

# ΠΛΗ31

## ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΓΝΩΣΗ

Μάθημα 2.3:  
Αναγωγή μέσω αντίκρουσης της αντίφασης

Δημήτρης Ψούνης



[www.psounis.gr](http://www.psounis.gr)



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## **A.Θεωρία**

### **1.Ενοποίηση και Κανόνες Συλλογισμού**

1. Ενοποίηση
2. Κανόνες Συλλογισμού
3. Παραδείγματα Αναγωγών

### **2. Αναγωγή μέσω αντίκρουσης της αντίφασης**

1. Ορισμός
2. Παράδειγμα
3. Αλγόριθμος Αναγωγής μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης
4. Ευρετικά για την εύρεση της απόδειξης
5. Εξαγωγή Απαντήσεων

### **3. Επεκτάσεις**

1. Εξαγωγή Απαντήσεων
2. Συμπερασμός
3. Διορθώσεις σε Αντιφατική Βάση Γνώσης

## **B.Ασκήσεις**



# A. Θεωρία

## 1. Ενοποίηση και Κανόνες Συλλογισμού

### 1. Ενοποίηση

- Η απλούστερη μορφή τύπου κατηγορηματικής λογικής είναι το κατηγορήμα.
  - Μία δήλωση κατηγορήματος εκφράζει ότι η σχέση του κατηγορήματος **ισχύει**.
  - Για παράδειγμα η δήλωση κατηγορηματικής λογικής:

```
parent(tom,bob)
```

- Εκφράζει ότι ο Tom είναι γονέας του Bob.

- Η διαδικασία της ενοποίησης προσδιορίζει τι πρέπει να ισχύει προκειμένου δύο δηλώσεις κατηγορημάτων να ταυτίζονται.
- Για παράδειγμα για να ταυτίζονται οι δηλώσεις:

```
parent(x,jim)  
parent(tom,y).
```

- Πρέπει η μεταβλητή x να γίνει ίση με tom και η μεταβλητή y να γίνει ίση με jim.
  - Λέμε ότι γίνεται η ενοποίηση  $x=tom$  και  $y=jim$ .



# Α. Θεωρία

## 1. Ενοποίηση και Κανόνες Συλλογισμού

### 1. Ενοποίηση

➤ Κανόνες ενοποίησης:

Προτάσεις προς ενοποίηση	Ενοποιητής	Αποτέλεσμα
parent (tom, x) parent (y, bob)	bob/x tom/y	parent (tom, bob) <b>Μεταβλητή ενοποιείται με Σταθερά</b>
person(x, date(11, 10, 1954)) person(tom, date(y, z, w))	tom/x 11/y 10/z 1954/w	person(tom, date(11, 10, 1954))
person(tom, y) person(x, date(11, 10, 1954))	tom/x date(11, 10, 1954)/y	person(tom, date(11, 10, 1954)), <b>Μεταβλητή ενοποιείται με Όρο</b>
parent (tom, x) parent (y, z)	tom/y z/x	parent (tom, x) <b>Μεταβλητή ενοποιείται με Μεταβλητή</b>
Q(f(x)) Q(x)	<u>Δεν γίνεται ενοποίηση.</u>	Μεταβλητή δεν ενοποιείται με όρο που περιέχει την ίδια μεταβλητή.
Q(f(y)) Q(x)	f(y)/x	Q(f(y)) <b>Μεταβλητή ενοποιείται με όρο που περιλαμβάνει άλλη μεταβλητή.</b>
parent (tom, x) parent (bob, y)	<u>Δεν γίνεται ενοποίηση.</u>	<b>Σταθερές ενοποιούνται μόνο αν είναι ίδιες</b>



# A. Θεωρία

## 1. Ενοποίηση και Κανόνες Συλλογισμού

## 2. Κανόνες Συλλογισμού

- Όταν ισχύουν κάποιες προτάσεις κατηγορηματικής λογικής (είναι αληθείς),
  - Τότε μπορούν να εξαχθούν νέα συμπεράσματα χρησιμοποιώντας κανόνες συλλογισμού (εξάγονται νέες προτάσεις που είναι επίσης αληθείς)
- Υπάρχουν πολλοί κανόνες συλλογισμού (εξετάζουμε 3, εστιάζουμε όμως στην **αναγωγή**!)

