ΠΛΗ31

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Μάθημα 3.1:
Δίκτυα ενός Νευρώνα - Εισαγωγή

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α. Θεωρία

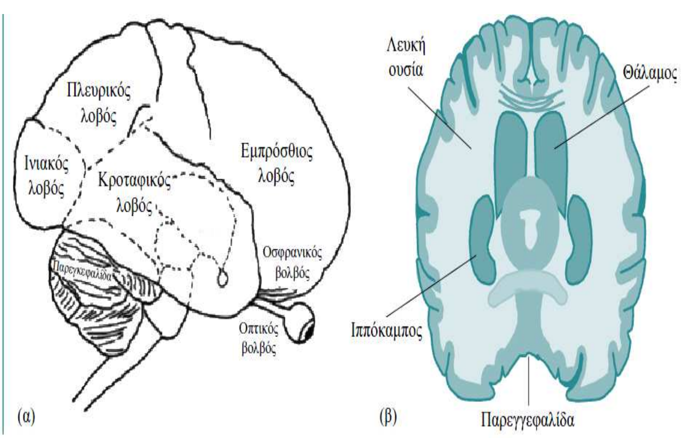
1. Εισαγωγή

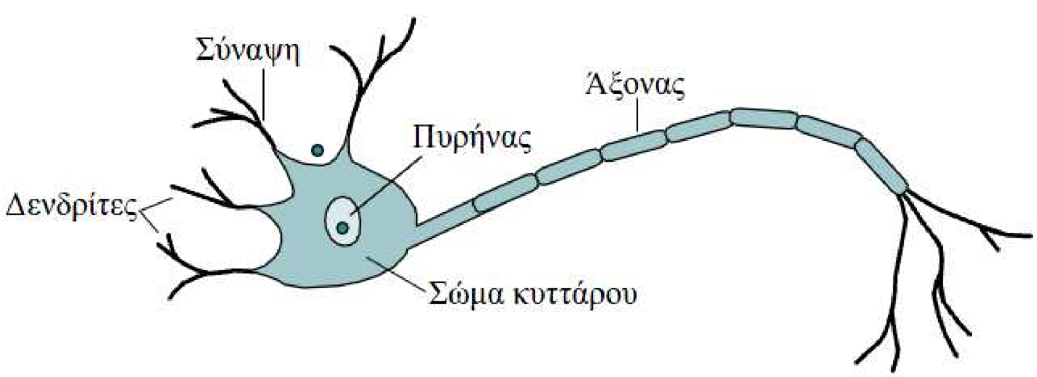
1. Η δομή του ανθρώπινου εγκεφάλου

Το στοιχειώδες υπολογιστικό εργαλείο του εγκεφάλου είναι το νευρωνικό κύτταρο (ή νευρώνας):

- Δέχεται εισόδους (από άλλους νευρώνες) μέσω των δενδριτών.
- Εκτελείται μια ενέργεια στην σύναψη που παράγει την τελική είσοδο που θα φτάσει στον πυρήνα του νευρώνα.
- Ο πυρήνας του νευρώνα μαζεύει όλα τα σήματα από τις συνάψεις και παράγει την έξοδο του νευρώνα.
- Η έξοδος αυτή μεταφέρεται μέσω του άξονα και σπάει σε δενδρίτες που είναι είσοδοι σε επόμενους νευρώνες.

Ο εγκέφαλος έχει περίπου 10^{10} νευρώνες και οι συνάψεις κάθε νευρώνα είναι αρκετές δεκάδες χιλιάδες!



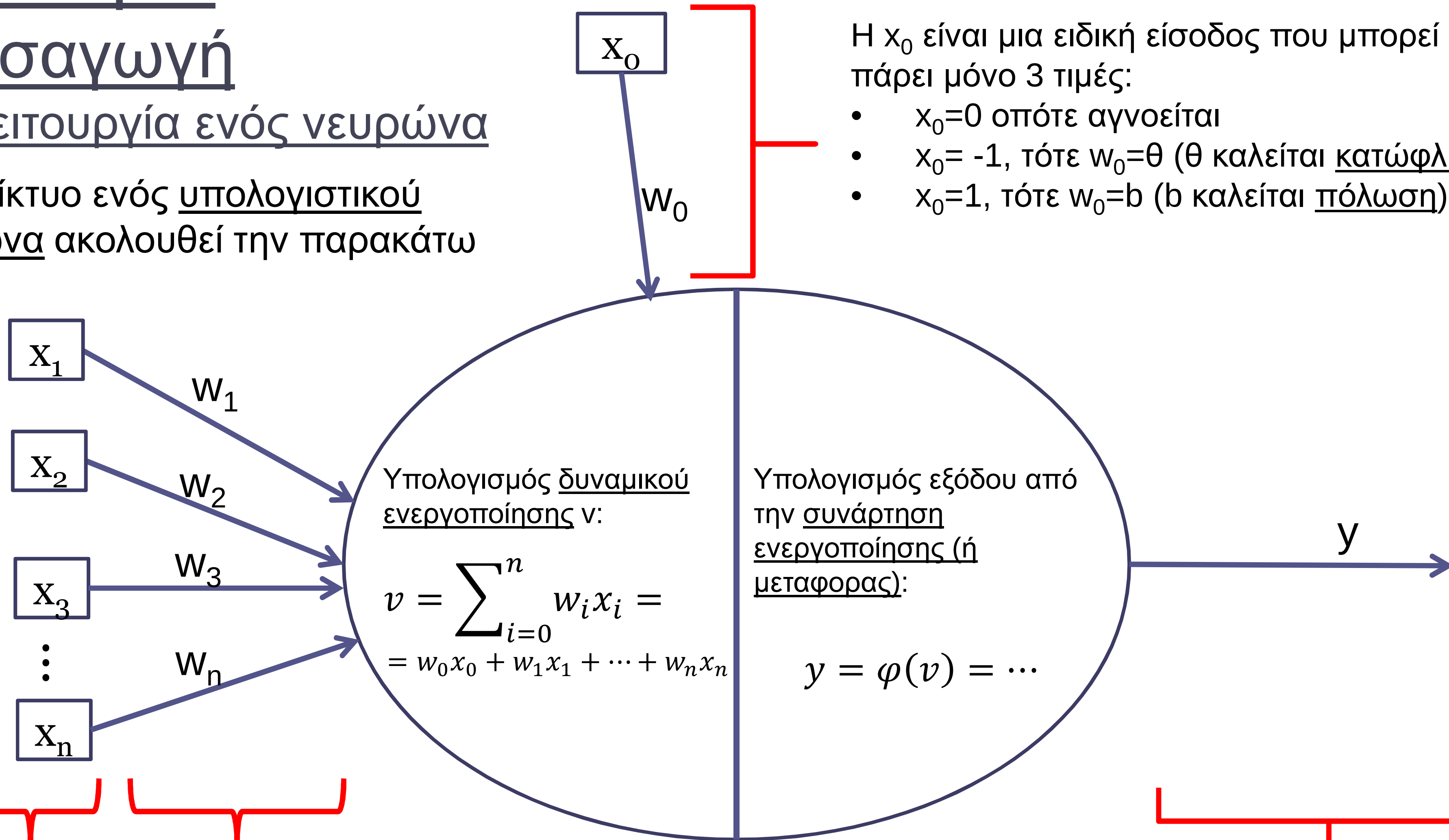


Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

2. Η λειτουργία ενός νευρώνα

Ένα δίκτυο ενός υπολογιστικού νευρώνα ακολουθεί την παρακάτω δομή:



Η x_0 είναι μια ειδική είσοδος που μπορεί να πάρει μόνο 3 τιμές:

- $x_0=0$ οπότε αγνοείται
- $x_0= -1$, τότε $w_0=\theta$ (θ καλείται κατώφλι)
- $x_0=1$, τότε $w_0=b$ (b καλείται πόλωση)

Είσοδοι του νευρώνα

Βάρη των συνάψεων (συνήθως από -1 εώς 1)

Τα σήματα αθροίζονται πολλαπλασιασμένα με τα βάρη τους

Η τελική έξοδος υπολογίζεται από μια συνάρτηση του δυναμικού ενεργοποίησης

Ο νευρώνας παράγει πάντα μία μοναδική έξοδο!

Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

2. Η λειτουργία ενός νευρώνα (Συναρτήσεις ενεργοποίησης).

