

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Εισαγωγή στους Η/Υ

Μάθημα 1.3: Λογικές Πύλες

Δημήτρης Ψούνης



www.psounis.gr

Περιεχόμενα Μαθήματος

Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

1. Λογικά Κυκλώματα και Λογικές Πύλες
2. Άλγεβρα Boole
3. Λογικές Συναρτήσεις
4. Πίνακες Αλήθειας

2. Λογικές Πύλες

1. Λογική Πύλη NOT
2. Λογική Πύλη OR
3. Λογική Πύλη AND
4. Λογική Πύλη NOR
5. Λογική Πύλη NAND
6. Λογική Πύλη XOR
7. Λογική Πύλη XNOR

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

1. Εισαγωγή
2. Από Λογική Συνάρτηση σε Αληθοπίνακα
3. Από Αληθοπίνακα σε Λογική Συνάρτηση
4. Από Αληθοπίνακα σε Κύκλωμα
5. Από Κύκλωμα σε Αληθοπίνακα
6. Από Κύκλωμα σε Λογική Συνάρτηση
7. Προβλήματα και Κυκλώματα

Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

1. Λογικά Κυκλώματα και Λογικές Πύλες

- Ο επεξεργαστής του υπολογιστή λειτουργεί με λογικά κυκλώματα τα οποία εκτελούν τους υπολογισμούς που θέτουμε μέσω των προγραμμάτων.
 - Τα απλούστερα λογικά κυκλώματα που είναι και τα δομικά στοιχεία που ορίζουν τον επεξεργαστή είναι οι λογικές πύλες.
 - Οι **λογικές πύλες** εκτελούν πολύ απλές πράξεις, αλλά συνθέτοντας τα σε **λογικά κυκλώματα** μπορούμε να πραγματοποιήσουμε πιο περίπλοκες πράξεις!
- Στο μάθημα αυτό θα μελετήσουμε τις λογικές πύλες και θα δούμε πως συνδυάζονται για να κατασκευάσουν λογικά κυκλώματα.

Πύλη NOT



Πύλη AND



Πύλη OR



Πύλη XOR



Πύλη NAND



Πύλη NOR



Πύλη XNOR



Α. Θεωρία

1. Εισαγωγή

2. Άλγεβρα Boole

- Η άλγεβρα Boole είναι ένας κλάδος των μαθηματικών που οι τιμές των μεταβλητών παίρνουν μόνο δύο τιμές: Αληθές (συμβολίζεται με 1) και Ψευδές (συμβολίζεται με 0)
- Έπειτα ορίζονται και οι εξής πράξεις επί των μεταβλητών:
 - Λογικό ΚΑΙ που συμβολίζεται με το σύνθητες σύμβολο του πολλαπλασιασμού (\cdot)
 - Λογικό Ή που συμβολίζεται με το σύνθητες σύμβολο της πρόσθεσης ($+$)
 - Λογικό ΟΧΙ (συμπλήρωμα) που συμβολίζεται με έναν τόνο μετά το όνομα της μεταβλητής
- Και ορίζεται ότι η προτεραιότητα των πράξεων (αν αυτή δεν καθορίζεται με παρενθέσεις)
 - Πρώτα το ΟΧΙ, μετά ο ΠΟΛ/ΜΟΣ (λογικό ΚΑΙ) και τέλος η ΠΡΟΣΘΕΣΗ (λογικό Ή)

Οι βασικές πράξεις της άλγεβρας Boole είναι

Πολ/μος ($x \cdot y$) :
Ισχύουν:

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot 1 &= 0 \\ 1 \cdot 0 &= 0 \\ 1 \cdot 1 &= 1 \end{aligned}$$

Πρόσθεση ($x + y$) :
Ισχύουν:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 1 \end{aligned}$$

Συμπλήρωμα (x') :
Ισχύουν:

$$\begin{aligned} 0' &= 1 \\ 1' &= 0 \end{aligned}$$

Μόνη διαφορά σε σχέση με την άλγεβρα

A. Θεωρία

1. Εισαγωγή

3. Λογικές Συναρτήσεις

- Μία συνάρτηση που δέχεται ως ορίσματα λογικές μεταβλητές κάνει έναν υπολογισμό της άλγεβρας Boole και επιστρέφει 0 ή 1 καλείται **λογική συνάρτηση**.

Παρατήρηση:

Κάθε λογικό κύκλωμα θα υλοποιεί μία λογική συνάρτηση.

