

ΠΛΗ31

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Μάθημα 3.6:
Δίκτυα Kohonen

Δημήτρης Ψούνης



www.psounis.gr



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

A.Θεωρία

1. Εκπαίδευση ΤΝΔ

1. Εισαγωγή
2. Μάθηση χωρίς Επίβλεψη

2. Δίκτυα Kohonen

1. Δομή του Δικτύου Kohonen
2. Λειτουργία των Νευρώνων Εξόδου

3. Εκπαίδευση Δικτύου Kohonen

1. Γνωστές Παραγώγοι
2. Παραδείγματα
3. Παρατηρήσεις για τον αλγόριθμο οπισθοδιάδοσης

B.Ασκήσεις

1. Εφαρμογές



A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση ΤΝΔ

1. Εισαγωγή

Η εκπαίδευση ενός ΤΝΔ είναι μία υπολογιστική διαδικασία στην οποία «εκπαιδεύουμε» το ΤΝΔ προκειμένου να κάνει την επιθυμητή εργασία, δηλαδή:

- Να απαντά ΝΑΙ, για κάθε θετικό πρότυπο.
- Να απαντά ΌΧΙ για κάθε αρνητικό πρότυπο.

Σε ένα ΤΝΔ ενός νευρώνα, η εκπαίδευση συνίσταται στο να υπολογιστούν:

- Τα βάρη των εισόδων w_1, w_2, \dots
- Η τιμή του κατωφλίου θ .

Ήδη έχουμε μάθει μία διαδικασία εκπαίδευσης ενός ΤΝΔ:

- Η εύρεση των βαρών και του κατωφλίου με την διαδικασία του γραφικού διαχωρισμού των προτύπων σε θετικά και αρνητικά στιγμιότυπα.

Γενικά οι διαδικασίες εκπαίδευσης ενός ΤΝΔ χωρίζονται σε 3 κατηγορίες:

- Την μάθηση με επίβλεψη
- **Την μάθηση χωρίς επίβλεψη**
- Την μάθηση με ενίσχυση (εκτός ύλης)



A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση ΤΝΔ

3. Μάθηση χωρίς Επίβλεψη

Στην μάθηση χωρίς επίβλεψη:

- Τα πρότυπα δίδονται μόνο ως εισόδοι (δεν δίνονται στο σύστημα οι επιθυμητές έξοδοι)

Με αλγοριθμικές διαδικασίες ζητείται από το σύστημα

- Να μάθει πως σχετίζονται τα δεδομένα εισόδου.
- Να βρεί μόνο του τις απαντήσεις που πρέπει να δίδονται.

Το σκεπτικό είναι ότι δεδομένα που «μοιάζουν» αρκετά μεταξύ τους, θα έχουν την ίδια απάντηση. Οπότε το σύστημα προσπαθεί να ομαδοποιήσει τα δεδομένα εισόδου σε διαφορετικές ομάδες.

Το **clustering** είναι μία από τις διαδοσόμενες τεχνικές που χρησιμοποιείται για τη μάθηση χωρίς επίβλεψη και στην ιδέα αυτή στηρίζονται τα δίκτυα Kohonen.

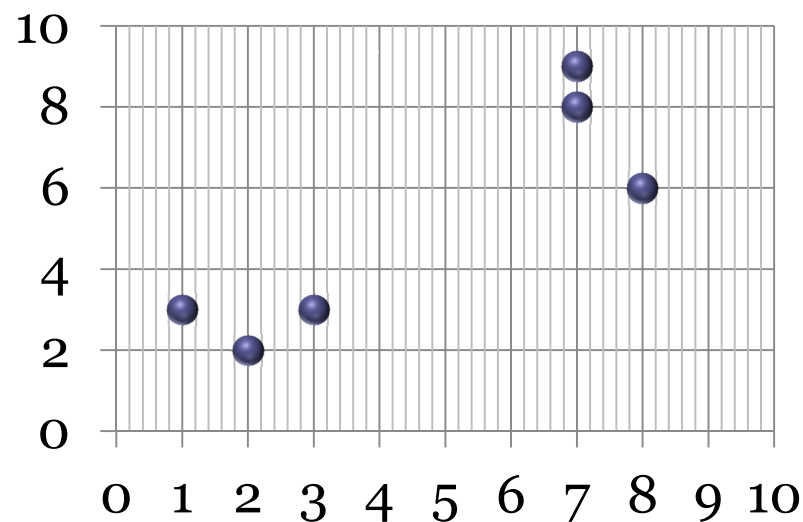


A. Θεωρία

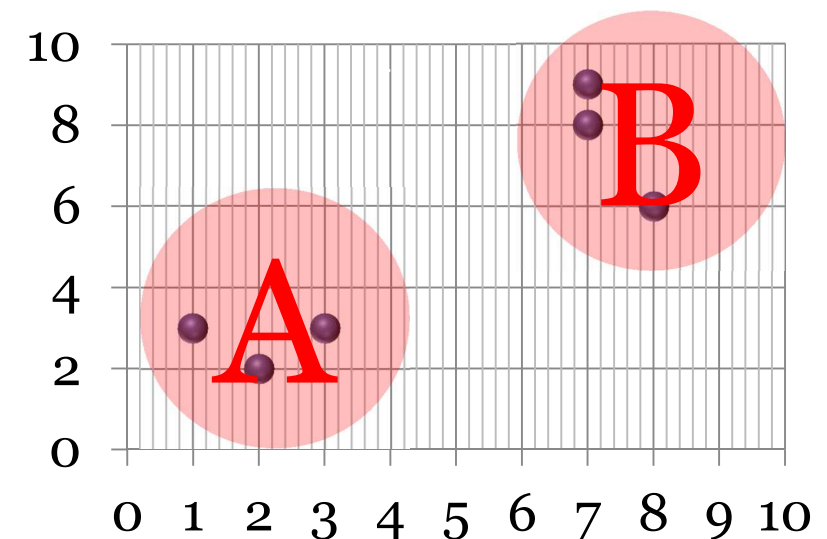
1. Εκπαίδευση ΤΝΔ

3. Μάθηση χωρίς Επίβλεψη (Clustering)

