ΠΛΗ10

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Εισαγωγή στους Η/Υ

Μάθημα 1.1:
Συστήματα αρίθμησης

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

Περιεχόμενα Μαθήματος

Α. Θεωρία

1. Το Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης
1. Δεκαδικός Αριθμός
2. Δεκαδικός Αριθμός Κινητής Υποδιαστολής

2. Αναπαράσταση ενός Αριθμού σε ένα Σύστημα Αρίθμησης

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης
1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δυαδικό
2. Μετατροπή από Δυαδικό σε Δεκαδικό
3. Ασκήσεις

4. Το Οκταδικό Σύστημα Αρίθμησης
1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δεκαδικό σε Οκταδικό
2. Μετατροπή από Οκταδικό σε Δεκαδικό
3. Ασκήσεις

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης
1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δεκαδικό σε 16αδικό
2. Μετατροπή από 16αδικό σε Δεκαδικό
3. Ασκήσεις

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης
1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από το Δεκαδικό
2. Μετατροπή σε Δεκαδικό

7. Μετατροπές Αριθμών
1. Η σχέση των δυαδικών με οκταδικούς
2. Η σχέση των δυαδικών με δεκαεξαδικούς
3. Μετατροπές σε άλλα συστήματα αρίθμησης
4. Ασκήσεις

Α. Θεωρία

1. Το Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Δεκαδικός Αριθμός

- Το **δεκαδικό σύστημα αρίθμησης** χρησιμοποιεί για σύμβολα τα ψηφία:
  0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Στην αναπαράσταση ενός αριθμού, κάθε ψηφίο εκφράζει τον αριθμό που είναι πολλαπλασιασμένος με δύναμη του 10 (ξεκινώντας από το δεξιότερο ψηφίο που πολλαπλασιάζεται με 10^0 και πηγαίνοντας προς τα αριστερά αυξάνοντας τις δυνάμεις του 10 κατά 1)

Παράδειγμα:

Το 3263 σε αναλυτική μορφή:

$$
\begin{aligned}
(3263)_{10} &= \mathbf{3}\times 10^3 + \mathbf{2}\times 10^2 + \mathbf{6}\times 10^1 + \mathbf{3}\times 10^0 \\
&= 3\times 1000 + 2\times 100 + 6\times 10 + 3\times 1 \\
&= 3000 + 200 + 60 + 3 \\
&= 3263
\end{aligned}
$$

Υπενθύμιση:

Δυνάμεις του 10:

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 10\times 10 = 100$

$10^3 = 10\times 10\times 10 = 1000$

Α. Θεωρία

1. Το Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Δεκαδικός Αριθμός Κινητής Υποδιαστολής

Ένας δεκαδικός αριθμός κινητής υποδιαστολής είναι ένας δεκαδικός αριθμός που έχει:

- Ακέραιο μέρος (οι αριθμοί αριστερά της υποδιαστολής) όπως είδαμε στην προηγούμενη διαφάνεια
- Κλασματικό μέρος (οι αριθμοί δεξιά της υποδιαστολής) όπου το 1ο ψηφίο μετά την υποδιαστολή το υψώνουμε στην 10^{-1} το 2ο ψηφίο στην 10^{-2} κ.ο.κ.

Παράδειγμα:

Το 315.38 σε αναλυτική μορφή:

$$\begin{aligned}(315.38)_{10} &= \mathbf{3}\times 10^2 + \mathbf{1}\times 10^1 + \mathbf{5}\times 10^0 + \mathbf{3}\times 10^{-1} + \mathbf{8}\times 10^{-2}\\ &= 3\times 100 + 1\times 10 + 5\times 1 + 3\times 0.1 + 8\times 0.01\\ &= 300 + 10 + 5 + 0.3 + 0.08\\ &= 315.38\end{aligned}$$

Υπενθύμιση: Αρνητικές Δυνάμεις του 10 (Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα δυνάμεων: $\alpha^{-k} = \frac{1}{a^k}$)

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

Α. Θεωρία

1. Το Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Δεκαδικός Αριθμός Κινητής Υποδιαστολής

Και μία παρατήρηση:

