

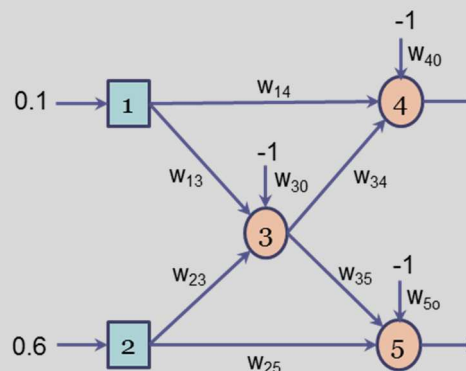
Αρχικοποίηση:

- Αρχικοποιούμε τα διανύσματα:
 - Για κάθε πρότυπο $1, \dots, K$: Κατασκευάζουμε το διάνυσμα: $x_i = [x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{in}]$ και αρχικοποιούμε την επιθυμητή έξοδο: d_i
- Δίνουμε αρίθμηση στους κόμβους (αν αυτή δεν υπάρχει ήδη)
 - Πρέπει να υπάρχει μία τοπολογική ταξινόμηση στους κόμβους (δηλαδή να μην υπάρχει ακμή από κόμβο σε προηγούμενό του κόμβο)
- Αρχικοποιούμε τις τιμές των βαρών σύμφωνα με την εκφώνηση.
- Εντοπίζουμε την συνάρτηση ενεργοποίησης για κάθε κόμβο καθώς και την παραγωγό της (θα είναι κάποια συνεχής συνάρτηση)
- Δίνουμε τιμή στην παράμετρο μάθησης η : $0 < \eta < 1$ (από εκφώνηση)

Πραγματοποιούμε κύκλους εκπαίδευσης διαδοχικά για τα πρότυπα.

Εκφώνηση: Δίνεται ένα πολυεπίπεδο ΤΝΔ τοπολογίας 2-1-2 με τη συνδεσμολογία όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Για την εκπαίδευσή του χρησιμοποιείται η μέθοδος οπισθοδιάδοσης του σφάλματος με ρυθμό εκπαίδευσης $\eta=1$, χωρίς χρήση ορμής (momentum).

Η συνάρτηση ενεργοποίησης σε όλους τους νευρώνες είναι η σιγμοειδής συνάρτηση S , όπου: $S(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$



Πίνακας 1			
Βάρος	Τιμή	Βάρος	Τιμή
$w_{13} =$	0,5	$w_{30} = \theta_3$	0,4
$w_{14} =$	0,5	$w_{40} = \theta_4$	0,4
$w_{23} =$	0,4	$w_{50} = \theta_5$	0,4
$w_{25} =$	0,4		
$w_{34} =$	0,3		
$w_{35} =$	0,3		

Σε κάποια στιγμή εκπαίδευσής του για την εκμάθηση του προτύπου $[0.1, 0.6]$ με επιθυμητή έξοδο $[0.0, 1.0]$ τα βάρη των συνδέσεων και οι τιμές των κατωφλίων έχουν πάρει τις τιμές που δίνονται στον Πίνακα 1. Θεωρείστε ότι τα κατώφλια είναι συνάψεις με είσοδο -1 και βάρος ίσο με την τιμή του κατωφλίου. Να κάνετε τις πράξεις με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων.

Να πραγματοποιήσετε έναν πλήρη κύκλο εκπαίδευσης (προς τα εμπρός και προς τα πίσω πέρασμα)

Συνεπώς:

Χρησιμοποιείται ένα πρότυπο εισόδου

Είσοδος:

$x_1=0.1$

$x_2=0.6$

Επιθυμητή Έξοδος:

$d_4=0.0$

$d_5=1.0$

ΠΡΟΣ ΤΑ ΕΜΠΡΟΣ ΠΕΡΑΣΜΑ:

Οι νευρώνες εξετάζονται κατά την αύξουσα αρίθμηση: $j=1 \dots N$

- Για κάθε νευρώνα εισόδου θέτουμε ως y_j την είσοδο που παράγει.
- Για κάθε υπολογιστικό νευρώνα j (κρυφό και εξόδο):