Παράδειγμα:

Η ακόλουθη λογική συνάρτηση εκτελεί μία σειρά από λογικές πράξεις στα ορίσματά της:

$$f(X, Y, Z) = XY + Z'$$

ορίσματα Σώμα συνάρτησης

Και έτσι για παράδειγμα αν το $X=1$, το $Y=0$ και το $Z=1$ η επιστρεφόμενη τιμή της συνάρτησης θα είναι:

$$f(1,0,1) = 1 \cdot 0 + 1' = 0 + 0 = 0$$

Παρατήρηση:

Η προτεραιότητα των πράξεων είναι σημαντικό να είναι ενστικτώδες κτήμα μας.

π.χ εδώ ισχύει ότι η προτεραιότητα είναι: $XY + Z' = XY + (Z') = (XY) + (Z') = ((XY) + (Z'))$
(πρώτα συμπλήρωμα, έπειτα πολλαπλασιασμός, έπειτα πρόσθεση)

A. Θεωρία

1. Εισαγωγή

4. Πίνακες Αλήθειας

- Καθότι μια λογική συνάρτηση μπορεί να πάρει συγκεκριμένο πλήθος τιμών (όχι άπειρο), ο πίνακας αλήθειας χρησιμοποιείται για να παρουσιάσει την έξοδο της συνάρτησης για κάθε συνδυασμό εισόδων

Παράδειγμα 1:

Ο πίνακας αλήθειας της $f(X, Y) = X' + Y'$ είναι:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Παράδειγμα 2:

Ο πίνακας αλήθειας της συνάρτησης: $f(X, Y, Z) = XY + Z'$

X	Y	Z	$f(X, Y, Z)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

A. Θεωρία

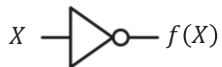
2. Λογικές Πύλες

1. Λογική Πύλη NOT

Η Λογική Πύλη NOT (λογική πύλη ΌΧΙ) δέχεται μία είσοδο και παράγει στην έξοδο το αντίστροφο της εισόδου.

- Καλείται και πύλη αντιστροφέας

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Έξοδος $f(X)$
0	1
1	0

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X) = X'$$

ή

$$f(X) = \text{NOT}(X)$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

2. Λογική Πύλη OR

Η Λογική Πύλη OR δέχεται δύο εισόδους και παράγει στην έξοδο το λογικό Ή των εισόδων της.

Εμπειρικά:

Αν τουλάχιστον μία από τις εισόδους είναι 1, τότε η έξοδος είναι 1.

Αν και οι δύο εισόδους είναι 0, τότε μόνο η έξοδος είναι 0.

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = X + Y$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ OR } Y$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

3. Λογική Πύλη AND

Η Λογική Πύλη AND δέχεται δύο εισόδους και παράγει στην έξοδο το λογικό ΚΑΙ των εισόδων της.

Εμπειρικά:

Αν τουλάχιστον μία από τις εισόδους είναι 0, τότε η έξοδος είναι 0.

Αν και οι δύο εισόδοι είναι 1, τότε μόνο η έξοδος είναι 1.

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = X \cdot Y$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ AND } Y$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

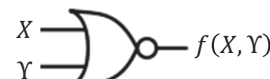
4. Λογική Πύλη NOR

Η Λογική Πύλη NOR δέχεται δύο εισόδους και παράγει στην έξοδο το αντίστροφο του λογικού Ή των εισόδων της.

Εμπειρικά:

Υπολογίζουμε το OR και παίρνουμε το αντίστροφο.

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = (X + Y)'$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ NOR } Y$$

Παρατήρηση:

Το NOR δεν είναι βασική πράξη διότι μπορεί να υπολογιστεί μέσω του NOT και του OR:

$$f(X, Y) = (X + Y)' = \text{NOT}(X \text{ OR } Y)$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

5. Λογική Πύλη NAND

Η Λογική Πύλη NAND δέχεται δύο εισόδους και παράγει στην έξοδο το αντίστροφο του λογικού ΚΑΙ των εισόδων της.

Εμπειρικά:

Υπολογίζουμε το AND και παίρνουμε το αντίστροφο.

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = (XY)'$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ NAND } Y$$

Παρατήρηση:

Το NAND δεν είναι βασική πράξη διότι μπορεί να υπολογιστεί μέσω του NOT και του AND:

$$f(X, Y) = (XY)' = \text{NOT}(X \text{ AND } Y)$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

6. Λογική Πύλη XOR

Η Λογική Πύλη XOR (exclusive OR – αποκλειστικό Ή) δέχεται δύο εισόδους και παράγει 1 αν οι δύο εισόδοι είναι διαφορετικές. Αλλιώς παράγει 0.

