

ΠΛΗ31

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΓΝΩΣΗ

Μάθημα 2.1:
Κατηγορηματική Λογική - Εισαγωγή

Δημήτρης Ψούνης



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

A. Σκοπός του Μαθήματος

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

1. Σταθερές και Μεταβλητές
2. Συναρτήσεις και Κατηγορήματα
3. Ατομικές Προτάσεις και Κυριολεκτήματα
4. Συνθετικά
5. Ποσοδείκτες
6. Προτάσεις wff

2. Στρατηγικές Σύνταξης

1. Προτεραιότητες τελεστών
2. Εμβέλεια Ποσοδεικτών
3. Σταθερές
4. Κατηγορήματα 1 ορίσματος
5. Κατηγορήματα 2 ορισμάτων
6. Γενικές Συστάσεις για την Σύνταξη Προτάσεων
7. Διτλοί Ποσοδείκτες

Γ. Ασκήσεις

A. Σκοπός του Μαθήματος

Επίπεδο A

- Άριστη γνώση της μεθοδολογίας γραφής προτάσεων Κατηγορηματικής Λογικής

Επίπεδο B

- Συντακτικό Κατηγορηματικής Λογικής και καλοσχηματισμένες προτάσεις κατηγορηματικής λογικής (wff)

Επίπεδο Γ

- (-)

B. Θεωρία

0. Εισαγωγή

Με τον όρο: **ΓΝΩΣΗ** ενοποιούμε όλες τις τεχνολογίες που έχουν αναπτυχθεί έτσι ώστε:

- Να αποθηκεύεται με κάποιον τρόπο στον υπολογιστή η γνώση ενός εμπειρογνώμονα
- Να εξάγεται από αυτήν νέα γνώση συνδυάζοντας υφιστάμενη γνώση με κάποια διαδικασία συμπερασμού

Στα πλαίσια της ΠΛΗ31 θα μελετήσουμε:

- Την Κατηγορηματική Λογική (και την γλώσσα Prolog).
- Τους Κανόνες Παραγωγής.
- Τα Πλαίσια.

Η Κατηγορηματική Λογική ως τεχνολογία γνώσης θα μελετηθεί σε 3 στάδια:

- Θα αποτυπώνουμε γνώση με κατηγορηματική λογική (Μάθημα 2.1)
- Θα μετατρέπουμε τις προτάσεις ΚΛ σε Κανονική Συζευκτική Μορφή (Μάθημα 2.2)
- Θα χρησιμοποιούμε την Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης Αντίφασης ως κανόνα συμπερασμού (Μάθημα 2.3)

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

1. Σταθερές και Μεταβλητές

- Μία σταθερά απεικονίζει οποιοδήποτε αντικείμενο του πραγματικού κόσμου:
 - Παραδείγματα: tom, 3.14, ποτάμι, Α κ.λπ.
- Αντίθετα μια μεταβλητή μπορεί να πάρει ως τιμή οποιαδήποτε σταθερά
 - Παραδείγματα: x,y,z κ.λπ.
- Θεωρούμε ότι στον κόσμο, κάθε διακριτό αντικείμενο μπορεί να αποτελέσει και μια τιμή την οποία μπορεί να λάβει μία μεταβλητή

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

2. Συναρτήσεις και Κατηγόρηματα

- Μία συνάρτηση παίρνει κάποια ορίσματα και επιστρέφει μία τιμή.
 - Παραδείγματα: fatherof(tom), abs(x) κ.λπ.
- Αντίθετα ένα κατηγόρημα δέχεται κάποια ορίσματα και επιστρέφει true ή false
 - Παραδείγματα: father(tom,bob), greater(4,5) κ.λπ.
- Θα συμβολίζουμε συχνά π.χ. με father/2 και θα εννοούμε ότι τα ορίσματα του father είναι 2. Το 2 θα λέγεται βαθμός του κατηγόρηματος father
- ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ: Το ορίσματα μιας συνάρτησης ή ενός κατηγόρηματος μπορεί να είναι σταθερές, μεταβλητές ή ακόμη και συναρτήσεις.