Κάθε ψηφίο ανάλογα με τη θέση του στον αριθμό συμβολίζει και μια ποσότητα του αριθμού

$$(315.38)_{10}$$

εκατοστά

δέκατα

μονάδες

δεκάδες

εκατοντάδες

Για το λόγο αυτό τα συστήματα αρίθμησης αναφέρονται και ως **θεσιακά** συστήματα αρίθμησης

Α. Θεωρία
2. Αναπαράσταση ενός αριθμού σε ένα Αριθμ. Σύστημα

Ένας αριθμός σε ένα αριθμητικό σύστημα αναπαρίσταται ως εξής

$$\alpha_{n-1} \times b^{n-1} + \alpha_{n-2} \times b^{n-2} + \cdots + \alpha_1 \times b^1 + \alpha_0 \times b^0 + \alpha_{-1} \times b^{-1} + \alpha_{-2} \times b^{-2} + \cdots + \alpha_{-m} \times b^{-m}$$

και συμβολίζεται ως: $(\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} \ldots \alpha_1\alpha_0 \,.\, \alpha_{-1}\alpha_{-2} \ldots \alpha_{-m})_b$

b: είναι η βάση του συστήματος (π.χ. 10)

- Η παραπάνω παράσταση δίνει τον τρόπο αναπαράστασης ενός αριθμού σε οποιοδήποτε σύστημα αρίθμησης.

- Αλλάζοντας το b έχουμε αναπαραστάσεις σε άλλα συστήματα αρίθμησης
  - Για b=10, χρησιμοποιούμε τα ψηφία 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 (δεκάδικό σύστημα αρίθμησης)
  - Για b=2, χρησιμοποιούμε τα ψηφία 0,1 (δυαδικό σύστημα αρίθμησης)
  - Για b=8, χρησιμοποιούμε τα ψηφία 0,1,2,3,4,5,6,7 (οκταδικό σύστημα αρίθμησης)
  - Για b=16, χρησιμοποιούμε τα ψηφία 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F (δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης)

…όπως θα δούμε αναλυτικά στις επόμενες διαφάνειες.

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δυαδικό σε Δεκαδικό

Το **δυαδικό σύστημα αρίθμησης** χρησιμοποιεί για σύμβολα τα ψηφία:

0,1

και αντίστοιχα με το δεκαδικό σύστημα:

- Για το ακέραιο μέρος:
  - Το τελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 2^0
  - Το προτελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 2^1
  - κ.ο.κ.
- Για το κλασματικό μέρος
  - Το πρώτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 2^{-1}
  - Το δεύτερο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 2^{-2}

Παραδείγματα Μετατροπής από Δυαδικό σε Δεκαδικό

$$(1101)_2 = \mathbf{1}\times 2^3 + \mathbf{1}\times 2^2 + \mathbf{0}\times 2^1 + \mathbf{1}\times 2^0 = 8+4+1 = 13$$

$$(1100.101)_2 = \mathbf{1}\times 2^3 + \mathbf{1}\times 2^2 + \mathbf{0}\times 2^1 + \mathbf{0}\times 2^0 + \mathbf{1}\times 2^{-1} + \mathbf{0}\times 2^{-2} + \mathbf{1}\times 2^{-3}$$

$$= 1\times 8 + 1\times 4 + 0\times 2 + 0\times 1 + 1\times \frac{1}{2} + 0\times \frac{1}{4} + 1\times \frac{1}{8}$$

$$= 8 + 4 + 0 + 0 + 0.5 + 0 + 0.125 = 12.625$$

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δυαδικό σε Δεκαδικό

- Μετρώντας στο δυαδικό σύστημα:

Δυαδικός	Δεκαδικός
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Δυαδικός	Δεκαδικός
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

Δυαδικός	Δεκαδικός
10000	16
10001	17
10010	18
10011	19
10100	20
10101	21
10110	22
...	...