### Modus Ponens

Αν ισχύουν:  $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$  και  $P(A)$  τότε ισχύει και  $Q(A)$

### Καθολική Ειδίκευση

Αν ισχύει:  $\forall x[P(x)]$  τότε ισχύει και  $P(A)$

### Αναγωγή

Αν ισχύει:  $A \vee B$  και  $\sim A \vee C$  τότε ισχύει και  $B \vee C$



# A. Θεωρία

## 1. Ενοποίηση και Κανόνες Συλλογισμού

### 3. Παραδείγματα Αναγωγών

- Ο κανόνας συμπερασμού της αναγωγής θα είναι το κύριο αποδεικτικό μας εργαλείο.
- Βλέπουμε ορισμένα παραδείγματα αναγωγών για την εξοικείωση με τη χρήση της!

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ \hline \sim A \vee C \\ \hline B \vee C \end{array}$$

#### Παράδειγμα 1

$$\begin{array}{l} A \\ \hline \sim A \vee C \\ \hline C \end{array}$$

#### Παράδειγμα 2

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ \hline \sim A \\ \hline B \end{array}$$

#### Παράδειγμα 3

$$\begin{array}{l} A \vee B \vee C \\ \hline \sim A \vee D \vee E \\ \hline B \vee C \vee D \vee E \end{array}$$

#### Παράδειγμα 4

$$\begin{array}{l} A \vee \sim B \vee \sim C \\ \hline B \vee \sim E \vee \sim F \\ \hline A \vee \sim C \vee \sim E \vee \sim F \end{array}$$

#### Παράδειγμα 5

$$\begin{array}{l} A \\ \hline \sim A \\ \hline \square \end{array}$$

# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 1. Ορισμός

- Η αντίκρουση της αντίφασης είναι μία άλλη μορφή της εις άτοπο απαγωγής!

Για να δείξω ότι: ισχύει η πρόταση

$$S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n \Rightarrow T$$

Αρκεί να δείξω ότι: η πρόταση

$$S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n \wedge \sim T$$

είναι ασυνεπής (δηλαδή ότι έπεται από αυτήν με κανόνες συλλογισμού η κενή πρόταση)

### **Το μοντέλο της γνώσης είναι έτοιμο:**

Μας δίνεται ένα σύνολο προτάσεων σε ΣΚΜ (που συγκροτούν μία βάση γνώσης – δηλαδή κωδικοποιημένη γνώση που γνωρίζουμε ότι ισχύει) και μας ζητείται να αποδείξουμε μία πρόταση Π (να απαντήσουμε δηλαδή σε ένα ερώτημα). Τότε:

- Εισάγουμε την άρνηση της πρότασης σε ΣΚΜ στη βάση γνώσης.
- Αποδεικνύουμε με συνεχείς αναγωγές την αντίφαση (κενή πρόταση).



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

#### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

**(Ερώτημα A):** Να μετατρέψτε την παρακάτω γνώση σε κατηγορηματική λογική:

Όποιος μπορεί να διαβάσει είναι εγγράμματος.

Οι φώκιες δεν είναι εγγράμματες.

Ορισμένες φώκιες έχουν νοημοσύνη

#### **Απάντηση:**

Χρησιμοποιώ τα κατηγορήματα: διαβάζει/1, εγγράματος/1, φώκια/1, νοημοσύνη/1, οπότε οι ζητούμενες προτάσεις είναι:

$$1. \forall x [\text{διαβάζει}(x) \rightarrow \text{εγγραματος}(x)]$$

$$2. \forall x [\text{φωκια}(x) \rightarrow \sim \text{εγγραματος}(x)]$$

$$3. \exists x [\text{φωκια}(x) \wedge \text{νοημοσυννη}(x)]$$





# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια):

**(Ερώτημα Β):** Να μετατρέψετε τις προτάσεις σε ΣΚΜ:

**Απάντηση:**

Κάνουμε αναλυτικά την μετατροπή μόνο σε προτάσεις που δεν είναι Horn:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

Για την πρόταση 3 γράφουμε αναλυτικά τα βήματα μετατροπής της ΣΚΜ:

Βήμα 1 και 2: Δεν απαιτούνται.

Βήμα 3:  $\text{φωκια}(A) \wedge \text{νοημοσυννη}(A)$

Βήμα 4,5,6: Δεν απαιτούνται.

Βήμα 7:

3. 1.  $\text{φωκια}(A)$

3. 2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$

Συνεπώς η Βάση Γνώσης είναι:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

3.1.  $\text{φωκια}(A)$

3.2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια):

**(Ερώτημα Γ):** Να αποδείξετε την πρόταση: «Ορισμένοι που έχουν νοημοσύνη δεν μπορούν να διαβάσουν»

**Απάντηση:**

**Η πρόταση σε Κ.Λ. είναι:**  $\exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)]$

**Η άρνηση της πρότασης είναι:**  $\sim \exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)]$

**που σε ΣΚΜ γράφεται:**  $\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

$\sim \exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)] = \forall x \sim [\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)] =$   
 $= \forall x [\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)] = \sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