Η παραγόμενη έξοδος εξαρτάται από την συνάρτηση ενεργοποίησης (ή μεταφοράς):

- Γενικά μπορεί να υπάρχει οποιαδήποτε συνάρτηση παραγωγής της εξόδου

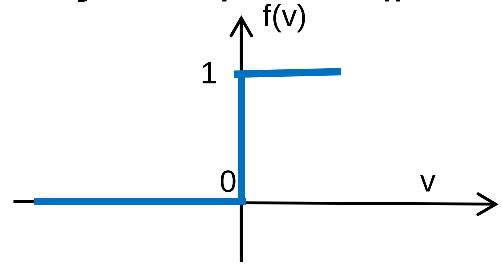
Οι πιο συχνές συναρτήσεις είναι

- Βηματική Συνάρτηση

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & v \geq 0 \\ 0, & v < 0 \end{cases}$$

ειδικά αν χρησιμοποιείται η είσοδος κατωφλίου σημαίνει:

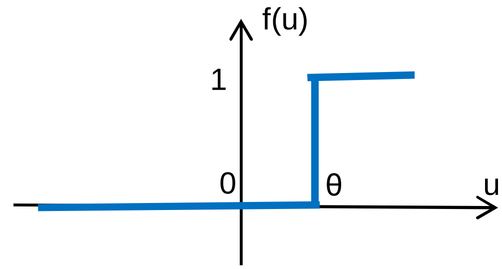
$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=0}^{n} w_i x_i \geq \theta \\ 0, & \sum_{i=0}^{n} w_i x_i < \theta \end{cases}$$



Σε κάποιες ασκήσεις το δυναμικό ορίζεται ως :

- $u = \sum_{i=1}^{n} w_i s_i$ οπότε η συνάρτηση ενεργοποίησης γράφεται:

- $\varphi(u) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \geq \theta \\ 0, & \sum_{i=1}^{n} w_i x_i < \theta \end{cases}$ άρα γραφικά:



Α. Θεωρία

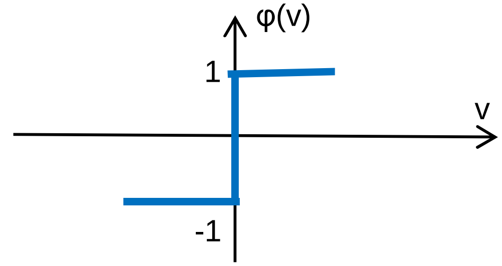
1. Εισαγωγή

2. Η λειτουργία ενός νευρώνα (Συναρτήσεις ενεργοποίησης).

Άλλες συναρτήσεις είναι:

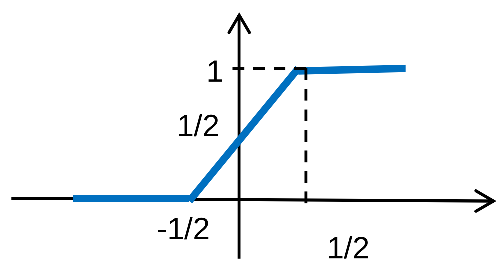
- Συνάρτηση Προσήμου

$$\varphi(v) = \text{sign}(v) = \begin{cases} 1, & v \geq 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases}$$



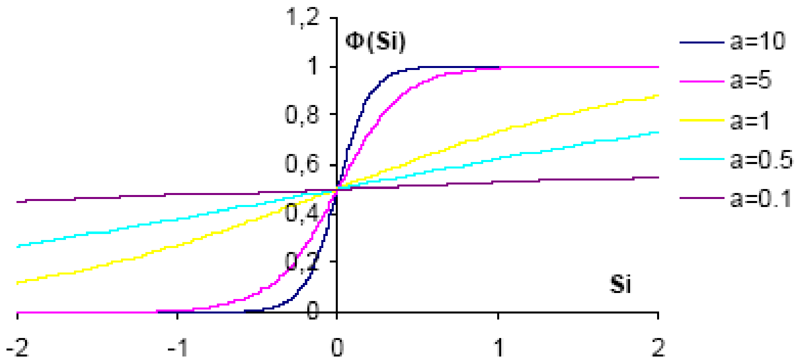
- Τμηματικά Γραμμική Συνάρτηση

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & v \geq 0.5 \\ v, & -0.5 < v < 0.5 \\ 0, & v < -0.5 \end{cases}$$



- Σιγμοειδής Συνάρτηση

$$\varphi(v) = \frac{1}{1+e^{-a \cdot v}}$$

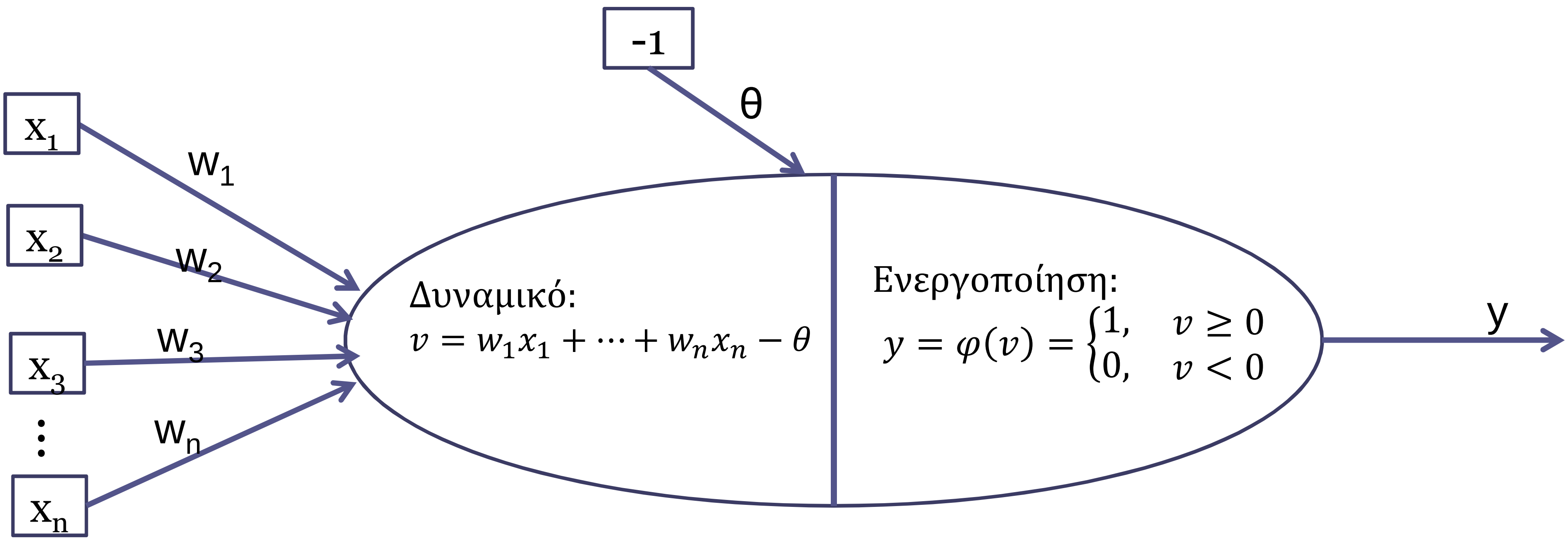


Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

2. Η λειτουργία ενός νευρώνα (Το μοντέλο McCullough-Pitts).

Το μοντέλο **McCullough-Pitts** είναι το συνηθέστερο που χρησιμοποιείται σε έναν νευρώνα. Χρησιμοποιεί την βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης και στάνταρ είσοδο κατωφλίου.



Ο παραπάνω νευρώνας καλείται και **Perceptron**.

Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

2. Η λειτουργία ενός Νευρώνα (Σκοπός)

Ένα δίκτυο ενός νευρώνα με συνάρτηση ενεργοποίησης τη βηματική συνάρτηση ονομάζεται Perceptron (ή απλός αισθητήρας)

Ο σκοπός ενός νευρώνα είναι:

- Ανάλογα με την είσοδο που δέχεται ως μία διατεταγμένη n-άδα $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Να την ταξινομήσει

- σε μία από δύο κλάσεις: K_1 και K_2
  - Συνήθως η μία κλάση δίνει την απάντηση «ΝΑΙ»
  - Και η άλλη κλάση δίνει την απάντηση «ΌΧΙ»

Μαθηματικά ο κανόνας απόφασης για την ταξινόμηση είναι:

- να αναθέτει το σημείο που αναπαριστούν τα $x_1, x_2, \ldots, x_n$ στην κλάση K_1, εάν η έξοδος y του Perceptron είναι +1

- και στην κλάση K_2 εάν η έξοδος y του Perceptron είναι 0.