Αντίστοιχα με το δεκαδικό:

Μονάδες: $2^0 = 1$

Δυάδες: $2^1 = 2$

Τετράδες: $2^2 = 4$

$(1\ \ 1\ \ 0\ \ 1)_2$

μονάδες

δυάδες

τετράδες

οκτάδες

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δυαδικό

Για να μετατρέψουμε έναν **δεκαδικό αριθμό σε δυαδικό**, πραγματοποιούμε διαδοχικές ακέραιες διαιρέσεις με το 2 μέχρι να απομείνει πηλίκο 0. Τα ψηφία του δυαδικού αριθμού δίνονται ως η αντίστροφη σειρά των υπολοίπων των διαιρέσεων:

- Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(135)_{10}$ σε δυαδικό :

Αριθμός /2	Πηλίκο	Υπόλοιπο
135/2	67	1
67/2	33	1
33/2	16	1
16/2	8	0
8/2	4	0
4/2	2	0
2/2	1	0
1/2	0	1

Άρα είναι ο $(10000111)_2$

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δυαδικό

- Η μετατροπή του **κλασματικού μέρους** γίνεται με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς με το 2. Το ακέραιο μέρος κάθε αριθμού που προκύπτει είναι το επόμενο δεκαδικό ψηφίο και το κλασματικό μέρος θα είναι ο επόμενος αριθμός που θα πολλαπλασιαστεί με το 2.
- Πρέπει να μας προσδιορίζεται η ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων

- Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(0.632)_{10}$ σε δυαδικό με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων:

Αριθμός*2	Γινόμενο	Ακέραιο Μέρος
0.632 * 2	1.246	1
0.246 * 2	0.492	0
0.492 * 2	0.984	0
0.984 * 2	1.968	1

Άρα είναι ο $(0.1001)_2$

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δυαδικό

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(13.67)_{10}$ σε δυαδικό με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων:

Λύση: Μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος:

Αριθμός /2	Πηλίκο	Υπόλοιπο
13/2	6	1
6/2	3	0
3/2	1	1
1/2	0	1

$(1101)_2$

- Μετατρέπουμε το κλασματικό μέρος:

Αριθμός*2	Γινόμενο	Ακέραιο Μέρος
0.67 * 2	1.34	1
0.34*2	0.68	0
0.68*2	1.32	1

$(0.101)_2$

- Άρα $(13.67)_{10} = (1101.101)_2$

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Δυαδικό στο Δεκαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε δεκαδικούς:

$(11010)_2 =$

$(1001100)_2 =$

$(11.101)_2 =$

Α. Θεωρία

3. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Δεκαδικό στο Δυαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε δυαδικούς (όπου υπάρχει κλασματικό μέρος χρησιμοποιήστε ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων):

$(155)_{10} =$

$(17.16)_{10} =$

Α. Θεωρία

4. Το Οκταδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Οκταδικό σε Δεκαδικό

Το **οκταδικό σύστημα αρίθμησης** χρησιμοποιεί για σύμβολα τα ψηφία:

0,1,2,3,4,5,6,7

και αντίστοιχα με το δεκαδικό σύστημα:

- Για το ακέραιο μέρος:
  - Το τελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 8^0
  - Το προτελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 8^1
  - κ.ο.κ.
- Για το κλασματικό μέρος
  - Το πρώτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 8^{-1}
  - Το δεύτερο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 8^{-2}

Παραδείγματα Μετατροπής από Οκταδικό σε Δεκαδικό

$$(723)_8 = \mathbf{7} \times 8^2 + \mathbf{2} \times 8^1 + \mathbf{3} \times 8^0 = 448 + 16 + 3 = 467$$

$$(23.1)_8 = 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1}$$

$$= 2 \times 8 + 3 \times 1 + 1 \times \frac{1}{8}$$

$$= 16 + 3 + 0.125 = 19.125$$

Α. Θεωρία

4. Το Οκταδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Οκταδικό σε Δεκαδικό

- Μετρώντας στο οκταδικό σύστημα:

Οκταδικός	Δεκαδικός
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7

Οκταδικός	Δεκαδικός
10	8
11	9
12	10
13	11
14	12
15	13
16	14
17	15

Οκταδικός	Δεκαδικός
20	16
21	17
22	18
23	19
24	20
25	21
26	22
...	...

