## ΣΧΗΜΑΤΑ



**<u>Ορισμός:</u>** Έστω Σ το αλφάβητο των συμβόλων που χρησιμοποιεί ο γενετικός αλγόριθμος για την κωδικοποίηση των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού.

Ένα **<u>σχήμα S</u>** (ή πρότυπο S) είναι ένα χρωμόσωμα που χρησιμοποιεί το * (διαβάζεται <u>αδιάφορο σύμβολο</u>) το οποίο μπορεί να αντικατασταθεί από οποιοδήποτε σύμβολο του αλφαβήτου.

Παραδείγματα:
- Στο σχήμα S=11*10 ταιριάζουν οι δύο συμβολοσειρές {11010,11110}
- Στο σχήμα S=*1*1 ταιριάζουν οι τέσσερις συμβολοσειρές {0101,0111,1101,1111}

<u>Σε ένα σχήμα μήκους n στο δυαδικό αλφάβητο:</u>
- Ένα σχήμα με κανένα * θα αναπαριστά μία συμβολοσειρά.
- Ένα σχήμα με k * θα αναπαριστά $2^k$ συμβολοσειρές
- Ένα σχήμα που αποτελείται μόνο από * θα αναπαριστά $2^n$ συμβολοσειρές.

Έστω c: πληθάριθμος αλφαβήτου (c=|Σ| ) και τα άτομα είναι συμβολοσειρές μήκους n:
- Τα δυνατά σχήματα που μπορούν να κατασκευαστούν είναι $(c+1)^n$
- Μία συμβολοσειρά ταιριάζει σε $2^n$ διαφορετικά σχήματα.

**<u>Ορισμός:</u> <u>Τάξη</u>** ενός σχήματος **<u>o(S)</u>** είναι αριθμός των θέσεων με 0 και 1
- Προσδιορίζει πόσο ειδικό είναι το σχήμα

**<u>Ορισμός:</u> <u>Οριστικό μήκος</u>** σχήματος **δ(S)**:
- είναι η απόσταση της πρώτης και της τελευταίας σταθερής θέσης

Παραδείγματα:
- Το σχήμα S=11***1 έχει τάξη 3 και οριστικό μήκος 6-1=5
- Το σχήμα S=*0*111* έχει τάξη 4 και οριστικό μήκος 6-2=4

## ΘΕΩΡΗΜΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ



**<u>Θεώρημα Σχημάτων:</u>** Το αναμενόμενο πλήθος συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο σχήμα S στην γενιά t+1:

$$\xi(S,t+1) \geq \xi(S,t) \cdot \frac{eval(S,t)}{\bar{F}(t)} \cdot \left[1 - p_C \frac{\delta(S)}{m-1} - o(S) \cdot p_m\right]$$

*«Σχήματα άνω του μέσου όρου απόδοσης, με μικρό οριστικό μήκος και μικρή τάξη λαμβάνουν εκθετικά αυξανόμενες συμβολοσειρές σε διαδοχικές γενιές ενός γενετικού αλγορίθμου»*

<u>Όπου:</u>
- <u>$\xi(S,t)$:</u> Πλήθος Ατόμων που ταιριάζουν στο σχήμα S στην γενιά t
- <u>$eval(S,t)$</u>: Μέση Απόδοση ατόμων που ταιριάζουν στο σχήμα S στη γενιά t.
- <u>$\bar{F}(t)$:</u> Μέση Απόδοση του πληθυσμού της γενιάς t
- $p_c$: Πιθανότητα Διασταύρωσης
- $\delta(S)$: Οριστικό Μήκος Σχήματος
- $m$: Μήκος Συμβολοσειράς που αναπαριστά ένα άτομο
- $o(S)$: Τάξη Σχήματος
- $p_m$: Πιθανότητα Μετάλλαξης