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

3. Ατομικές Προτάσεις και Κυριολεκτήματα

- Ατομική πρόταση λέγονται οι σωστά συνταχθείσες προτάσεις που χρησιμοποιούν μόνο ένα κατηγόρημα.
 - Τα παραδείγματα σε κατηγόρηματα που είδαμε προηγούμενα είναι ατομικές προτάσεις.
- Το NOT στην κατηγορηματική λογική θα το συμβολίζουμε με \sim ή με \neg .
 - Η πρόταση $\sim\phi$ όπου ϕ μία ατομική πρόταση θα:
 - Είναι true αν η πρόταση ϕ είναι false
 - Είναι false αν η πρόταση ϕ είναι true
 - και θα λέμε ότι είναι άρνηση ατομικής πρότασης
- Οι ατομικές προτάσεις μαζί με τις μη ατομικές προτάσεις ονομάζονται κυριολεκτήματα.

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

4. Συνδετικά

- Τα συνδετικά είναι οι σύνδεσμοι της προτασιακής λογικής NOT, OR, AND, η συνεπαγωγή και η ισοδυναμία.
- Συνδέουν προτάσεις προκειμένου να κατασκευάσουν ακόμη πιο περίπλοκες παραστάσεις.
 - Ισχύει ο γνωστός ακόλουθος αληθοπίνακας των συνδέσμων:

ϕ	ψ	$\sim\phi$	$\phi\vee\psi$	$\phi\wedge\psi$	$\phi\Rightarrow\psi$	$\phi\Leftrightarrow\psi$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	F	T	F
F	F	T	F	F	T	T

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

5. Ποσοδείκτες (ο ποσοδείκτης «για κάθε»)

- Ο ποσοδείκτης «για κάθε» συντάσσεται ως εξής:

$\forall x[\text{πρόταση}]$ ή $\forall x \text{ πρόταση}$

- Όπου x είναι μεταβλητή και πρόταση είναι οποιαδήποτε παράσταση κατηγορηματικής λογικής επιστρέφει αληθές ή ψευδές.
- (Αν δεν υπάρχει αγκύλη εννοείται ότι η προτεραιότητα είναι μέχρι το τέλος της πρότασης)
- Μία πρόταση που ξεκινά με το «για κάθε»:
 - Είναι αληθής αν η πρόταση είναι αληθής για κάθε τιμή που παίρνει το x
 - Είναι ψευδής αν η πρόταση είναι ψευδής έστω για μία τιμή που μπορεί να πάρει το x

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

5. Ποσοδείκτες (ο ποσοδείκτης «υπάρχει»)

- Ο ποσοδείκτης «υπάρχει» συντάσσεται ως εξής:

$\exists x[\text{πρόταση}]$ ή $\exists x \text{ πρόταση}$

- Όπου x είναι μεταβλητή και πρόταση είναι οποιαδήποτε παράσταση κατηγορηματικής λογικής επιστρέφει αληθές ή ψευδές.
- (Αν δεν υπάρχει αγκύλη εννοείται ότι η προτεραιότητα είναι μέχρι το τέλος της πρότασης)
- Μία πρόταση που ξεκινά με το «υπάρχει»:
 - Είναι αληθής αν η πρόταση είναι αληθής έστω για μία τιμή που μπορεί να πάρει το x
 - Είναι ψευδής αν η πρόταση είναι ψευδής για κάθε τιμή που παίρνει το x

B. Θεωρία

1. Συντακτικό της Κατηγορηματικής Λογικής

6. Προτάσεις wff

- Μία πρόταση είναι καλοσχηματισμένη (**well formed formula-wff**), δηλαδή *συντακτικά ορθή* αν:
 - Είναι ατομική πρόταση (δηλαδή σκέτο κατηγορηματικό)
 - Είναι της μορφής: $\sim(\varphi)$, $\forall x[\varphi]$, $\exists x[\varphi]$ όπου φ είναι wff (χρήση ποσοδεικτών)
 - Είναι της μορφής: $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \Rightarrow \psi$, $\varphi \Leftrightarrow \psi$ όπου φ, ψ είναι wff.

B. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

1. Προτεραιότητα Τελεστών

- Σε μία πρόταση που δεν έχει παρενθετοποίηση ορίζεται ότι:
 - Μεγαλύτερη προτεραιότητα έχει το \sim
 - Αμέσως μετά οι ποσοδείκτες: \exists, \forall
 - Αμέσως μετά τα συνθετικά \vee, \wedge
 - Έπονται τα συνθετικά: $\Rightarrow, \Leftrightarrow$



B. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

2. Εμβέλεια Ποσοδεικτών

- Κάθε ποσοδείκτης έχει ένα πεδίο εφαρμογής ή εμβέλεια (δηλαδή προσπαθούμε να εντοπίσουμε σε ποιο μέρος της πρότασης εφαρμόζεται).
 - Αν έχουμε παρενθεση αμέσως μετά τον ποσοδείκτη, τότε το πεδίο εφαρμογής του είναι η παρενθεση
 - Αν δεν έχουμε παρενθεση τότε η εμβέλεια του ποσοδείκτη ξεκινά αμέσως μετά τον ποσοδείκτη και φτάνει μέχρι το τέλος της πρότασης
- Μία μεταβλητή:
 - Αν είναι στο πεδίο εφαρμογής ενός ποσοδείκτη θα λέμε ότι είναι δεσμευμένη μεταβλητή.
 - Αν δεν είναι στο πεδίο εφαρμογής του ποσοδείκτη θα λέμε ότι είναι ελεύθερη μεταβλητή.
- Σημείωση: Θεωρείται καλή πρακτική να μην έχουμε ελεύθερες μεταβλητές



B. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

3. Σταθερές

Μεθοδολογία 1: Σταθερές

- Με σταθερές αναπαριστούμε συνήθως κύρια ονόματα.
- Επίσης αναπαριστούμε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο, ή μια έννοια.
- Θα συναντήσουμε τις σταθερές σχεδόν πάντα ως ορίσματα σε κατηγορήματα

Παραδείγματα

- γιατρός(Κώστας)
 - Μετάφραση: Ο Κώστας είναι γιατρός
- δελφίνι(Γουίλι)
 - Μετάφραση: Ο Γουίλι είναι δελφίνι



B. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

4. Κατηγορήματα ενός ορίσματος

Μεθοδολογία 2: Κατηγορήματα ενός ορίσματος

- Απεικονίζουν ιδιότητα ενός αντικειμένου
- Η αποτύπωση: κατηγορήματα(όρισμα)
 - Συνήθως διαβάζεται: «Όρισμα είναι Κατηγορήματα»
- Το κατηγορήματα το γράφουμε πάντα στο 1^ο ενικό πρόσωπο.

Παραδείγματα

- τροφή(κοτόπουλο)
 - Μετάφραση: Το κοτόπουλο είναι τροφή
- μηχανικός(Γιάννης)
 - Μετάφραση: Ο Γιάννης είναι μηχανικός



B. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

5. Κατηγορήματα δύο ορισμάτων

Μεθοδολογία 3: Κατηγορήματα δύο ορισμάτων

- Απεικονίζουν συσχέτιση δύο αντικειμένων
- Συνήθως αποτυπώνουν ρήματα που έχουν υποκείμενο και αντικείμενο
- Η αποτύπωση: Κατηγορήματα(1^ο όρισμα, 2^ο όρισμα)
 - Συνήθως διαβάζεται: «1^ο όρισμα κατηγορήματα 2^ο όρισμα»
- Το κατηγορήματα το γράφουμε πάντα στο 1^ο ενικό πρόσωπο.

Παραδείγματα

- παρακολουθεί(Γεωργία, ΠΛΗ31)
 - Μετάφραση: Η Γεωργία παρακολουθεί την ΠΛΗ31
- συμπαθεί(Μιχάλης, Μαρία)
 - Μετάφραση: Ο Μιχάλης συμπαθεί την Μαρία

Β. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

6. Γενικές Συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων

Μεθοδολογία 4: Γενικές συστάσεις για ορθή σύνταξη προτάσεων

- Ξεκινάω από τις απλούστερες προτάσεις για να προκύψουν τα απλά κατηγορήματα
- Όταν παίρνουμε μια απόφαση για το πλήθος των ορισμάτων ενός κατηγορήματος, την σεβόμαστε σε όλες τις υπόλοιπες προτάσεις.
- Το για κάθε συντάσσεται συνήθως με την συνεπαγωγή και το υπάρχει με το και:

$$\forall x[(...) \rightarrow (...)]$$

$$\exists x[(...) \wedge (...)]$$

- Αν σε μία πρόταση δεν είμαστε σίγουροι αν θέλει το κάθε ή το υπάρχει, προτιμάμε το για κάθε.

