή Αλγορίθμου Αναζήτησης
>
> (*) Τα βήματα αυτά είναι προαιρετικά. Εξαρτάται από την εκφώνηση αν θα χρειαστεί να τα κάνουμε ή όχι.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
1. Μελέτη της Διατύπωσης του Προβλήματος

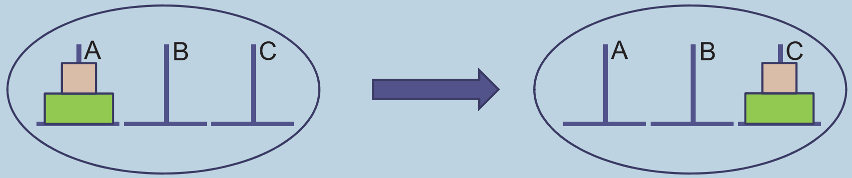
- Αντιμετωπίζοντας ένα πρόβλημα αναζήτησης πρέπει πρώτα προσεκτικά να μελετήσουμε την διατύπωση του προβλήματος
- Συνήθως τα προβλήματα αυτά έχουν τα χαρακτηριστικά «παίγνιου», για παράδειγμα:
  - Η Τρίλιζα
  - Ο Κόσμος των Κύβων
  - Το Ορθογώνιο Πάζλ
  - Το Σκάκι
  - Ο Λαβύρινθος
  - Πλοήγηση Ρομπότ
  - Οι Ιεραπόστολοι και οι Κανίβαλοι



- **Μελετάμε τους κανόνες του παιχνιδιού και** «παίζουμε το παιχνίδι» **προκειμένου να καταγράψουμε μια αλληλουχία κινήσεων** που θα την χρειαστούμε σε επόμενο βήμα

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
1. Μοντελοποίηση Προβλημάτων Αναζήτησης

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Παρακάτω παρουσιάζεται μια εκδοχή του προβλήματος των Πύργων του Hanoi. Υπάρχουν 3 πύργοι (Α, Β, C) και 2 δίσκοι (μικρός και μεγάλος). Στόχος είναι να μεταφερθούν και οι 2 δίσκοι από τον πύργο Α στον πύργο C (όπως φαίνεται στην εικόνα) σύμφωνα με τις παρακάτω προϋποθέσεις:
- Μπορεί να μεταφερθεί μόνο ένα δίσκος τη φορά.
- Δε μπορεί να τοποθετηθεί ο μεγάλος δίσκος πάνω από τον μικρό δίσκο.



Άσκηση: Καταγράψτε μια αλληλουχία κινήσεων που επιλύει το πρόβλημα.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
2. Αναπαράσταση των Καταστάσεων

- Από την μελέτη του προβλήματος αναδεικνύονται οι <u>καταστάσεις</u> στις οποίες μπορούμε να βρεθούμε κατά την επίλυσή του

  <u>Κατάσταση</u> είναι ένα στιγμιότυπο (instance) ή φωτογραφία (snapshot) μιας συγκεκριμένης στιγμής εξέλιξης του προβλήματος

- Η περιγραφή των καταστάσεων γίνεται με την περιγραφή μιας μαθηματικής δομής π.χ. πίνακα, μεταβλητών κ.λπ. που αποτυπώνει <u>επαρκώς</u> την τρέχουσα κατάσταση
- Συμβάσεις που ακολουθούνται κατά την περιγραφή των καταστάσεων:
  - Με άγκιστρα συμβολίζουμε αντικείμενα που η σειρά τους δεν έχει σημασία. Π.χ. το σύνολο αντικειμένων {α,β,γ,δ} είναι ίδιο με το σύνολο αντικειμένων {β,γ,α,δ}
  - Με παρενθέσεις συμβολίζουμε αντικείμενα που η σειρά τους έχει σημασία. Π.χ. το διατεταγμένο ζεύγος (α,β) είναι διάφορο από το ζεύγος (β,α)
  - Στην συμβολοσειρά η σειρά των αντικειμένων έχει σημασία.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
2. Αναπαράσταση των Καταστάσεων

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: Στο πρόβλημα των πύργων του Hanoi επιλέξτε μια κατάλληλη μαθηματική δομή για την αναπαράσταση μιας τυχαίας κατάστασης

