Day 07

深度學習與電腦視覺
學習馬拉松

cupoy 陪跑專家：楊鎮銘

CUPOY

基礎影像處理

透視變換的概念與實作
(Perspective Transformation)

重要知識點

CUPOY

- 進一步了解齊次座標與轉換矩陣的細節與概念
- 了解透視變換的概念

齊次座標 Homogenious coordinate

透視變換跟前面其他的轉換一樣會用到齊次座標的概念

因此這邊會進一步介紹齊次座標 (homogenious coordinate) 的概念

簡單來說，齊次座標就是將 n 維的座標用 n+1 維的方式表示

- 二維座標
- 二維齊次座標
- 二維齊次座標通式

$$(\mathrm{x}, \mathrm{y}),\quad (\mathrm{x}', \mathrm{y}', \mathrm{w}'),\quad (\mathrm{kx}', \mathrm{ky}', \mathrm{kw}') \longrightarrow x = \frac{x'}{w'},\quad y = \frac{y'}{w'}$$

這些表示方式都代表同一個點 $(\mathrm{x}, \mathrm{y}) = (\mathrm{x}', \mathrm{y}', \mathrm{w}') = (\mathrm{kx}', \mathrm{ky}', \mathrm{kw}')$

齊次座標 Homogenious coordinate

齊次座標多出來的一個維度可以解釋成「遠近」
也因此齊次座標可以表示無窮遠的點

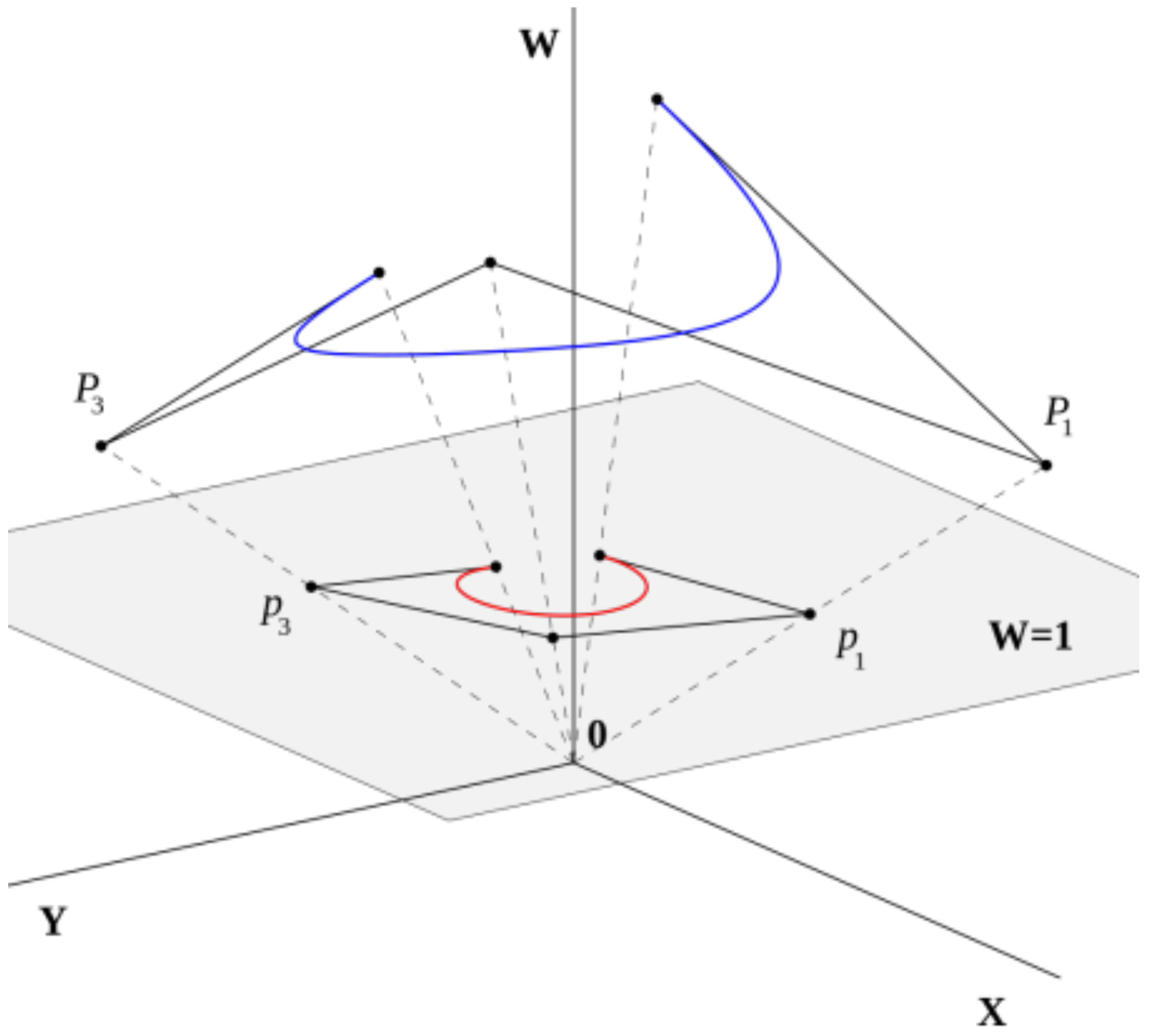
以二維座標為例 (x, y)