Το clustering (ομαδοποίηση) στηρίζεται στην ιδέα ότι πρότυπα με συναφείς προδιαγραφές (συντεταγμένες) θα πρέπει να ταξινομούνται στην ίδια κλάση δεδομένων. Έτσι το πρόβλημα είναι ο χωρισμός των δεδομένων σε ομάδες που έχουν παρόμοιες συντεταγμένες. Π.χ. στον διδιάστατο χώρο:



CLUSTERING



Τα δεδομένα μας ομαδοποιούνται σε δύο κλάσεις A και B



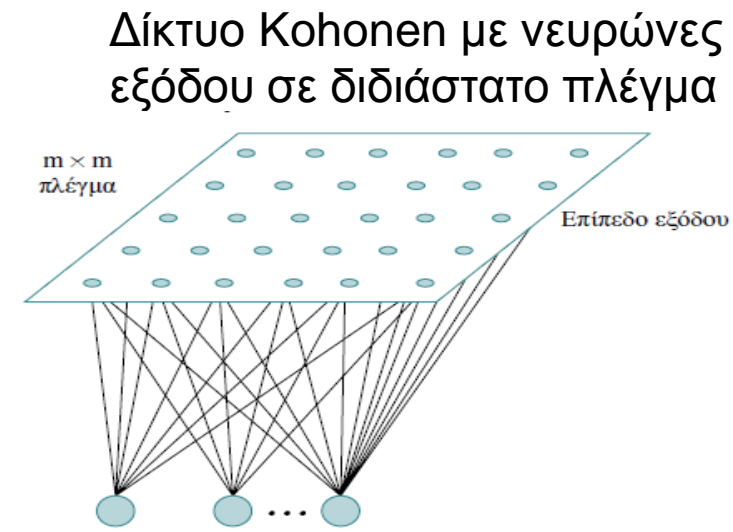
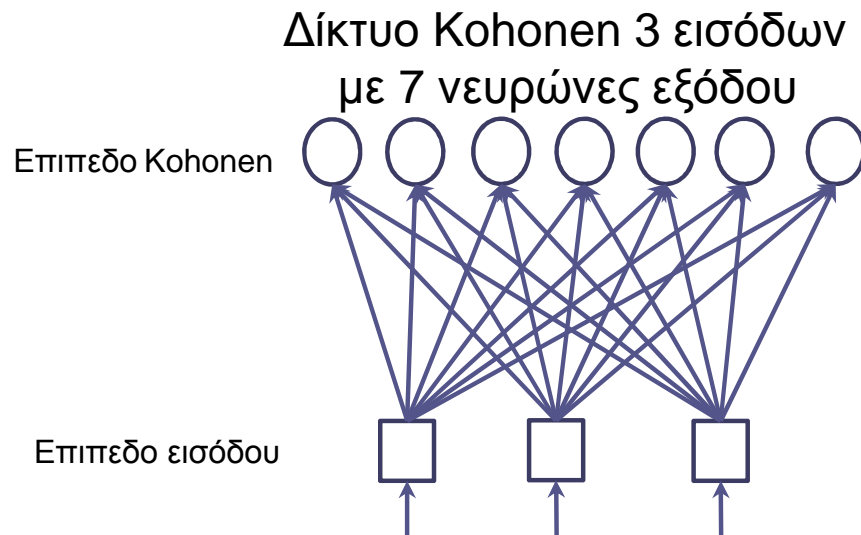
A. Θεωρία

1. Δίκτυα Kohonen

1. Δομή του Δικτύου Kohonen

Ένα ΤΝΔ της δομής Kohonen δομείται ως εξής:

- Έχει **αυστηρά 2 επίπεδα**
 - Το πρώτο επίπεδο είναι το επίπεδο εισόδου
 - Αποτελείται από N νευρώνες που απλά μεταφέρουν το σήμα τους.
 - Το δεύτερο επίπεδο είναι το επίπεδο εξόδου (ονομάζεται και επίπεδο Kohonen)
 - Εδώ έχουμε M νευρώνες (συνήθως σε κάποια μονοδιάστατη ή διδιάστατη δομή πλέγματος)
- Κάθε νευρώνας εισόδου συνδέεται με όλους τους νευρώνες στο επίπεδο εξόδου



A. Θεωρία

1. Δίκτυα Kohonen

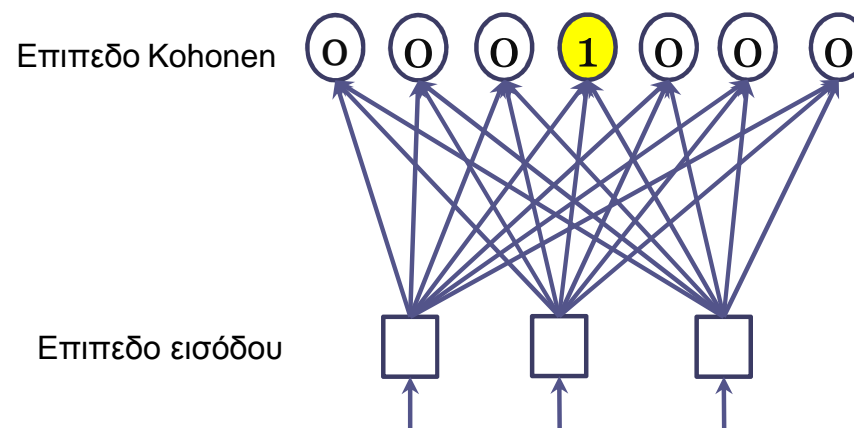
2. Λειτουργία των νευρώνων εξόδου

Δεδομένης μιας εισόδου $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]$

- Κάθε Νευρώνας k ($k=1, \dots, M$) υπολογίζει την ευκλείδια απόσταση του διανύσματος εισόδου από το διάνυσμα των βαρών των εισόδων του $[w_{k1}, w_{k2}, w_{k3}, \dots, w_{kN}]$ σύμφωνα με τον τύπο:

$$d_k = \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_{ki} - x_i)^2} = \sqrt{(w_{k1} - x_1)^2 + (w_{k2} - x_2)^2 + \dots + (w_{kN} - x_N)^2}$$

- Ο νευρώνας που έχει την μικρότερη τιμή, είναι ο νικητής νευρώνας και παράγει έξοδο 1 (σε περίπτωση ισοπαλίας επιλέγεται τυχαία κάποιος νικητής)
- Όλοι οι υπόλοιποι νευρώνες είναι ηττημένοι νευρώνες και παράγουν έξοδο 0





A. Θεωρία

1. Δίκτυα Kohonen

2. Λειτουργία των νευρώνων εξόδου

Παράδειγμα:

Δίνεται το δίκτυο Kohonen του σχήματος, με 4 εισόδους και 2 κόμβους στο επίπεδο Kohonen.