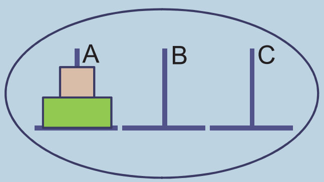
<u>Λύση</u>: Αναπαριστώ μια κατάσταση με μια διάδα (X,Y) όπου X∈{A,B,C} δείχνει σε ποιο πύργο βρίσκεται ο μεγάλος δίσκος και Y∈{A,B,C} δείχνει σε ποιο πύργο βρίσκεται ο μικρός δίσκος.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
3. Προσδιορισμός της Αρχικής και της Τελικής Κατάστασης

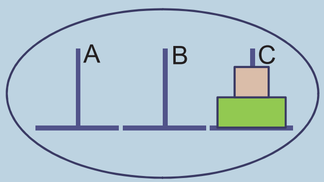
- Μία κατάσταση σε ένα πρόβλημα θα χαρακτηρίζεται επιπλέον:
  - <u>Αρχική</u> Κατάσταση που είναι πάντα μοναδική
  - <u>Τελικές</u> Καταστάσεις: Αυτές που αντιπροσωπεύουν νίκη ή επίτευξη του στόχου (καθορίζονται από την εκφώνηση).
  - <u>Ενδιάμεσες</u> Καταστάσεις: Αυτές που δεν είναι ούτε αρχικές, ούτε τελικές καταστάσεις

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: Με βάση την σχηματική απεικόνιση της αρχικής και της τελικής κατάστασης έχουμε ότι η μαθηματική τους αναπαράσταση είναι αντίστοιχα:

Αρχική Κατάσταση είναι η (A,A)



Τελική Κατάσταση είναι η (C,C)



Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
4. Επιλογή των Τελεστών Δράσης

- Η επόμενη απόφαση που καλούμαστε να πάρουμε είναι να αποφασίσουμε με ποιον μηχανισμό γίνεται η μετάβαση από την μία κατάσταση στην άλλη. Οι μηχανισμοί αυτοί καθορίζονται από το πλαίσιο της άσκησης και ονομάζονται ενέργειες (ή τελεστές δράσης)
  - Π.χ.1: Στο σκάκι είναι οι νόμιμες κινήσεις.
  - Π.χ.2: Στο τάβλι είναι οι ζαριές και η απόφαση πως θα μετακινήσουμε τα κομμάτια μας.
  - Π.χ.3: Στο πρόβλημα των πύργων του Hanoi, από την εκφώνηση καταλαβαίνουμε ότι νόμιμη κίνηση είναι η μετακίνηση ενός δίσκου από έναν πύργο σε έναν άλλο.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
4. Επιλογή των Τελεστών Δράσης

- Τυπικά ένας τελεστής πρέπει να ορίζεται στην μορφή

ΤΕΛΕΣΤΗΣ: Προκείμενο->Ενέργεια ή ΤΕΛΕΣΤΗΣ: Προϋποθέσεις->Αποτέλεσμα

  - Το προκείμενο (αναφέρεται και ως προϋποθέσεις) ορίζει τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται από την κατάσταση για να εκτελεστεί ο τελεστής
  - Η ενέργεια (αναφέρεται και ως αποτέλεσμα) εκφράζει τις αλλαγές που επέρχονται στην κατάσταση με την εφαρμογή του τελεστή.
- Στο πρόβλημα των πύργων του Hanoi ορίζουμε τους τελεστές:

T_1(x): Μετακίνηση του μικρού δίσκου στον πύργο x
Προϋποθέσεις: Ο μικρός δίσκος βρίσκεται σε πύργο διαφορετικό του x
Αποτέλεσμα: Ο μικρός δίσκος μεταφέρεται στον πύργο x

T_2(x): Μετακίνηση του μεγάλου δίσκου στον πύργο x
Προϋποθέσεις: Ο μεγάλος δίσκος βρίσκεται σε πύργο διαφορετικό του x, ο μικρός δίσκος δεν βρίσκεται στον πύργο x και δεν είναι επάνω στον μεγάλο δίσκο
Αποτέλεσμα: Ο μεγάλος δίσκος μεταφέρεται στον πύργο x