**<u>Παράδειγμα:</u>** Πόσες συμβολοσειρές αναμένεται να ταιριάζουν στο σχήμα S=**0**10** στην γενιά 1 αν $p_c$=0,75 και $p_m$=1/9 αν η γενιά 0 είναι η ακόλουθη:

| Ατομο | Συμβολοσειρά | Ικανότητα |
|---|---|---|
| A | 100101011 | 25 |
| B | 000010001 | 10 |
| Γ | 010100110 | 20 |
| Δ | 110011001 | 15 |
| E | 001001010 | 5 |

$\xi(S,0) = 2$ (Α και Δ)

$$eval(S,0) = \frac{eval(A)+eval(\Delta)}{2} = \frac{25+15}{2} = 20$$

$$\bar{F}(0) = \frac{25+10+20+15+5}{5} = 15$$

$$p_c = 0{,}75, \delta(S) = 7-3 = 4, p_m = \frac{1}{9}, o(S) = 3, m = 9$$

Άρα:

$$\xi(S,1) \geq 2 \cdot \frac{20}{15} \cdot \left[1 - 0{,}75\frac{4}{9-1} - 3 \cdot \frac{1}{9}\right] = 0{,}78$$

**<u>Πιθανότητα Επιβίωσης Σχήματος:</u>**

**<u>Επιλογή:</u>** $p_S = \frac{eval(S,t)}{\bar{F}(t)}$ **<u>Διασταύρωση:</u>** $p_S = 1 - p_c\frac{\delta(S)}{m-1}$ **<u>Μετάλλαξη:</u>** $p_S = (1-p_m)^{o(S)} \approx 1 - o(S) \cdot p_m$

**Πιθανότητα Καταστροφής Σχήματος** (αντίστοιχα είναι): $p_D = 1 - p_S$

## ΕΠΙΚΡΑΤΗΣΗ – ΕΞΑΦΑΝΙΣΗ ΣΧΗΜΑΤΩΝ



Ο παρακάτω τύπος δίνει το πλήθος των συμβολοσειρών των συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο σχήμα S μετά από Κ γενιές, αν εφαρμόζεται μόνο επιλογή (όχι διασταύρωση και μετάλλαξη)

$$\xi(S,t+K) = \xi(S,t) \cdot (1+\varepsilon)^K$$

Όπου ε είναι η επί τοις εκατό απόκλιση της μέσης απόδοσης του πληθυσμού σε σχέση με την μέση απόδοση του σχήματος και δίνεται από τον τύπο:

$$\varepsilon = \frac{eval(S)}{\bar{F}} - 1$$

Όπου eval(S) είναι η μέση απόδοση του σχήματος και $\bar{F}$ είναι η μέση απόδοση του πληθυσμού.

Αν ε>0 **επικρατεί** το σχήμα. Θέτουμε ξ(S,t+K) ίσο με τον συνολικό πληθυσμό για να υπολογίσουμε το k.

**<u>Παράδειγμα:</u>** ε=0.53 σε έναν πληθυσμό 16 ατόμων όπου στο σχήμα ταιριάζουν 8 άτομα:
$16 = 8 *(1+0.53)^k \Rightarrow$
$16 = 8 *(1.53)^k \Rightarrow$
$2 = 1.53^k \Rightarrow$
$k=\log_{1,53}2 \Rightarrow$
k=1,63
Άρα θα επικρατήσει μετά από 2 γενιές.

Αν ε<0 **εξαφανίζεται** το σχήμα. Θέτουμε ξ(S,t+K)<1 για να υπολογίσουμε το k.

**<u>Παράδειγμα:</u>** ε= - 0.53 σε έναν πληθυσμό 16 ατόμων όπου στο σχήμα ταιριάζουν 8 άτομα:
$8 *(1-0.53)^k < 1 \Rightarrow$
$8 *(0.47)^k < 1 \Rightarrow$
$\log (8 *(0.47)^k) < \log 1 \Rightarrow$
$\log (8) + \log (0.47)^k < 0 \Rightarrow$
$\log (8) + k \log (0.47) < 0 \Rightarrow$
$k>2,73 \Rightarrow$
Άρα θα εξαφανιστεί μετά από 3 γενιές.