齊次座標表示為 $(\mathrm{x}', \mathrm{y}', \boxed{\mathrm{w}'})$

$$x = \frac{x'}{w'}$$

$$y = \frac{y'}{w'}$$

w' = 0 表示無窮遠



參考來源： Histogram Coordinate Wiki

轉換矩陣 Transformation Matrix

CUPOY

如同我們前面說的，各種轉換其實都可以將型式變成「圖片上的點用齊次座標表示後乘上一個轉換矩陣 M」

平移變換

線性變換

透視變換

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix}$$

轉換矩陣 M

轉換後的齊次座標

圖片原本的齊次座標

轉換矩陣 Transformation Matrix (範例)

以上一章節提到的仿射變換為例，我們知道是線性變換 + 平移

假設仿射變換是旋轉 + 平移

旋轉　平移

$$R(\theta)Tr(t_x, t_y) = T(x) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

平移變換

線性變換

透視變換

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

轉換矩陣 Transformation Matrix (範例)

CUPOY

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix}$$

Transformation

透視變換
主要參數

$$\begin{aligned} \mathrm{x}' &= \mathrm{au} + \mathrm{bv} + \mathrm{cw} \\ \mathrm{y}' &= \mathrm{du} + \mathrm{ev} + \mathrm{fw} \\ \mathrm{w}' &= \mathrm{gu} + \mathrm{hv} + \mathrm{iw} \end{aligned}$$

轉換計算

$$x = \frac{x'}{w'} = \frac{au + bv + cw}{gu + hv + iw}$$

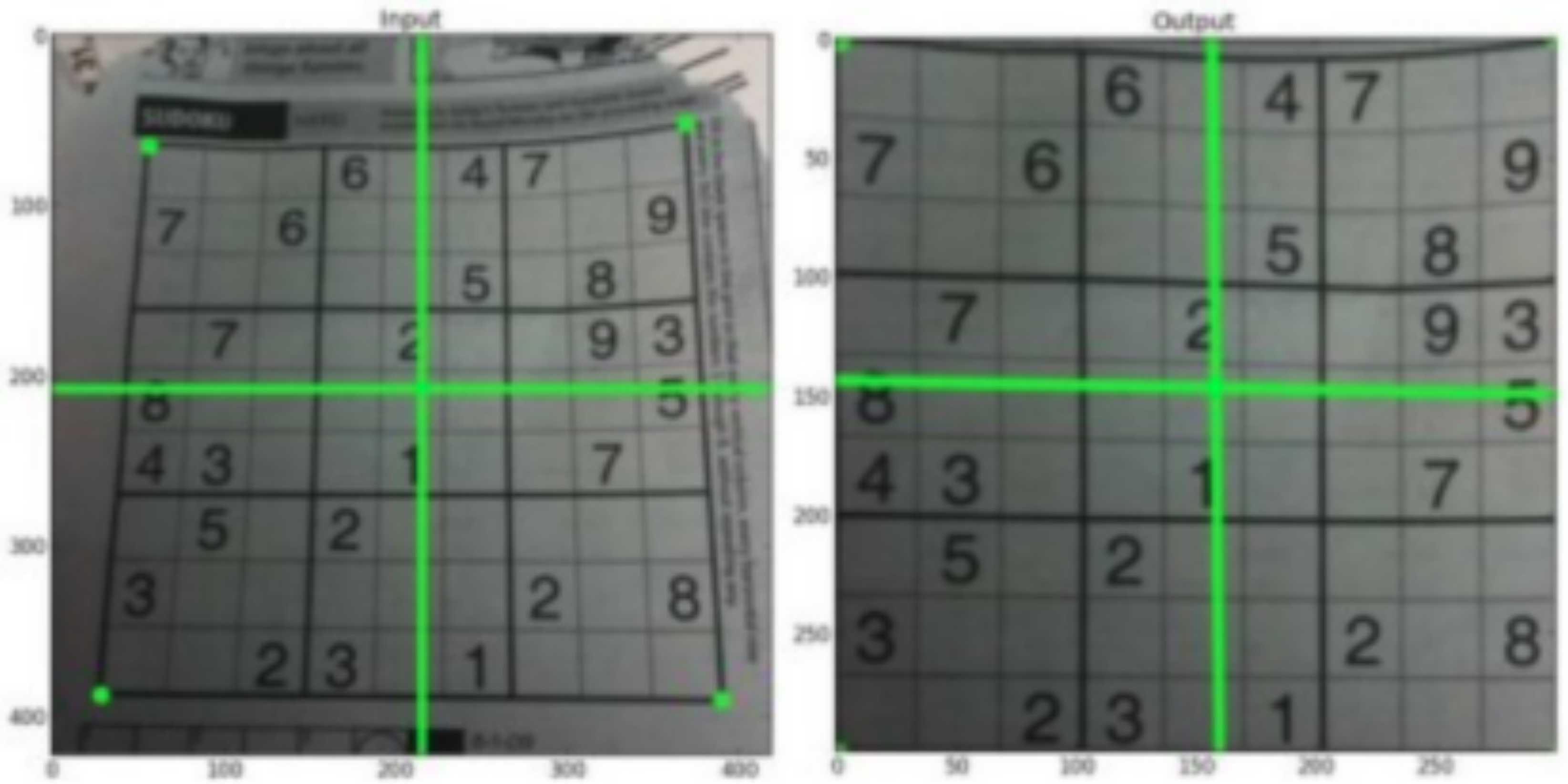
$$y = \frac{y'}{w'} = \frac{du + ev + fw}{gu + hv + iw}$$