Τα βάρη των ακμών δίνονται από τον ακόλουθο πίνακα:

$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.6 & 0.4 \\ 0.7 & 0.5 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$	όπου στις γραμμές έχουμε αντιστοιχίσει τις 4 εισόδους και στις στήλες έχουμε αντιστοιχίσει τους κόμβους του επιπέδου Kohonen.
--	---

Υπολογίστε τον νικητή-νευρώνα στην περίπτωση που παρουσιαστούν στο δίκτυο τα ακόλουθα διανύσματα

$X=[1 \ 1 \ 0 \ 0]$

1^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_1 = \sqrt{(1-0.2)^2 + (1-0.6)^2 + (0-0.7)^2 + (0-0.1)^2} = 1.14018.$

2^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_2 = \sqrt{(1-0.8)^2 + (1-0.4)^2 + (0-0.5)^2 + (0-0.9)^2} = 1.2083.$

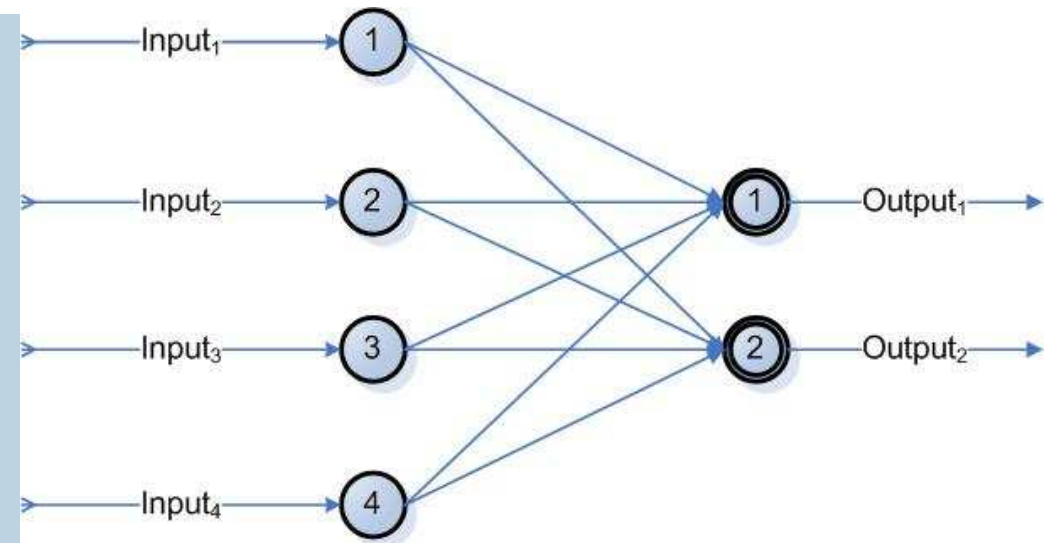
Ο νικητής νευρώνας είναι ο νευρώνας 1

$X'=[0 \ 0 \ 0 \ 1]$

1^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_1 = \sqrt{(0-0.2)^2 + (0-0.6)^2 + (0-0.7)^2 + (1-0.1)^2} = 1.3038.$

2^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_2 = \sqrt{(0-0.8)^2 + (0-0.4)^2 + (0-0.5)^2 + (1-0.9)^2} = 1.0296.$

Ο νικητής νευρώνας είναι ο νευρώνας 2





A. Θεωρία

2. Εκπαίδευση των Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

Αρχικοποίηση:

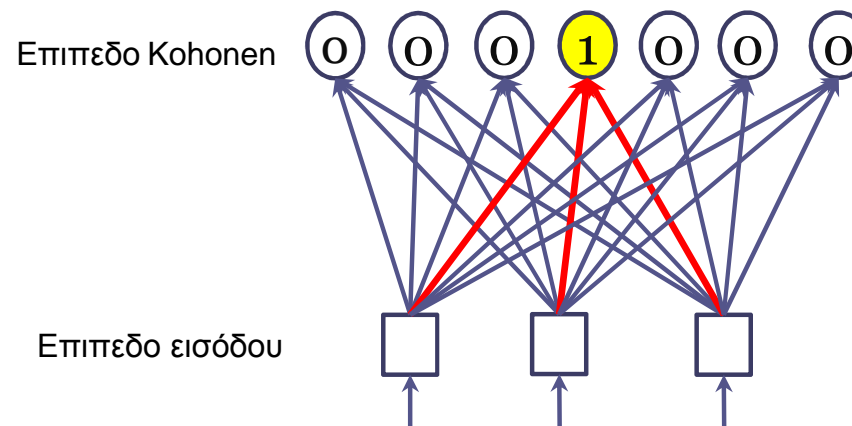
Αρχικοποίηση των βαρών (από εκφώνηση ή με τυχαίο τρόπο)

a =Ρυθμός Εκπαίδευσης (από εκφώνηση)

Επαναλαμβάνουμε:

- Επιλέγουμε τυχαία ένα πρότυπο.
- Υπολογίζεται ο νικητής νευρώνας, έστω k
- Διόρθωση των βαρών μόνο του νικητή νευρώνα ως εξής:
 - Για κάθε βάρος w_{jk} , $j=1,\dots,n$ (για κάθε βάρος εισόδου του νικητή)
 - Υπολογίζεται η ποσότητα: $\Delta W_{jk}=a(x_j-w_{jk})$
 - Θέτουμε $w_{jk}=w_{jk}+\Delta W_{jk}$

Εως ότου εκτελεστεί ένα πλήθος κύκλων εκπαίδευσης M





Α. Θεωρία

1. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

Παράδειγμα:

Δίνεται το δίκτυο Kohonen με 2 νευρώνες εισόδου και 2 νευρώνες εξόδου που θέλουμε να εκπαιδευτεί πάνω στα εξής πρότυπα

$$\mathbf{A}=[7 \ 8]$$

$$\mathbf{B}=[8 \ 6]$$

$$\mathbf{\Gamma}=[1 \ 3]$$

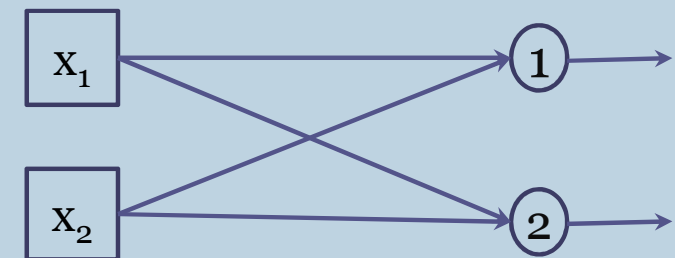
$$\mathbf{\Delta}=[2 \ 2]$$

$$\mathbf{E}=[7 \ 9]$$

$$\mathbf{Z}=[3 \ 3]$$

Έστω επίσης ότι τα βάρη είναι $w_{11}=4$, $w_{12}=5$, $w_{21}=4$, $w_{22}=4$

Να εκτελέσετε ένα κύκλο εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας διαδοχικά τα πρότυπα Α,Γ,Β με $\alpha=0.5$



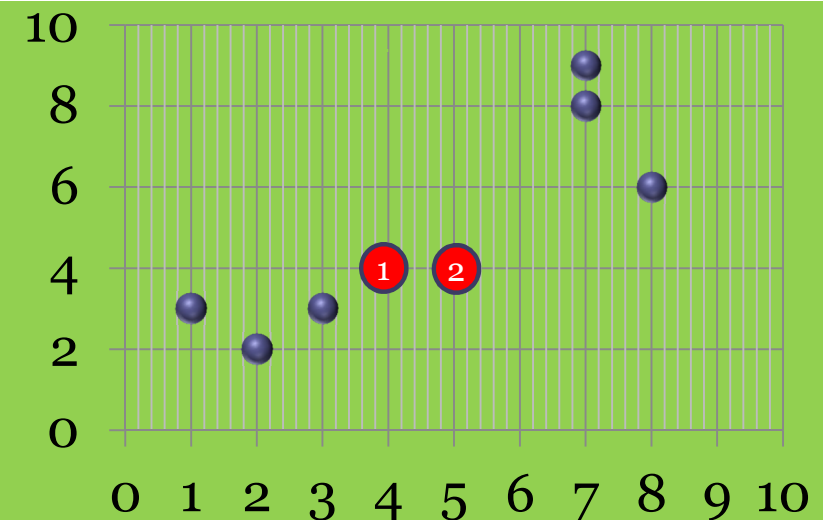
Επίπεδο
Εισόδου

Επίπεδο
Kohonen

Διασθητικά:

Τα πρότυπα είναι καρφωμένα στο επίπεδο στις συντεταγμένες τους.

Τα βάρη των ακμών κάθε νευρώνα Kohonen αντιστοιχούν σε ένα σημείο στο επίπεδο





A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

(...συνέχεια...)

Εκτελούμε με το πρότυπο $A=[7 \ 8]$. Τρέχοντα Βάρη $w1=[4 \ 4]$ και $w2=[5 \ 4]$:

1^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_1 = \sqrt{(w_{11} - x_1)^2 + (w_{21} - x_2)^2} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (4 - 8)^2} = 5.00$

2^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_2 = \sqrt{(w_{12} - x_1)^2 + (w_{22} - x_2)^2} = \sqrt{(5 - 7)^2 + (4 - 8)^2} = 4.47$

Ο νικητής νευρώνας είναι ο νευρώνας 2

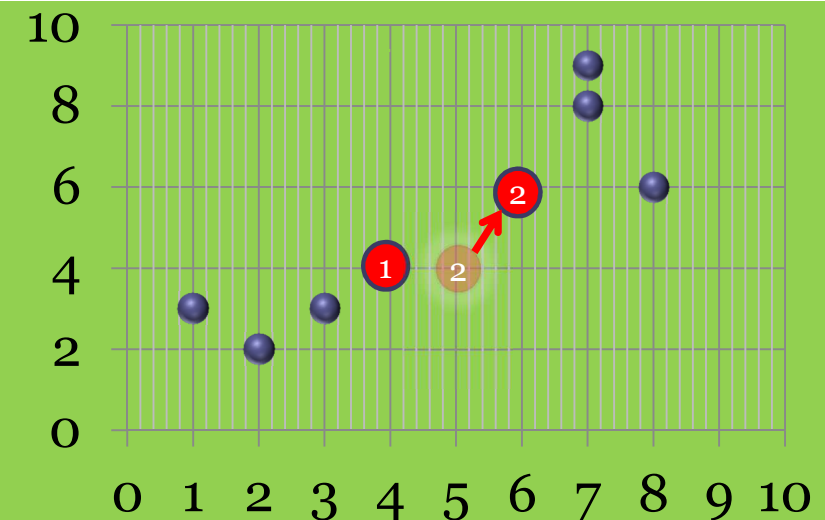
Συνεπώς διορθώνονται τα βάρη του νευρώνα 2:

$$\Delta W_{12} = a(x_1 - w_{12}) = 0.5(7 - 5) = 1, \quad w_{12} = w_{12} + \Delta w_{21} = 5 + 1 = 6$$

$$\Delta W_{22} = a(x_2 - w_{22}) = 0.5(8 - 4) = 2, \quad w_{22} = w_{22} + \Delta w_{22} = 4 + 2 = 6$$

Διαισθητικά:

Ο νευρώνας 2 «μετακινείται» ώστε να προσεγγίσει το πρότυπο A





A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

(...συνέχεια...)