**Εισάγουμε την πρόταση αυτή στην βάση γνώση μας:** 4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

Άρα η βάση γνώσης είναι:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

3.1.  $\text{φωκια}(A)$

3.2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$

4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x_3) \vee \text{διαβαζει}(x_3)$



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια):

**(Ερώτημα Γ):** Να αποδείξετε την πρόταση: «Ορισμένοι που έχουν νοημοσύνη δεν μπορούν να διαβάσουν»

**Απάντηση:**

**Η πρόταση σε Κ.Λ. είναι:**  $\exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)]$

**Η άρνηση της πρότασης είναι:**  $\sim \exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)]$

**που σε ΣΚΜ γράφεται:**  $\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

$\sim \exists x[\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)] = \forall x \sim [\text{νοημοσυννη}(x) \wedge \sim \text{διαβαζει}(x)] =$   
 $= \forall x [\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)] = \sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

**Εισάγουμε την πρόταση αυτή στην βάση γνώση μας:** 4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x) \vee \text{διαβαζει}(x)$

Άρα η βάση γνώσης είναι:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

3.1.  $\text{φωκια}(A)$

3.2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$

4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x_3) \vee \text{διαβαζει}(x_3)$

...που θα δείξουμε ότι είναι ασυνεπής



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

(συνέχεια)

Άρα η βάση γνώσης είναι:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

3.1.  $\text{φωκια}(A)$

3.2.  $\text{νοημοσυνη}(A)$

4.  $\sim \text{νοημοσυνη}(x_3) \vee \text{διαβαζει}(x_3)$

Και έχουμε:

Από τους τύπους	Προκύπτει ο Τύπος	Ενοποιητής
(3.2,4)	5. $\text{διαβαζει}(A)$	$A/x_3$
(5,1)	6. $\text{εγγραματος}(A)$	$A/x_1$
(6,2)	7. $\sim \text{φωκια}(A)$	$A/x_2$
(7,3.1)	8. $\square$	



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 2. Παράδειγμα

**Εναλλακτική και πιο συνηθισμένη αποτύπωση της αναγωγής:**

Η αναγωγή είναι:

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$
2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$
- 3.1.  $\text{φωκια}(A)$
- 3.2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$
4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x_3) \vee \text{διαβαζει}(x_3)$

4.  $\sim \text{νοημοσυννη}(x_3) \vee \text{διαβαζει}(x_3)$

3.2.  $\text{νοημοσυννη}(A)$

$A/x_3$

5.  $\text{διαβαζει}(A)$

1.  $\sim \text{διαβαζει}(x_1) \vee \text{εγγραματος}(x_1)$

$A/x_1$

6.  $\text{εγγραματος}(A)$

2.  $\sim \text{φωκια}(x_2) \vee \sim \text{εγγραματος}(x_2)$

$A/x_2$

7.  $\sim \text{φωκια}(A)$

3.1.  $\text{φωκια}(A)$

8.  $\square$



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 3. Αλγόριθμος Αναγωγής μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

- Τυπικά (σύμφωνα με το βιβλίο) ο αλγόριθμος της αναγωγής μέσω αντίκρουσης της αντίφασης είναι ο ακόλουθος:

1. ΔΙΑΖΕΥΚΤΙΚΕΣ\_ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ=S /\* S= σύνολο των προτάσεων σε ΣΚΜ  
και η άρνηση του αποδεικτέου \*/

2. Επανέλαβε:

2.1 Επέλεξε από τις ΔΙΑΖΕΥΚΤΙΚΕΣ\_ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ δύο ξεχωριστές προτάσεις που εφαρμόζεται η αναγωγή

2.2 Δημιούργησε την απόγονο πρόταση

2.3 Πρόσθεσε την απόγονο πρόταση στις ΔΙΑΖΕΥΚΤΙΚΕΣ\_ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Εως ότου η κενή πρόταση να είναι μέλος των διαζευκτικών προτάσεων

- Δεν υπάρχει κάποια μεθοδολογία «εύκολης» εξαγωγής της απόδειξης (Το πρόβλημα είναι NP-Complete)



# A. Θεωρία

## 2. Αναγωγή μέσω Αντίκρουσης της Αντίφασης

### 4. Ευρετικά για την Εξαγωγή της Απόδειξης

➤ Προτείνονται δύο ευρετικά προκειμένου να εξάγουμε τις απαντήσεις ευκολότερα:

- **Σύνολο υποστήριξης:** Ξεκινάμε από την άρνηση της πρότασης-στόχου και την συνδυάζουμε για να εξάγουμε προτάσεις-απογόνους. Το σύνολο υποστήριξης είναι η άρνηση της πρότασης-στόχου και οι απόγονοί της. Τουλάχιστον μία πρόταση από αυτές που συνδυάζουμε θα πρέπει να ανήκει στο σύνολο υποστήριξης.
- **Κατά προτίμηση μονάδα:** Προτιμάμε να συνδυάζουμε «μικρές προτάσεις», δηλαδή προτάσεις που έχουν κατά το δυνατόν μικρότερο πλήθος κυριολεκτημάτων. Όσο μικρότερο το πλήθος των κυριολεκτημάτων των προτάσεων τόσο πιο κοντά φτάνουμε να αποδείξουμε την κενή πρόταση

➤ Και δύο ιδέες ακόμη:

#### Τα ευρετικά είναι χρήσιμα:

- Πάντα ξεκινάμε από την άρνηση της πρότασης και έπειτα συνδυάζουμε κατά το δυνατόν μικρές προτάσεις.
- Επιπρόσθετα μπορεί να μας φανεί χρήσιμο να σκεφτούμε ποιες προτάσεις θα συνδυάσουμε με βάση το αρχικό τους νόημα (προτάσεις των ελληνικών)



# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 1. Εξαγωγή Απαντήσεων

- Η διαδικασία της αναγωγής μέσω αντίκρουσης αντίφασης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή απαντήσεων από τη βάση γνώσης
  - Μιας και τώρα χρησιμοποιήσαμε το σύστημα μόνο για να απαντήσει «ΝΑΙ».
- Αυτό γίνεται με μια διαδικασία 2 βημάτων:
  - Πρώτα εισάγουμε την άρνηση της ερώτησης (με ένα όρισμα να είναι μεταβλητή για το οποίο και κάνουμε την ερώτηση) στην Βάση Γνώσης.
    - Οδηγούμαστε με συνεχείς αναγωγές στην κενή πρόταση
  - Έπειτα εισάγουμε στην Βάση γνώσης την ταυτολογία της πρότασης (δηλαδή την άρνηση της πρότασης OR την κατάφαση της)
    - Με ακριβώς την ίδια σειρά αναγωγών θα προκύψει αντί για την κενή πρόταση η κατάφαση της απάντησης που θα είναι και η απάντηση στην ερώτηση που έχουμε θέσει.
- Σχόλιο: Η εισαγωγή της ταυτολογίας της ερώτησης δεν δημιουργεί βλάβη στην βάση. Είναι μια πρόταση που απλά ισχύει. Άρα το συμπέρασμα, έπεται φυσικά από διαδικασία των αναγωγών.





# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 1. Εξαγωγή Απαντήσεων

#### Παράδειγμα:

(A) Γράψτε σε ΚΛ τις προτάσεις:

Κάθε ψάρι έχει πτερυγωτή ουρά  
Κάθε δελφίνι είναι ψάρι  
Ο Γουίλι είναι δελφίνι

Απάντηση:

1.  $\forall x[\psi\alpha\rho\iota(x) \Rightarrow \sigma\upsilon\rho\alpha(x, \pi\tau\epsilon\rho\upsilon\gamma\omega\tau\eta)]$
2.  $\forall x[\delta\epsilon\lambda\phi\iota\nu\iota(x) \Rightarrow \psi\alpha\rho\iota(x)]$
3.  $\delta\epsilon\lambda\phi\iota\nu\iota(\Gamma\omicron\upsilon\iota\lambda\iota)$

(B) Μετατρέψτε τις προτάσεις σε ΚΣΜ:

1.  $\sim\psi\alpha\rho\iota(x1) \vee \sigma\upsilon\rho\alpha(x1, \pi\tau\epsilon\rho\upsilon\gamma\omega\tau\eta)$
2.  $\sim\delta\epsilon\lambda\phi\iota\nu\iota(x2) \vee \psi\alpha\rho\iota(x2)$
3.  $\delta\epsilon\lambda\phi\iota\nu\iota(\Gamma\omicron\upsilon\iota\lambda\iota)$



# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 1. Εξαγωγή Απαντήσεων

#### Παράδειγμα:

(Γ) Εξηγήστε πως βρίσκεται η απάντηση στην ερώτηση: «Τι ουρά έχει ο Γουίλι»

Η διατύπωση της ερωτησης σε Κατηγορηματική Λογική είναι:

$ουρα(Γουιλι, x3)$

Η άρνηση της πρότασης είναι:

$\sim ουρα(Γουιλι, x3)$

Η πρόταση σε ΣΚΜ είναι:

$\sim ουρα(Γουιλι, x3)$

Εισάγουμε την πρόταση στην Βάση Γνώσης

4.  $\sim ουρα(Γουιλι, x3)$

Άρα η βάση γνώσης γίνεται:

1.  $\sim ψαρι(x1) \vee ουρα(x1, πτερυγωτη)$
2.  $\sim δελφινι(x2) \vee ψαρι(x2)$
3.  $δελφινι(Γουιλι)$
4.  $\sim ουρα(Γουιλι, x3)$

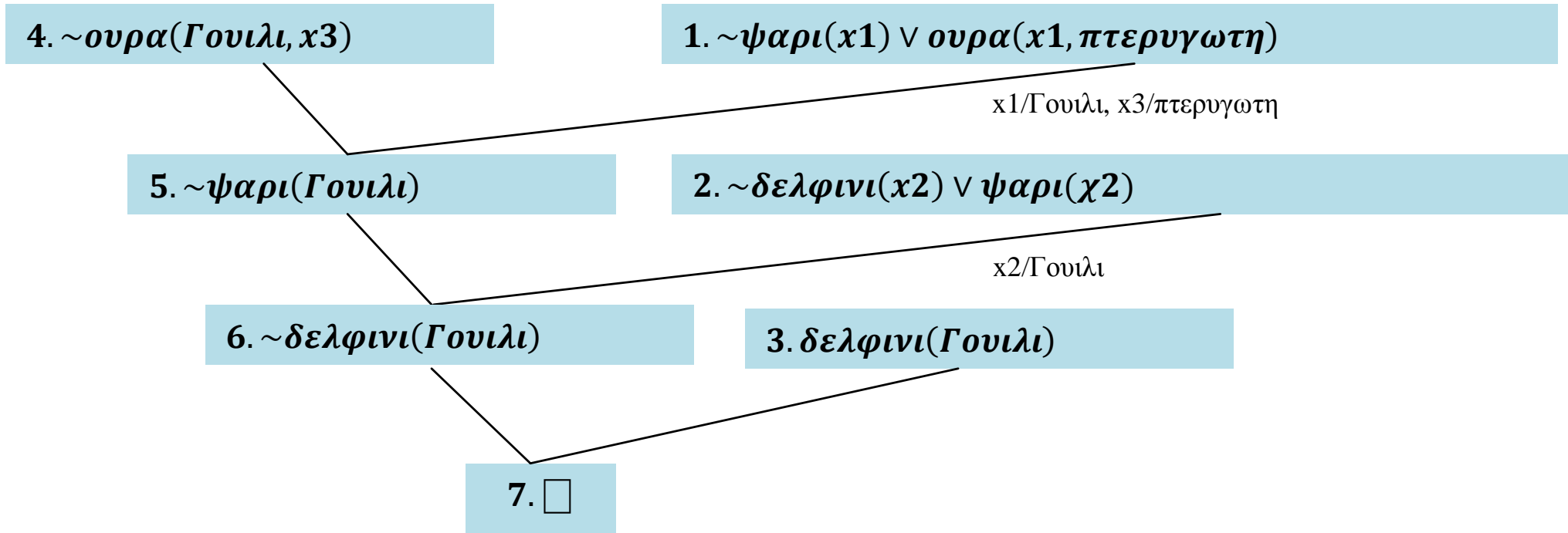


# A. Θεωρία

## 3. ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

### 1. Εξαγωγή Απαντήσεων

Η αναγωγή είναι:





# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 1. Εξαγωγή Απαντήσεων

Εισάγουμε την ταυτολογία της ερώτησης στην βάση ως

$$4. \sim ουρα(Γουίλι, x3) \vee ουρα(Γουίλι, x3)$$

Και εκτελούμε και πάλι την αναγωγή:

$$4. \sim ουρα(Γουίλι, x3) \vee ουρα(Γουίλι, x3)$$

$$1. \sim ψαρι(x1) \vee ουρα(x1, πτερυγωτη)$$

$x1/Γουίλι, x3/πτερυγωτη$

$$5. \sim ψαρι(Γουίλι) \vee ουρα(Γουίλι, πτερυγωτη)$$

$$2. \sim δελφινι(x2) \vee ψαρι(x2)$$

$x2/Γουίλι$

$$6. \sim δελφινι(Γουίλι) \vee ουρα(Γουίλι, πτερυγωτη)$$

$$3. δελφινι(Γουίλι)$$

$$7. ουρα(Γουίλι, πτερυγωτη)$$

Συνεπώς ο Γουίλι έχει πτερυγωτή ουρά



# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

## 2. Συμπερασμός

Ως τώρα είδαμε

- Την χρήση της αναγωγής για την απόδειξη προτάσεων
- Την χρήση της αναγωγής για την εξαγωγή απαντήσεων

Ωστόσο:

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αναγωγή σαν εργαλείο συμπερασμού. Κάνοντας αναγωγή σε προτάσεις μίας βάσης γνώσης θα προκύπτουν νέες προτάσεις που θα ισχύουν (πρώτα θα σκεφτούμε τις προτάσεις που θα συνδυάσουμε και έπειτα θα το κάνουμε!)