Αντίστοιχα με το δεκαδικό:

Μονάδες: $8^0 = 1$

Οκτάδες: $8^1 = 8$

64άδες: $8^2 = 64$

$(1 \ 1 \ 0)_8$

μονάδες

οκτάδες

εξηντατετράδες

Α. Θεωρία

4. Το Οκταδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Οκταδικό

Για να Μετατροπή **δεκαδικού αριθμού σε οκταδικό:**

- **Ακέραιο μέρος:** πραγματοποιούμε διαδοχικές ακέραιες διαιρέσεις με το 8 μέχρι να απομείνει πηλίκο 0. Τα ψηφία του δυαδικού αριθμού δίνονται ως η αντίστροφη σειρα των υπολοίπων των διαιρέσεων:
- **Κλασματικό Μέρος:** Η μετατροπή του γίνεται με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς με το 8. Το ακέραιο μέρος κάθε αριθμού που προκύπτει είναι το επόμενο δεκαδικό ψηφίο και το κλασματικό μέρος θα είναι ο επόμενος αριθμός που θα πολλαπλασιαστεί με το 8.
  - Πρέπει να μας προσδιορίζεται η ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων

Α. Θεωρία

4. Το Οκταδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Οκταδικό

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(61.87)_{10}$ σε οκταδικό με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων:

Λύση: Μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος:

Αριθμός /8	Πηλίκο	Υπόλοιπο
61/8	7	5
7/8	0	7

$(75)_8$

- Μετατρέπουμε το κλασματικό μέρος:

Κλασμ.Μερος*8	Αποτέλεσμα	Ακέραιο Μέρος
0.87*8	6.96	6
0.96*8	7.68	7
0.68*8	5.44	5

$(0.675)_8$

- Άρα $(61.87)_{10} = (75.675)_8$

Α. Θεωρία

4. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Οκταδικό στο Δεκαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε δεκαδικούς:

$(373)_8 =$

$(4001.12)_8 =$

Α. Θεωρία

4. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Δεκαδικό στο Οκταδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε 8-αδικούς (όπου υπάρχει κλασματικό μέρος χρησιμοποιήστε ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων): :

$(215)_{10} =$

$(65.9)_{10} =$

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δεκαεξαδικό σε Δεκαδικό

Το **δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης** χρησιμοποιεί για σύμβολα τα ψηφία:

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,**A,B,C,D,E,F**

(με την αντιστοιχία A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15)

και αντίστοιχα με το δεκαδικό σύστημα:

- Για το <u>ακέραιο μέρος</u>:
  - Το τελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 16^0
  - Το προτελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 16^1
  - κ.ο.κ.
- Για το <u>κλασματικό μέρος</u>
  - Το πρώτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 16^{-1}
  - Το δεύτερο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με 16^{-2}

<u>Παραδείγματα Μετατροπής από Δεκαεξαδικό σε Δεκαδικό</u>

$$(1B5)_{16} = \mathbf{1} \times 16^2 + \mathbf{11} \times 16^1 + \mathbf{5} \times 16^0 = 256 + 176 + 5 = 437$$

$$(AA.8)_{16} = 10 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1}$$

$$= 10 \times 16 + 10 \times 1 + 8 \times \frac{1}{16}$$

$$= 160 + 10 + 0.5 = 170.5$$

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή από Δεκαξαδικό σε Δεκαδικό

- Μετρώντας στο δεκαεξαδικό σύστημα:

Οκταδικός	Δεκαδικός
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7

Οκταδικός	Δεκαδικός
8	8
9	9
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Οκταδικός	Δεκαδικός
10	16
11	17
12	18
13	19
14	20
15	21
16	22
…	…

Αντίστοιχα με το δεκαδικό:

Μονάδες: $16^0 = 1$

16άδες: $16^1 = 16$

256άδες: $16^2 = 256$

$(\ A\ \ 5\ \ F\ )_{16}$

μονάδες

16άδες

256άδες

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δεκαεξαδικό

Για να Μετατροπή **δεκαδικού αριθμού σε δεκαεξαδικό:**

- **Ακέραιο μέρος:** πραγματοποιούμε διαδοχικές ακέραιες διαιρέσεις με το 16 μέχρι να απομείνει πηλίκο 0. Τα ψηφία του δυαδικού αριθμού δίνονται ως η αντίστροφη σειρα των υπολοίπων των διαιρέσεων:

- **Κλασματικό Μέρος:** Η μετατροπή του γίνεται με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς με το 16. Το ακέραιο μέρος κάθε αριθμού που προκύπτει είναι το επόμενο δεκαδικό ψηφίο και το κλασματικό μέρος θα είναι ο επόμενος αριθμός που θα πολλαπλασιαστεί με το 16.
  - Πρέπει να μας προσδιορίζεται η ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από Δεκαδικό σε Δεκαεξαδικό

