UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et génie informatique

Méchanique de réalité virtuelle

Rapport de l'App 3

Présenté à
l'équipe professorale de la session S4

Produit par
Philippe Spino
Eric Beaudoin
Alexandre Gagnon

07 Juin 2017 - Sherbrooke

1 Variables d'états

Pour résourdre le système complex telle que demander par l'app, il faut utiliser la méthode des variables d'états. Pour trouvé les valeurs des positions du vaissau pour chaque frame du video, il faut utiliser la méthode de résolution par équation État-espace.

$$[\dot{x}] = [A]q + [B]u \tag{1}$$

$$[y] = [C]q + [D]y \tag{2}$$

On exprime ainsi les varaibles d'entrée, les variables de sortie et les variables d'état selon les équations (3) et (4).

$$\begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \\ \dot{q_3} \\ \dot{q_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Ensuite, les matrices A, B, C et D seront trouvé à l'aide des propositions suivante.

$$\begin{aligned} q_1 &= x \\ q_2 &= \dot{x} \\ q_3 &= y \\ q_4 &= \dot{y} \end{aligned} \tag{5}$$

Ensuite, on trouve les égalités selon les spécifications du système, tel que le vaissau s'écrasant sur la planète.

$$\begin{aligned} \dot{q_1} &= \dot{x} = q_2 \\ \dot{q_2} &= \ddot{x} = 0 \\ \dot{q_3} &= \dot{y} = q_4 \\ \dot{q_4} &= \ddot{y} = g \end{aligned} \tag{6}$$

Sachant qu'il n'y a pas de force appliqué sur le vaissau dans l'axe des absciss, il est donc normale de vouloir a ce que la sorti de q_1 égale $\dot{x}$, soit 1.5m/s. Or, il a été indique que $q_2 = \dot{x}$. Donc la variable de sortie pour q_1 doit être égale à q_2. Puisqu'on sait qu'il n'y a aucune accélération en x, $\dot{x} = 0$. La même logique s'applique aux valeurs dans l'axe des Ordonnées. Parcontre, cette fois-ci, il y a une accélération a prendre a considération soit, l'accélération gravitationelle de $5m/s^2$. Alors, pour que les variables de sorties soit conforme au équations mentionnées ci-haut.

On obtiens les matrices A, B, C et D suivantes.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

2 Cinématique

2.1 Premier Bon

$$d_x = v_{a_x} = 1,5m/s \qquad t = \frac{x}{v_{i_x}} \tag{8}$$

$$d_x = v_{i_y}\frac{x}{v_{i_x}} + \frac{1}{2}(-5m/s^2)(\frac{x}{v_{i_x}})^2 + h \tag{9}$$

$$1,2 + 1,5 = -5\frac{x}{v_{i_x}} + -2,5(\frac{x}{v_{i_x}})^2 + 10 \tag{10}$$

$$x = -4,4698 \qquad x = 1,4698 \tag{11}$$

2.2 Deuxième Bon

$$v_{1_y} = 10,06m/s \tag{12}$$

$$v_{1_x} = 1,5m/s \tag{13}$$

$$y = v_i\frac{x}{v_1} + \frac{-5}{2} * \frac{x^2}{v_i^2} + 11,62 \tag{14}$$

$$2,5 = 9,432\frac{x}{1,5} + -2,5 * \frac{x^2}{1,5^2} + 11,62 \tag{15}$$

$$x = -1,46 \qquad x = 7,12 \tag{16}$$

$$v_A = \sqrt{1,5^2 + 9,432^2} = 9,55m/s \tag{17}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = mg\Delta h \tag{18}$$

$$\Delta h = 9,12m \tag{19}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mg\Delta h \tag{20}$$

$$v_f = \sqrt{91,2} = 9,55 m/s \tag{21}$$

$$v_{A_n} = 10,36\cos(\theta) = -9,65 m/s \tag{22}$$

$$v_{A_t} = 10,36\sin(\theta) = 1,5 m/s \tag{23}$$

$$\theta = 8,32^\circ \tag{24}$$

$$e = 0,8 = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \tag{25}$$

$$e = 0,8 = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \tag{26}$$

$$-v'_{A_n} = 0,8 v_{A_n} \qquad v_{A_n} = 7,64 m/s \tag{27}$$

2.3 Troisième Bond

$$\frac{1}{2} m V_i = m g \Delta h \tag{28}$$

sachant

$$\frac{1}{2}(7,64)^2 = 5 * \Delta h \tag{29}$$

et

$$\Delta h = 5,83 \tag{30}$$

on determine

$$2,5 + 5,83 = 8,33 m \tag{31}$$

$$m g \Delta h = \frac{1}{2} m V_f \tag{32}$$

$$5(8,33-3) = \frac{1}{2} V_f^2 \tag{33}$$

$$V_f = \sqrt{(53,3)} = -7,30 m/s \tag{34}$$

$$e = 0,7 = \frac{-V'_\Delta}{V_\Delta} => V_\Delta = -V_\Delta * 0,7 => 7,30 * 0,7 = 5,11 m/s \tag{35}$$

2.4 Friction

$$F_r = 200N = U_s\vec{N} \quad \text{où} \quad \vec{N} = -F_g = -(200 * -5) = 1000 \tag{36}$$

$$U_s = \frac{200}{1000} \tag{37}$$

$$F_r = U_s * mg = 200 = u * 200 * 5 \quad \text{donc} \quad doncu = 0.2 \tag{38}$$

$$200N = ma \quad \text{donc} \quad a = 1m/s^2 \tag{39}$$