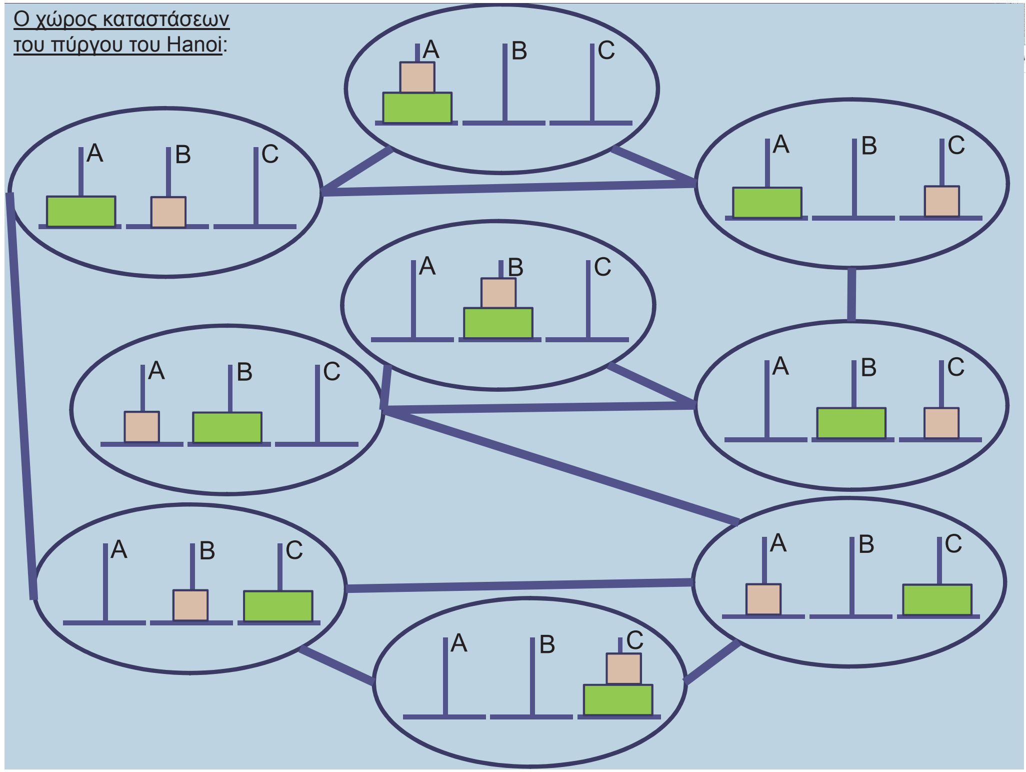
Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
5. Κατασκευή Χώρου Καταστάσεων

- Κατόπιν του ορισμού της κατάστασης και των τελεστών δράσης ενδέχεται να μας ζητηθεί η κατασκευή του χώρου καταστάσεων του προβλήματος