### Παράδειγμα:

Δεδομένης της γνώσης

Τα θηλαστικά δεν πετούν.

Το γαϊδούρι είναι θηλαστικό.

Η νυχτερίδα είναι θηλαστικό.

Αν κάτι δεν πετάει τότε δεν είναι αετός.

Αποδείξτε κάνοντας συνεχείς αναγωγές (χωρίς αντίκρουση αντίφασης), ότι ένας γάιδαρος δεν είναι αετός.



# Α. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

## 2. Συμπερασμός

### Παράδειγμα:

Φυσική Γλώσσα:

Τα θηλαστικά δεν πετούν.

Το γαϊδούρι είναι θηλαστικό.

Η νυχτερίδα είναι θηλαστικό.

Αν κάτι δεν πετάει τότε δεν είναι αετός.

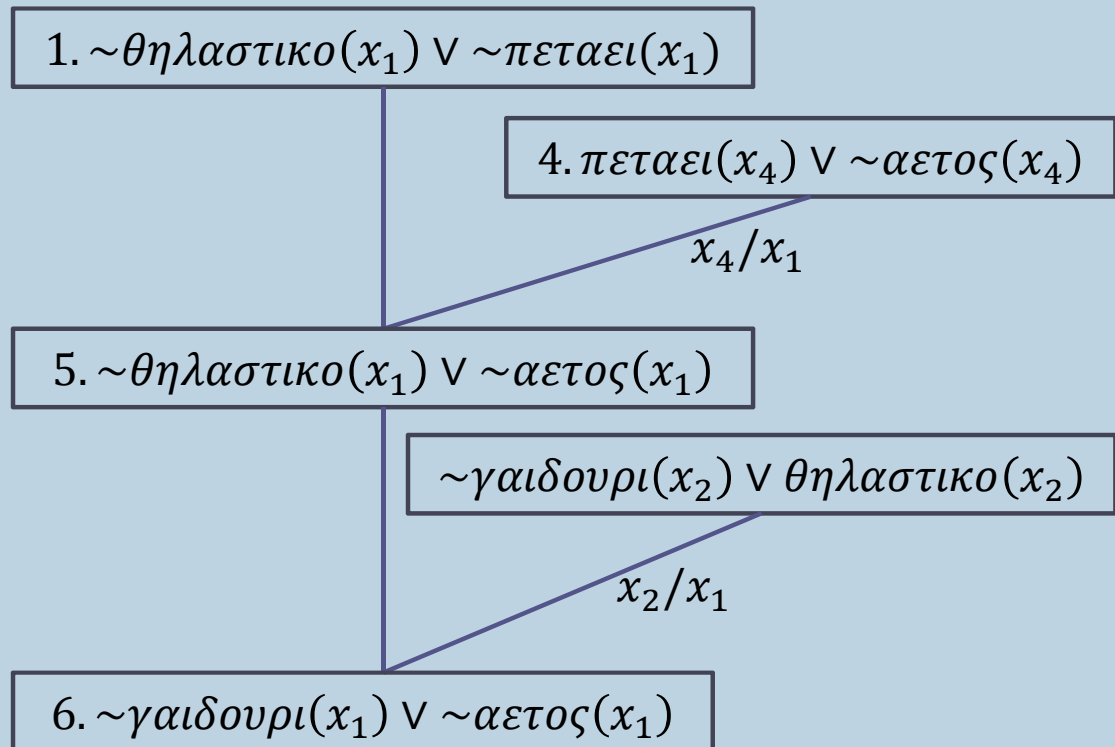
Κατηγορηματική Λογική:

1.  $\forall x[\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x) \Rightarrow \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x)]$
2.  $\forall x[\gamma\alpha\iota\delta\omicron\upsilon\rho\iota(x) \Rightarrow \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x)]$
3.  $\forall x[\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x) \Rightarrow \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x)]$
4.  $\forall x[\sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x) \Rightarrow \sim\alpha\epsilon\tau\omicron\varsigma(x)]$

Συζευκτική Κανονική Μορφή (Βάση Γνώσης):

1.  $\sim\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_1) \vee \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_1)$
2.  $\sim\gamma\alpha\iota\delta\omicron\upsilon\rho\iota(x_2) \vee \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_2)$
3.  $\sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x_3) \vee \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_3)$
4.  $\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_4) \vee \sim\alpha\epsilon\tau\omicron\varsigma(x_4)$

Η αναγωγή είναι:



Η πρόταση 6 αντιστοιχεί στην πρόταση ΚΛ:

$$\forall x[\gamma\alpha\iota\delta\omicron\upsilon\rho\iota(x) \Rightarrow \sim\alpha\epsilon\tau\omicron\varsigma(x)]$$

Δηλαδή ότι τα γαϊδούρια δεν είναι αετοί



# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 3. Διορθώσεις σε Αντιφατική Βάση Γνώσης

Αν μας δίνεται μια Βάση Γνώσης που περιέχει αντίφαση, δηλαδή ότι

- Μπορεί να αποδειχθεί μια πρόταση, αλλά
- Μπορεί να αποδειχθεί και η άρνηση της πρότασης.