齊次座標 → 一般二維座標

透視變換 Perspective Transformation

經過前面的介紹後，我們知道與透視變換有關的參數是甚麼

透視變換可以視為改變視角的轉換，因此不像仿射變換
已經不保證「共線不變性」與「比例不變性」



範例：

**左圖的 4 個點的範圍，
經透視變換，變為右圖**

透視變換 Perspective Transformation

在 OpenCV 中的實作中也是要事先給予轉換前後的4個點座標

```
point1 = …
point2 = …
M = cv2.getPerspectiveTransform(point1, point2)
```

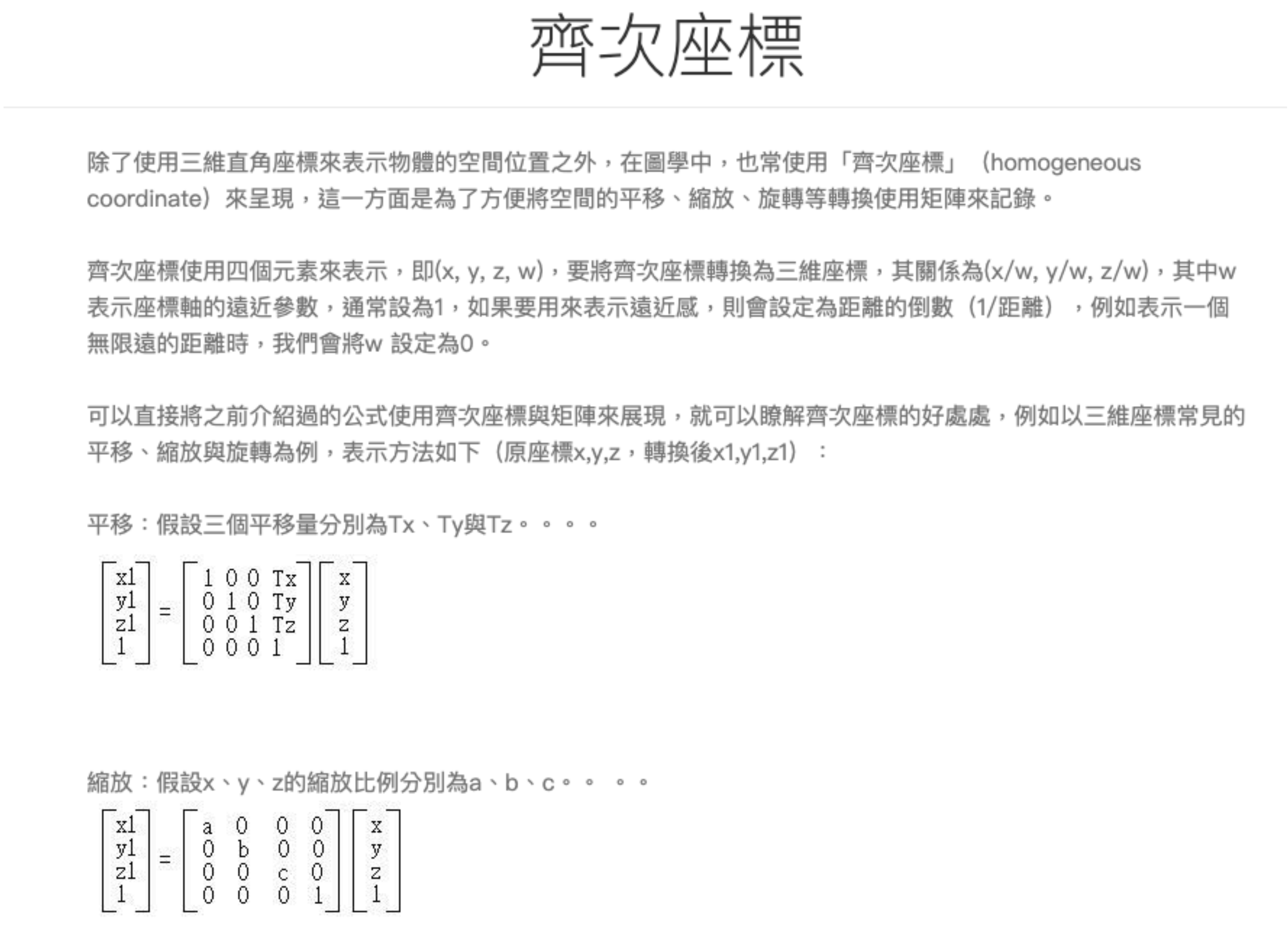
接著在用透視變換的 function 轉換 (與 cv2.warpAffine() 類似)

```
img_new = cv2.warpPerspective(img, M, (col, row))
```