Εκτελούμε με το πρότυπο $\Gamma=[1 \ 3]$. Τρέχοντα Βάρη $w1=[4 \ 4]$ και $w2=[6 \ 6]$:

1^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_1 = \sqrt{(w_{11} - x_1)^2 + (w_{21} - x_2)^2} = \sqrt{(4 - 1)^2 + (4 - 3)^2} = 3.16$

2^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_2 = \sqrt{(w_{12} - x_1)^2 + (w_{22} - x_2)^2} = \sqrt{(6 - 1)^2 + (6 - 3)^2} = 5.83$

Ο νικητής νευρώνας είναι ο νευρώνας 1

Συνεπώς διορθώνονται τα βάρη του νευρώνα 1:

$$\Delta W_{11} = a(x_1 - w_{11}) = 0.5(1 - 4) = -1.5,$$

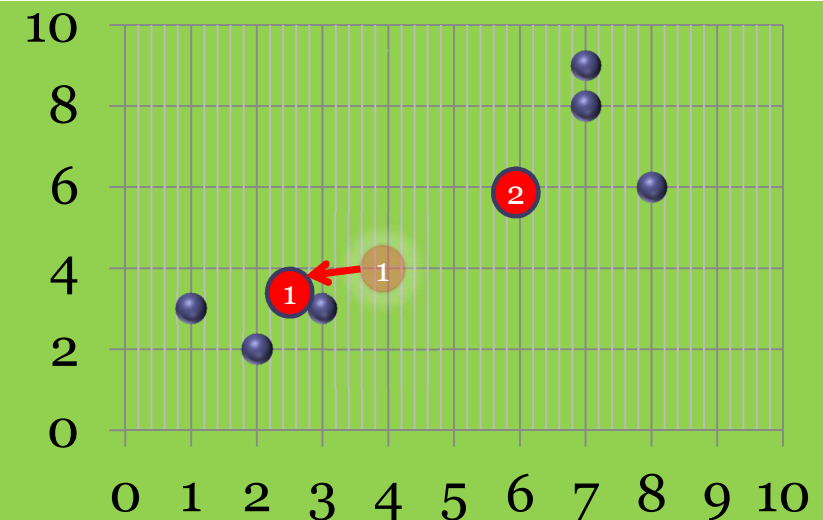
$$\Delta W_{21} = a(x_2 - w_{21}) = 0.5(3 - 4) = -0.5,$$

$$w_{11} = w_{11} + \Delta w_{11} = 4 - 1.5 = 2.5$$

$$w_{21} = w_{21} + \Delta w_{21} = 4 - 0.5 = 3.5$$

Διαισθητικά:

Ο νευρώνας 2 «μετακινείται» ώστε να προσεγγίσει το πρότυπο Γ





A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

(...συνέχεια...)

Εκτελούμε με το πρότυπο $B=[8 \ 6]$. Τρέχοντα Βάρη $w1=[2.5 \ 3.5]$ και $w2=[6 \ 6]$:

1^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_1 = \sqrt{(w_{11} - x_1)^2 + (w_{21} - x_2)^2} = \sqrt{(2.5 - 8)^2 + (3.5 - 6)^2} = 6.04$

2^{ος} νευρώνας Kohonen: $d_2 = \sqrt{(w_{12} - x_1)^2 + (w_{22} - x_2)^2} = \sqrt{(6 - 8)^2 + (6 - 6)^2} = 2$

Ο νικητής νευρώνας είναι ο νευρώνας 2

Συνεπώς διορθώνονται τα βάρη του νευρώνα 2:

$$\Delta W_{12} = a(x_1 - w_{12}) = 0.5(8 - 6) = 1,$$

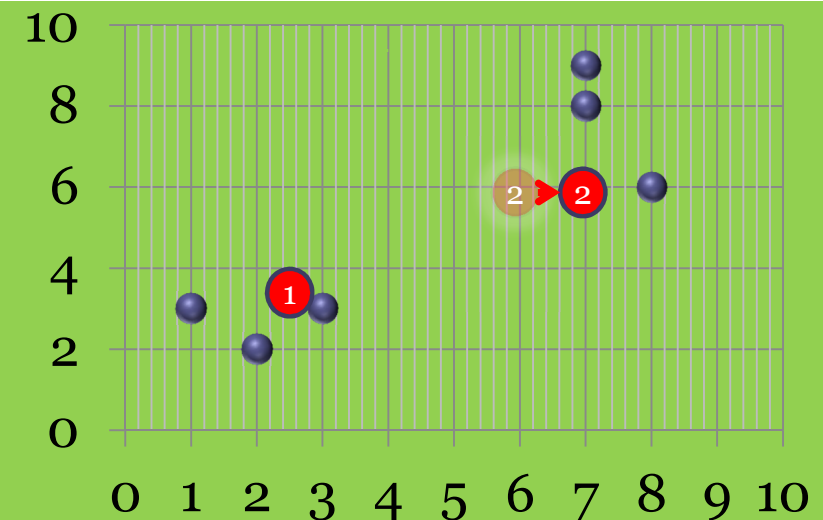
$$\Delta W_{22} = a(x_2 - w_{22}) = 0.5(6 - 6) = 0,$$

$$w_{12} = w_{12} + \Delta w_{12} = 6 + 1 = 7$$

$$w_{22} = w_{22} + \Delta w_{22} = 6 + 0 = 6$$

Διαισθητικά:

Ο νευρώνας 2 «μετακινείται» ώστε να προσεγγίσει το πρότυπο B





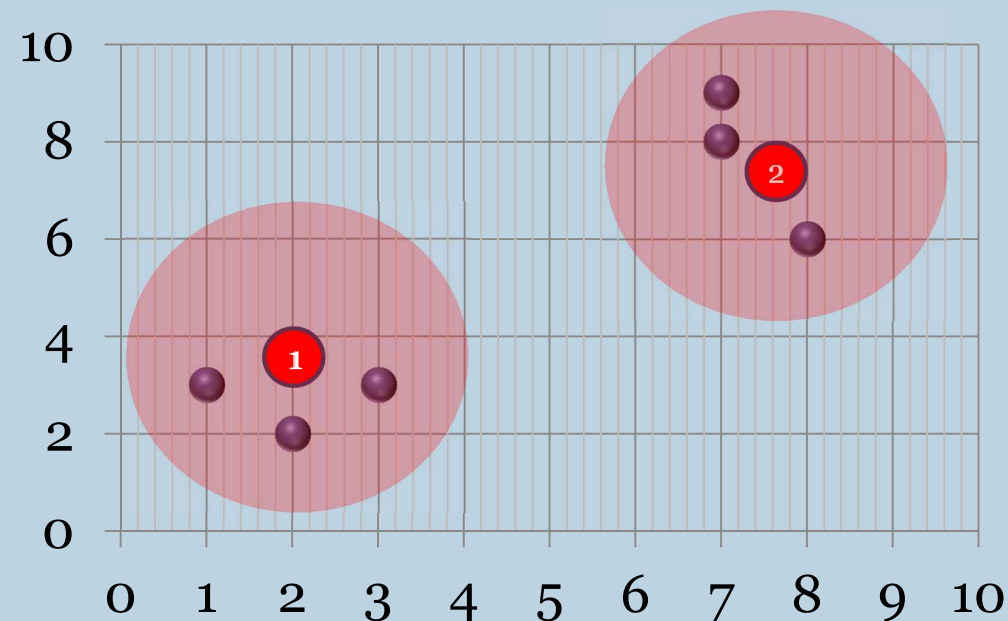
A. Θεωρία

1. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

1. Αλγόριθμος Εκπαίδευσης Δικτύου Kohonen

(...συνέχεια...)