Εμπειρικά:

Παράγει 1 όταν οι εισόδοι είναι διαφορετικές και 0 αν οι εισόδοι είναι ίδιες

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = X \oplus Y$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ XOR } Y$$

Παρατήρηση:

Το XOR δεν είναι βασική πράξη διότι μπορεί να υπολογιστεί μέσω των βασικών πυλών NOT κ AND

$$f(X, Y) = X \oplus Y = XY' + X'Y$$

A. Θεωρία

2. Λογικές Πύλες

7. Λογική Πύλη XNOR

Η Λογική Πύλη XNOR δέχεται δύο εισόδους και παράγει 1 αν οι δύο εισόδους είναι ίδιες. Αλλιώς παράγει 0.

Εμπειρικά:

Παράγει 1 όταν οι εισόδους είναι ίδιες και 0 αν οι εισόδους είναι διαφορετικές

Σύμβολο:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	$f(X, Y)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Λογική Συνάρτηση:

$$f(X, Y) = (X \oplus Y)'$$

ή

$$f(X, Y) = X \text{ XNOR } Y$$

Παρατήρηση:

Το XNOR επίσης δεν είναι βασική πράξη διότι μπορεί να υπολογιστεί μέσω των βασικών πυλών NOT κ AND

$$f(X, Y) = (X \oplus Y)' = (XY' + X'Y)'$$

A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

1. Εισαγωγή

Ζητείται η άριστη κατανόηση των 3 δομικών στοιχείων του λογικού κυκλώματος (διάγραμμα, πίνακας αλήθειας, λογική συνάρτηση) καθώς και δεδομένου ενός από αυτά, να κατασκευάσουμε οποιοδήποτε από τα άλλα, δηλαδή:

1. Δίδεται Λογική Συνάρτηση και ζητείται Αληθοπίνακας
2. Δίδεται Λογική Συνάρτηση και ζητείται το λογικό κύκλωμα
3. Δίδεται Αληθοπίνακας και ζητείται Λογική Συνάρτηση
4. Δίδεται Αληθοπίνακας και ζητείται Λογικό Κύκλωμα
5. Δίδεται Λογικό Κύκλωμα και ζητείται Αληθοπίνακας
6. Δίδεται Λογικό Κύκλωμα και ζητείται Λογική Συνάρτηση

A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

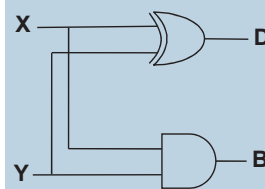
1. Εισαγωγή

Ένα **Λογικό Κύκλωμα** χρησιμοποιεί κατάλληλη συνδεσμολογία των λογικών πυλών ώστε να υλοποιήσει μια λογική συνάρτηση που επιτελεί μια συγκεκριμένη ενέργεια.

Το **κύκλωμα** θα προδιαγραφεται πλήρως μέσω του **διαγράμματός** του, του **πίνακα αλήθειας** και της **λογικής συνάρτησης** του.

Παράδειγμα: Το ακόλουθο λογικό κύκλωμα αποτελεί τον περίφημο αθροιστή. Δέχεται δύο εισόδους (X και Y) και παράγει δύο εξόδους (το αποτέλεσμα (D) και το κρατούμενο (B))

Διάγραμμα:



Πίνακας Αλήθειας:

X	Y	B	D
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Λογική Συνάρτηση:

Αποτέλεσμα: $D = X \oplus Y$

Κρατούμενο: $B = XY$

A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

2. Από Λογική Συνάρτηση σε Αληθοπίνακα

Δίνεται η **λογική συνάρτηση** και ζητείται ο **αληθοπίνακας**.