Α. Θεωρία

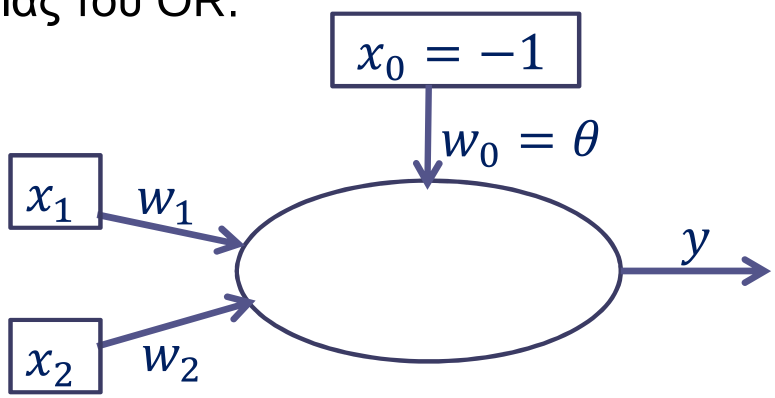
2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

1. Το πρόβλημα του OR (1.Διατύπωση)

Το πρόβλημά μας: Να κατασκευάσουμε το πιο απλό ΤΝΔ στη λογική συνάρτηση OR

X1	**X2**	**Y**
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**1**

Απαιτούνται δύο είσοδοι (X1 και X2) και και θέλουμε η έξοδος να μοντελοποιεί σωστά τον πίνακα αλήθειας του OR.



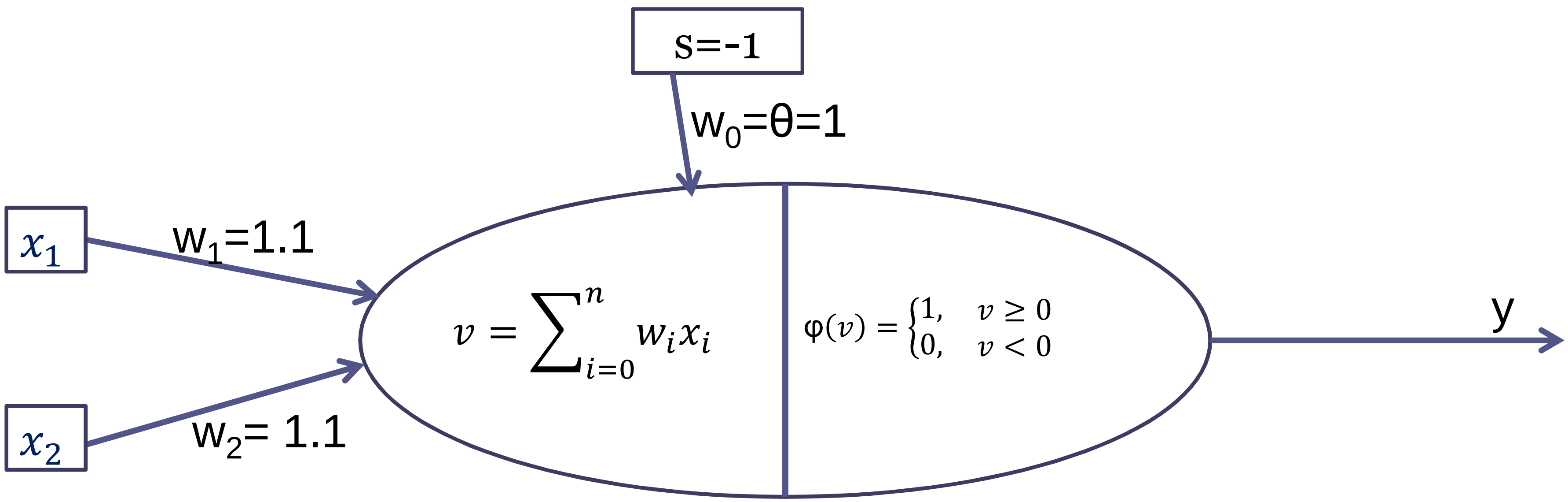
Απαιτείται να εντοπιστούν κατάλληλες τιμές στα βάρη των συνάψεων έτσι ώστε να υπολογίζεται ο πίνακας αλήθειας του OR.

Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

1. Το πρόβλημα του OR (2.Νευρωνικό Δίκτυο)

Ένας συνδυασμός βαρών που θα δουλέψει είναι ο ακόλουθος: $w_1=1.1$, $w_2=1.1$, $w_0=1$



Επαληθεύουμε την ορθή λειτουργία του νευρώνα:

x_1	x_2	Δυναμικό	Συν.Δυναμικού	y
0	0	$w_1x_1+w_2x_2-\theta=0\cdot 1.1+0\cdot 1.1-1=-1$	$\varphi(-1)=0$	0
0	1	$w_1x_1+w_2x_2-\theta=0\cdot 1.1+1\cdot 1.1-1=0{,}1$	$\varphi(0.1)=1$	1
1	0	$w_1x_1+w_2x_2-\theta=1\cdot 1.1+0\cdot 1.1-1=0{,}1$	$\varphi(0.1)=1$	1
1	1	$w_1x_1+w_2x_2-\theta=1\cdot 1.1+1\cdot 1.1-1=1{,}2$	$\varphi(1.2)=1$	1

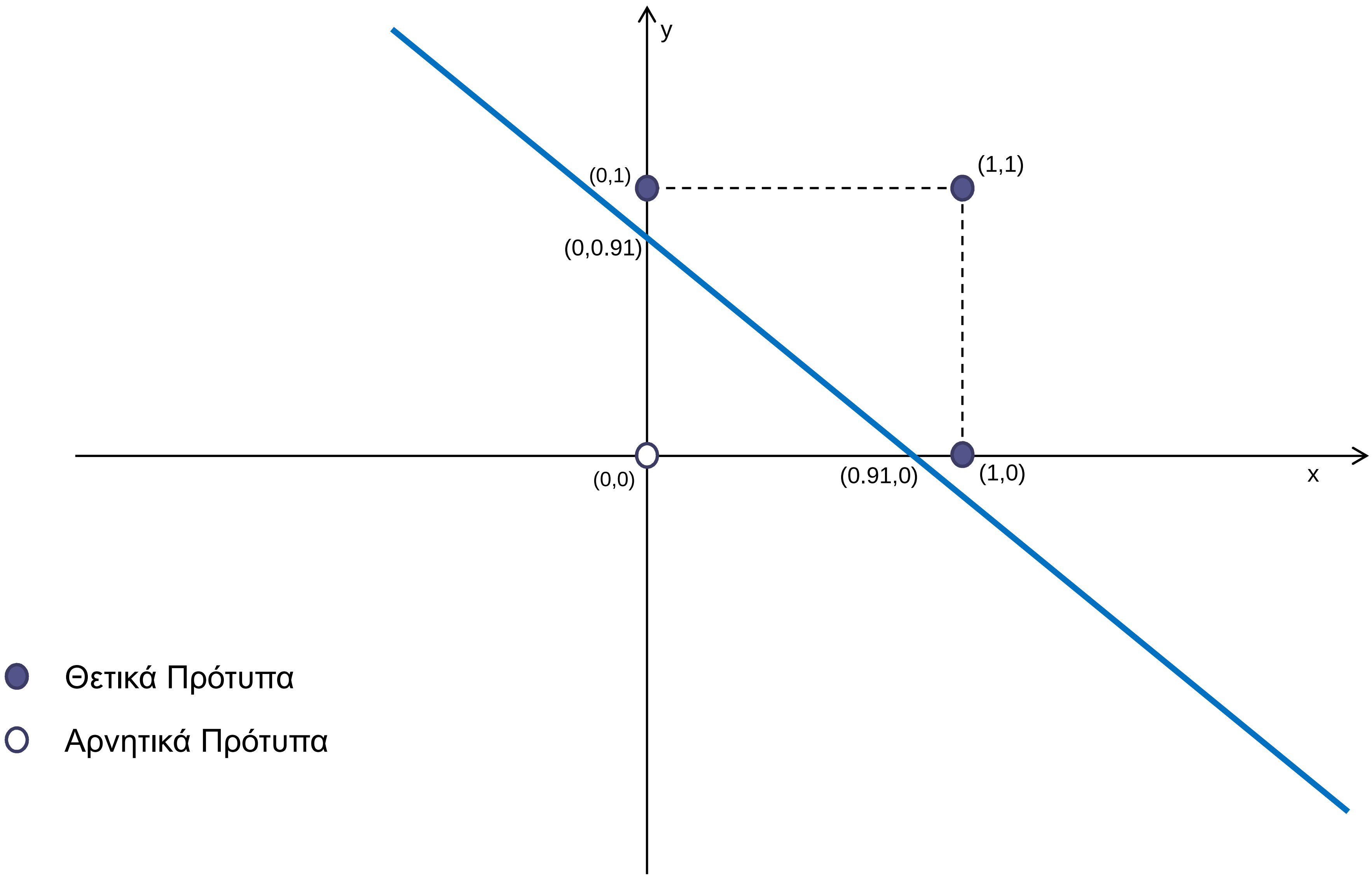
Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

