

Ορισμός: Έστω Σ το αλφάβητο των συμβόλων που χρησιμοποιεί ο γενετικός αλγόριθμος για την κωδικοποίηση των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού.

Ένα **σχήμα S** (ή πρότυπο S) είναι ένα χρωμόσωμα που χρησιμοποιεί το * (διαβάζεται αδιάφορο σύμβολο) το οποίο μπορεί να αντικατασταθεί από οποιοδήποτε σύμβολο του αλφαβήτου.

Παραδείγματα:

- Στο σχήμα $S=11*10$ ταιριάζουν οι δύο συμβολοσειρές $\{11010, 11110\}$
- Στο σχήμα $S=*1*1$ ταιριάζουν οι τέσσερις συμβολοσειρές $\{0101, 0111, 1101, 1111\}$

Σε ένα σχήμα μήκους n στο δυαδικό αλφάβητο:

- Ένα σχήμα με κανένα * θα αναπαριστά μία συμβολοσειρά.
- Ένα σχήμα με k * θα αναπαριστά 2^k συμβολοσειρές
- Ένα σχήμα που αποτελείται μόνο από * θα αναπαριστά 2^n συμβολοσειρές.

Έστω c: πληθάριθμος αλφαβήτου ($c=|\Sigma|$) και τα άτομα είναι συμβολοσειρές μήκους n:

- Τα δυνατά σχήματα που μπορούν να κατασκευαστούν είναι $(c + 1)^n$
- Μία συμβολοσειρά ταιριάζει σε 2^n διαφορετικά σχήματα.

Ορισμός: Τάξη ενός σχήματος **$\underline{o(S)}$** είναι αριθμός των θέσεων με 0 και 1

- Προσδιορίζει πόσο ειδικό είναι το σχήμα

Ορισμός: Οριστικό μήκος σχήματος **$\delta(S)$:**

- είναι η απόσταση της πρώτης και της τελευταίας σταθερής θέσης

Παραδείγματα:

- Το σχήμα $S=11***1$ έχει τάξη 3 και οριστικό μήκος $6-1=5$
- Το σχήμα $S=*0*111*$ έχει τάξη 4 και οριστικό μήκος $6-2=4$

Θεώρημα Σχημάτων: Το αναμενόμενο πλήθος συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο σχήμα S στην γενιά $t+1$:

$$\xi(S, t+1) \geq \xi(S, t) \cdot \frac{eval(S, t)}{\bar{F}(t)} \cdot \left[1 - p_c \frac{\delta(S)}{m-1} - o(S) \cdot p_m \right]$$

«Σχήματα άνω του μέσου όρου απόδοσης, με μικρό οριστικό μήκος και μικρή τάξη λαμβάνουν εκθετικά αυξανόμενες συμβολοσειρές σε διαδοχικές γενιές ενός γενετικού αλγορίθμου»

Όπου:

- $\xi(S, t)$: Πλήθος Ατόμων που ταιριάζουν στο σχήμα S στην γενιά t
- $eval(S, t)$: Μέση Απόδοση ατόμων που ταιριάζουν στο σχήμα S στη γενιά t .
- $\bar{F}(t)$: Μέση Απόδοση του πληθυσμού της γενιάς t

- p_c : Πιθανότητα Διασταύρωσης
- $\delta(S)$: Οριστικό Μήκος Σχήματος
- m : Μήκος Συμβολοσειράς που αναπαριστά ένα άτομο
- $o(S)$: Τάξη Σχήματος
- p_m : Πιθανότητα Μετάλλαξης

Παράδειγμα: Πόσες συμβολοσειρές αναμένεται να ταιριάζουν στο σχήμα $S=**0**10**$ στην γενιά 1 αν $p_c=0,75$ και $p_m=1/9$ αν η γενιά 0 είναι η ακόλουθη:

Ατομο	Συμβολοσειρά	Ικανότητα
A	100101011	25
B	000010001	10
Γ	010100110	20
Δ	110011001	15
E	001001010	5

$$\xi(S, 0) = 2 \text{ (A και Δ)}$$

$$eval(S, 0) = \frac{eval(A)+eval(\Delta)}{2} = \frac{25+15}{2} = 20$$

$$\bar{F}(0) = \frac{25+10+20+15+5}{5} = 15$$

$$p_c = 0,75, \delta(S) = 7 - 3 = 4, p_m = \frac{1}{9}, o(S) = 3, m = 9$$

Άρα:

$$\xi(S, 1) \geq 2 \cdot \frac{20}{15} \cdot \left[1 - 0,75 \frac{4}{9-1} - 3 \cdot \frac{1}{9} \right] = 0,78$$

Πιθανότητα Επιβίωσης Σχήματος:

Επιλογή: $p_S = \frac{eval(S, t)}{\bar{F}(t)}$

Διασταύρωση: $p_S = 1 - p_c \frac{\delta(S)}{m-1}$

Μετάλλαξη: $p_S = (1 - p_m)^{o(S)} \approx 1 - o(S) \cdot p_m$

Πιθανότητα Καταστροφής Σχήματος (αντίστοιχα είναι): $p_D = 1 - p_S$

Ο παρακάτω τύπος δίνει το πλήθος των συμβολοσειρών των συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο σχήμα S μετά από K γενιές, αν εφαρμόζεται μόνο επιλογή (όχι διασταύρωση και μετάλλαξη)

$$\xi(S, t + K) = \xi(S, t) \cdot (1 + \varepsilon)^K$$

Όπου ε είναι η επί τοις εκατό απόκλιση της μέσης απόδοσης του πληθυσμού σε σχέση με την μέση απόδοση του σχήματος και δίνεται από τον τύπο:

$$\varepsilon = \frac{eval(S)}{\bar{F}} - 1$$

Όπου $eval(S)$ είναι η μέση απόδοση του σχήματος και \bar{F} είναι η μέση απόδοση του πληθυσμού.

Αν $\varepsilon > 0$ **επικρατεί** το σχήμα. Θέτουμε $\xi(S, t+K)$ ίσο με τον συνολικό πληθυσμό για να υπολογίσουμε το k .

Παράδειγμα: $\varepsilon = 0.53$ σε έναν πληθυσμό 16 ατόμων όπου στο σχήμα ταιριάζουν 8 άτομα:

$$16 = 8 \cdot (1 + 0.53)^k \Rightarrow$$

$$16 = 8 \cdot (1.53)^k \Rightarrow$$

$$2 = 1.53^k \Rightarrow$$

$$k = \log_{1.53} 2 \Rightarrow$$

$$k = 1.63$$

Άρα θα επικρατήσει μετά από 2 γενιές.

Αν $\varepsilon < 0$ **εξαφανίζεται** το σχήμα. Θέτουμε $\xi(S, t+K) < 1$ για να υπολογίσουμε το k .

Παράδειγμα: $\varepsilon = -0.53$ σε έναν πληθυσμό 16 ατόμων όπου στο σχήμα ταιριάζουν 8 άτομα:

$$8 \cdot (1 - 0.53)^k < 1 \Rightarrow$$

$$8 \cdot (0.47)^k < 1 \Rightarrow$$

$$\log(8 \cdot (0.47)^k) < \log 1 \Rightarrow$$

$$\log(8) + \log(0.47)^k < 0 \Rightarrow$$

$$\log(8) + k \log(0.47) < 0 \Rightarrow$$

$$k > 2.73 \Rightarrow$$

Άρα θα εξαφανιστεί μετά από 3 γενιές.