- Τότε το βασικό εργαλείο είναι η άλγεβρα Boole (όπου σε κάθε γραμμή του αληθοπίνακα πρέπει απλά να κάνουμε τις απαραίτητες πράξεις αντικαθιστώντας τις τιμές των μεταβλητών στη λογική συνάρτηση)

Παράδειγμα: Να κατασκευάσετε τον αληθοπίνακα της συνάρτησης: $Z = XY' + X'Y'$

Λύση:

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Πρόχειρο:

X	Y
0	0
0	1
1	0
1	1

$$\rightarrow 0 \cdot 0' + 0' \cdot 0' = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 + 1 = 1$$

$$\rightarrow 0 \cdot 1' + 0' \cdot 1' = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$\rightarrow 1 \cdot 0' + 1' \cdot 0' = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1 + 0 = 1$$

$$\rightarrow 1 \cdot 1' + 1' \cdot 1' = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

2. Από Λογική Συνάρτηση σε Αληθοπίνακα

Δίνεται η **λογική συνάρτηση** και ζητείται ο **αληθοπίνακας**. Μετά από πολλή εξάσκηση με παραδείγματα θα γίνουν τα εξής:

- Μνημονικά τα NOT, OR, AND, XOR
- Τα NOR, NAND, XNOR είναι το αντίθετο των αντιστοίχων πυλών
- Κατασκευάζουμε βοηθητικές στήλες για «ενδιάμεσα» αποτελέσματα.

Παράδειγμα: Να κατασκευάσετε τον αληθοπίνακα της συνάρτησης:

$$Z = (X \text{ XOR } Y) \text{ AND } (X \text{ AND } \text{NOT } Y)$$

Λύση:

X	Y	K = X XOR Y	L = NOT Y	M = X AND L	Z = K AND M
0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

2. Από Λογική Συνάρτηση σε Αληθοπίνακα

Άσκηση: Να κατασκευαστεί ο αληθοπίνακας της ακόλουθης λογικής συνάρτησης:

$$Z = XY' + X'Y'$$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

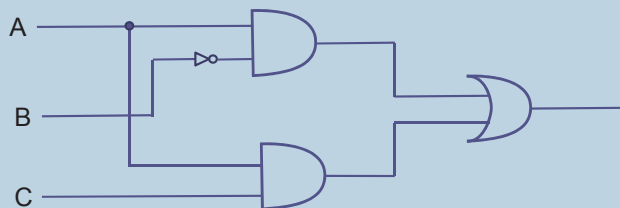
3. Από Λογική Συνάρτηση σε Κύκλωμα

Δίνεται η **λογική συνάρτηση** και ζητείται το διάγραμμα του **κυκλώματος**.

- Τότε με βάση την προτεραιότητα των λογικών πράξεων κατασκευάζουμε το διάγραμμα από «μέσα» προς τα «έξω» δηλαδή σχεδιάζουμε τις πύλες με προτεραιότητα όπως και η προτεραιότητα των πράξεων της συνάρτησης.

Παράδειγμα: Δίνεται η συνάρτηση: $AB' + AC$. Να κατασκευάσετε το ισοδύναμο λογικό κύκλωμα.

Λύση:



Πρόχειρο:

$$(A(B')) + (AC)$$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

2. Από Λογική Συνάρτηση σε Κύκλωμα

Άσκηση: Να κατασκευαστεί το κύκλωμα της ακόλουθης λογικής συνάρτησης:

$$Z = ((\text{NOT } X \text{ XOR } Y) \text{ OR } (\text{NOT } X \text{ AND } \text{NOT } Z) \text{ AND } Y) \text{ OR } (X \text{ AND } Y \text{ AND } Z)$$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

4. Από Αληθοπίνακα σε Λογική Συνάρτηση

Δίνεται ο **Αληθοπίνακας** και ζητείται η **Λογική Συνάρτηση**.

- Πρώτα εντοπίζουμε τις γραμμές που η συνάρτηση έχει τιμή 1.
- Για κάθε τέτοια γραμμή γράφουμε ένα γινόμενο όλων των μεταβλητών:
 - Αν η τιμή της μεταβλητής είναι 1, τότε γράφουμε το όνομα της μεταβλητής
 - Αν η τιμή της μεταβλητής είναι 0, τότε γράφουμε το συμπλήρωμα της μεταβλητής
- Το αποτέλεσμα είναι το άθροισμα αυτών των γινομένων.

Παράδειγμα: Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας αλήθειας. Να δώσετε την αντίστοιχη λογική συνάρτηση.

X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Λύση:

Έχουμε $F=1$ όταν:

- $X = 0, Y = 0, Z = 0$
- $X = 0, Y = 1, Z = 0$
- $X = 1, Y = 0, Z = 0$
- $X = 1, Y = 1, Z = 0$
- $X = 1, Y = 1, Z = 1$

Άρα η συνάρτηση είναι:

$$F = X'Y'Z' + X'YZ' + XY'Z' + XYZ' + XYZ$$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

4. Από Αληθοπίνακα σε Λογική Συνάρτηση

Άσκηση: Να κατασκευαστεί η λογική συνάρτηση για τον ακόλουθο αληθοπίνακα:

X	Y	Z	W	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

5. Από Αληθοπίνακα σε Κύκλωμα

Δίνεται ο **Αληθοπίνακας** και ζητείται το **Κύκλωμα**.