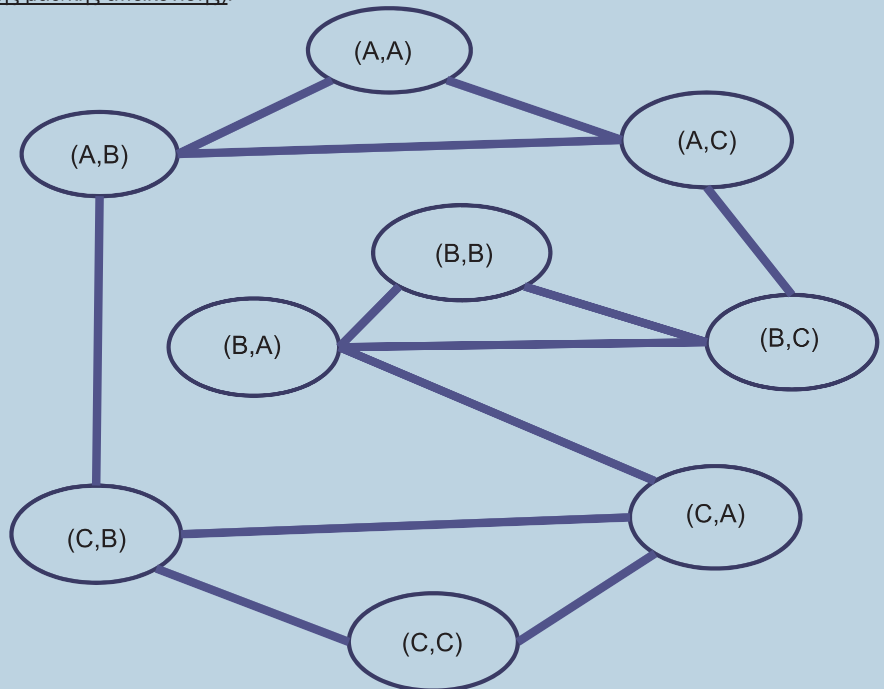
ΧΩΡΟΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ (ή ΓΡΑΦΟΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ) είναι ένας γράφος που έχει:
- ως κορυφές όλες τις έγκυρες καταστάσεις
- ως ακμές (κατευθυνόμενες ή μη κατευθυνόμενες ανάλογα με το πρόβλημα) τις ενέργειες που συνδέουν μια κατάσταση με μια άλλη.

- Ο γράφος αυτός στα περισσότερα προβλήματα είναι τεράστιος (σε πλήθος κόμβων και ακμών)
  - Για τον λόγο αυτό η κατασκευή του πρέπει να ζητείται ρητά στην εκφώνηση της άσκησης, αλλιώς η κατασκευή του παραλείπεται.

Ο χώρος καταστάσεων του πύργου του Hanoi:

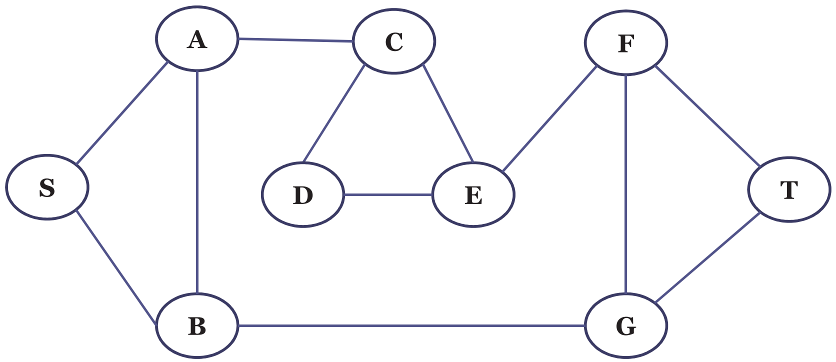


Ο χώρος καταστάσεων του πύργου του Hanoi (μέσω της μαθ/κης απεικόνισης):



Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
5. Κατασκευή Χώρου Καταστάσεων

- Κάνοντας μια αντιστοίχιση των καταστάσεων μπορούμε να παραστήσουμε τον χώρο καταστάσεων του προβλήματος με την εξής (πιο απλή) μορφή.



- Συνεπώς το Πρόβλημα των Πύργων του Hanoi μεταμορφώνεται σε ένα πρόβλημα αναζήτησης ενός μονοπατιού στον παραπάνω γράφο με αφετηρία τον κόμβο S και τερματισμό τον κόμβο T.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
6. Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης

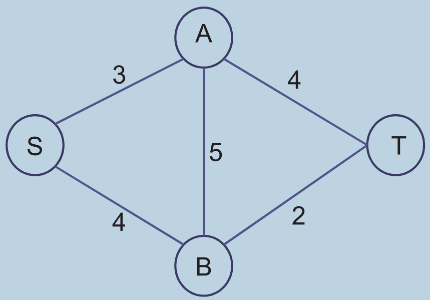
- Δεδομένου ενός γράφου καταστάσεων ενός προβλήματος αναζήτησης, παράγουμε τον χώρο αναζήτησης.
- Ο χώρος αναζήτησης αναπαριστά σε μια δενδρική δομή όλα τα μονοπάτια από την αφετηρία προς τον κόμβο-στόχο, και κατασκευάζεται με την ακόλουθη αλγοριθμική διαδικασία:

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΧΩΡΟΥ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Δεδομένου ενός γράφου καταστάσεων κατασκευάζουμε το δένδρο που αποτελεί τον χώρο αναζήτησης μίας δεδομένης αφετηρίας ως εξής:
- Για ρίζα τοποθετούμε την κατάσταση-αφετηρία
- Διαδοχικά για κάθε κόμβο που έχουμε εισάγει στο δένδρο και δεν έχουμε εξετάσει:
  - Θέτουμε ως παιδιά του όλους του γείτονές του στον γράφο, που δεν είναι πρόγονοί του στο δένδρο

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
6. Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης

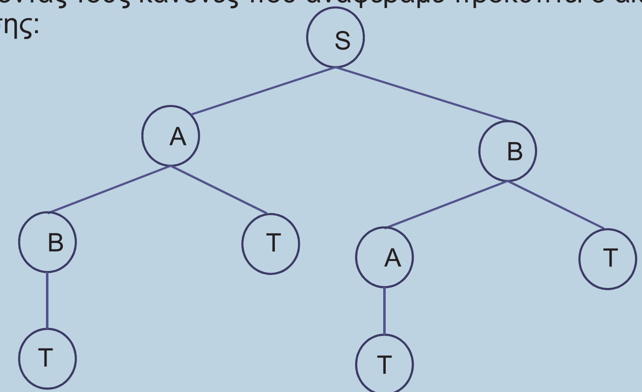
- Ένα (πιο απλό) παράδειγμα ενός γράφου αναζήτησης είναι το ακόλουθο:



- Και έστω ότι αρχική κατάσταση είναι η S και τελική κατάσταση είναι η T.
- Παρατηρήστε ότι υπάρχουν βάρη στις ακμές, που μπορεί να συμβολίζουν κόστη μετάβασης, κόστη χρήσης των τελεστών κ.λπ.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
6. Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης

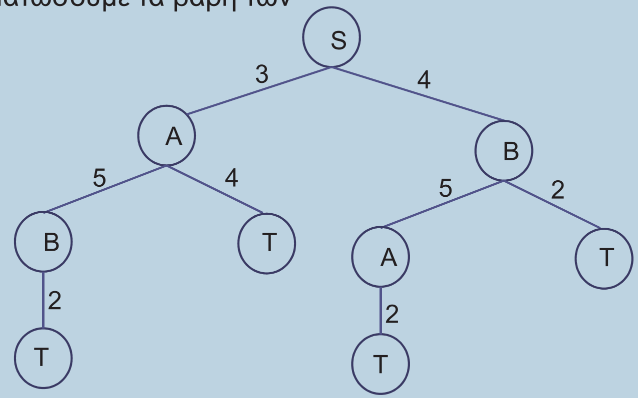
- Εφαρμόζοντας τους κανόνες που αναφέραμε προκύπτει ο ακόλουθος χώρος αναζήτησης:



- Ο χώρος αναζήτησης περιλαμβάνει όλα τα μονοπάτια με αφετηρία τον κόμβο S σε μια δενδροειδή μορφή.
- Η μεθοδολογία εξασφαλίζει ότι δεν θα επαναληφθεί κάποιος κόμβος, άρα ότι το δένδρο θα τερματίζει ανεξάρτητα από τους κύκλους του γραφήματος.

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
6. Κατασκευή Χώρου Αναζήτησης

- Ας ενσωματώσουμε τα βάρη των ακμών:



- Τα μονοπάτια είναι:
  - S-A-B-T: με βάρος 3+5+2=10
  - S-A-T: με βάρος 3+4=7
  - S-B-A-T: με βάρος 4+5+2=11
  - S-B-T: με βάρος 4+2=6 (βέλτιστο)

