1 Wstęp

Znając dokładne odległości od każdego z trzech punktów możemy analitycznie wyprowadzić referencyjne rozwiązanie, rozwiązując układ trzech równań okręgu:

$$\begin{cases} (x - x_A)^2 + y^2 & = d_A^2 \\ x^2 + y^2 & = d_C^2 \\ x^2 + (y - y_B)^2 & = d_B^2 \end{cases}$$

Korzystając z pierwszych dwóch równań mamy

$$x = \frac{x_A^2 + d_C^2 - d_A^2}{2x_A}$$

$$y = \pm\sqrt{d_C^2 - x^2}$$

Dla rozwiązywanego problemu mamy

$$x_A = 50$$

$$y_B = 100$$

$$d_A = 318.8636072053379\text{km}$$

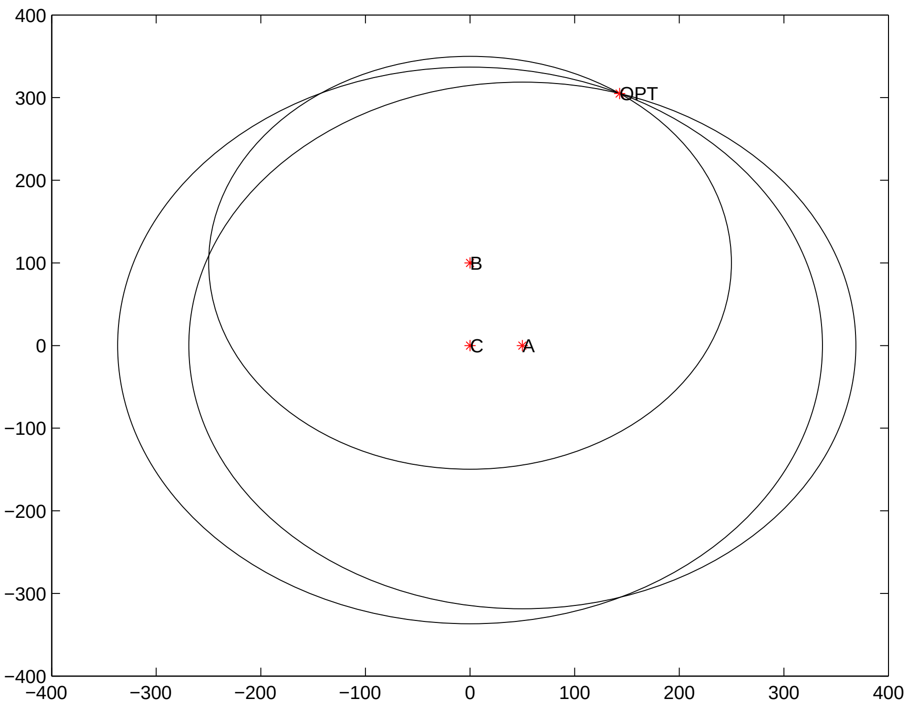
$$d_B = 249.9479945908749\text{km}$$

$$d_C = 336.8590209568388\text{km}$$

a więc

$$x = 143$$

$$y = 305$$



System nawigacji hiperbolicznej taki jak LORAN pozwala rozwiązać tego rodzaju problem zakładając znajomość jedynie różnicy odległości pomiędzy stacjami nadawczymi. Takie założenie czynię również przy dalszych rozważaniach.

2 Wyznaczenie hiperbol

2.1 Punkty A i C

Rozważmy kanoniczną postać równania hiperboli

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

W przypadku rozważanego problemu $x_0 = \frac{x_A}{2}$ i $y_0 = 0$.

Niech c - odległość pomiędzy środkiem (x_0, y_0) hiperboli i każdym z ognisk A i C. Wtedy musi zachodzić

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dla naszego problemu mamy

$$c = \frac{x_A}{2}$$

Równania te wyznaczają rodzinę hiperbol dla ognisk A i C. Znając dodatkowo różnicę odległości szukanego punktu i każdego z ognisk możemy wyznaczyć równanie hiperboli zawierającej ten punkt korzystając z faktu, że

$$2a = |d_A - d_C|$$