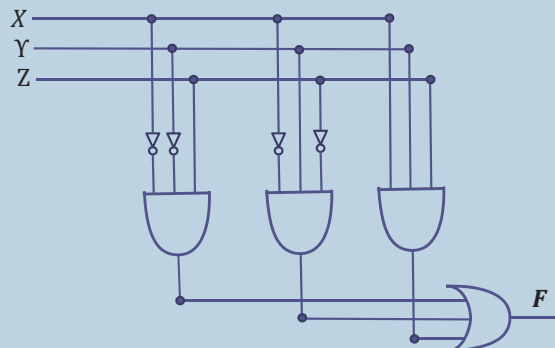
- Πρώτα βρίσκουμε τη λογική συνάρτηση (όπως στα προηγούμενα)
- Έπειτα μετατρέπουμε τη λογική συνάρτηση σε κύκλωμα (όπως στα προηγούμενα)

Παράδειγμα: Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας αλήθειας. Να δώσετε το αντίστοιχο λογικό κύκλωμα.

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Λύση:

Η λογική συνάρτηση είναι: $F = X'Y'Z + X'YZ' + XYZ$



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

5. Από Αληθοπίνακα σε Λογικό Κύκλωμα

Άσκηση: Να κατασκευαστεί το λογικό κύκλωμα για τον ακόλουθο αληθοπίνακα:

X	Y	Z	W	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

A. Θεωρία

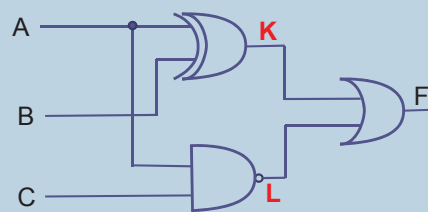
3. Μελέτη Κυκλωμάτων

6. Από Κύκλωμα σε Αληθοπίνακα

Δίνεται το κύκλωμα και ζητείται ο αληθοπίνακας.

- Βάζουμε ονόματα στις ενδιάμεσες πύλες
- Υπολογίζουμε την έξοδο των λογικών πυλών «προς τα εμπρός» κατασκευάζοντας μία στήλη για κάθε πύλη

Παράδειγμα: Να κατασκευάσετε τον αληθοπίνακα του ακόλουθου λογικού κυκλώματος.



Λύση:

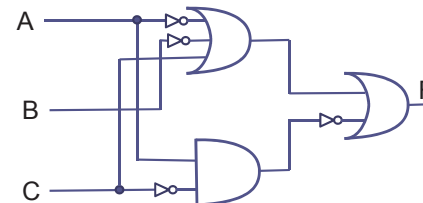
A	B	C	K = A XOR B	L = A NAND C	F = K OR L
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0

A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

6. Από Κύκλωμα σε Αληθοπίνακα

Άσκηση: Να κατασκευαστεί ο αληθοπίνακας του λογικού κυκλώματος:



A. Θεωρία

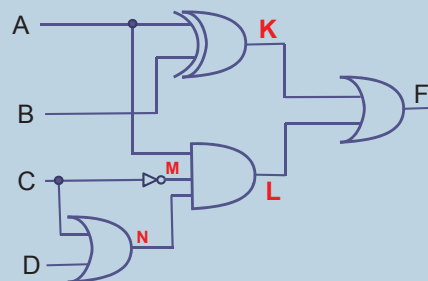
3. Μελέτη Κυκλωμάτων

7. Από Κύκλωμα σε Αληθοπίνακα

Δίνεται το κύκλωμα και ζητείται η λογική συνάρτηση.

- Βάζουμε ονόματα στις ενδιάμεσες πύλες
- Καταγράφουμε τις λογικές πύλες «προς τα πίσω» καταγράφοντας το ισοδύναμό τους στην άλγεβρα Boole

Παράδειγμα: Να κατασκευάσετε τη λογική συνάρτηση του ακόλουθου λογικού κυκλώματος.