知識點回顧

- 了解齊次座標的概念與重要性
    - 多了遠近的概念，甚至可以表示無窮遠的點
- 了解轉換矩陣的設計概念
    - 主要分為線性轉換 / 平移 / 透視的部份
    - 雖然可以手動設計轉換矩陣，但是仿射跟透視的需求還是個別以 3 個點跟 4 個點來建立矩陣比較方便
- 了解透視變換的概念
    - 改變視角的操作

推薦延伸閱讀



齊次座標

除了使用三維直角座標來表示物體的空間位置之外，在圖學中，也常使用「齊次座標」（homogeneous coordinate）來呈現，這一方面是為了方便將空間的平移、縮放、旋轉等轉換使用矩陣來記錄。

齊次座標使用四個元素來表示，即(x, y, z, w)，要將齊次座標轉換為三維座標，其關係為(x/w, y/w, z/w)，其中w表示座標軸的遠近參數，通常設為1，如果要用來表示遠近感，則會設定為距離的倒數（1/距離），例如表示一個無限遠的距離時，我們會將w 設定為0。

可以直接將之前介紹過的公式使用齊次座標與矩陣來展現，就可以瞭解齊次座標的好處處，例如以三維座標常見的平移、縮放與旋轉為例，表示方法如下（原座標x,y,z，轉換後x1,y1,z1）：

平移：假設三個平移量分別為Tx、Ty與Tz。。。。

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

縮放：假設x、y、z的縮放比例分別為a、b、c。。。。

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

原创 **透视变换（Perspective Transformation）**

2017-09-12 17:11:52 博瓦 阅读数 4384 更多

本文链接：https://blog.csdn.net/u010925447/article/details/77947398

1. 基本原理

透视变换（Perspective Transformation）的本质是将图像投影到一个新的视平面，其通用变换公式为：

$$\begin{bmatrix} x' & y' & w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

（u，v）为原始图像像素坐标，（x=x'/w'，y=y'/w'）为变换之后的图像像素坐标。透视变换矩阵图解如下：

$$Transform = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$T_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ 表示图像线性变换。

$T_2 = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}^T$ 用于产生图像透视变换。

$T_3 = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$ 表示图像平移。

齊次座標

內容以三維空間座標轉齊次座標講解，並以旋轉矩陣加以舉例，如果看懂這邊範例，圖片的二維座標會更好理解。

連結

CSDN 透視變換

如果想要更仔細的從數學方面了解透視變換可以參考，內容以數學表達式來解釋透視變換

連結

解題時間 Let's Crack It

請跳出 PDF 至官網 Sample Code & 作業開始解題