Μετά από μερικούς κύκλους εκπαίδευσης ακόμη, θα έχει επιτευχθεί το clustering και θα έχει «κεντραριστεί» το σημείο που αντιστοιχεί στους νευρώνες 1 και 2 ανάμεσα στις ομάδες σημείων.



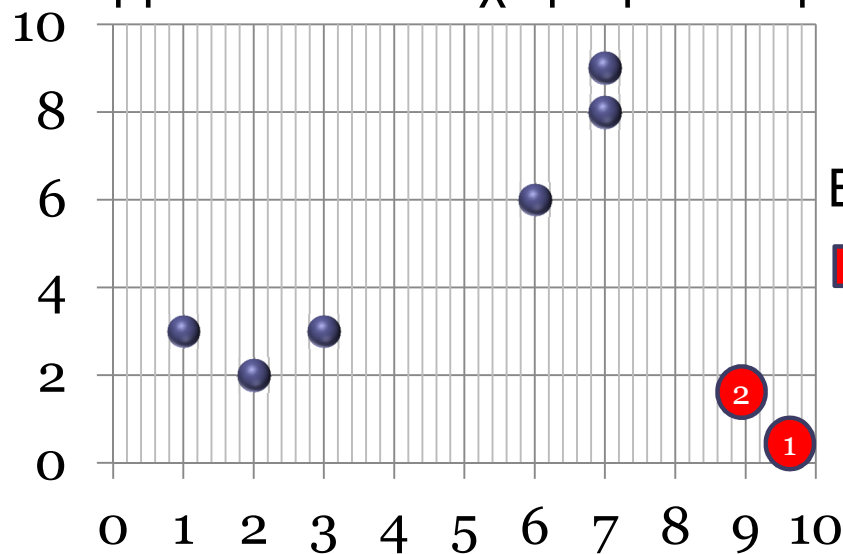


A. Θεωρία

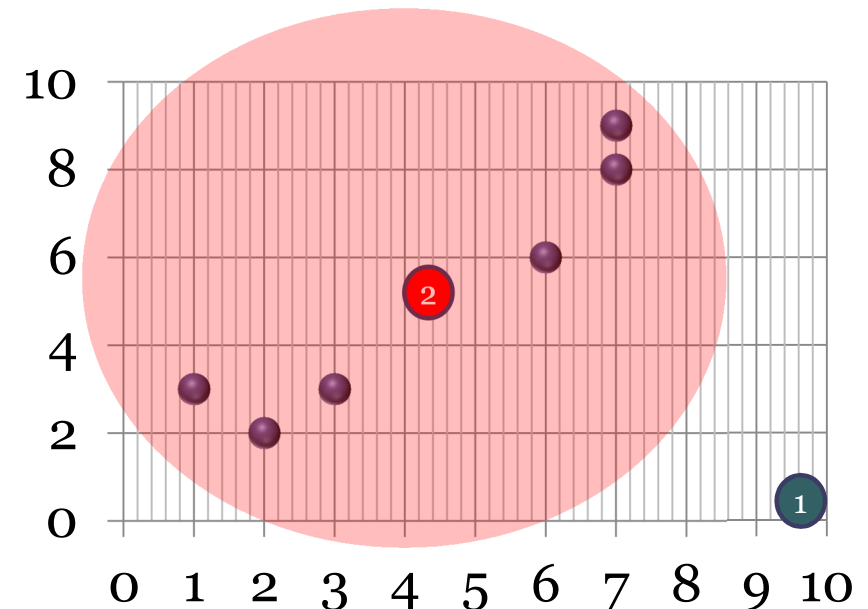
2. Εκπαίδευση των Δικτύων Kohonen

2. Δίκτυα Αυτό-οργάνωσης (Self Organizing Maps - SOMs)

Ωστόσο ανάλογα με την αρχική τιμή των βαρών των νευρώνων Kohonen ενδέχεται να έχουμε το πρόβλημα των **νεκρών νευρώνων** (δηλαδή νευρώνων που συντηρούν τα αρχικά τους βάρη, χωρίς να γίνονται ποτέ νικητές-νευρώνες, άρα δεν συμβάλλουν στον χωρισμό σε ομάδες):



ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ



Το πρόβλημα γίνεται έντονο όταν έχουμε πολλούς νευρώνες στο επίπεδο Kohonen. Για να υπερβούμε το πρόβλημα:

- Εισάγουμε μεταβλητό ρυθμό μάθησης
- Κάνουμε τροποποίηση στα βάρη σε όλους τους νευρώνες της γειτονιάς του νικητή.



A. Θεωρία

2. Εκπαίδευση των Δικτύων Kohonen

2. Εκπαίδευση και των γειτονικών κόμβων του νικητή

Τροποποιήσεις στον βασικό αλγόριθμο:

- Ο ρυθμός εκπαίδευσης είναι μεταβλητός ανάλογα με το βήμα εκπαίδευσης
 - Συνήθως χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\alpha(n) = \alpha(0) \left[1 - \frac{n}{N} \right]$$

- Όπου $\alpha(0)$ η αρχική τιμή του ρυθμού εκπαίδευσης
 - n : το τρέχον βήμα και N : τα συνολικά βήματα εκπαίδευσης
- Τροποποιούνται τα βάρη όχι μόνο του νικητή νευρώνα, αλλά και των γειτόνων του με τον ίδιο τύπο.
 - Η γειτονιά του ορίζεται από την ακτίνα της απόστασης από αυτόν
 - Η ακτίνα είναι συνήθως μεταβλητή και ορίζεται από έναν τύπο της μορφής:
$$d(n) = d(0) \left[1 - \frac{n}{N} \right]$$
 - Όπου $d(0)$ η αρχική τιμή της ακτίνας
 - n : το τρέχον βήμα και N : τα συνολικά βήματα εκπαίδευσης
 - (όσοι γείτονες απέχουν κατά το πολύ κατά $d(n)$ από τον νικητή-νευρώνα τροποποιούνται)