1. Το πρόβλημα του OR (3.Εξίσωση Ευθείας)

Δυναμικό Ενεργοποίησης: $1.1X_1+1.1X_2-1$

Ευθεία Απόφασης: $1.1y + 1.1x - 1=0$



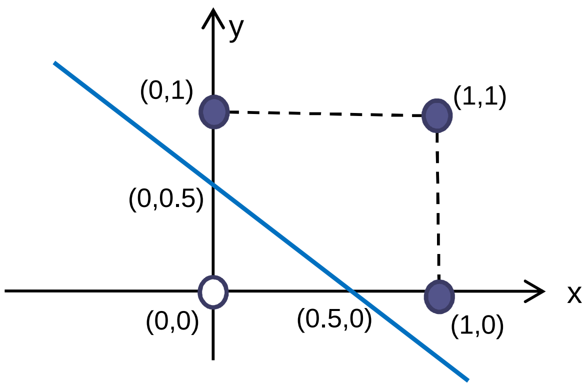
Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

1. Το πρόβλημα του OR (4. Και άλλα Perceptrons που λύνουν το πρόβλημα)

Υπάρχουν πολλές ευθείες που μπορούν να διαχωρίσουν τα δεδομένα στις δύο κλάσεις K_1 και K_2
Πρακτικά πρέπει να διαχωρίζονται τα θετικά από τα αρνητικά πρότυπα από την ευθεία. Σχεδιάζουμε την συνάρτηση και υπολογίζουμε δύο σημεία της (x_1,y_1) και (x_2,y_2). Η εξίσωση ευθείας υπολογίζεται από τον τύπο:

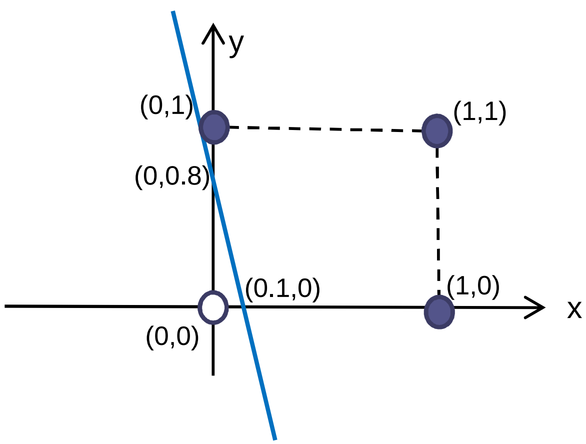
$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2}=\frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$



Η ευθεία περνάει από τα σημεία: (0.5,0) και (0,0.5). Άρα προκύπτει η ευθεία απόφασης:

$$\frac{x-0.5}{0.5-0}=\frac{y-0}{0-0.5}\Rightarrow\frac{x-0.5}{0.5}=\frac{y}{-0.5}\Rightarrow x-0.5=-y\Rightarrow x-0.5=-y\Rightarrow x+y=0.5\Rightarrow x+y-0.5=0$$

Συνεπώς σε σχέση με την συνάρτηση ενεργοποίησης κατωφλίου: $w_1X+w_2Y-\theta=0$ προκύπτει άμεσα το νευρωνικό δίκτυο με βάρη: $w_1=1$, $w_2=1$, $\theta=0.5$



Η ευθεία περνάει από τα σημεία: (0.1,0) και (0,0.8). Άρα προκύπτει η ευθεία απόφασης:

$$\frac{x-0.1}{0.1-0}=\frac{y-0}{0-0.8}\Rightarrow\frac{x-0.1}{0.1}=\frac{y}{-0.8}\Rightarrow 0.8x-0.08=-0.1y\Rightarrow 0.8x+0.1y-0.08=0$$

Συνεπώς σε σχέση με την συνάρτηση ενεργοποίησης κατωφλίου: $w_1X+w_2Y-\theta=0$ προκύπτει άμεσα το νευρωνικό δίκτυο με βάρη: $w_1=0.8$, $w_2=0.1$, $\theta=0.08$

Α. Θεωρία

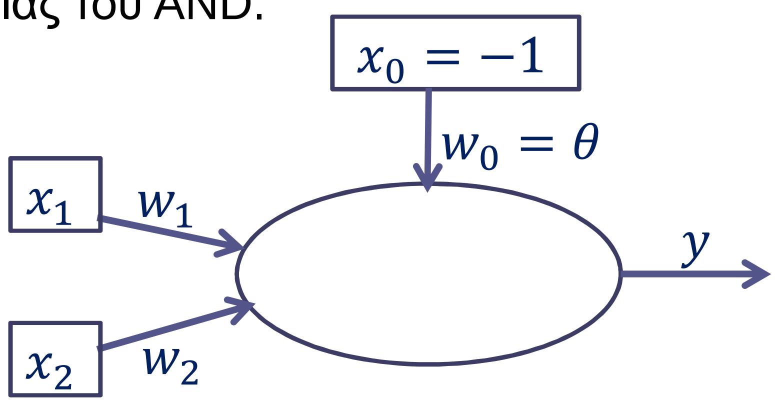
2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

2. Το πρόβλημα του AND (1.Διατύπωση)

Το πρόβλημά μας: Να κατασκευάσουμε το πιο απλό ΤΝΔ στη λογική συνάρτηση AND

X1	X2	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Απαιτούνται δύο είσοδοι (X1 και X2) και και θέλουμε η έξοδος να μοντελοποιεί σωστά τον πίνακα αλήθειας του AND.



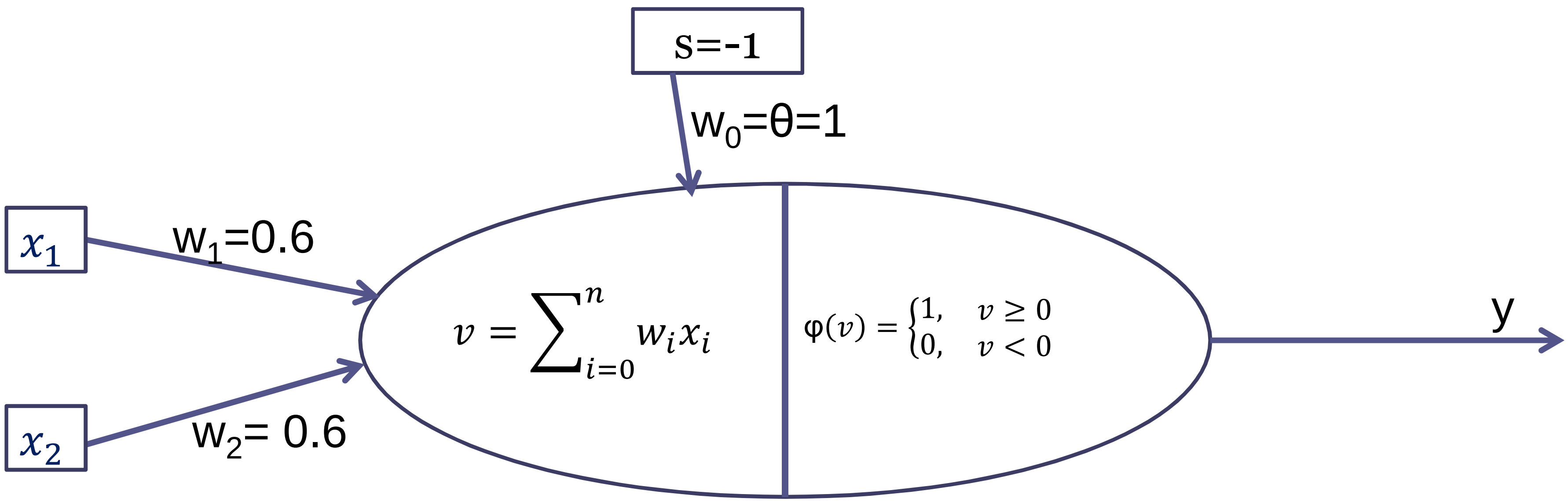
Απαιτείται να εντοπιστούν κατάλληλες τιμές στα βάρη των συνάψεων έτσι ώστε να υπολογίζεται ο πινακας αλήθειας του AND

Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

2. Το πρόβλημα του AND (2.Νευρωνικό Δίκτυο)

Ένας συνδυασμός βαρών που θα δουλέψει είναι ο ακόλουθος: $w_1=0.6$, $w_2=0.6$, $w_0=1$



Επαληθεύουμε την ορθή λειτουργία του νευρώνα:

x_1	x_2	Δυναμικό	Συν.Δυναμικού	y
0	0	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = 0 \cdot 0.6 + 0 \cdot 0.6 - 1 = -1$	$\varphi(-1) = 0$	0
0	1	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = 0 \cdot 0.6 + 1 \cdot 0.6 - 1 = -0.4$	$\varphi(-0.4) = 0$	0
1	0	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = 1 \cdot 0.6 + 0 \cdot 0.6 - 1 = -0.4$	$\varphi(-0.4) = 0$	0
1	1	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = 1 \cdot 0.6 + 1 \cdot 0.6 - 1 = 0.2$	$\varphi(0.2) = 1$	1

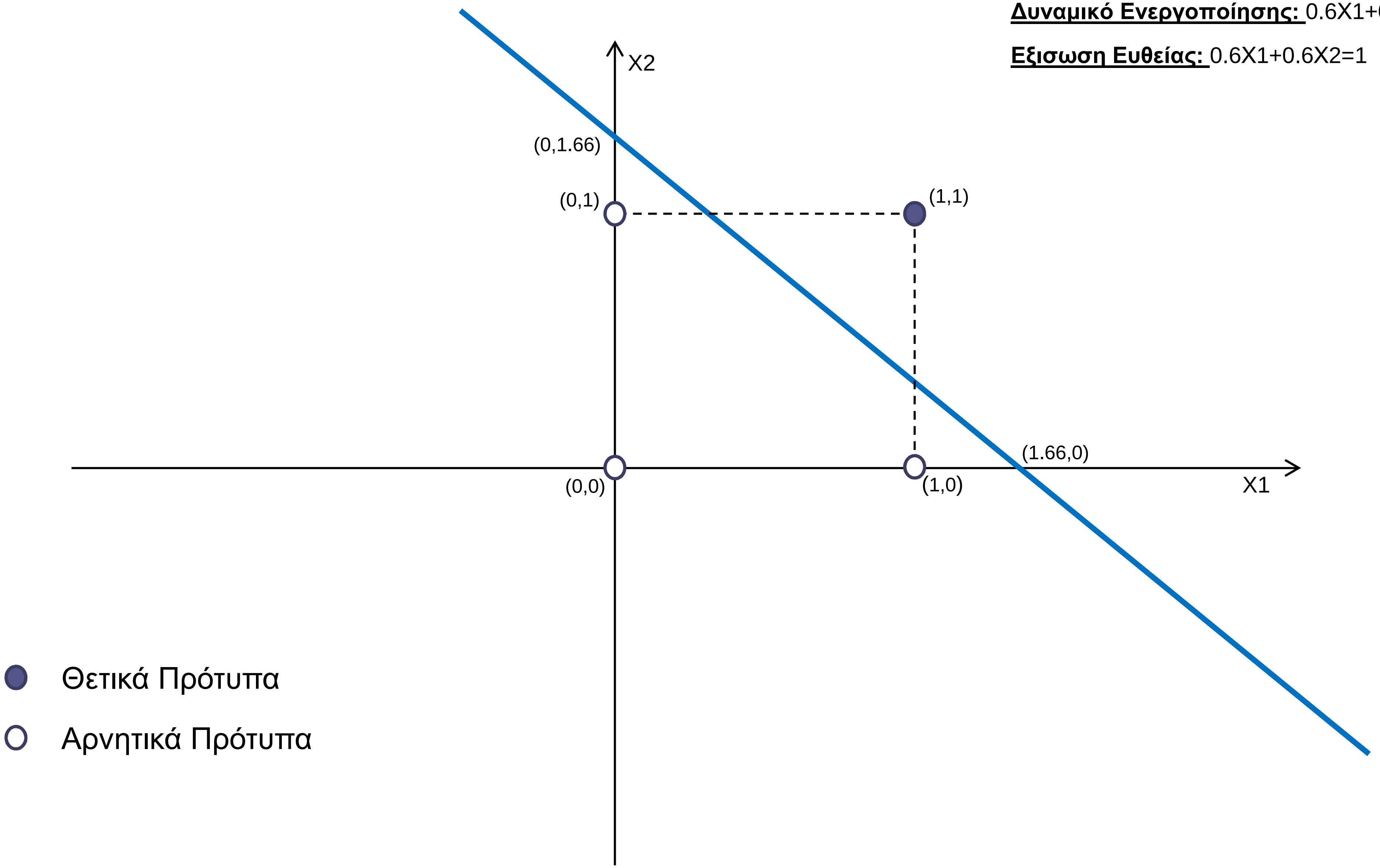
Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

2. Το πρόβλημα του AND (3.Εξίσωση Ευθείας)

Δυναμικό Ενεργοποίησης: 0.6X1+0.6X2-1

Εξισωση Ευθείας: 0.6X1+0.6X2=1



Α. Θεωρία

2. Νευρώνες και Λογικές Πύλες

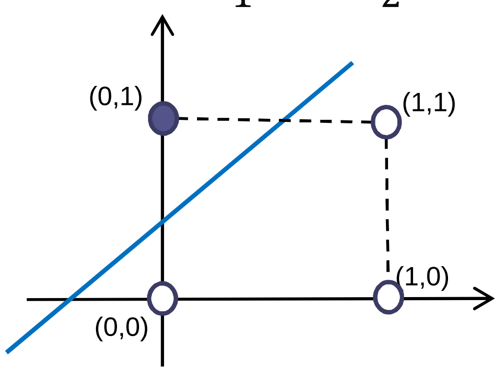
3. Προβλήματα Λογικών Πυλών

Παρακάτω βλέπουμε τις 16 λογικές πύλες δύο εισόδων που υπάρχουν.

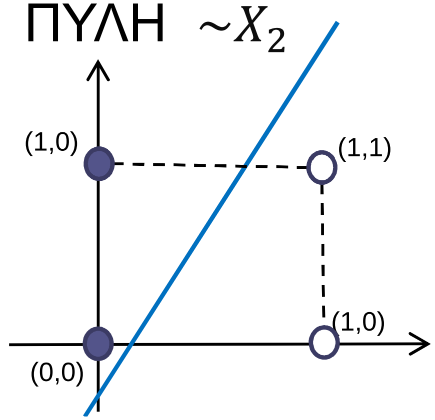
X1	X2	NONE	AND	$X_1 \wedge \sim X_2$	X_1	$X_2 \wedge \sim X_1$	X_2	XOR	OR	NOR	XNOR	$\sim X_2$	$X_2 \rightarrow X_1$	$\sim X_1$	$X_1 \rightarrow X_2$	NAND	ANY
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Μπορούμε να παρατηρήσουμε γραφικά ότι οι μόνες δύο λογικές πύλες που δεν μπορούν να διαχωριστούν από μία ευθεία είναι η XOR και η XNOR

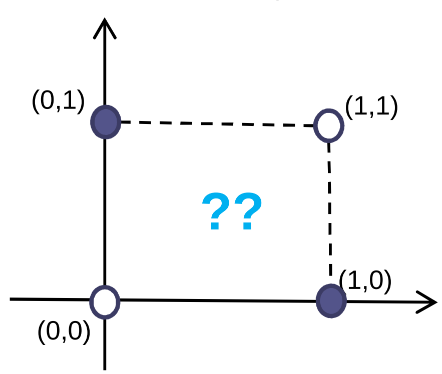
ΠΥΛΗ $X_1 \wedge \sim X_2$



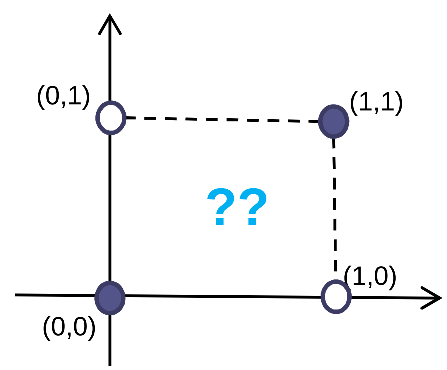
ΠΥΛΗ $\sim X_2$



ΠΥΛΗ XOR



ΠΥΛΗ $XNOR$



Α. Θεωρία

3. Γραμμική Διαχωρισιμότητα

1. Ορισμοί

ΟΡΙΣΜΟΣ: Έστω μία συνάρτηση εισόδου-εξόδου ενός νευρώνα. Αν η συνάρτηση μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα δίκτυο ενός μόνο νευρώνα λέγεται γραμμικά διαχωρίσιμη.