Τότε προβαίνουμε σε διόρθωση της βάσης γνώσης:

- Εισάγοντας κατάλληλες διορθώσεις στους κανόνες που οδηγούν στις αντιφάσεις.

#### Παράδειγμα:

##### Δεδομένης της γνώσης

Τα θηλαστικά δεν πετούν.

Η νυχτερίδα είναι θηλαστικό.

Ο Μπάτμαν είναι νυχτερίδα

Οι νυχτερίδες πετούν

Αφού αποδείξετε ότι η παραπάνω γνώση είναι αντιφατική (δείχνοντας ότι ο Μπάτμαν πετάει, αλλά και δεν πετάει), να προχωρήσετε σε διόρθωσή της ώστε αυτή να μην περιέχει αντιφάσεις.



# A. Θεωρία

## 3. Επεκτάσεις

### 3. Διορθώσεις σε Αντιφατική Βάση Γνώσης

#### Παράδειγμα:

##### Φυσική Γλώσσα:

Τα θηλαστικά δεν πετούν.

Η νυχτερίδα είναι θηλαστικό.

Ο Μπάτμαν είναι νυχτερίδα

Οι νυχτερίδες πετούν

##### Κατηγορηματική Λογική:

1.  $\forall x[\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x) \Rightarrow \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x)]$
2.  $\forall x[\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x) \Rightarrow \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x)]$
3.  $\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(\text{Μπάτμαν})$
4.  $\forall x[\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x) \Rightarrow \pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x)]$

##### Συζευκτική Κανονική Μορφή (Βάση Γνώσης):

1.  $\sim\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_1) \vee \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_1)$
2.  $\sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x_2) \vee \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_2)$
3.  $\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(\text{Μπάτμαν})$
4.  $\sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x_3) \vee \pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_3)$





# A. Θεωρία

## 3. ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

### 3. Διορθώσεις σε Αντιφατική Βάση Γνώσης

1.  $\sim\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_1) \vee \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_1)$
2.  $\sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x_2) \vee \theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x_2)$
3.  $\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(\text{Μπατμαν})$
4.  $\sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x_3) \vee \pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x_3)$