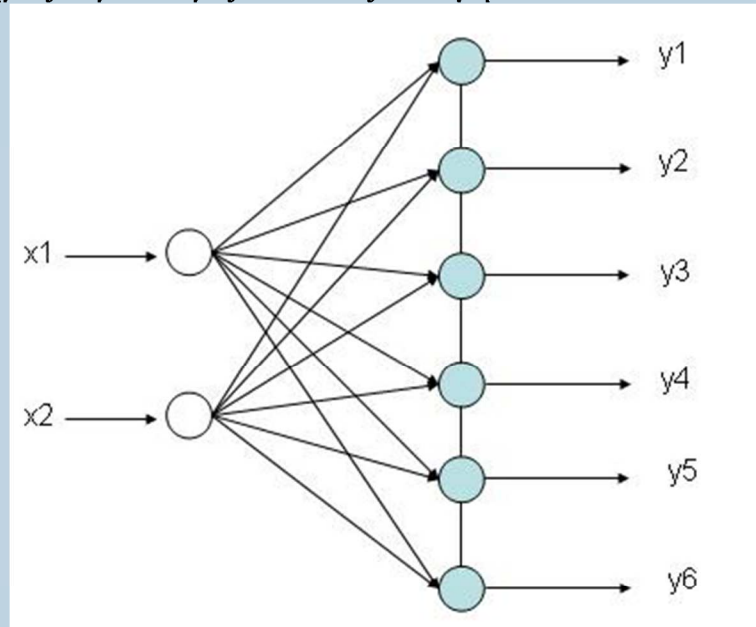
A. Θεωρία

2. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

2. Εκπαίδευση και των γειτονικών κόμβων του νικητή

Παράδειγμα

Θεωρείστε ένα δίκτυο Kohonen με δύο εισόδους και έξι νευρώνες Kohonen, στο οποίο υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ των εισόδων και των νευρώνων Kohonen αλλά και πλήρεις παράπλευρες συνδέσεις. Η δομή του δικτύου αυτού απεικονίζεται στο σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1

Έστω ότι θέλουμε να εκπαιδεύσουμε το δίκτυο χρησιμοποιώντας τα ακόλουθα τρία διανύσματα εκπαίδευσης:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Έστω, επίσης, ότι τα αρχικά βάρη που ενώνουν τους νευρώνες εισόδου με τους νευρώνες Kohonen είναι:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad W_3 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad W_4 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad W_5 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad W_6 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$



A. Θεωρία

2. Εκπαίδευση Δικτύων Kohonen

2. Εκπαίδευση και των γειτονικών κόμβων του νικητή

Θεωρείστε επίσης ότι η ακτίνα της γειτονιάς του νικητή νευρώνα καθορίζεται από τη σχέση (1), όπου p είναι ο τρέχοντας κύκλος εκπαίδευσης και P ο συνολικός αριθμός των κύκλων εκπαίδευσης και $d(0)=3$. Επίσης ο ρυθμός μάθησης του δικτύου Kohonen καθορίζεται από τη σχέση (2) με $a(0)=0.5$.

$$d(p) = d(0) * \left(1 - \frac{p}{P}\right) \text{ (σχέση 1)}$$

$$a(p) = a(0) * \left(1 - \frac{p}{P}\right) \text{ (σχέση 2)}$$

Υπολογίστε τις μεταβολές και τις τιμές των συναπτικών βαρών κατά τη διάρκεια των τριών κύκλων εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας τα διανύσματα εισόδου με τη σειρά με την οποία δίνονται και θεωρώντας ότι:

- κάθε διάνυσμα εισόδου αντιστοιχεί σε έναν κύκλο εκπαίδευσης και
- ότι η εκπαίδευση του δικτύου τερματίζεται με την παρουσίαση των 3 διανυσμάτων.

1^ο διάνυσμα – 1^{ος} κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)

Υπολογίζω d_1, d_2, \dots, d_6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_1 με τα αρχικά βάρη:

$$d = \|x - w\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - w_{ji})^2}$$

Οπότε:

$$d_1 = \sqrt{(0.5 - 0.8)^2 + (0.6 - 0.7)^2} = 0.316$$

Ομοίως και τα υπόλοιπα.

$$d_2 = 0.806$$

$$d_3 = 0.632$$

$$d_4 = 0.200$$

$$d_5 = 0.400$$

$$d_6 = 0.608$$

Προκύπτει ότι το d_4 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 4 στο επίπεδο Kohonen.

Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου $p=1, P=3$ και $d(0)=3$)

$$d(1) = d(0) * (1 - 1/3) = 3 * 2/3 = 2.$$

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 2. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 4 και των 2 γειτονικών του (5,6 και 2,3)

Υπολογίζω και το $a(1)$ με τη σχέση (2): $a(1) = a(0) * (1 - 1/3) = 0.333$ (όπου $a(0)=0.5$)

Μένει να υπολογίσω τις ανανεώσεις των βαρών για τους νευρώνες 2,3,4,5 και 6.

$$W_1(1) = W_1(0) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix} \text{ (το βάρος του νευρώνα 1 παραμένει αναλλοίωτο)}$$

$$W_2(1) = W_2(0) + a(1) * (X_1 - W_2(0)) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix} + 0.333 * \left(\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.433 \end{bmatrix}$$

Ομοίως υπολογίζονται και τα υπόλοιπα:

$$W_3(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.567 \end{bmatrix}, W_4(1) = \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix}, W_5(1) = \begin{bmatrix} 0.533 \\ 0.7 \end{bmatrix}, W_6(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.633 \end{bmatrix}$$

2^ο διάνυσμα – 2^{ος} κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)

Υπολογίζω d_1, d_2, \dots, d_6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_2 με τα ανανεωμένα βάρη (του κύκλου 1, δηλ. $W_1(1), W_2(1)$)

$$d = \|x - w\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - w_{ji})^2}$$

Προκύπτει:

$$d_1 = 0.200$$

$$d_2 = 0.403$$

$$d_3 = 0.254$$

$$d_4 = 0.194$$

$$d_5 = 0.105$$

$$d_6 = 0.194$$

Προκύπτει λοιπόν ότι το d_5 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 4 στο επίπεδο Kohonen. Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου $p=2, P=3$ και $d(0)=3$)

$$d(2) = d(0) * (1 - 2/3) = 3 * 1/3 = 1.$$

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 1. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 5 και των αμέσως γειτονικών του (6 και 4).