- Για παράδειγμα οι συναρτήσεις που αντιστοιχούν στις πύλες AND και OR καλούνται γραμμικά διαχωρίσιμες.
- Πρακτικά, αν τα θετικά από τα αρνητικά δεδομένα μπορούν να διαχωριστούν από μόνο μία ευθεία τότε η συνάρτηση καλείται γραμμικά διαχωρίσιμη.
- Συναρτήσεις που είναι γραμμικά διαχωρίσιμες θα υλοποιούνται από ένα δίκτυο ενός νευρώνα.

ΟΡΙΣΜΟΣ: Μία συνάρτηση εισόδου-εξόδου που δεν μπορεί να αναπαρασταθεί από μόνο ένα νευρώνα θα καλείται μη γραμμικά διαχωρίσιμη.

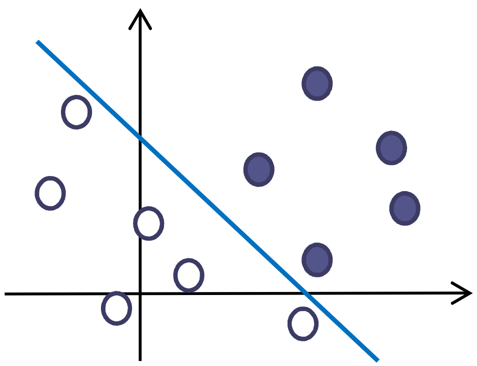
- Για παράδειγμα οι συναρτήσεις των XOR, XNOR είναι μη γραμμικά διαχωρίσιμες.
- Για την υλοποίηση τους από Νευρωνικό Δίκτυο θα απαιτηθεί να έχουμε περισσότερους νευρώνες σε συγκεκριμένη συνδεσμολογία (Μάθημα 3.2)

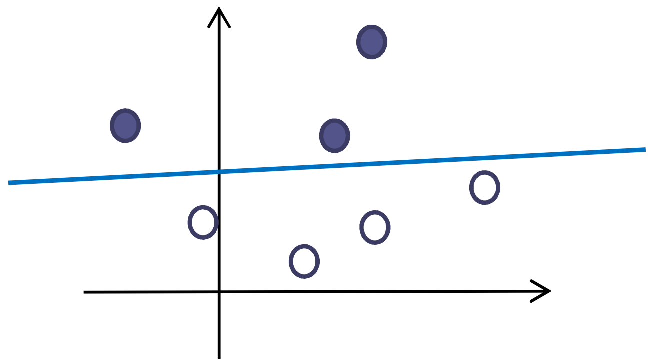
Α. Θεωρία

3. Γραμμική Διαχωρισιμότητα

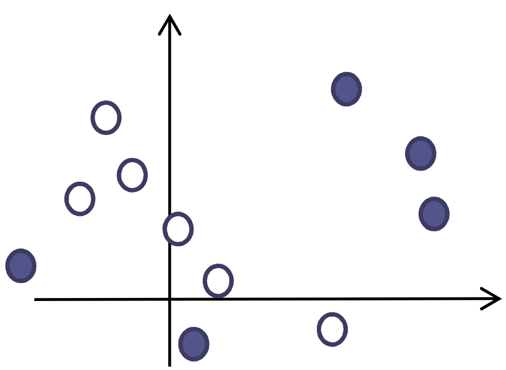
2. Παραδείγματα

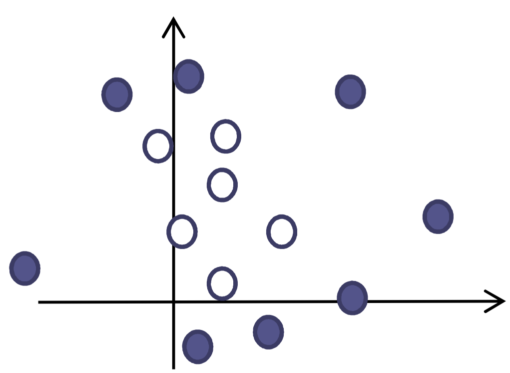
Παραδείγματα γραμμικά διαχωρίσιμων συναρτήσεων:





Παραδείγματα μη γραμμικά διαχωρίσιμων συναρτήσεων:





Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα

1. Γραφική Επίλυση

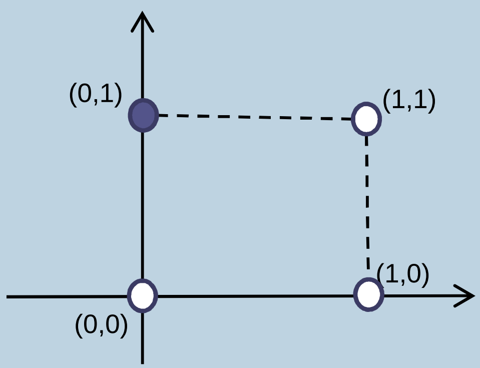
Εκφώνηση: Κατασκευάστε έναν νευρώνα που διαχωρίζει δεδομένα σε δύο κλάσεις. Τα δεδομένα δίδονται ως σημεία (ή με πίνακα). Ζητείται να επιλυθεί γραφικά

Παράδειγμα: Κατασκευάστε έναν αισθητήρα δύο εισόδων που ακολουθεί το μοντέλο McCullough-Pitts που αποφασίζει την λογική συνάρτηση:$X_2 \wedge \sim X_1$. Η επίλυση να γίνει με γραφική απεικόνιση της εξίσωσης ευθείας του νευρώνα.

Βήμα 1: Κατασκευάζουμε τον αληθοπίνακα σε σύστημα αξόνων (οριζόντιος άξονας το x1 και κάθετος άξονας το x2) τα σημεία κάνοντας μαύρα τα σημεία που είναι 1 και λευκα τα σημεία που είναι 0.

Επίλυση: έχουμε:

x_1	x_2	Έξοδος: $X_2 \wedge \sim X_1$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0



Β. Μεθοδολογία

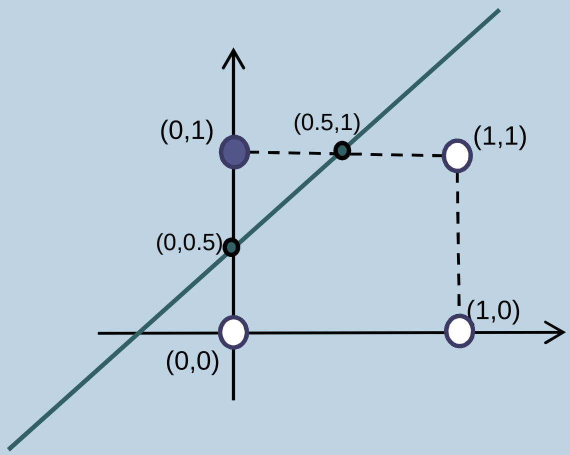
1. Κατασκευή Νευρώνα

1. Γραφική Επίλυση

Βήμα 2: Σχεδιάζουμε μια ευθεία που διαχωρίζει τα πρότυπα των δύο κλάσεων, έτσι ώστε να περνάει από δύο συγκεκριμένα σημεία των οποιών οι συντεταγμένες είναι εύκολο να εντοπιστούν. Ειδικά για λογικές πύλες, οι συντεταγμένες των σημείων θα είναι πολλαπλάσια του 0.5

Επίλυση: έχουμε:

x_1	x_2	Έξοδος: $X_2 \wedge \sim X_1$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0



Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα

1. Γραφική Επίλυση

Βήμα 3: Βρίσκουμε την ευθεία απόφασης ως εξής. Ονομάζουμε τα δύο σημεία (x1,y1) και (x2,y2) και υπολογίζουμε την εξίσωση ευθείας από τον τύπο: $\frac{x-x_1}{x_1-x_2}=\frac{y-y_1}{y_1-y_2}$.