Λύση:

$$F = K \text{ OR } L$$

$$\downarrow K = (A \text{ XOR } B)$$

$$F = (A \text{ XOR } B) \text{ OR } L$$

$$\downarrow L = (A \text{ AND } M \text{ AND } N)$$

$$F = (A \text{ XOR } B) \text{ OR } (A \text{ AND } M \text{ AND } N)$$

$$\downarrow M = (\text{NOT } C)$$

$$F = (A \text{ XOR } B) \text{ OR } (A \text{ AND } (\text{NOT } C) \text{ AND } N)$$

$$\downarrow N = (C \text{ OR } D)$$

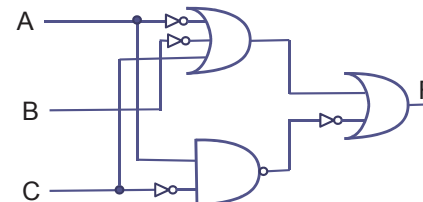
$$F = (A \text{ XOR } B) \text{ OR } (A \text{ AND } (\text{NOT } C) \text{ AND } (C \text{ OR } D))$$

A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

7. Από Κύκλωμα σε Λογική Συνάρτηση

Άσκηση: Να κατασκευαστεί η λογική συνάρτηση του λογικού κυκλώματος:





A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

8. Προβλήματα και Κυκλώματα

Η γοητεία των κυκλωμάτων είναι ότι μπορούν να μοντελοποιήσουν περίπλοκα προβλήματα του πραγματικού κόσμου χρησιμοποιώντας μαθηματική λογική αλήθειας - ψέματος.

- Εντοπίζουμε τις μεταβλητές του προβλήματος (που θα είναι δυαδικές μεταβλητές) και έπειτα κατασκευάζουμε τον πίνακα αλήθειας που μοντελοποιεί το πρόβλημα.
- Ακολουθεί η κατασκευή του κυκλώματος σύμφωνα με αυτά που μάθαμε.

Παράδειγμα: Να κατασκευάσετε κύκλωμα που παίρνει ως είσοδο έναν τριψήφιο δυαδικό αριθμό και επιστρέφει 1 αν ο αριθμός είναι περιττός (μονός) και 0 αν ο αριθμός είναι άρτιος (ζυγός).

Λύση: Έστω XYZ ο δυαδικός αριθμός. Ο πίνακας αλήθειας είναι ο ακόλουθος (αφού οι περιττοί αριθμοί είναι: (001=1, 011=3, 101=5, 111=7))

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Έχουμε $F = 1$ όταν:

- $X = 0, Y = 0, Z = 1$
- $X = 0, Y = 1, Z = 1$
- $X = 1, Y = 0, Z = 1$
- $X = 1, Y = 1, Z = 1$

Άρα η λογική συνάρτηση είναι:

$$F = X'Y'Z + X'YZ + XY'Z + XYZ$$



A. Θεωρία

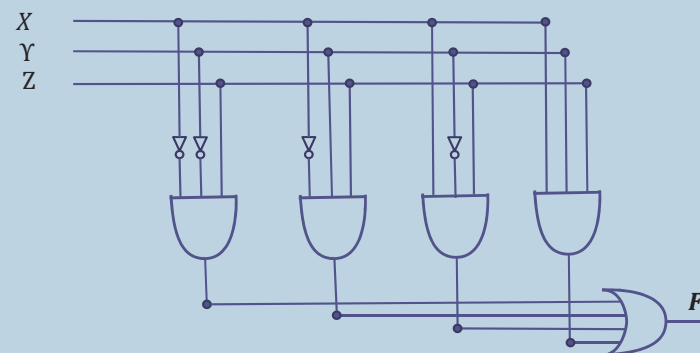
3. Μελέτη Κυκλωμάτων

8. Προβλήματα και Κυκλώματα

και το κύκλωμα που αντιστοιχεί στην λογική συνάρτηση:

$$F = X'Y'Z + X'YZ + XY'Z + XYZ$$

είναι το ακόλουθο:



A. Θεωρία

3. Μελέτη Κυκλωμάτων

8. Προβλήματα και Κυκλώματα

Άσκηση: Να κατασκευάσετε κύκλωμα που παίρνει ως είσοδο έναν τριψήφιο δυαδικό αριθμό και επιστρέφει 1 αν ο αριθμός είναι πρώτος [Σημείωση: Ένας αριθμός είναι πρώτος αν διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και τη μονάδα. Επίσης το θεωρείται ότι το 1 δεν είναι πρώτος αριθμός].