Β. Θεωρία
2. Μοντελοποίηση Προβλημάτων
7. Επιλογή Αλγορίθμου Αναζήτησης

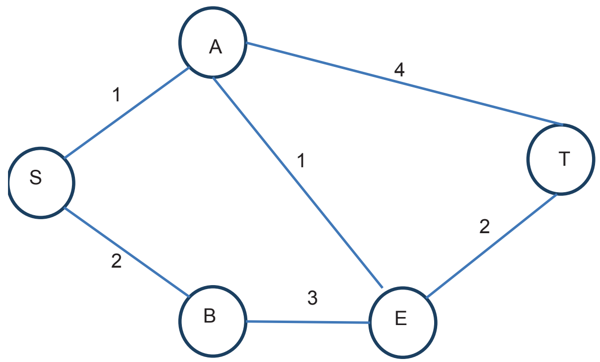
- Η τελευταία απόφαση που καλούμαστε να πάρουμε είναι να επιλέξουμε έναν αποδοτικό μηχανισμό πλοήγησης στον χώρο αναζήτησης
- Οι μηχανισμοί αυτοί θα πρέπει να βρίσκουν γρήγορους τρόπους εύρεσης μίας λύσης και να ενσωματώνουν ευρετικούς κανόνες για να αποφεύγουμε να εξετάσουμε κομμάτια του γράφου που δεν οδηγούν σε λύσεις.
- Στα επόμενα δύο μαθήματα θα δούμε τους δύο βασικούς μηχανισμούς που προτείνονται:
  - Τις μεθόδους τυφλής αναζήτησης
    - Αναζήτηση Πρώτα Κατά Βάθος
    - Αναζήτηση Πρώτα Κατά Πλάτος
  - Ευρετική Αναζήτηση
    - Ο αλγόριθμος A*
    - Ο άπληστος αλγόριθμος
    - Ο αλγόριθμος UCS

Β. Θεωρία
Σύνοψη…

- Μελετήσαμε τα 7 βήματα που απαιτούνται για την μοντελοποίηση ενός προβλήματος αναζήτησης
- Έχουμε πολλή δουλειά ακόμη… Θα μελετήσουμε τα ακόλουθα προβλήματα:
  - Ο Κόσμος των Κύβων
  - Το Πρόβλημα του Λαβυρίνθου
  - Γέμισμα Δοχείων
  - Αναζήτηση σε Γράφο
  - Το Παιχνίδι των Σπίρτων
  - Ο Γύρος του Κόσμου
  - Σκάκι, Τάβλι, Τρίλιζα
  - SUDOKU
  - κ.ο.κ.

Γ. Ασκήσεις
Άσκηση Κατανόησης 1

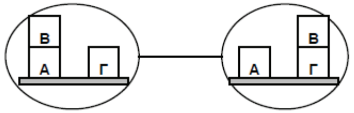
Δίδεται ο ακόλουθος γράφος καταστάσεων με κόμβο-αφετηρία τον S και κόμβο στόχο τον T



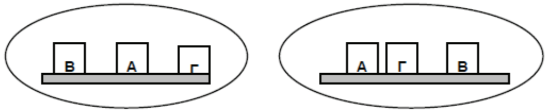
Σχεδιάστε τον χώρο αναζήτησης του προβλήματος αναζήτησης

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 1

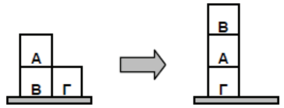
Έστω 3 κύβοι πάνω σε ένα τραπέζι, με ονόματα Α, Β και Γ, από τον γνωστό κόσμο των κύβων.
(α) Σχεδιάστε έναν μη κατευθυνόμενο γράφο G=(V,E), του οποίου κάθε κορυφή v∈V αντιστοιχεί σε μια διάταξη των κύβων πάνω στο τραπέζι. Δύο κόμβοι v_1 και v_2 του γράφου συνδέονται με ακμή εάν είναι δυνατή η μετάβαση από την κατάσταση του ενός κόμβου στην κατάσταση του άλλου κόμβου με μία μετακίνηση ενός μόνο κύβου (ένας κύβος μπορεί να μετακινηθεί μόνο εφόσον είναι ελεύθερη η πάνω έδρα του). Για παράδειγμα, οι παρακάτω δύο κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους.