Έπειτα φέρουμε την εξίσωση ευθείας στη μορφή: $\alpha x+\beta y+\gamma=0$

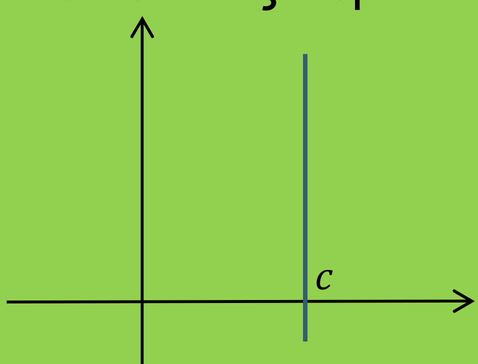
Επίλυση: Δύο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία είναι: $(x_1,y_1)=(0{,}0.5)$ και $(x_2,y_2)=(0.5{,}1)$

Άρα η ζητούμενη ευθεία είναι η:

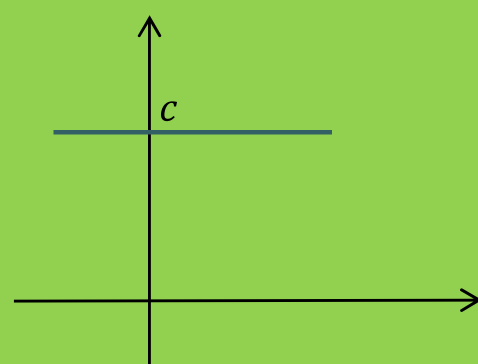
$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2}=\frac{y-y_1}{y_1-y_2}\Rightarrow\frac{x-0}{0-0.5}=\frac{y-0.5}{0.5-1}\Rightarrow\frac{x}{-0.5}=\frac{y-0.5}{-0.5}\Rightarrow$$

$$-0.5x=-0.5(y-0.5)\Rightarrow -0.5x=-0.5y+0.25\Rightarrow(-0.5)x+0.5y-0.25=0$$

Δύο ειδικές περιπτώσεις ευθειών:



Ευθεία: $x=c$
και γράφεται:
$1x+0y+(-c)=0$



Ευθεία: $y=c$
και γράφεται:
$0x+1y+(-c)=0$

Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα

1. Γραφική Επίλυση

Βήμα 4: Κάνουμε 1:1 συσχέτιση των σταθερών των εξισώσεων:

Εξίσωση Ευθείας: $\alpha x \ + \ \beta y \ + \gamma = 0$

Εξίσωση Νευρώνα: $w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta = 0$

Και εντοπίζουμε τα βάρη του νευρώνα.

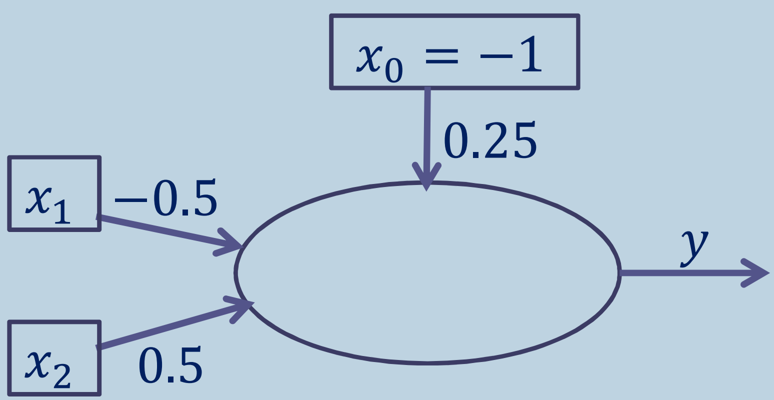
Επίλυση:

Εξίσωση Ευθείας: $(-0.5)x + 0.5y - 0.25 = 0$

Εξίσωση Νευρώνα: $w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta = 0$

Συνεπώς τα βάρη του νευρώνα είναι: $w_1 = -0.5, w_2 = 0.5, \theta = 0.25$

Άρα ο νευρώνας είναι:



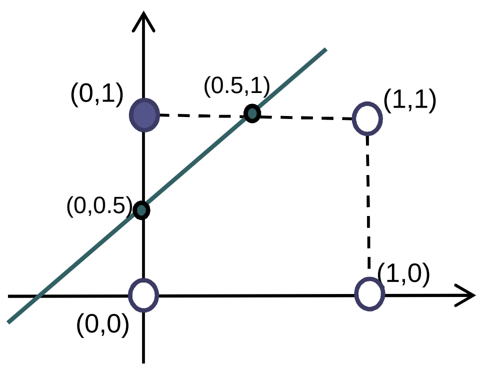
Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα

1. Γραφική Επίλυση

Σχόλιο: Μία ευθεία χωρίζει το επίπεδο σε δύο ημιεπίπεδα. Όποιο σημείο είναι στο ένα ημιεπίπεδο παράγει έξοδο 1 και όποιο είναι στο άλλο παίρνει την έξοδο 0. Προκειμένου να έχουμε αντίστροφες εξόδους, αλλάζουμε τα πρόσημα σε όλην την εξίσωση ευθείας.

x_1	x_2	Έξοδος: $X_2 \wedge \sim X_1$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

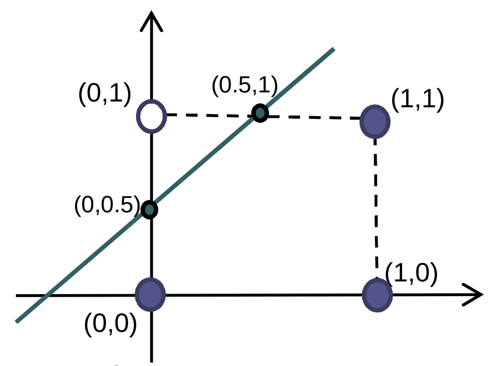


Εξίσωση Ευθείας: $(-0.5)x + 0.5y - 0.25 = 0$

Εξίσωση Νευρώνα: $w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta = 0$

Άρα $w_1 = -0.5,\ w_2 = 0.5, \theta = 0.25$

x_1	x_2	Έξοδος: $x_2 \longrightarrow x_1$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



Εξίσωση Ευθείας: $0.5x + (-0.5)y + 0.25 = 0$

Εξίσωση Νευρώνα: $w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta = 0$

Άρα $w_1 = 0.5,\ w_2 = -0.5, \theta = -0.25$

Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα
2. Επίλυση με Ανισώσεις

Εκφώνηση: Κατασκευάστε έναν νευρώνα που διαχωρίζει δεδομένα σε δύο κλάσεις. Τα δεδομένα δίδονται ως σημεία (ή με πίνακα). Ζητείται να μην επιλυθεί γραφικά

Παράδειγμα: Κατασκευάστε έναν αισθητήρα δύο εισόδων που ακολουθεί το μοντέλο McCullough-Pitts που αποφασίζει την λογική συνάρτηση: $X_1 \wedge \sim X_2$.

Βήμα 1: Υπολογίζουμε το δυναμικό για κάθε συνδυασμό εισόδου. Επειδή η έξοδος είναι προκαθορισμένη, με βάση την βηματική συνάρτηση προκύπτει ένα σύστημα 4 ανισώσεων (για λογικές πύλες) με αγνώστους w1,w2,θ

Επίλυση: Πρέπει να ισχύουν:

x_1	x_2	Δυναμικό	Έξοδος	Ανίσωση
0	0	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = w_1 0 + w_2 0 - \theta = -\theta$	0	$-\theta < 0$
0	1	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = w_1 0 + w_2 1 - \theta = w_2 - \theta$	0	$w_2 - \theta < 0$
1	0	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = w_1 1 + w_2 0 - \theta = w_1 - \theta$	1	$w_1 - \theta \geq 0$
1	1	$w_1x_1 + w_2x_2 - \theta = w_1 1 + w_2 1 - \theta = w_1 + w_2 - \theta$	0	$w_1 + w_2 - \theta < 0$

Β. Μεθοδολογία

1. Κατασκευή Νευρώνα

2. Επίλυση με Ανισώσεις

Βήμα 2: Επιλύουμε το σύστημα ανισώσεων δοκιμάζοντας τιμές στις μεταβλητές. Αρκεί να βρούμε έναν συνδυασμό τιμών που να συναληθεύουν οι ανισώσεις. Οι κατάλληλες τιμές εμπειρικά συνήθως είναι μεταξύ του -1 και του 1.