Υπολογίζω και το $\alpha(2)$ με τη σχέση (2): $\alpha(2) = \alpha(0) * (1 - 2/3) = 0.167$ (όπου $\alpha(0) = 0.5$)

Μένει να υπολογίσω τις ανανεώσεις των βαρών για τους νευρώνες 4, 5 και 6.

$$W_1(2) = W_1(1) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix},$$

$$W_2(2) = W_2(1) = \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.433 \end{bmatrix}$$

$$W_3(2) = W_3(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.567 \end{bmatrix}$$

Και αρχίζω τον υπολογισμό του νευρώνα 4.

$$W_4(2) = W_4(1) + \alpha(2) * (X_2 - W_4(1)) = \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix} + 0.167 * \left(\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.639 \\ 0.717 \end{bmatrix}$$

Ομοίως υπολογίζονται και τα υπόλοιπα:

$$W_5(2) = \begin{bmatrix} 0.528 \\ 0.717 \end{bmatrix}, W_6(2) = \begin{bmatrix} 0.416 \\ 0.661 \end{bmatrix}$$

3^ο διάνυσμα – 3^{ος} κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)

Υπολογίζω d_1, d_2, \dots, d_6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_3 με τα ανανεωμένα βάρη (του κύκλου 2, δηλ. $W_1(2), W_2(2)$ κτλ:

$$d = \|x - w\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - w_{ji})^2}$$

Προκύπτει:

$$d_1 = 0.316$$

$$d_2 = 0.149$$

$$d_3 = 0.267$$

$$d_4 = 0.480$$

$$d_5 = 0.436$$

$$d_6 = 0.361$$

Προκύπτει λοιπόν ότι το d_2 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 2 στο επίπεδο Kohonen. Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου $p=3, P=3$ και $d(0)=3$)

$$d(3) = d(0) * (1 - 3/3) = 3 * 0 = 0.$$

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 0. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 2 μόνο.

Υπολογίζω και το $\alpha(3)$ με τη σχέση (2): $\alpha(3) = \alpha(0) * (1 - 3/3) = 0$ (όπου $\alpha(0) = 0.5$)

Συνεπώς αν και κανονικά έπρεπε να μεταβληθεί το βάρος του νευρώνα 2, αφού ο ρυθμός εκπαίδευσης μηδενίστηκε, δεν θα μεταβληθεί ούτε αυτό το βάρος. Άρα τα βάρη των νευρώνων στον κύκλο 3 είναι τα ίδια με αυτά του κύκλου 2.



Β. Ασκήσεις

Εφαρμογή 1

Δίνεται δίκτυο Kohonen δύο εισόδων και 3 εξόδων.

Τα βάρη των συνάψεων είναι αρχικά:

$$W_{11}=1$$

$$W_{12}=2$$

$$W_{13}=3$$

$$W_{21}=1$$

$$W_{22}=2$$

$$W_{23}=3$$

Με ρυθμό εκπαίδευσης $\alpha=1$, να πραγματοποιήσετε έναν κύκλο εκπαίδευσης διαδοχικά για τα πρότυπα εισόδου

$$X_1=[0 \ 0]$$

$$X_2=[6 \ 4]$$

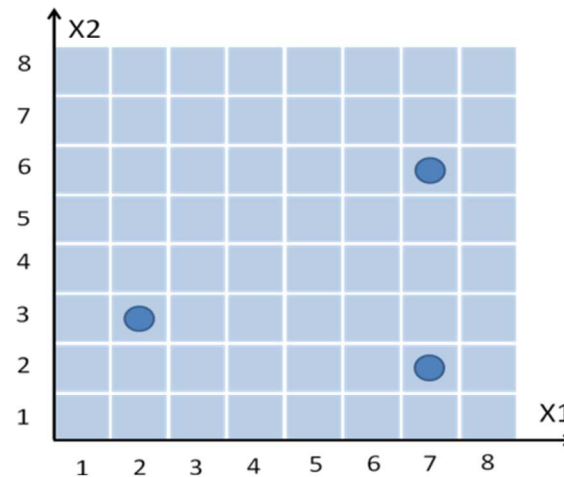
Και να παραστήσετε γραφικά το αποτέλεσμα της εκτέλεσης σε κάθε βήμα.



Β. Ασκήσεις

Εφαρμογή 2

Δίνεται το παρακάτω σχήμα που αναπαριστάει μια αρχικοποίηση των βαρών $w1=(2,3)$, $w2=(7,2)$ και $w3=(7,6)$ ενός δικτύου Kohonen σε ένα σύστημα αξόνων όπου επιτρεπτές τιμές είναι ακέραιοι αριθμοί. Στο δίκτυο αυτό θα παρουσιαστούν τα διανύσματα εκπαίδευσης $(2,6)$, $(6,3)$, $(3,4)$, $(5,6)$, $(6,2)$ και $(6,4)$.



Θεωρείστε ότι:

- Υπάρχουν συνδέσεις μόνο μεταξύ των εισόδων και των νευρώνων Kohonen
- Η ακτίνα της γειτονιάς του νικητή νευρώνα είναι πάντα 0 (η γειτονιά περιλαμβάνει δηλαδή μόνο το νικητή νευρώνα),
- Ο ρυθμός εκπαίδευσης α είναι ίσος με $\alpha=(1/d)$ όπου d είναι η εκάστοτε απόσταση του νικητή νευρώνα
- Κάθε διάνυσμα εισόδου αντιστοιχεί σε έναν κύκλο εκπαίδευσης και
- Τα βάρη εκπαίδευσης των νευρώνων λαμβάνουν μόνο ακέραιες τιμές (συνεπώς αν χρειαστεί προχωρήστε σε στρογγυλοποίηση τιμών).



(α) Πόσοι είσοδοι και πόσοι ανταγωνιστικοί νευρώνες υπάρχουν στο δίκτυο; Σχεδιάστε το δίκτυο με τις αρχικές του τιμές.

(β) Να εκπαιδεύσετε το δίκτυο για τα διανύσματα εισόδου (2,6) και (6,3) παρατηρώντας κάθε φορά την αλλαγή των βαρών του δικτύου; Τι συμπεραίνετε;