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(154.41)_{10}$ σε 16δικό με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων:

Λύση: Μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος:

Αριθμός /16	Πηλίκο	Υπόλοιπο
154/16	9	10 (A)
9/16	0	9

$(9A)_{16}$

Μετατρέπουμε το κλασματικό μέρος:

Κλασμ.Μερος*16	Αποτέλεσμα	Ακέραιο Μέρος
0.41*16	6.56	6
0.56*16	8.96	8
0.96*16	15.36	15 (F)

$(0.68F)_{16}$

Άρα $(154.41)_{10} = (9A.68F)_{16}$

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Δεκαεξαδικό στο Δεκαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε δεκαδικούς:

$$(\mathrm{AB})_{16} =$$

$$(11.A)_{16} =$$

Α. Θεωρία

5. Το Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Από το Δεκαδικό στο Δεκαεξαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε 16-αδικούς (όπου υπάρχει κλασματικό μέρος χρησιμοποιήστε ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων): :

$(1633)_{10} =$

$(52.1)_{10} =$

Α. Θεωρία

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης

1. Κωδικοποίηση Αριθμών και Μετατροπή σε Δεκαδικό

Ένα **Σύστημα Αρίθμησης με βάση b** θα χρησιμοποιεί ως σύμβολα τα ψηφία:

0,1,2,…,b-1

και αντίστοιχα με το δεκαδικό σύστημα:

- Για το ακέραιο μέρος:
  - Το τελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με b^0
  - Το προτελευταίο ψηφίο πριν την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με b^1
  - κ.ο.κ.
- Για το κλασματικό μέρος
  - Το πρώτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με b^{-1}
  - Το δεύτερο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι πολλαπλασιασμένο με b^{-2}

Παράδειγμα Μετατροπής σε Δεκαδικό

$$(31)_4 = \mathbf{3} \times 4^1 + \mathbf{1} \times 4^0 = 12 + 1 = 13$$

$$(1C.\mathrm{A})_{20} = \mathbf{1} \times 20^1 + \mathbf{12} \times 20^0 + \mathbf{10} \times 20^{-1}$$

$$= 1 \times 20 + 12 \times 1 + 10 \times \frac{1}{20}$$

$$= 20 + 12 + 0.5 = 32.5$$

Α. Θεωρία

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από το Δεκαδικό

Για την μετατροπή **δεκαδικού αριθμού σε αριθμό συστήματος με βάση b:**

- **Ακέραιο μέρος:** πραγματοποιούμε διαδοχικές ακέραιες διαιρέσεις με το b μέχρι να απομείνει πηλίκο 0. Τα ψηφία του αριθμού με βάση b δίνονται ως η αντίστροφη σειρά των υπολοίπων των διαιρέσεων:
- **Κλασματικό Μέρος:** Η μετατροπή του γίνεται με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς με το b. Το ακέραιο μέρος κάθε αριθμού που προκύπτει είναι το επόμενο δεκαδικό ψηφίο και το κλασματικό μέρος θα είναι ο επόμενος αριθμός που θα πολλαπλασιαστεί με το b.
    - Πρέπει να μας προσδιορίζεται η ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων

Α. Θεωρία

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης

2. Μετατροπή από το Δεκαδικό

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(154.41)_{10}$ σε 5αδικό με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων:

Λύση: Μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος:

Αριθμός /5	Πηλίκο	Υπόλοιπο
154/5	30	4
30/5	6	0
6/5	1	1
1/5	0	1

$(1104)_5$

Μετατρέπουμε το κλασματικό μέρος:

Κλασμ.Μερος*5	Αποτέλεσμα	Ακέραιο Μέρος
0.41*5	2.05	2
0.05*5	0.25	0
0.25*5	1.25	1

$(0.201)_5$

Άρα $(154.41)_{10} = (1104.201)_5$

Α. Θεωρία

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Μετατροπή στο Δεκαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε δεκαδικούς:

$$(13.1)_4 =$$

$$(5.77)_9 =$$

$$(8.8)_{14} =$$

$$(99)_{17} =$$

Α. Θεωρία

6. Άλλα Συστήματα Αρίθμησης

3. Ασκήσεις: Μετατροπή από το Δεκαδικό

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε 5-αδικούς (όπου υπάρχει κλασματικό μέρος χρησιμοποιήστε ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων)

$(133)_{10} =$

$(42.12)_{10} =$

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

1. Η σχέση Δυαδικών με Οκταδικούς

Οι δυαδικοί, οκταδικοί και δεκαεξαδικοί αριθμοί χρησιμοποιούνται ευρέως στην κωδικοποίηση δεδομένων στον υπολογιστή και η κωδικοποίηση τους σχετίζεται άμεσα!