Β. Θεωρία

2. Στρατηγικές Σύνταξης

6. Διπλοί Ποσοδείκτες

Μεθοδολογία 5: Διπλοί ποσοδείκτες

- «Κάθε στοιχείο έχει τη σχέση με τουλάχιστον ένα στοιχείο»: $\forall x[(...) \rightarrow \exists y(...)]$
- «Υπάρχει στοιχείο που έχει τη σχέση με όλα τα στοιχεία»: $\exists x[(...) \wedge \forall y(...)]$

Παραδείγματα

- Υπάρχει φοιτητής που παρακολουθεί όλα τα μαθήματα
 - $\exists x[\text{φοιτητης}(x) \wedge \forall y(\text{μαθημα}(y) \rightarrow \text{παρακολουθει}(x,y))]$
- Κάθε φοιτητής παρακολουθεί τουλάχιστον ένα μάθημα
 - $\forall x[\text{φοιτητης}(x) \rightarrow \exists y(\text{μαθημα}(y) \wedge \text{παρακολουθει}(x,y))]$

Γ. Ασκήσεις

Εφαρμογή 1

Ποιές από τις ακόλουθες εκφράσεις είναι καλώς ορισμένες (*wff*);

- $\forall x (\text{Student}(x) \rightarrow \exists y (\text{Student}(y) \wedge \text{Loves}(x,y)))$
- $\forall x (\text{Student}(x) \leftrightarrow \exists y (\text{Student}(y) \wedge \sim (\sim (\text{Loves}(x,y)))))$
- $\forall x (\text{Student}(x) \rightarrow \exists y (\text{Student}(y) \wedge \text{Loves}(x,y)))$
- $\forall x (\text{Dodecahedron}(d) \rightarrow (\text{Dodecahedron}(c) \rightarrow (\text{Small}(b) \rightarrow \text{Cube}(a))))$
- $(\text{Dodecahedron}(d) \rightarrow \sim \text{Dodecahedron}(c) \rightarrow (\text{Small}(b) \rightarrow \text{Cube}(\sim a))))$

Γ. Ασκήσεις

Εφαρμογή 2

Μετατρέψτε τις ακόλουθες προτάσεις φυσικής γλώσσας σε προτάσεις κατηγορηματικής λογικής:

- Ο Κώστας είναι μηχανικός
- Κάθε ζώο τρώει όλα τα μικρότερα απ' αυτό ζώα
- Κάθε παιδί αγαπά την μητέρα του

Χρησιμοποιήστε τα κατηγορήματα μηχανικός/1, ζώο/1, αγαπά/2, τρώει/2, παιδί/1, μητέρα/2



Γ. Ασκήσεις

Εφαρμογή 3

Δίνονται τα κατηγορήματα: Συνδετήρας (x), Κουτί (x), Μέταλλο (x), Αποθηκεύεται_Σε (x, y), Φτιάχνεται_Από (x, y).

Εκφράστε σε κατηγορηματική λογική τις παρακάτω προτάσεις:

1. Μερικοί συνδετήρες αποθηκεύονται σε κουτιά.
2. Όλοι οι συνδετήρες φτιάχνονται από μέταλλο.
3. Μερικοί συνδετήρες αποθηκεύονται σε μεταλλικά κουτιά.



Γ. Ασκήσεις

Εφαρμογή 4

Δίνονται οι παρακάτω προτάσεις σε φυσική γλώσσα:

Π_1 : Ο Αχιλλέας είναι κλέφτης

Π_2 : Στη Λάρα αρέσει το φαγητό

Π_3 : Στη Λάρα αρέσει το κρασί

Π_4 : Στον Αχιλλέα αρέσουν τα χρήματα

Π_5 : Στον Αχιλλέα αρέσει ο x αν στον x αρέσει το κρασί

Π_6 : Ο x μπορεί να κλέψει το ψ αν ο x είναι κλέφτης και στον x αρέσει το ψ .

Να διατυπωθούν οι παραπάνω προτάσεις φυσικής γλώσσας σε προτάσεις Κατηγορηματικής Λογικής.

Σημείωση: Χρησιμοποιείτε τα κατηγορήματα κλέφτης/1, αρέσει/2 και μπορεί_να_κλέψει/2