Υπολόγισε το δυναμικό ως: $v_j = \sum_{i=0}^p w_{ij} y_i$

Υπολόγισε την έξοδο από την συνάρτηση ενεργοποίησης: $y_j = \varphi(v_j)$

- Συμβολίζουμε με o_j την έξοδο μόνο των νευρώνων εξόδου

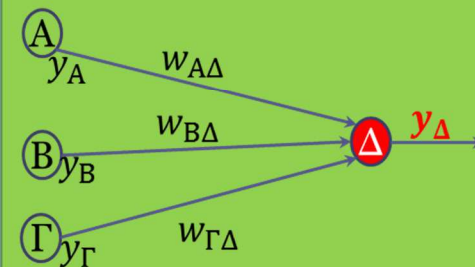
$$o_j = y_j$$

- Για κάθε νευρώνα εξόδου: Υπολόγισε το σφάλμα: $e_j = d_j - o_j$ (επιθυμητή μείον παραγματική)

p είναι ο συνολικός αριθμός εισόδων του νευρώνα j

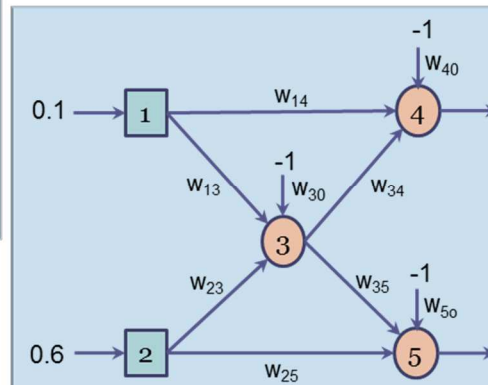
Υπολογίζεται το δυναμικό του νευρώνα ως άθροισμα των γινομένων βαρών-εισόδων

Συμπεριλαμβάνεται η είσοδος κατωφλίου (αν υπάρχει)



$$v_{\Delta} = w_{A\Delta}y_A + w_{B\Delta}y_B + w_{G\Delta}y_G$$

$$y_{\Delta} = \varphi(v_{\Delta})$$



ΠΡΟΣ ΤΑ ΕΜΠΡΟΣ ΠΕΡΑΣΜΑ

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 1 (νευρώνας εισόδου)

Η είσοδος μεταφέρεται στην έξοδο, άρα $y_1 = x_1 = 0.1$

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 2 (νευρώνας εισόδου)

Η είσοδος μεταφέρεται στην έξοδο, άρα $y_2 = x_2 = 0.6$

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 3 (Κρυφός Νευρώνας)

$$\text{Δυναμικό: } v_3 = (w_{13} \cdot y_1) + (w_{23} \cdot y_2) + (w_{30} \cdot (-1)) = (0,5 \cdot 0,1) + (0,4 \cdot 0,6) + (0,4 \cdot (-1)) = -0.11$$

$$\text{Ενεργοποίηση: } y_3 = \varphi(v_3) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.11)}} = 0.473$$

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 4 (Νευρώνας Εξόδου)

$$\text{Δυναμικό: } v_4 = (w_{14} \cdot y_1) + (w_{34} \cdot y_3) + (w_{40} \cdot (-1)) = (0,5 \cdot 0,1) + (0,3 \cdot 0,473) + (0,4 \cdot (-1)) = -0.208$$

$$\text{Ενεργοποίηση: } y_4 = \varphi(v_4) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.208)}} = 0.448$$

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 5 (Νευρώνας Εξόδου)

$$\text{Δυναμικό: } v_5 = (w_{35} \cdot y_3) + (w_{25} \cdot y_2) + (w_{50} \cdot (-1)) = (0,3 \cdot 0,473) + (0,4 \cdot 0,6) + (0,4 \cdot (-1)) = -0.018$$

$$\text{Ενεργοποίηση: } y_5 = \varphi(v_5) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.018)}} = 0.496$$

Συνεπώς η έξοδος των νευρώνων είναι:

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
0.1	0.6	0.473	0.448	0.496

Υπολογισμός Σφάλματος για τους νευρώνες εξόδου:

$$\text{Νευρώνας 4: } e_4 = d_4 - y_4 = 0 - 0.448 = -0.448$$

$$\text{Νευρώνας 5: } e_5 = d_5 - y_5 = 1 - 0.496 = 0.504$$

Άρα τα σφάλματα στους νευρώνες εξόδου είναι:

e_4	e_5
-0.448	0.504



ΠΡΟΣ ΤΑ ΠΙΣΩ ΠΕΡΑΣΜΑ:

A. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΠΙΚΩΝ ΚΛΙΣΕΩΝ

Οι νευρώνες εξετάζονται κατά την φθίνουσα αρίθμηση $j=N, N-1, \dots, 1$

Υπολογισμός της τοπικής κλίσης δ για κάθε υπολογιστικό νευρώνα:

Για τους νευρώνες εξόδου
 $\delta_j(n) = e_j \cdot \varphi'_j(v_j)$

Για τους νευρώνες κρυφού επιπέδου:

$$\delta_j(n) = \varphi'_j(v_j) \cdot \sum_k [\delta_k(n) \cdot w_{jk}(n)]$$

Για τους νευρώνες εισόδου: Δεν γίνεται υπολογισμός τοπικής κλίσης

B. ΔΙΟΡΘΩΣΕΙΣ ΣΤΑ ΒΑΡΗ ΤΩΝ ΑΚΜΩΝ

Διορθώσεις σε όλα τα βάρη:

Υπολογισμός Διόρθωσης των Βαρών των ακμών:

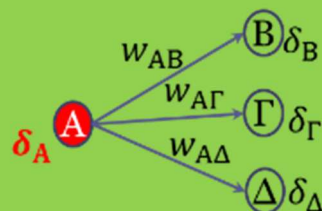
$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \cdot \delta_j(n) \cdot y_i(n)$$

Υπολογισμός των βαρών:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \Delta w_{ij}(n)$$

Το δ για τους νευρώνες εξόδου υπολογίζεται ως το γινόμενο
 (Σφάλμα του νευρώνα) \times
 (Την παράγωγο της συνάρτησης ενεργοποίησης)

Το δ για τους κρυφούς νευρώνες υπολογίζεται ως το γινόμενο
 (Παράγωγος της ενεργοποίησης) \times
 [άθροισμα ($\delta \cdot$ βάρος) για κάθε έξοδο του νευρώνα]



$$\begin{aligned} \delta_A(n) &= \varphi'_A(v_A) \cdot [\delta_B(n) \cdot w_{AB}(n) \\ &+ \delta_\Gamma(n) \cdot w_{A\Gamma}(n) + \delta_\Delta(n) \cdot w_{A\Delta}(n)] \end{aligned}$$



$$\Delta w_{AB}(n) = \eta \cdot y_A(n) \cdot \delta_B(n)$$

$$w_{AB}(n) = w_{AB}(n) + \Delta w_{AB}(n-1)$$

ΠΡΟΣ ΤΑ ΠΙΣΩ ΠΕΡΑΣΜΑ

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 5 (νευρώνας εξόδου)

Υπολογισμός Τοπικής Κλίσης:

$$\begin{aligned} \delta_5 &= e_5 \cdot \varphi'(v_5) = e_5 \cdot [y_5 (1 - y_5)] = 0.504 \cdot [0.496 (1 - 0.496)] \\ &= 0.126 \end{aligned}$$

Διορθώσεις στα Βάρη των Ακμών:

$$\Delta w_{35} = \eta \cdot y_3 \cdot \delta_5 = 1 \cdot 0.473 \cdot 0.126 = 0.060$$

$$\Delta w_{25} = \eta \cdot y_2 \cdot \delta_5 = 1 \cdot 0.6 \cdot 0.126 = 0.076$$

$$\Delta w_{50} = \eta \cdot (-1) \cdot \delta_5 = 1 \cdot (-1) \cdot 0.126 = -0.126$$

Υπολογισμός των νέων βαρών:

$$w_{35} = w_{35} + \Delta w_{35} = 0.3 + 0.060 = 0.360$$

$$w_{25} = w_{25} + \Delta w_{25} = 0.4 + 0.076 = 0.476$$

$$w_{50} = w_{50} + \Delta w_{50} = 0.4 - 0.126 = 0.274$$

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 4 (νευρώνας εξόδου)

Υπολογισμός Τοπικής Κλίσης:

...