Σχέση 2-αδικών και 8-αδικών. Ένα οκταδικό ψηφίο μπορεί να μετασχηματιστεί άμεσα σε μια τριάδα δυαδικών ψηφίων, σύμφωνα με την ακόλουθη αντιστοίχιση:

Οκταδικό Ψηφίο	Τριάδα Δυαδικών Ψηφίων
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

1. Η σχέση Δυαδικών με Οκταδικούς

Μεθοδολογία: Για την μετατροπή από **οκταδικό σε δυαδικό:**

- Μετατρέπουμε κάθε οκταδικό ψηφίο σε μια τριάδα δυαδικών ψηφίων (σύμφωνα με την αντιστοίχιση του πίνακα)
- Αποκόπτουμε τα περιττά μηδενικά αριστερά και δεξιά του αριθμού

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(154.02)_8$ σε δυαδικό

Λύση:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 5 & 4 & . & 0 & 2 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow \\ 001 & 101 & 100 & . & 000 & 010 \end{array} = \cancel{00}1101100.00001\cancel{0}$$

Συνεπώς: $(154.02)_8 = (1101100.0001)_2$

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

1. Η σχέση Δυαδικών με Οκταδικούς

Μεθοδολογία: Για την μετατροπή από **δυαδικό σε οκταδικό:**

- Συμπληρώνουμε αριστερά και δεξιά της υποδιαστολής με μηδενικά, έτσι ώστε να έχουμε τριάδες δυαδικών ψηφίων
- Μετατρέπουμε τις τριάδες δυαδικών ψηφίων στα αντίστοιχα δυαδικά ψηφία (σύμφωνα με τον πίνακα)

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(1101101110.0100111)_2$ σε οκταδικό

Λύση: Χωρίζουμε τα ψηφία σε τριάδες:

1 101 101 110 . 010 011 1

Συμπληρώνουμε με μηδενικά (ώστε να είναι τριάδες)

001 101 101 110 . 010 011 100

Αντιστοιχίζουμε με τα οκταδικά ψηφία τις τριάδες δυαδικών ψηφίων:

001	101	101	110	.	010	011	100
↕	↕	↕	↕		↕	↕	↕
1	5	5	6	.	2	3	4

Συνεπώς: $(1101101110.0100111)_2 = (1556.234)_8$

Α. Θεωρία
7. Μετατροπές Αριθμών
2. Η σχέση Δυαδικών με Δεκαεξαδικούς

Σχέση 2-αδικών και 16-αδικών. Ένα δεκαεξαδικό ψηφίο μπορεί να μετασχηματιστεί άμεσα σε μια τετράδα δυαδικών ψηφίων, σύμφωνα με την ακόλουθη αντιστοίχιση:

16δικό Ψηφίο	Τετράδα Δυαδικών Ψηφίων
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111

16δικό Ψηφίο	Τετράδα Δυαδικών Ψηφίων
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

2. Η σχέση Δυαδικών με Δεκαεξαδικούς

Μεθοδολογία: Για την μετατροπή από **δεκαεξαδικό σε δυαδικό:**

- Μετατρέπουμε κάθε δεκαεξαδικό ψηφίο σε μια τετράδα δυαδικών ψηφίων (σύμφωνα με την αντιστοίχιση του πίνακα)
- Αποκόπτουμε τα περιττά μηδενικά αριστερά και δεξιά του αριθμού

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(74F.1B)_{16}$ σε δυαδικό

Λύση:

7 4 F . 1 C

0111 0100 1111 . 0001 1100 = 011101001111.00011100

Συνεπώς: $(74F.1B)_{16} = (11101001111.000111)_2$

Α. Θεωρία
7. Μετατροπές Αριθμών
2. Η σχέση Δυαδικών με Δεκαεξαδικούς

Μεθοδολογία: Για την μετατροπή από **δυαδικό σε δεκαεξαδικό:**

- Χωρίζουμε τα ψηφία σε τετράδες με αφετηρία την υποδιαστολή και συμπληρώνουμε αριστερά και δεξιά της υποδιαστολής με μηδενικά, έτσι ώστε να συμπληρωθούν οι τετράδες (αν πρέπει)
- Μετατρέπουμε τις τετράδες δυαδικών ψηφίων στα αντίστοιχα δυαδικά ψηφία (σύμφωνα με τον πίνακα)

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(1101101110.0100111)_2$ σε δεκαεξαδικό

Λύση: Χωρίζουμε τα ψηφία σε τετράδες:

11 0110 1110 . 0100 111

Συμπληρώνουμε με μηδενικά (ώστε να είναι τριάδες)

0011 0110 1110 . 0100 1110

Αντιστοιχίζουμε με τα δεκαεξαδικά ψηφία τις τετράδες δυαδικών ψηφίων:

0011 0110 1110 . 0100 1110

3 6 E . 4 E

Συνεπώς: $(1101101110.0100111)_2 = (36E.4E)_{16}$

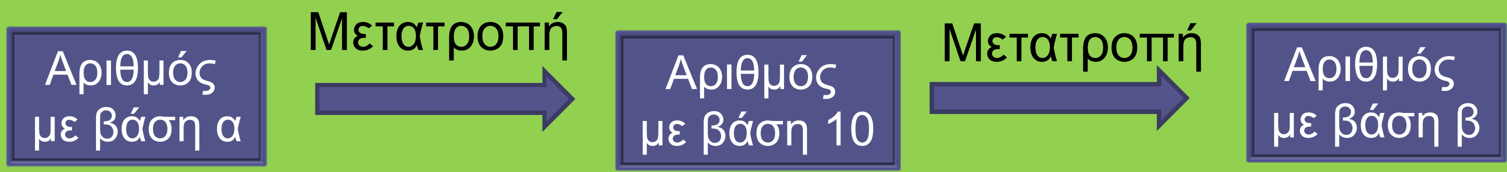
Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

3. Μετατροπές σε άλλα συστήματα αρίθμησης

- Για άλλες μετατροπές (π.χ. Από το 4-αδικό στο 9-αδικό) χρησιμοποιούμε ως ενδιάμεσο σύστημα το δεκαδικό, δηλαδη:
  - Πρώτα μετατρέπουμε τον 4-αδικό σε 10-αδικό.
  - Επειτα μετατρέπουμε τον 10-αδικό που προέκυψε σε 4-αδικό

- Γενικότερα για να μετατρέψουμε αριθμό με βάση α αριθμό με βάση β:



Α. Θεωρία
7. Μετατροπές Αριθμών
3. Μετατροπές σε άλλα Συστήματα Αρίθμησης

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο αριθμός $(123)_4$ σε 9-αδικό

- Πρώτα μετατρέπουμε σε 10-αδικό:

$$(123)_4 = \mathbf{1} \times 4^2 + \mathbf{2} \times 4^1 + \mathbf{3} \times 4^0 = 16 + 8 + 3 = (27)_{10}$$

- Έπειτα μετατρέπουμε τον αριθμό που προέκυψε σε 9-αδικό:

Αριθμός /9	Πηλίκο	Υπόλοιπο
27/9	3	0
3/9	0	3

- Άρα $(27)_{10}=(30)_9$

Καταλήγουμε ότι: $(123)_4=(30)_9$

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

3. Ασκήσεις: Μετατροπές με χωρισμό bits

Μετατρέψτε τους ακόλουθους αριθμούς σε οκταδικούς και δεκαεξαδικούς:

$(100101010001001100)_2$

$(11001111001.1111000101)_2$

Α. Θεωρία

7. Μετατροπές Αριθμών

3. Ασκήσεις: Μετατροπές Αριθμών σε Αριθμητικά Συστήματα

Κάνετε τις μετατροπές:

1. Τον αριθμό $(110100)_2$ στο εννιαδικό

2. Τον αριθμό $(352)_6$ στο δυαδικό