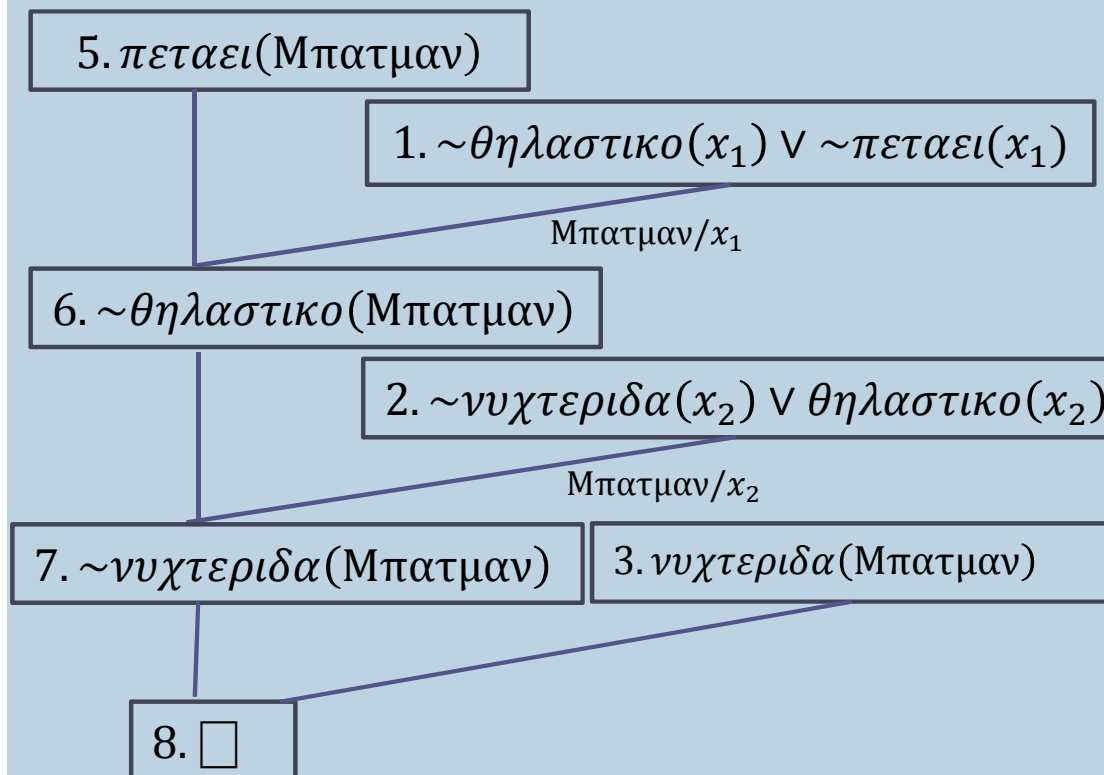
#### Ο Μπατμαν δεν πετάει

Η πρόταση σε ΚΛ:  $\sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Η άρνησή της:  $\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Σε ΣΚΜ:  $\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Την εισάγω στη ΒΓ: 5.  $\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$



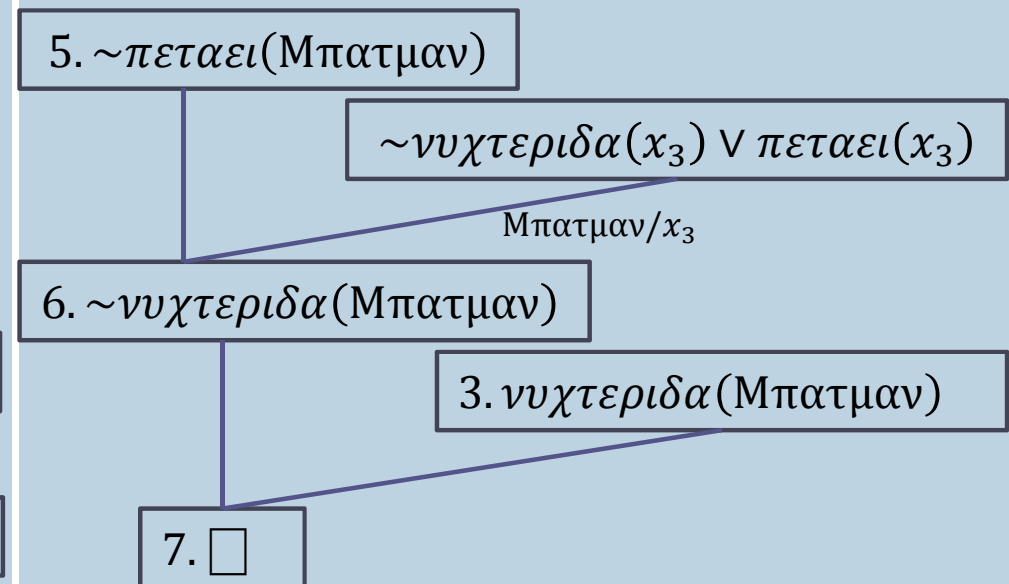
#### Ο Μπατμαν πετάει

Η πρόταση σε ΚΛ:  $\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Η άρνησή της:  $\sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Σε ΣΚΜ:  $\sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$

Την εισάγω στη ΒΓ: 5.  $\sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(\text{Μπατμαν})$



Ο προβληματικός κανόνας είναι ο:

$$\forall x[\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x) \Rightarrow \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x)]$$

Τον διορθώνουμε εισάγοντας εξαίρεση:

$$\forall x[\theta\eta\lambda\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omicron(x) \wedge \sim\nu\chi\tau\epsilon\rho\iota\delta\alpha(x) \Rightarrow \sim\pi\epsilon\tau\alpha\epsilon\iota(x)]$$



# Ασκήσεις

## Εφαρμογή 1

Δίνονται οι προτάσεις:

- Στο Γιάννη αρέσουν τα φρούτα
- Τα πορτοκάλια είναι φρούτα
- Οι άνθρωποι τρώνε αυτό που τους αρέσει.
- Ο Γιάννης είναι άνθρωπος

(Α) Μετατρέψτε τις προτάσεις σε ΚΛ



(B) Μετατρέψτε τις προτάσεις ΚΛ σε ΣΚΜ



(Γ) Αποδείξτε ότι ο Γιάννης τρώει πορτοκάλια.



## Ασκήσεις

### Εφαρμογή 2

(σε συνέχεια της εφαρμογής 2 του μαθήματος 2.2)

Αποδείξτε ότι η Μαρία συμπαθεί τον Γιάννη.