Επίλυση: Πρέπει να ισχύουν:

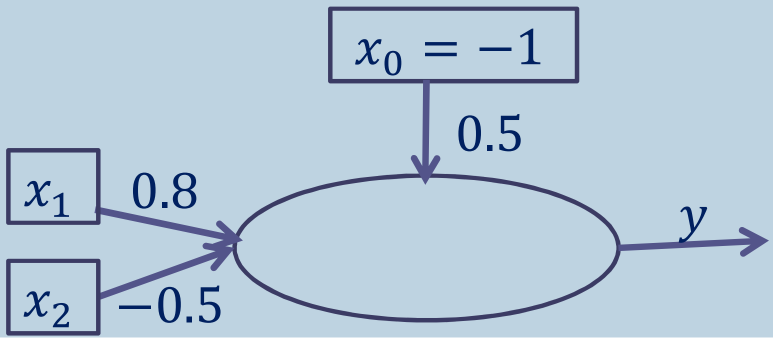
$-\theta < 0$. Επιλέγω $\theta = 0.5$

$w_2 - \theta < 0$. Άρα έχω: $w_2 - 0.5 < 0 \Rightarrow w_2 < 0.5$. Επιλέγω $w_2 = -0.5$

$w_1 - \theta \geq 0$. Άρα έχω: $w_1 - 0.5 \geq 0 \Rightarrow w_1 \geq 0.5$. Επιλέγω $w_1 = 0.8$

$w_1 + w_2 - \theta < 0$. Άρα έχω: $0.8 - 0.5 - 0.5 < 0 \Rightarrow -0.2 < 0$ που ισχύει.

Συνεπώς ο αισθητήρας που αποφασίζει την λογική πύλη: $X_1 \wedge \sim X_2$



Β.Ασκήσεις
Άσκηση Κατανόησης 1

Θεωρείστε ένα Perceptron με δύο νευρώνες εισόδου και ένα νευρώνα εξόδου. Επιθυμούμε να εκπαιδεύσουμε το Perceptron αυτό έτσι ώστε να υλοποιεί τη λογική συνάρτηση “ANY” η οποία ορίζεται ως εξής:

x1	x2	έξοδος
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Κατασκευάστε ένα Perceptron δύο εισόδων που μοντελοποιεί το παραπάνω πρόβλημα. Να γίνει γραφική επίλυση

B.Ασκήσεις

Άσκηση Κατανόησης 2

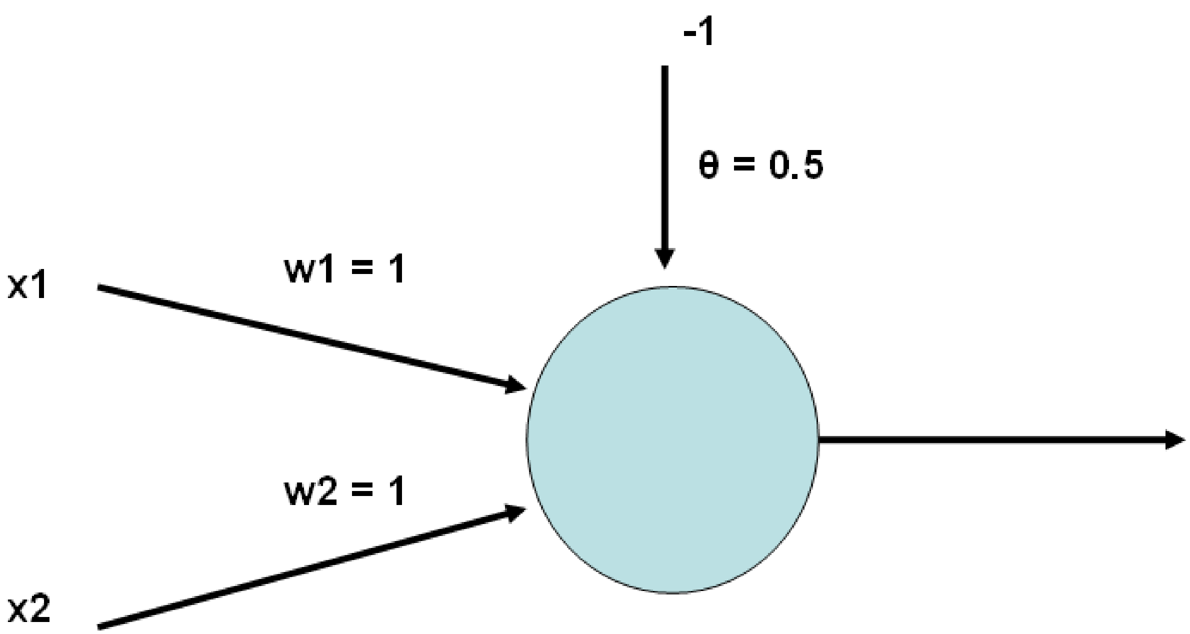
Θεωρείστε ένα Perceptron με δύο νευρώνες εισόδου και ένα νευρώνα εξόδου. Επιθυμούμε να εκπαιδεύσουμε το Perceptron αυτό έτσι ώστε να υλοποιεί τη λογική συνάρτηση “NOR” η οποία ορίζεται ως εξής:

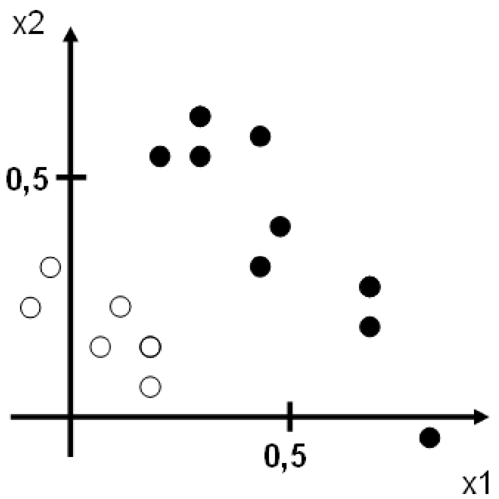
x1	x2	έξοδος
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Να γίνει επίλυση με σύστημα ανισώσεων.

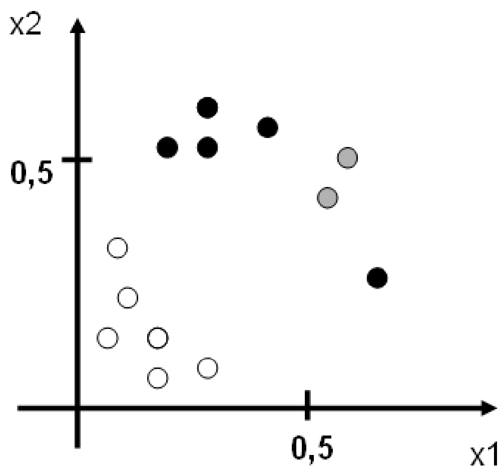
Β.Ασκήσεις
Εφαρμογή 1

Δίνονται 4 σύνολα προτύπων που αντιστοιχούν σε 4 προβλήματα ταξινόμησης. Υπάρχουν 3 κλάσεις (μαύρες κουκίδες, γκρι κουκίδες και λευκές κουκίδες). Ποιο/α από τα 4 προβλήματα λύνει ο αισθητήρας που δίνεται στο παρακάτω σχήμα; Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας;

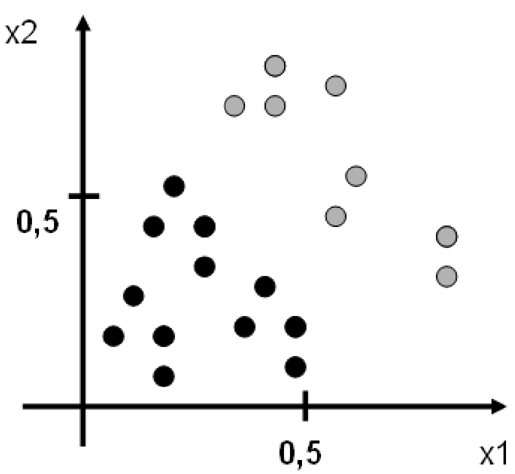




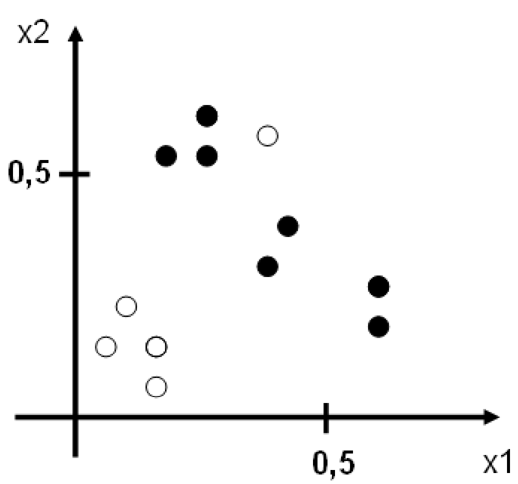
Πρόβλημα 1



Πρόβλημα 2



Πρόβλημα 3



Πρόβλημα 4