Διορθώσεις στα Βάρη των Ακμών:

...

Υπολογισμός των νέων βαρών:

...

ΝΕΥΡΩΝΑΣ 3 (κρυφός νευρώνας)

Υπολογισμός Τοπικής Κλίσης:

$$\begin{aligned} \delta_3 &= \varphi'(v_3) \cdot [w_{34} \cdot \delta_4 + w_{35} \cdot \delta_5] = y_3 (1 - y_3) \cdot [w_{34} \cdot \delta_4 + w_{35} \cdot \delta_5] \\ &= 0.473 (1 - 0.473) \cdot [0.3 \cdot (-0.111) + 0.3 \cdot 0.126] = 0.001 \end{aligned}$$

Διορθώσεις στα Βάρη των Ακμών:

$$\Delta w_{23} = \eta \cdot y_2 \cdot \delta_3 = 1 \cdot 0.6 \cdot 0.001 = 0.001$$

$$\Delta w_{13} = \eta \cdot y_1 \cdot \delta_3 = 1 \cdot 0.1 \cdot 0.001 = 0$$

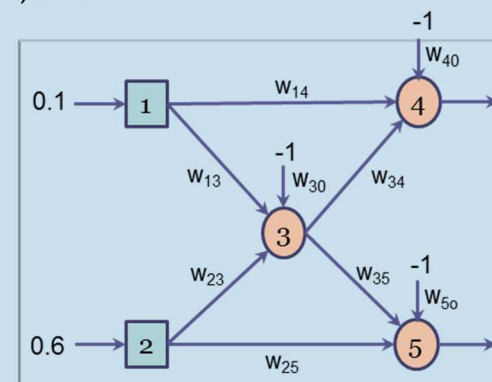
$$\Delta w_{30} = \eta \cdot (-1) \cdot \delta_3 = 1 \cdot (-1) \cdot 0.001 = -0.001$$

Υπολογισμός των νέων βαρών:

$$w_{23} = w_{23} + \Delta w_{23} = 0.4 + 0.001 = 0.401$$

$$w_{13} = w_{13} + \Delta w_{13} = 0.5 + 0 = 0.5$$

$$w_{30} = w_{30} + \Delta w_{30} = 0.4 - 0.001 = 0.399$$



ΠΙΝΑΚΑΣ (ΓΝΩΣΤΩΝ) ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ:

Όνομα	Συνάρτηση	Παράγωγος
Σιγμοειδής	$\varphi(x) = \frac{1}{1+e^{-ax}}$	$\varphi'(x) = a\varphi(x)(1 - \varphi(x))$
Γραμμική	$\varphi(x) = x$	$\varphi'(x) = 1$
Υπερβολική Εφαπτομένη	$\varphi(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}}$	$\varphi'(x) = \frac{a}{2} [1 - \varphi^2(x)]$
Γραμμική με συντελεστή	$\varphi(x) = ax$	$\varphi'(x) = a$
Ημίτονο	$\varphi(x) = \sin(x)$	$\varphi'(x) = \cos(x)$
Συνημίτονο	$\varphi(x) = \cos(x)$	$\varphi'(x) = -\sin(x)$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ:

- Το δίκτυο παράγει τις επιθυμητές εξόδους ή έχουν ένα σφάλμα μικρότερο από κριτήριο που έχουμε θέσει.
- Το σφάλμα παρέμεινε ίδιο σε δύο διαδοχικούς κύκλους εκπαίδευσης
- Εκτελέσαμε τον αλγόριθμο για ένα συγκεκριμένο αριθμό βημάτων.