Υποθέστε, επιπλέον, πως οι παρακάτω καταστάσεις είναι ισοδύναμες και αντιμετωπίζονται ως μία:

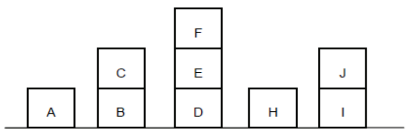


(β) Βρείτε μια διαδρομή που συνδέει τους δύο παρακάτω κόμβους (όχι απαραίτητως τη συντομότερη):



Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 2

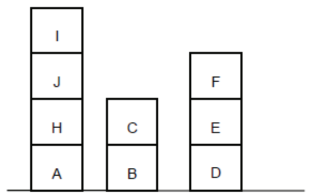
Σε μία παραλλαγή του κόσμου των κύβων κάθε κύβος μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε πάνω σε ένα τραπέζι ή πάνω σε ένα άλλον κύβο.
(α) Σας δίνεται η ακόλουθη τοποθέτηση κύβων:



Ο σχεδιαστής του χώρου καταστάσεων έχει να επιλέξει ανάμεσα στους ακόλουθους 6 συμβολισμούς για ν' αναπαραστήσει την παραπάνω τοποθέτηση:
1. (A, (B,C), (D,E,F), H, (I,J))
2. (A, {B,C}, {D,E,F}, H, {I,J})
3. {A, (B,C), (D,E,F), H, (I,J)}
4. {A, {B,C}, {D,E,F}, H, {I,J}}
5. (A, B, C, D, E, F, G, H, I J)
6. {A, B, C, D, E, F, G, H, I J}

Επιχειρηματολογήστε σύντομα γιατί ο συμβολισμός .3. είναι σωστός και οι υπόλοιποι λάθος (από μαθηματική άποψης).

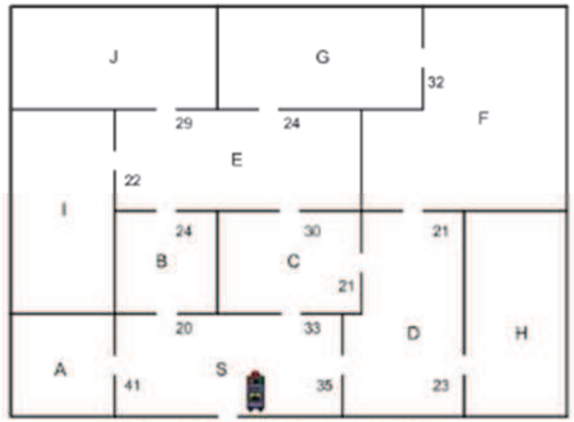
(β) Στη συνέχεια ο σχεδιαστής του χώρου καταστάσεων όρισε τον τελεστή *ΞΕΦΟΡΤΩΣΕ* (*X*) ως εξής:
Προκείμενο: Ο κύβος *X* δεν έχει κάτι άλλο επάνω του
Αποτέλεσμα: Ο κύβος *X* είναι πάνω στο τραπέζι
Να ορίσετε τον τελεστή *ΦΟΡΤΩΣΕ* (*X*, *Y*) και να δώσετε μία σειρά εφαρμογής τελεστών (και των ορισμάτων τους) που οδηγεί από το αρχικό σχήμα τοποθέτησης (που δίνεται παραπάνω) στο τελικό (παρακάτω):



Ε. Ασκήσεις
Εφαρμογή 3

Το ρομπότ Robbie για να αποφασίσει ποια διαδρομή θα ακολουθήσει κατά την πλοήγηση του στο χώρο που παρουσιάζεται στο σχήμα λαμβάνει υπόψη την κατανάλωση ενέργειας της μπαταρίας του. Στο σχήμα φαίνεται ο χώρος πλοήγησης του Robbie. Κάθε δωμάτιο χαρακτηρίζεται από το όνομά του και περιέχει θέσεις πρόσβασης σε γειτονικό του τετράγωνο. Κάθε θέση πρόσβασης χαρακτηρίζεται από έναν αριθμό που περιγράφει το ποσό ενέργειας πραγματικής κατανάλωσης της μπαταρίας του Robbie.

- Να σχεδιάσετε τον χώρο καταστάσεων του προβλήματος ως γράφο. Κάθε κόμβος θα έχει ως ετικέτα το όνομα του δωματίου και κάθε ακμή θα έχει ετικέτα την πραγματική κατανάλωση ενέργειας



Σχήμα 1 Χώρος πλοήγησης του Robbie.